

LISTA DE EXERCÍCIOS 03

Assunto: Quantificação simples, quantificadores aninhados.

Data de entrega: 07/abril/2015

Observação. Os exercícios estão classificados em níveis de dificuldade: fácil, médio e difícil. Esta classificação, entretanto, é apenas indicativa. Pessoas diferentes podem discordar sobre o nível de dificuldade de um mesmo exercício. Não desanime ao ver um exercício difícil, você pode descobrir que ele é fácil, encontrando uma maneira de resolvê-lo mais simples do que a do professor!

1. [Médio] (Rosen 1.3.26) Traduza cada uma das afirmações abaixo em expressões lógicas de 3 maneiras diferentes, variando o domínio e utilizando predicados com uma e duas variáveis.
 - (a) Alguém na escola visitou o Uzbequistão.
 - (b) Todos na sala estudaram Cálculo e C++.
2. [Fácil] (Rosen 1.3.50) Mostre que $\forall x P(x) \vee \forall x Q(x)$ e $\forall x (P(x) \vee Q(x))$ não são logicamente equivalentes.
3. [Médio] (Rosen 1.3.59) Sejam $P(x)$, $Q(x)$ e $R(x)$ as proposições “ x é um professor”, “ x é ignorante”, e “ x é convencido”, respectivamente. Expresse cada uma das declarações utilizando quantificadores, conectivos lógicos, $P(x)$, $Q(x)$ e $R(x)$, onde o domínio consiste de todas as pessoas.
 - (a) Nenhum professor é ignorante.
 - (b) Todas as pessoas ignorantes são convencidas.
 - (c) Nenhum professor é convencido.
 - (d) É verdade que (c) segue de (a) e (b)?
4. (Rosen 1.4.10) Seja $F(x, y)$ a afirmação “ x pode enganar y ”, onde o domínio consiste de todas as pessoas no mundo. Utilize quantificadores para expressar cada uma das afirmações abaixo:
 - (a) [Fácil] Todos podem enganar Fred.
 - (b) [Fácil] Evelyn pode enganar todo mundo.
 - (c) [Fácil] Todos podem enganar alguém.
 - (d) [Fácil] Não há ninguém que possa enganar todos.
 - (e) [Fácil] Todos podem ser enganados por alguém.
 - (f) [Fácil] Ninguém pode enganar a ambos Fred e Jerry.
 - (g) [Difícil] Nancy pode enganar exatamente duas pessoas.
 - (h) [Difícil] Existe exatamente uma pessoa a quem todos podem enganar.
 - (i) [Fácil] Ninguém pode enganar a si mesmo.
 - (j) [Difícil] Existe alguém que pode enganar exatamente uma pessoa além dela mesma.
5. (Rosen 1.4.12) Seja $I(x)$ a afirmação “ x tem conexão de Internet” e $C(x, y)$ a afirmação “ x e y já conversaram pela Internet”, onde o domínio das variáveis x e y consiste de todos os estudantes na sua classe. Utilize quantificadores para expressar cada uma das afirmações.

- (a) [Fácil] Jerry não tem conexão com a Internet.
 - (b) [Fácil] Rachel não conversou com Chelsea pela Internet.
 - (c) [Fácil] Jan e Saron nunca conversaram pela Internet.
 - (d) [Fácil] Ninguém na sala conversou com Bob.
 - (e) [Fácil] Sanjay conversou com todos exceto por Joseph.
 - (f) [Fácil] Alguém na sala não tem conexão com a Internet.
 - (g) [Fácil] Nem todos na sala tem conexão de Internet.
 - (h) [Médio] Exatamente um estudante na sala tem conexão de Internet.
 - (i) [Médio] Todos exceto um estudante na sala tem conexão de internet.
 - (j) [Fácil] Todos na sala que possuem conexão de Internet já conversaram pela Internet com pelo menos outro estudante na sala.
6. (Rosen 1.4.32) Expresse a negação de cada afirmação de forma que todos sinais de negação precedam imediatamente os predicados.
- (a) [Fácil] $\exists z \forall y \forall x T(x, y, z)$
 - (b) [Fácil] $\exists x \exists y P(x, y) \wedge \forall x \forall y Q(x, y)$
 - (c) [Fácil] $\exists x \exists y (Q(x) \leftrightarrow Q(y, x))$
7. [Difícil] (Rosen 1.4.44) Utilize quantificadores e conectivos lógicos para expressar que um polinômio quadrático com coeficientes em \mathbb{R} tem no máximo duas raízes em \mathbb{R} .