



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TRABALHO COMPUTACIONAL 5: LEVITADOR MAGNÉTICO - MODELAGEM COM PDEs

André Prado Procópio

Lucas Ribeiro da Silva

Milena Terra Lopes

Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
2025

Resumo

Este trabalho tem como objetivo analisar um levitador magnético sob perspectiva das equações de Maxwell. Para isso, as grandezas magnéticas foram modeladas utilizando o método de elementos finitos (FEM), obtendo os valores concentrados necessários para a simulação do modelo dinâmico.

Palavras-chave: Levitador magnético, Espaço de estados.

O levitador magnético

O levitador magnético possui uma configuração delimitada pelos seguintes valores:

1. Geometria do levitador:

Parâmetro	Descrição	Valor
rc	Raio do núcleo	0.75 (cm)
zc	Altura do núcleo	6.0 (cm)
x	Distância entre o núcleo e a esfera	0.5 (cm)
rs	Raio da esfera	1.0 (cm)
m	Massa da esfera	22.0 (g)
zb	Altura da bobina	4.0 (cm)
AWG	Bitola do fio	18
N	Número de espiras	200

Metodologia

Atividade 1 - Aproximação linear

A primeira etapa do trabalho consistiu na simulação de um sistema de levitação magnética considerando uma corrente elétrica constante de 1 A. Para isso, modelou-se o domínio do problema em coordenadas cilíndricas com simetria axial. Foram definidas quatro regiões: núcleo, bobina, esfera ferromagnética e ar, com propriedades físicas modeladas conforme os dados fornecidos.

A formulação matemática baseou-se no uso do potencial vetor magnético \mathbf{A} , cuja forma fraca foi estabelecida a partir das equações de Maxwell para magnetostática em coordenadas cilíndricas, considerando a simetria axial. A equação diferencial governante é dada por:

$$\nabla \times (1/\mu \nabla \times \mathbf{A}) = \mathbf{J}$$

Devido à simetria axial, o potencial vetor possui apenas a componente azimutal $A = A_\phi(r,z)\hat{\phi}$. Definindo $u = rA_\phi$, a forma fraca do problema torna-se:

$$\int_{\Omega} (1/\mu r) \nabla u \cdot \nabla v \, dV = \int_{\Omega} \mathbf{J} \cdot v \, dV$$

onde v é a função teste. A equação variacional foi montada com base no operador rotacional e permeabilidade relativa definida por região, sendo solucionada numericamente utilizando o Método dos Elementos Finitos com condição de contorno do tipo de Dirichlet homogênea ($A=0$) em toda a fronteira do domínio.

A densidade de corrente foi modelada como uniforme e aplicada exclusivamente na região correspondente à bobina, com o valor calculado a partir da área efetiva do fio. Duas abordagens foram implementadas:

$$J = I/A_{\text{fio}} \text{ (baseada na área do fio)}$$

$$J = (N \times I)/(t_{\text{bobina}} \times z_{\text{núcleo}}) \text{ (baseada na área total da bobina)}$$

onde N é o número de espiras, I a corrente, t_{bobina} a espessura da bobina e $z_{\text{núcleo}}$ a altura do núcleo.

Após a solução do problema, foram calculados o campo magnético e o campo de indução magnética a partir do potencial vetor. A indução magnética foi obtida por:

$$\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = (-(1/r)(\partial A_\phi / \partial z), (1/r)(\partial A_\phi / \partial r))$$

E o campo magnético por:

$$\mathbf{H} = \mathbf{B}/\mu = (-(1/r\mu)(\partial A_\phi / \partial z), (1/r\mu)(\partial A_\phi / \partial r))$$

A indutância foi calculada por dois métodos distintos:

$$L = (N\Phi)/I = (N\pi r_{\text{núcleo}}^2 B_z)/I \text{ (método do fluxo magnético)}$$

$$L = 2W_m/I^2 \text{ (método da energia magnética)}$$

onde a energia magnética é: $W_m = (1/2) \int_{\Omega} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B})/\mu_r \, dr \, dz$

