

# Carteira de Dividendos - Minimização dos Riscos

Lucas Rabay Butcher

Nercino José de Barros Neto

Pedro Henrique Medeiros Vieira

30 de outubro de 2024

## Resumo

Este trabalho explora a construção de uma carteira de dividendos utilizando o desvio absoluto médio (MAD) como métrica de risco, ao invés do desvio padrão, com o objetivo de criar um portfólio menos sensível a eventos extremos e mais robusto para investidores que priorizam renda estável. O estudo revisa as principais características dos dividendos e sua relevância para investidores e aborda as limitações do modelo de média-variância de Markowitz, especialmente em cenários de caudas pesadas. A metodologia envolve o uso de Python e Pyomo para modelar um problema de otimização com restrições de concentração setorial. O modelo busca equilibrar a estabilidade dos retornos com a minimização de riscos específicos, promovendo uma diversificação que inclui limites de exposição por setor e uma função objetivo baseada no MAD.

**Palavras-Chave:** Carteira de Dividendos, Desvio Absoluto Médio (MAD), Otimização de Portfólio, Minimização de Risco, Diversificação Setorial, Otimização, Markowitz, Modelagem.

# 1 Introdução

A distribuição de dividendos é um dos mecanismos pelos quais as empresas retribuem seus acionistas, representando uma parcela dos lucros gerados. Para os investidores, os dividendos oferecem uma fonte de renda estável e previsível, tornando-se um componente fundamental na construção de portfólios (Fonteles et al., 2012). A teoria moderna de portfólio, pioneiramente desenvolvida por Markowitz (1952), estabeleceu um marco na forma como os investidores abordam a relação entre risco e retorno. No entanto, a suposição de normalidade dos retornos e o uso do desvio padrão como medida de risco, inerentes ao modelo de média-variância, têm sido alvo de críticas na literatura (Konno e Yamazaki, 1991).

Diante das limitações do modelo de Markowitz, diversos estudos têm explorado alternativas para a medida de risco. O desvio absoluto médio (MAD), or exemplo, tem se mostrado uma métrica mais robusta para capturar a variabilidade dos retornos, especialmente em situações de caudas pesadas e assimetria (Young, 1998). A utilização do MAD permite construir portfólios mais resilientes a eventos extremos, característica especialmente desejável para investidores em busca de renda (Konno e Yamazaki, 1991).

Neste trabalho, propomos um modelo de otimização de portfólio que utiliza o MAD como medida de risco para construir carteiras de dividendos. O objetivo é encontrar a combinação ótima de ativos que minimize o risco, medido pelo MAD. Além disso, serão consideradas restrições de concentração setorial para garantir uma diversificação adequada e reduzir a exposição a riscos específicos de cada setor.

## 2 Fundamentação Teórica

### 2.1 Dividendos

Os dividendos representam a distribuição dos lucros de uma empresa para os seus acionistas, podendo ser vistos como uma forma de retorno direto do capital investido. No Brasil, a política de dividendos é regulamentada e assegura aos acionistas preferencialistas o direito a dividendos prioritários, enquanto os acionistas ordinários recebem dividendos residuais após a distribuição mínima obrigatória.

Fonteles et al. (2012) destacam que a política de dividendos nas empresas listadas no Índice Dividendos da BM&FBovespa é caracterizada por uma abordagem de retorno consistente ao investidor, alinhada com o que é comumente chamado de *Teoria do Pássaro na Mão*. Esta teoria sugere que os acionistas preferem receber dividendos agora, ao invés de esperar por ganhos futuros, considerando os dividendos como um retorno imediato do investimento realizado.

Os dividendos podem ser classificados em três categorias principais:

- **Quanto à ordem:** Prioritários ou Não Prioritários.
- **Quanto à apropriação dos lucros:** Mínimos, Fixos, ou Obrigatórios.
- **Quanto ao recebimento:** Cumulativos ou Não Cumulativos.

