

## Complexidade da Árvore Binária

- Busca
  - Pior caso:  $O(n)$  - ocorre quando a árvore não está balanceada e é uma árvore linear, ou seja, cada nó tem apenas um filho.
  - Caso médio:  $O(\log n)$  - ocorre quando a árvore está balanceada.
- Inserção
  - Pior caso não balanceada:  $O(n)$
  - Pior caso balanceada:  $O(\log n)$
- Remoção
  - Pior caso não balanceada:  $O(n)$
  - Pior caso balanceada:  $O(\log n)$

## Altura da Árvore Binária

A complexidade de uma árvore binária depende da altura da árvore e do número de nós na árvore. Em uma árvore binária balanceada, a altura é  $O(\log n)$ , o que garante uma boa eficiência para as operações de busca, inserção e remoção. No entanto, em uma árvore binária não balanceada, a altura pode ser  $O(n)$ , o que leva a uma complexidade linear em algumas operações

---

## Complexidade da Árvore AVL

- Busca
  - $O(\log n)$
- Inserção
  - $O(\log n)$  - podem ser necessárias operações de rotação para balancear a árvore novamente.
- Remoção
  - $O(\log n)$  - podem ser necessárias operações de rotação para balancear a árvore novamente.

Árvore AVL é uma estrutura de dados muito eficiente para operações de busca, inserção e remoção. A complexidade das operações é garantida para ser  $O(\log n)$  no pior caso, o que é muito mais rápido do que a complexidade linear de uma árvore binária desbalanceada.

---

## Complexidade da Árvore Rubro-Negra

- Busca
  - $O(\log n)$
- Inserção
  - $O(\log n)$  - podem ser necessárias operações de rotação e reorganização de cores para balancear a árvore novamente.

- Remoção
    - $O(\log n)$  - podem ser necessárias operações de rotação e reorganização de cores para balancear a árvore novamente.
- 

### **Comparações entre árvores balanceadas: AVL x Rubro-Negra**

A árvore AVL e a árvore rubro-negra são ambas árvores binárias balanceadas que garantem que o desempenho das operações de busca, inserção e remoção seja  $O(\log n)$  no pior caso. No entanto, existem algumas diferenças importantes entre as duas estruturas de dados que podem afetar sua escolha ao implementar um sistema:

**Equilíbrio:** A árvore AVL é mais rígida em manter o equilíbrio. Ela garante que a diferença de altura entre a subárvore esquerda e a subárvore direita de cada nó seja no máximo 1. Isso significa que a árvore AVL é mais adequada para aplicações que envolvem muitas operações de leitura e poucas operações de gravação. A árvore rubro-negra, por outro lado, é menos rígida em manter o equilíbrio, o que significa que é mais adequada para aplicações que envolvem muitas operações de gravação e poucas operações de leitura.

**Complexidade:** Embora ambas as árvores tenham complexidade  $O(\log n)$ , a árvore rubro-negra é geralmente mais rápida em média do que a árvore AVL, pois é menos rígida em manter o equilíbrio. A árvore rubro-negra usa uma combinação de rotações e reorganizações de cores para manter o equilíbrio, enquanto a árvore AVL usa apenas rotações.

**Espaço:** A árvore AVL geralmente requer mais espaço para armazenar o fator de balanceamento de cada nó, que é usado para manter o equilíbrio. Por outro lado, a árvore rubro-negra usa apenas um bit por nó para armazenar a cor, que é usada para manter o equilíbrio. Isso significa que a árvore rubro-negra geralmente requer menos espaço de armazenamento do que a árvore AVL.

No geral, a escolha entre a árvore AVL e a árvore rubro-negra depende das características específicas da aplicação em questão. Se a aplicação envolve muitas operações de leitura e poucas operações de gravação, a árvore AVL pode ser a escolha mais adequada. Se a aplicação envolve muitas operações de gravação e poucas operações de leitura, a árvore rubro-negra pode ser a escolha mais adequada. Além disso, a escolha também pode depender de considerações de espaço de armazenamento e desempenho médio.

## **Propriedades da Árvore AVL**

As propriedades da árvore AVL são definidas para manter a árvore balanceada e garantir um desempenho eficiente em operações de busca, inserção e remoção. As principais propriedades da árvore AVL são as seguintes:

**Propriedade de balanceamento:** Para cada nó da árvore AVL, a diferença de altura entre as subárvores esquerda e direita é de no máximo 1. Ou seja, para cada nó, a altura da subárvore esquerda e a altura da subárvore direita diferem em no máximo 1.