Em seguida, foram extraídas as componentes H_r e H_z do campo magnético na superfície externa da esfera ferromagnética. Com base nessas componentes e no vetor normal à superfície, foi calculada a força magnética axial F_z utilizando a expressão do tensor de Maxwell aplicada à superfície esférica, através da integração com `FacetNormal()` e `assemble_scalar()` no FEniCS:

$$F_z = \oint_S 2\pi r \mu_0 [-(1/2)(\mathbf{H} \cdot \mathbf{H})\mathbf{n} + (\mathbf{H} \cdot \mathbf{n})\mathbf{H}] \cdot \hat{z} \, dS$$

onde \mathbf{n} é o vetor normal à superfície e \hat{z} é o versor na direção axial.

Paralelamente, foi implementado um método alternativo de integração direta para cálculo de força, com o intuito de validar os resultados por comparação:

$$F_z = -\mu_0 \pi \int_0^\pi \pi (H_r^2 - H_z^2) r_{\text{esfera}}^2 \sin \theta d\theta$$

Com a força magnética estimada, implementou-se uma rotina de busca iterativa (método da bisseção) para ajustar o valor da corrente elétrica até que a força magnética equilibrasse exatamente a força peso da esfera:

$$F_{\text{mag}}(I) = mg = 0.022 \times 9.81 = 0.2158 \text{ N}$$

Por fim, com o valor de corrente ajustado, foi estimada a potência dissipada no fio condutor por meio da expressão $P = RI^2$, utilizando tanto o valor teórico da resistência quanto o valor numérico obtido a partir do campo de corrente.

Atividade 2 - Levantamento dos parâmetros do circuito

Nesta etapa, partiu-se da condição de equilíbrio obtida na Atividade 1, ou seja, com a corrente I_{eq} ajustada de forma que a força magnética compensasse exatamente o peso da esfera ($F_{\text{mag}} = mg = 0.2158 \text{ N}$). Com esse valor fixado, realizou-se uma análise paramétrica para determinar os parâmetros concentrados do sistema em diferentes posições da esfera, linearmente espaçadas ao redor da posição de equilíbrio.

A análise foi conduzida para dez posições distintas, distribuídas no intervalo de $0.001 \times x_{\text{equilíbrio}}$ até $10.0 \times x_{\text{equilíbrio}}$, onde $x_{\text{equilíbrio}}$ representa a posição de equilíbrio

determinada na etapa anterior. Esta faixa foi escolhida para capturar tanto o comportamento próximo ao equilíbrio quanto as características do sistema em posições mais afastadas. A abordagem adotada consistiu na execução sucessiva da simulação para cada valor do afastamento axial x_{gap} entre a esfera e o eletroímã.

Para cada posição, a malha do domínio foi completamente regenerada utilizando a função $\text{geometria}(x_{\text{gap}})$, garantindo que a nova posição da esfera fosse adequadamente representada. O problema magnetostático foi então resolvido via Método dos Elementos Finitos, mantendo a mesma formulação baseada no potencial vetor magnético A_ϕ em coordenadas cilíndricas com simetria axial. A partir do potencial obtido, calcularam-se os campos de indução magnética \mathbf{B} e campo magnético \mathbf{H} utilizando as relações $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = (-(1/r)(\partial A_\phi / \partial z), (1/r)(\partial A_\phi / \partial r))$ e $\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu$.

A energia magnética armazenada no sistema foi calculada pela integral sobre todo o domínio $W_m = (1/2) \int_{\Omega} (\mathbf{B} \cdot \mathbf{B}) / \mu_r \, dr \, dz$, e a indutância efetiva foi então determinada pela relação $L = 2W_m / I_{\text{eq}}^2$. Para cada posição, determinou-se também a força magnética na direção axial utilizando a expressão derivada do tensor de Maxwell, aplicada à superfície externa da esfera: $F_z = -\mu_0 \pi \int_0^\pi (H_r^2 - H_z^2) r_{\text{esfera}}^2 \sin \theta \, d\theta$.