Os dividendos obrigatórios, instituídos pela Lei nº 6.404/1976, garantem que os acionistas recebam um dividendo mínimo de 25% do lucro líquido ajustado, protegendo os acionistas de empresas com estatutos que possam ser omissos quanto à distribuição de dividendos (Fonteles et al., 2012).

Além disso, há os juros sobre capital próprio (JSCP), instituídos pela Lei nº 9.249/1995. Esta modalidade permite que as empresas deduzam os valores pagos aos acionistas de sua base de cálculo de imposto, criando uma economia tributária. O montante pago em JSCP, no entanto, é limitado a 50% do lucro líquido antes do imposto de renda ou dos lucros acumulados dos exercícios anteriores, o que for maior (FONTELES et al., 2012).

### 2.2 Teoria de Markowitz e o Modelo de Média-Variância

A teoria de portfólio desenvolvida por Harry Markowitz (1952) revolucionou a forma como os investidores abordam a relação entre risco e retorno (MARKOWITZ, 1952). Esse modelo, conhecido como Modelo de Média-Variância, propõe que é possível construir uma carteira de investimentos que minimiza o risco para um dado nível de retorno esperado. Markowitz sugeriu que a diversificação é essencial, pois ativos com correlações diferentes podem reduzir a volatilidade total do portfólio.

Matematicamente, o problema de otimização de Markowitz é descrito pela minimização da variância do portfólio:

$$\min_w w^T \Sigma w, \quad (1)$$

onde  $w$  representa o vetor de pesos dos ativos e  $\Sigma$  é a matriz de covariância dos retornos (MERTON, 1972). Esse modelo assume que os retornos dos ativos seguem uma distribuição normal, uma suposição que tem sido amplamente questionada na literatura (FAMA, 1965).

## 2.3 Desvantagens do Modelo de Média-Variância e o Uso de MAD

Apesar da popularidade, o modelo de média-variância apresenta limitações, especialmente devido à suposição de que os retornos seguem uma distribuição simétrica. Estudos mostram que muitas distribuições de retornos são assimétricas e apresentam caudas pesadas, aumentando a frequência de eventos extremos (CONT, 2001). O uso do desvio padrão como medida de risco pode ser inadequado em tais casos.

Para contornar essas limitações, o **MAD (Mean Absolute Deviation)** é uma alternativa menos sensível a outliers. O MAD utiliza o desvio absoluto médio dos retornos, proporcionando uma medida mais robusta de risco para portfólios focados em estabilidade (KONNO; YAMAZAKI, 1991). A formulação do problema de otimização usando MAD é dada por:

$$\min_w \sum_i w_i \cdot mad_i, \quad (2)$$

onde  $w_i$  são os pesos dos ativos e  $mad_i$  representa o desvio absoluto médio dos retornos de cada ativo  $i$  (ZHAO; WANG, 2006).

## 2.4 Índices de Dividendos e Portfólios de Renda

Índices de dividendos, como o índice de dividend yield da B3, são construídos para incluir empresas com altos rendimentos em dividendos. Os dividendos representam uma parcela dos lucros distribuídos aos acionistas, sendo uma estratégia atrativa para investidores que buscam uma fonte de renda estável (GORDON, 1959). No entanto, a busca por estabilidade nos rendimentos deve considerar o risco associado à volatilidade dos preços dos ativos.

Para otimizar um portfólio de dividendos, é fundamental equilibrar o retorno com a exposição a riscos. Ao utilizar uma medida de risco como o MAD, o investidor pode minimizar o impacto de variações extremas no valor do portfólio, mantendo uma renda mais previsível (MILLER; MODIGLIANI, 1961).

## 2.5 Medidas de Concentração e Diversificação Setorial

Uma consideração essencial na construção de um portfólio de dividendos é a diversificação setorial. Concentrar o investimento em um único setor pode aumentar a exposição a eventos específicos desse setor, como regulamentações ou crises econômicas setoriais (KANG; RHEE, 1999). Limitar a concentração setorial ajuda a reduzir esses riscos, garantindo que o portfólio mantenha uma distribuição equilibrada.