**Propriedade de busca binária:** A árvore AVL é uma árvore de busca binária, o que significa que cada nó na subárvore esquerda é menor do que o nó pai e cada nó na subárvore direita é maior do que o nó pai.

**Propriedade de recursividade:** Cada subárvore de uma árvore AVL é também uma árvore AVL.

**Propriedade de otimização:** A árvore AVL é otimizada para minimizar a altura da árvore, o que leva a uma complexidade de operação mais eficiente.

Estas propriedades trabalham juntas para garantir que a árvore AVL seja balanceada e tenha um desempenho eficiente em operações de busca, inserção e remoção. Quando uma nova chave é inserida em uma árvore AVL, a árvore pode se tornar desbalanceada e violar a propriedade de balanceamento. Nesse caso, a árvore é reequilibrada por meio de rotações simples ou duplas, para restaurar a propriedade de balanceamento.

No geral, as propriedades da árvore AVL garantem que ela seja uma estrutura de dados muito eficiente e útil para muitos tipos de aplicações.

## **Propriedades da Árvore Rubro-Negra**

As propriedades da árvore rubro-negra foram definidas para garantir que a árvore seja balanceada e eficiente em operações de busca, inserção e remoção. As principais propriedades da árvore rubro-negra são as seguintes:

Propriedade de coloração: Cada nó na árvore rubro-negra é vermelho ou preto.

Propriedade de raiz preta: A raiz da árvore rubro-negra é sempre preta.

Propriedade de balanceamento: Para cada nó na árvore rubro-negra, o número de nós pretos em qualquer caminho da raiz para uma folha é o mesmo. Isso significa que todas as folhas têm a mesma profundidade.

Propriedade de busca binária: A árvore rubro-negra é uma árvore de busca binária, o que significa que cada nó na subárvore esquerda é menor do que o nó pai e cada nó na subárvore direita é maior do que o nó pai.

Essas propriedades trabalham juntas para garantir que a árvore rubro-negra seja balanceada e tenha um desempenho eficiente em operações de busca, inserção e remoção. Quando uma nova chave é inserida na árvore rubro-negra, a árvore pode se tornar desbalanceada e violar a propriedade de balanceamento. Nesse caso, a árvore é reequilibrada por meio de rotações e mudanças de cores, para restaurar a propriedade de balanceamento.

No geral, as propriedades da árvore rubro-negra garantem que ela seja uma estrutura de dados muito eficiente e útil para muitos tipos de aplicações, especialmente quando há muitas operações de gravação e poucas operações de leitura. Além disso, a árvore rubro-negra é mais flexível do que a árvore AVL em termos de equilíbrio, o que significa que é mais adequada para aplicações que exigem mais inserções e exclusões do que leituras.

## Árvore B

A árvore B é uma estrutura de dados de árvore balanceada que é frequentemente usada em bancos de dados e sistemas de arquivos. É uma árvore em que cada nó pode ter um número variável de filhos, com um número mínimo e máximo de chaves armazenadas em cada nó. Esses limites definem a ordem da árvore B.

As principais propriedades da árvore B são:

Cada nó da árvore pode ter um número variável de chaves armazenadas, mas há um limite inferior e superior para o número de chaves em cada nó. Esse limite é conhecido como a ordem da árvore B.

Todas as chaves em um nó são armazenadas em ordem crescente.

Cada nó, exceto a raiz e as folhas, tem pelo menos  $\lceil m/2 \rceil$  chaves, onde  $m$  é a ordem da árvore B.

A raiz da árvore pode ter no mínimo 1 chave e no máximo  $m-1$  chaves.

Todos os caminhos da raiz até as folhas têm a mesma profundidade.

Todas as folhas da árvore estão no mesmo nível.

Cada nó tem um ponteiro para seus filhos e para seus pais.

Essas propriedades trabalham juntas para garantir que a árvore B seja balanceada e tenha um desempenho eficiente em operações de busca, inserção e remoção. As operações de inserção e remoção na árvore B podem resultar em alterações na estrutura da árvore, como a divisão ou fusão de nós. A árvore B é capaz de lidar com essas mudanças de forma eficiente, mantendo sua estrutura balanceada.

No geral, a árvore B é uma estrutura de dados eficiente para armazenar grandes quantidades de dados que precisam ser organizados e recuperados rapidamente, como em bancos de dados e sistemas de arquivos.