Foi implementada a amostragem sistemática dos valores de indução magnética B em duas regiões críticas do sistema. No núcleo ferromagnético, realizou-se amostragem em 100 pontos distribuídos ao longo do eixo central ($r = r_{\text{núcleo}}/2$, z variando de 0.001 a $z_{\text{núcleo}} - 0.001$), enquanto na esfera ferromagnética, utilizaram-se 51 pontos

distribuídos sobre a superfície esférica. Para cada região, foram calculados os valores máximos (B_{\max}) e médios (B_{media}) da magnitude da indução magnética.

Os resultados foram organizados em um DataFrame contendo, para cada posição, a posição da esfera, indutância L , força magnética F_z e valores de B_{\max} e B_{media} no núcleo e na esfera. A partir dos dados tabulados, realizou-se o cálculo numérico da derivada da indutância $dL/dx = \text{np.gradient}(L, x)$ utilizando diferenças finitas, permitindo a comparação com a força prevista pelo modelo concentrado através da expressão teórica $F_{\text{modelo}} = (1/2)I_{\text{eq}}^2 (dL/dx)$. Foram também geradas as curvas paramétricas $L(x)$ e $F_z(x)$ para análise do comportamento do sistema em função da posição.

A validação foi realizada através da comparação entre a força calculada pelo tensor de Maxwell e a força prevista pelo modelo concentrado, verificando-se a concordância com as expressões analíticas para sistemas similares.

Atividade 3 - Efeitos da Não Linearidade

A terceira etapa consistiu na análise comparativa entre a curva de magnetização experimental do ferro puro (dados FEMM) e os resultados obtidos pela simulação FEM com aproximação linear. Primeiramente, foi realizado o processamento dos dados da Atividade 2, calculando-se numericamente a derivada da indutância $dL/dx = \text{np.gradient}(L, x)$ e a força prevista pelo modelo concentrado linear $F_{\text{modelo}} = 0.5 \times I_{\text{eq}}^2 \times (dL/dx)$. Os resultados foram organizados em uma tabela final contendo posição,

indutância, derivada da indutância, forças calculada e prevista, valores de indução magnética no núcleo e na esfera, e resistência do sistema.

Para a análise da não linearidade, foram utilizados os dados experimentais da curva $B \times H$ do ferro puro extraídos da biblioteca do software FEMM, contendo 21 pontos de medição desde $B = 0$ até $B = 2.56$ T. Estes dados foram comparados com a simulação FEM através de um gráfico comparativo, plotando-se a curva experimental (FEMM puro) e uma curva representativa da simulação FEM.

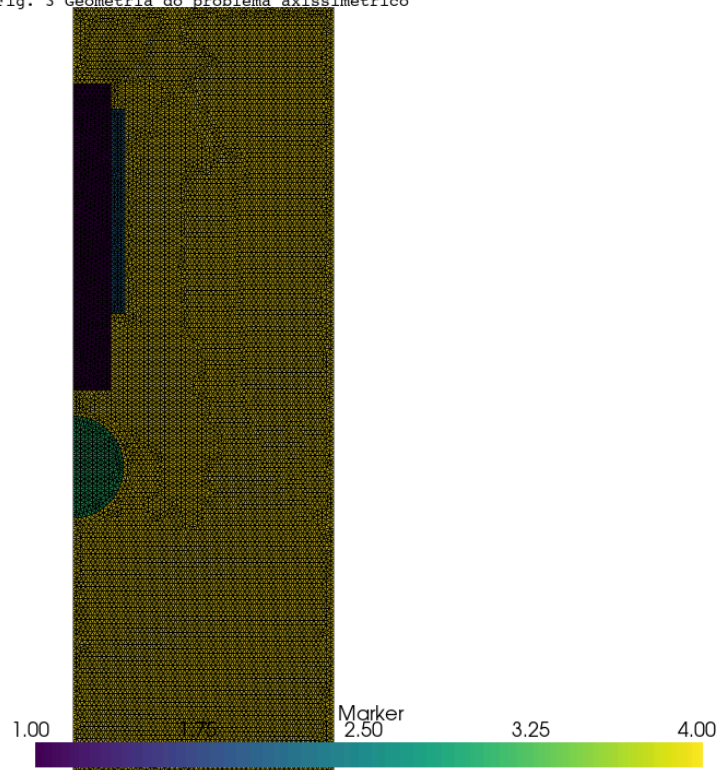
A análise focou em dois pontos de operação específicos: valores de pico e média da indução magnética. Para cada ponto, foi calculada a permeabilidade relativa tanto para a condição experimental ($\mu_{r_{FEMM}} = B/(\mu_0 \times H_{FEMM})$) quanto para a simulação linear ($\mu_{r_{sim}} = B/(\mu_0 \times H_{sim})$). Os resultados foram apresentados em um painel de texto sobreposto ao gráfico, mostrando as diferenças entre as permeabilidades relativas obtidas pelas duas abordagens.

