LISTA 2 Solução numérica de equações não-lineares

1. Use o método de bissecção para determinar a raiz da equação

$$\sqrt{x}\sin x - x^3 + 2 = 0$$

no intervalo $[1\ \ 2]$ com um erro menor que $\frac{1}{30}$. (Se não quer fazer contas, pode fazer um programa computacional para resolver o problema)

2. Considere a equaçao $e^{-x} = x - 1$. Investigue se $g(x) = e^{-x} + 1$ pode ser útil para achar a solução. Ache-a.

3. Determine um intervalo e uma função para poder aplicar o método de ponto fixo para equação

$$4 - x - \tan(x) = 0$$

   (a) Determinar o número de iteradas necessarias para que o erro seja menor que 10^{-5}.

4. Considere a equação

$$x^3 + 2x^2 + 10x - 20 = 0$$

   (a) Demostre que tem uma única raiz positiva
   (b) Determine um intervalo onde seja possivel aplicar o método de Newton e determine as primeiras 3 iteradas do método.
   (c) Escreva o método Regula-Falsi para esta equacão e determine as primeiras 3 iteradas do método.

5. Encontre a raiz positiva da função

$$f(x) = \cos(x) - x^2,$$

pelo método de Newton inicializando-o com $x^{(0)} = 1$. Realize a iteração até obter precisão no quinto dígito significativo.

6. Considere a função dada por

$$g(x) = \ln(15 - \ln(x))$$

definida para $x \in (0, e^{15})$.

   (a) Use o teorema do ponto fixo para provar que se $x^{(0)}$ pertence ao intervalo $[0\ 3]$, então a sequência dada iterativamente por

$$x^{(n+1)} = g(x^{(n)}), \quad n \geqslant 0$$

   converge para o único ponto fixo x^* de g.
   (b) Obtenha numericamente o valor do ponto fixo x^*. Expresse a resposta com 5 algarismos significativos corretos.
   (c) Construa a iteração do método de Newton para encontrar x^*, explicitando a relação de recorrência e iniciando com $x_0 = 2$. Use o computador para obter a raiz e expresse a resposta com oito dígitos significativos corretos.

7. Escreva uma função que, tendo como dados de entrada uma função F, a derivada de F e um intervalo $[a\ \ b]$, utilice o método de Newton para obter aproximacões da solução do sistema $F(x) = 0$ neste intervalo e que tenha tambem como saida a aproximação da raiz com uma presição ε.

(a) Para cada uma das seguintes equaçoes encontre um intevalo $[a \;\; b]$ onde seja posivel utilizar o método de Newton e prove que está garantida a convergencia do método neste intervalo. Então teste seu programa para cada uma das equaçoes

$$x^5 + 3x^2 - x + 1 = 0,$$

$$e^{-x^2} = x,$$

$$-2 + 3x = e^{-x},$$

$$\cos(x) + 0.5x = 0,$$

(b) Tomando como aproximação inicial $(0, 1, 2)$, teste seu programa para o sistema não linear:

$$\begin{cases} e^x - 3 = 0 \\ 3y + 4z = 3 \\ 2x^2 + 2x + 2z = 1 \end{cases}$$