

LISTA DE EXERCÍCIOS 04

Assunto: Regras de inferência, técnicas de prova.

Data de entrega: 14/abril/2015

Observação. Os exercícios estão classificados em níveis de dificuldade: fácil, médio e difícil. Esta classificação, entretanto, é apenas indicativa. Pessoas diferentes podem discordar sobre o nível de dificuldade de um mesmo exercício. Não desanime ao ver um exercício difícil, você pode descobrir que ele é fácil, encontrando uma maneira de resolvê-lo mais simples do que a do professor!

1. (Rosen 1.5.10) Para cada conjunto de premissas, quais conclusões relevantes podem ser obtidas? Explique as regras de inferência utilizadas para obter cada conclusão a partir das premissas.
 - (a) [Fácil] “Se eu jogo hóquei, então estarei dolorido no dia seguinte”. “Eu uso a hidromassagem se estiver dolorido”. “Eu não utilizei a hidromassagem”.
 - (b) [Médio] “Se eu trabalho, está ou ensolarado ou parcialmente ensolarado”. “Eu trabalhei na última segunda ou trabalhei na última sexta”. “Não estava ensolarado na terça”. “Não estava parcialmente ensolarado na sexta”.
 - (c) [Fácil] “Todos insetos têm seis patas”. “Libélulas são insetos”. “Aranhas não têm seis pernas”. “Aranhas comem libélulas”.
2. (Rosen 1.5.14) Para cada um dos argumentos abaixo, explique quais regras de inferência são utilizadas em cada passo:
 - (a) [Fácil] “Linda, uma estudante desta sala, tem um conversível vermelho. Todos aqueles que possuem um conversível vermelho tiveram ao menos uma multa por velocidade. Portanto, alguém na sala já teve uma multa por velocidade.”
 - (b) [Fácil] “Cada um dos cinco, Melissa, Aaron, Ralph, Veneesha e Keeshawn, já fez um curso de matemática discreta. Todo estudante que já fez um curso de matemática discreta pode fazer o curso de algoritmos. Portanto, todos os cinco podem fazer um curso de algoritmos no próximo ano.”
 - (c) [Fácil] Todos os filmes produzidos por John Sayles são maravilhosos. John Sayles produziu um filme sobre mineiros de carvão. Portanto, existe um maravilhoso filme sobre mineiros de carvão.”
3. (Rosen 1.5.16) Para cada uma das afirmações determine se os argumentos são corretos ou não e explique por quê.
 - (a) [Fácil] Todos os matriculados na universidade viveram em um dormitório. Mia nunca viveu num dormitório. Portanto, Mia não está matriculada na universidade.
 - (b) [Fácil] Um carro conversível é divertido de se dirigir. O carro de Issac não é um conversível. Portanto, o carro de Isaac não é divertido de se dirigir.
 - (c) [Fácil] Quincy gosta de filmes de ação. Quincy gosta do filme *Eight Men Out*. Portanto, *Eight Men Out* é um filme de ação.
4. [Médio] (Rosen 1.6.7) Use uma prova direta para mostrar que todo inteiro ímpar é a diferença de dois quadrados.

5. [Fácil] (Rosen 1.6.8) Prove que se n é um quadrado perfeito, então $n + 2$ não é um quadrado perfeito.
6. [Fácil] (Rosen 1.6.11) Prove ou refute que o produto de dois números irracionais é irracional.
7. [Fácil] (Rosen 1.6.13) Prove que se x é irracional, então $\frac{1}{x}$ é irracional.
8. [Fácil] (Rosen 1.6.18) Prove que se n é um inteiro e $3n + 2$ é par, então n é par usando (a) prova por contraposição e (b) prova por contradição.
9. [Fácil] Mostre que $\min(a, b) \leq \text{med}(a, b) \leq \max(a, b)$.
10. [Médio] (Rosen 1.7.10) Mostre que o produto de dois dos números $65^{1000} - 8^{2001} + 3^{177}$, $79^{1212} - 9^{2399} + 2^{2001}$ e $24^{4493} - 5^{8192} + 7^{1777}$ é não negativo. Sua prova é construtiva ou não construtiva? (*Dica:* Não compute os números!)
11. [Fácil] (Rosen 1.7.27) Prove que não existe um número inteiro positivo n tal que $n^2 + n^3 = 100$.
12. [Difícil] Prove que entre dois números racionais existe um número infinito de números irracionais.