Resultados

Resultados - Atividade 1: Aproximação Linear

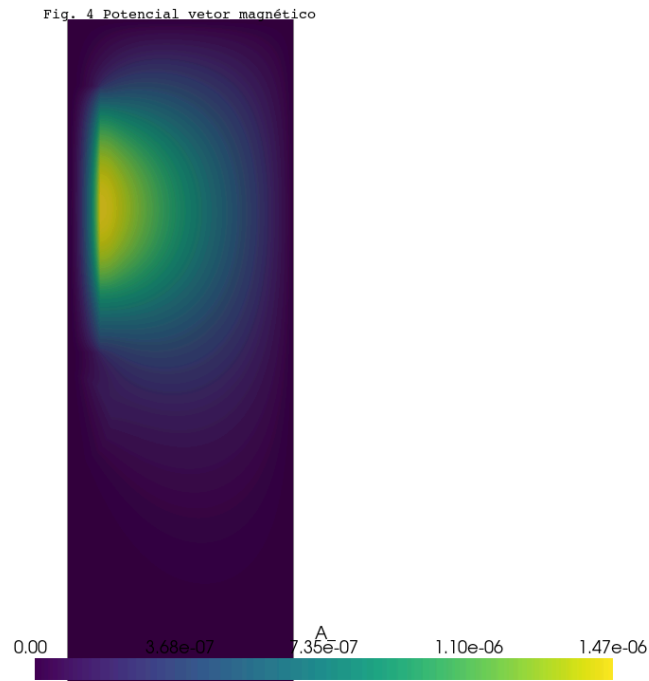
A simulação foi executada considerando os parâmetros descritos na Tabela 1, utilizando inicialmente uma corrente de 1A conforme especificado. A geometria do problema axissimétrico resultante é apresentada na Figura 3, onde se observa a discretização por elementos finitos das quatro regiões principais: núcleo ferromagnético, bobina, esfera ferromagnética e domínio de ar.