Por exemplo, muitos portfólios de dividendos tendem a concentrar-se em setores financeiros e de energia. Para mitigar esse risco, é comum que esses portfólios imponham restrições de concentração setorial, como um limite de 50% por setor (HESTON; ROUWENHORST, 1995).

## 2.6 Escolha da Metodologia de Risco e sua Importância

A escolha da metodologia de risco, seja o desvio padrão (Markowitz) ou o desvio absoluto médio (MAD), deve refletir os objetivos do investidor. Investidores focados em dividendos, que priorizam uma renda estável, podem preferir o MAD, que minimiza

variações extremas (KONNO; YAMAZAKI, 1991). No contexto de índices de dividendos, o MAD é especialmente eficaz para criar um portfólio de menor volatilidade e maior previsibilidade de rendimentos.

## 3 Metodologia

### 3.1 Ferramentas Utilizadas

Para o desenvolvimento e solução do modelo de otimização, foram utilizadas as seguintes ferramentas:

- **Python:** uma linguagem de programação de alto nível, amplamente utilizada em análise de dados e ciência de dados (Van Rossum, 2009) (ROSSUM, 2009).
- **Pyomo:** uma biblioteca de otimização que permite modelar problemas matemáticos complexos de forma simplificada. Pyomo é adequada para problemas de otimização linear e não linear e foi escolhida pela sua compatibilidade com os solucionadores comerciais e de código aberto, além de ser bem documentada para integração com Python (HART et al., 2017).

### 3.2 Estrutura do Modelo de Otimização

A formulação do modelo foi baseada nos retornos históricos de um conjunto de ativos financeiros, com o objetivo de construir um portfólio que minimizasse o risco de variabilidade dos retornos (medido pela MAD) enquanto maximizava o retorno esperado. A função objetivo e as restrições foram definidas conforme os princípios de otimização de portfólio, em que se busca alcançar o melhor retorno possível para um nível de risco dado.

#### 3.2.1 Função Objetivo

A função objetivo do modelo é minimizar o risco do portfólio, representado pela soma das diferenças absolutas dos retornos. A MAD é preferida por ser menos sensível a outliers, em comparação com a variância, especialmente em mercados com alta volatilidade. A formulação matemática para a função objetivo pode ser descrita da seguinte forma:

$$\min \sum_{i=1}^n |R_i - E(R)|$$

onde  $R_i$  representa o retorno do ativo  $i$  e  $E(R)$  o retorno esperado do portfólio.

#### 3.2.2 Restrições do Modelo

Para garantir uma distribuição balanceada dos investimentos, foram impostas restrições de concentração de ativos e de retorno mínimo esperado, conforme sugerido por Markowitz (1952). As principais restrições implementadas foram:

- **Restrições de Concentração:** Limitação da porcentagem máxima e mínima que cada ativo pode ter no portfólio, a fim de evitar concentrações excessivas em ativos específicos e diversificar os riscos.
- **Retorno Mínimo Esperado:** Restrição para garantir que o portfólio tenha um retorno esperado mínimo, de acordo com os objetivos do investidor.
- **Restrições de Investimento Total:** Garantia de que a soma das frações de cada ativo seja igual a 100%, representando o total de recursos investidos.

### 3.3 Processo de Solução

O modelo foi solucionado utilizando o solucionador GLPK, um software de otimização linear e mista de código aberto que é compatível com o Pyomo. A implementação seguiu os seguintes passos:

1. **Coleta de Dados:** Os dados de retornos históricos foram coletados e pré-processados para garantir consistência, e os valores faltantes foram tratados.
2. **Modelagem do Problema em Pyomo:** Utilizando o Pyomo, o modelo de otimização foi configurado com as funções objetivo e restrições descritas anteriormente.
3. **Solução do Modelo:** O solucionador GLPK foi aplicado para resolver o problema de otimização e determinar as proporções ideais de cada ativo no portfólio.
4. **Análise dos Resultados:** Os resultados foram analisados para verificar a eficiência do portfólio gerado em termos de risco e retorno, garantindo que as restrições fossem respeitadas.