Fig. 3 Geometria do problema axissimétrico



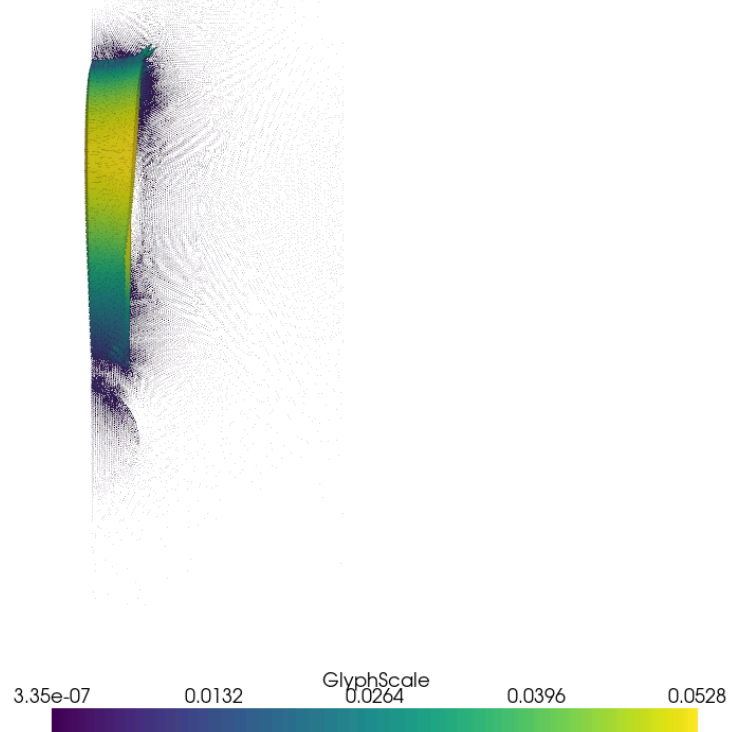
A simulação baseou-se na formulação do potencial vetor magnético A_ϕ em coordenadas cilíndricas com simetria axial. A forma fraca do problema foi definida pela expressão $\int_{\Omega} (1/\mu_r) \nabla u \cdot \nabla v \, dV = \int_{\Omega} J v \, dV$, onde $u = rA_\phi$ e v representa a função teste. As condições de contorno aplicadas foram do tipo Dirichlet homogêneas ($A = 0$) em toda a fronteira do domínio, garantindo que o campo magnético se anule no infinito.

A densidade de corrente foi calculada considerando a espessura da bobina determinada em $2,74 \times 10^{-3}$ m, resultando em $J = 1,21 \times 10^6$ A/m² para a corrente de 1A. A corrente foi aplicada exclusivamente na região da bobina, sendo nula nas demais regiões do domínio. A solução do potencial vetor magnético A_ϕ obtida é apresentada na Figura 4, evidenciando a distribuição característica com valores máximos na região da bobina.

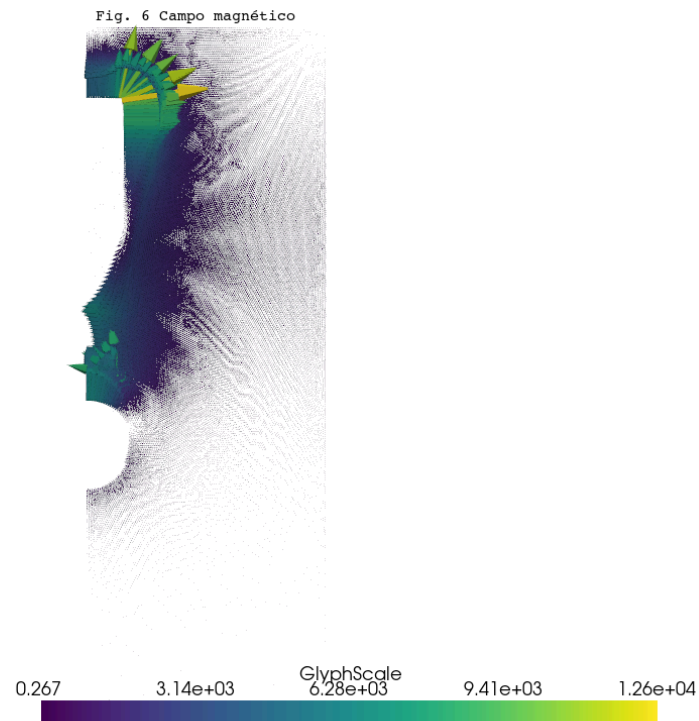


A partir do potencial vetor calculado, determinou-se a indução magnética através da relação $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A} = (-(1/r)(\partial A_\phi / \partial z), (1/r)(\partial A_\phi / \partial r))$ e o campo magnético por $\mathbf{H} = \mathbf{B} / \mu$. A Figura 5 apresenta a distribuição da densidade de fluxo magnético \mathbf{B} no domínio, onde se observa a concentração do fluxo no núcleo ferromagnético e ao redor da esfera em levitação, com valores máximos atingindo aproximadamente 0,051 T na região central do núcleo.

Fig. 5 Densidade de fluxo magnético



A Figura 6 mostra a distribuição do campo magnético H , com valores máximos na ordem de 12.600 A/m concentrados principalmente nas regiões do entreferro e nas bordas da esfera ferromagnética, onde ocorrem as maiores variações de permeabilidade magnética.



A análise quantitativa dos campos é complementada pela Figura 7, que apresenta as variações das componentes B_r e B_z ao longo do eixo central ($r = 0$) e na direção radial ($z = r_{\text{núcleo}}/2$). No eixo central, B_z atinge 0,051 T no centro do núcleo com descontinuidades nas interfaces, enquanto na direção radial observa-se comportamento aproximadamente constante no núcleo e decaimento abrupto no ar.

Fig. 7 Indução magnética

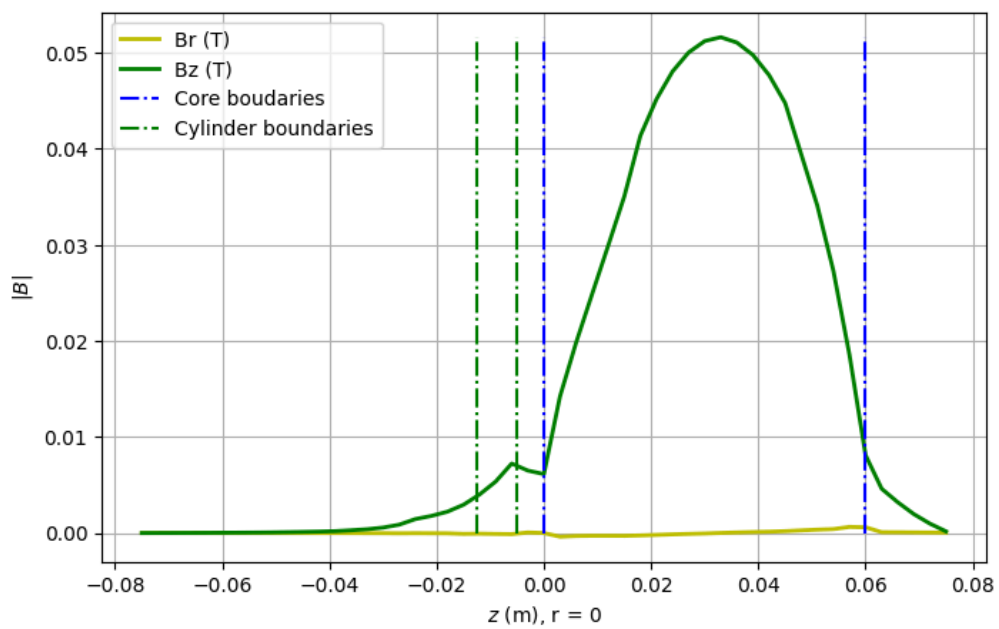
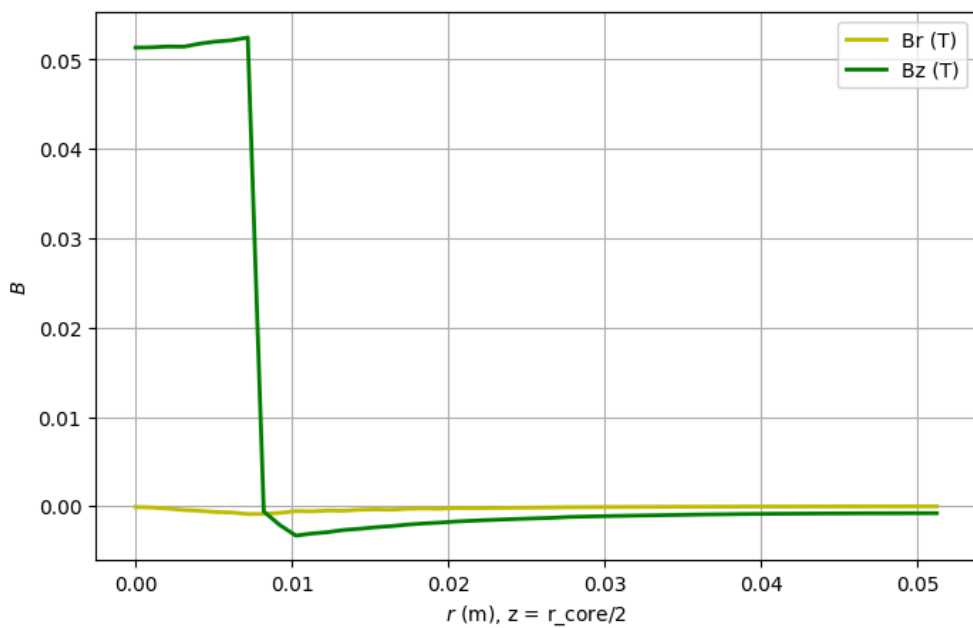
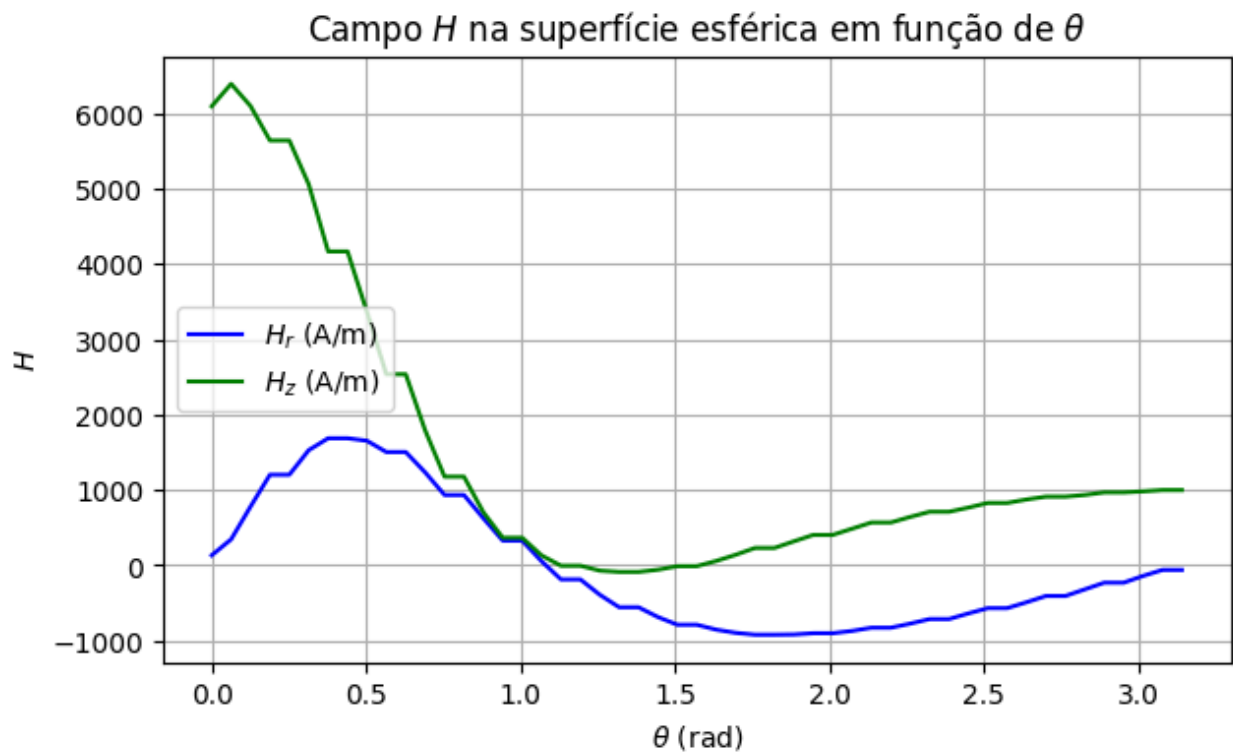