### 3.4 Validação e Ajustes

Após a obtenção dos resultados, o portfólio foi validado para assegurar que os valores de retorno e risco estavam de acordo com as expectativas do modelo. Ajustes foram feitos para refinar o modelo, caso os limites de concentração ou de retorno mínimo não fossem satisfeitos inicialmente.

## 4 Resultados

### 4.1 Cenário Básico

Ao solucionar o modelo com as restrições de concentração seguintes:

1.  $w_i \leq 0.2$  - a concentração de cada ação individual deve ser no máximo de 20%.
2.  $\sum_{i \in \text{setor}} \leq 0.5$  - a concentração de ativos pertencentes a um setor não deve ser superior a 50% isso serve para todos os setores.

A composição da carteira resultante foi:

1. Setor de Energia - 50%
  - CMIG4 - 20%
  - TAEE11 - 20%
  - ENGIE3 - 10%
2. Setor Financeiro - 40%
  - ITSA4 - 20%
  - SANB11 - 20%
3. Demais Setores - 10%
  - VIVT3 - 10%

Obtemos, com essa composição, um MAD resultante de 0.1368, e um retorno de 7,67%.

## 4.2 Comparação com o IBSD B3

Em comparação com o índice da B3, a carteira resultante da função otimizada com as restrições previamente descritas resultou em um MAD significativamente inferior (0.1368 contra 0.2585 do IBSD B3), ou seja com uma volatilidade bem inferior. Ademais, sua rentabilidade, apesar de aquém dos 8,17% registrados pelo índice, não ficou muito distante, atingindo 7,67%. Assim, pode-se afirmar que a carteira otimizada é uma alternativa interessante para investidores com o perfil moderado.

## 4.3 Preço Sombra

Ao observar os resultados do modelo dual, representado por:

$$\max W = \max\_individual \cdot y_1 + \max\_setor \cdot (y_2 + y_3 + y_4) + y_5$$

**S.t.:**

$$y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + y_5 \geq dy_{mad}[i] + pr_{medio}[i], \quad \forall i \in tickers$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4 \geq 0$$

$$y_5 livre$$

Observamos que o preço sombra atrelado a restrição de concentração individual das ações na carteira otimizada, que atingiam a restrição, apresentou um valor negativo, indicando que permitir uma maior concentração dessas ações reduziria o MAD. Algo similar aconteceu com a restrição de setor, possivelmente dado que permitiria aumentar a concentração em ENGIE3, ou até compor de maneira diferente a carteira, assim reduzindo o MAD.

## 4.4 Cenários Alternativos

### 4.4.1 Cenário Otimista

No cenário otimista, os dividendos aumentaram em 10%, reduziu-se o MAD com relação aos dividendos em 10%, e o MAD com relação a preço foi reduzido em 20%. Além disso, a restrição de concentração individual foi à 0.24. Assim, após otimizar a função objetivo, obteve-se a seguinte carteira:

1. Setor de Energia - 50%

- CMIG4 - 25%
- TAEE11 - 25%

2. Setor Financeiro - 50%

- ITSA4 - 25%
- SANB11 - 25%



Assim foi obtido um MAD de 0.1080, e um retorno de 8,15%. Nesse quadro, houve uma redução significativa do MAD, ante ao cenário basal e aproximou-se ainda mais dos retornos apresentados pelo IBSD B3.

Percebe-se que nesse cenário houve uma redução da diversidade da carteira, concentrando-se apenas em quatro ativos, de dois setores. As alterações realizadas no cenário contribuíram e tornaram o impacto positivo dessas ações mais forte, dessa maneira esse cenário favoreceu à não-diluição da carteira.

#### 4.4.2 Cenário Pessimista

No cenário pessimista, os dividendos diminuíram em 10%, aumentou-se o MAD com relação aos dividendos em 10%, e o MAD com relação a preço foi aumentado em 20%. Ademais, a restrição de concentração individual foi reduzida à 15%, e a concentração por setor à 40%. Assim, após otimizar a função objetivo, obteve-se a seguinte carteira:

1. Setor de Energia - 40%

- CMIG4 - 15%
- TAEE11 - 15%
- ENGIE3 - 10%

2. Setor Financeiro - 30%

- ITSA4 - 15%
- SANB11 - 15%

3. Demais Setores - 30%

- GOAU4 - 15%
- VIVT3 - 15%

Dessa maneira, foi obtido um MAD inferior ao cenário base (0.1743 x 0.1368), porém surpreendentemente os retornos foram superiores (7,8% x 7,67%), possivelmente as mudanças no MAD dos ativos, reduziram o 'benefício' de escolher ativos originalmente mais seguros e acabaram aumentando a rentabilidade.

Nesse cenário, dadas as restrições mais rígidas de concentração, a carteira se diversificou mais, inclusive adicionando um novo ativo (GOAU4).

## 5 Conclusão

O estudo se conclui analisando a criação de uma carteira de dividendos com foco na redução de riscos, utilizando o desvio absoluto médio (MAD) como indicador de risco. Esse modelo foi preferido em relação ao desvio-padrão convencional, por ser menos sensível a eventos extremos, sendo mais adequado para investidores com perfil moderado em busca de uma renda estável. Com critérios bem definidos para a concentração setorial e limites individuais, a carteira resultante mostrou-se robusta, equilibrando diversificação e rentabilidade. A análise de cenários alternativos revelou como diferentes condições de mercado influenciam a composição da carteira e os retornos esperados, destacando a eficácia da abordagem MAD na adaptação a períodos de alta volatilidade e instabilidade. Em suma, o estudo ressalta a importância de estratégias de diversificação e medidas de risco que estejam alinhadas ao perfil do investidor, contribuindo para a elaboração de modelos mais realistas e eficazes na construção de portfólios de dividendos.

## 6 Referências

### Referências

- CONT, R. Empirical properties of asset returns: stylized facts and statistical issues. **Quantitative Finance**, Taylor & Francis, v. 1, n. 2, p. 223–236, 2001.
- FAMA, E. F. The behavior of stock-market prices. **The Journal of Business**, JSTOR, v. 38, n. 1, p. 34–105, 1965.
- FONTELES, I. V. et al. Política de dividendos das empresas participantes do índice dividendos da bm&fbovespa. **Contabilidade Vista & Revista**, Universidade Federal de Minas Gerais, v. 23, n. 3, p. 173–204, 2012.
- GORDON, M. J. **Dividend policy and market value**. [S.l.]: Harvard University Press, 1959.
- HART, W. E. et al. **Pyomo—optimization modeling in python**. [S.l.]: Springer, 2017.
- HESTON, S. L.; ROUWENHORST, K. G. The importance of industry factors in the stock market. **Financial Analysts Journal**, CFA Institute, v. 51, n. 3, p. 29–34, 1995.
- KANG, J.-K.; RHEE, S. C. J. The effects of sectoral shocks on the variance-covariance structure of stock returns. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, Cambridge University Press, v. 34, n. 3, p. 365–388, 1999.
- KONNO, H.; YAMAZAKI, H. Mean-absolute deviation portfolio optimization model and its applications to tokyo stock market. **Management Science**, INFORMS, v. 37, n. 5, p. 519–531, 1991.
- MARKOWITZ, H. Portfolio selection. **The Journal of Finance**, Wiley, v. 7, n. 1, p. 77–91, 1952.
- MERTON, R. C. An analytic derivation of the efficient portfolio frontier. **Journal of Financial and Quantitative Analysis**, JSTOR, v. 7, n. 4, p. 1851–1872, 1972.
- MILLER, M. H.; MODIGLIANI, F. Dividend policy, growth, and the valuation of shares. **The Journal of Business**, University of Chicago Press, v. 34, n. 4, p. 411–433, 1961.
- ROSSUM, G. V. **Python programming language**. [S.l.]: Python Software Foundation, 2009.
- ZHAO, X.-G.; WANG, J. Applications of mean absolute deviation in portfolio optimization. **Applied Mathematics and Computation**, Elsevier, v. 174, n. 2, p. 1430–1446, 2006.