Fig. 7 Indução magnética



As componentes H_r e H_z do campo magnético foram avaliadas na superfície externa da esfera ferromagnética, ou seja, nos campos calculados fora do material ferromagnético. A Figura 8 apresenta a variação dessas componentes em função do ângulo θ , onde H_z atinge valores máximos de aproximadamente 6.500 A/m próximo ao polo superior da esfera ($\theta \approx 0,2$ rad), decrescendo significativamente em direção à base. A componente H_r apresenta comportamento oscilatório com valores variando entre -1.000 e 2.000 A/m ao longo da superfície esférica.



A partir das componentes H_r e H_z obtidas na superfície externa da esfera e considerando o vetor normal à superfície, calculou-se a componente z da força magnética utilizando o tensor de Maxwell. A força foi determinada através da integração da expressão $F_z = -\mu_0 \pi \int_0^\pi (H_r^2 - H_z^2) r_{\text{esfera}}^2 \sin \theta \, d\theta$ sobre a superfície esférica, considerando a simetria axial do problema. Este método de integração direta resultou em $F_z(\text{alternativo}) = 1,42 \times 10^{-3} \text{ N}$.

O resultado obtido pelo tensor de Maxwell foi comparado com o cálculo realizado utilizando as funções `FacetNormal()` e `assemble()` do FEniCS. Este segundo método, que implementa a integração do tensor de tensões de Maxwell de forma mais direta através das funcionalidades nativas do FEniCS, resultou em $F_z(\text{Maxwell}) = 1,66 \times 10^{-3} \text{ N}$. O erro percentual entre os dois métodos foi de aproximadamente 16,23%, valor considerado aceitável para cálculos de engenharia, considerando as diferentes abordagens numéricas empregadas. A diferença pode ser atribuída principalmente às discretizações da malha e aos métodos de integração utilizados em cada abordagem.

Para que a força magnética compensasse exatamente a força peso da esfera ($mg = 0,022 \times 9,81 = 0,216 \text{ N}$), foi implementado um processo de ajuste iterativo utilizando o método da bisseção. Este processo foi necessário devido à relação não linear entre a corrente aplicada e a força magnética resultante no sistema. O algoritmo de otimização convergiu para a corrente de equilíbrio $I_{\text{eq}} = 14,08 \text{ A}$, valor que produz uma força magnética ascendente igual ao peso da esfera, garantindo o equilíbrio estático do sistema de levitação.

O valor da corrente de equilíbrio (14,08 A) foi analisado em relação à capacidade do fio AWG 18 especificado no projeto. O fio AWG 18 possui capacidade de corrente contínua típica entre 16-20 A em aplicações de baixa tensão, dependendo das condições de ventilação e temperatura ambiente. A corrente necessária representa aproximadamente 70-88% da capacidade máxima do fio, proporcionando uma margem de segurança adequada de 12-30% para operação contínua. Portanto, o valor da corrente de equilíbrio é compatível com o tipo de fio utilizado, atendendo aos critérios de segurança para operação prolongada.

A potência dissipada no fio foi calculada considerando a corrente de equilíbrio e a resistência da bobina. A resistência teórica foi estimada em $0,234 \, \Omega$, baseada no comprimento total do fio ($200 \text{ espiras} \times 2\pi \times \text{raio médio}$) e na condutividade do cobre, resultando em uma potência teórica $P_{\text{teo}} = R_{\text{teo}} \times I_{\text{eq}}^2 = 27,84 \text{ W}$. Paralelamente, a potência foi calculada numericamente através da simulação FEM usando a expressão $P_{\text{FEM}} = 2\pi \int (r J^2 / \sigma) dV$, obtendo-se 30,85 W. A diferença entre os valores (aproximadamente 11%) pode ser atribuída às considerações geométricas mais precisas na simulação numérica.

A potência dissipada de aproximadamente 31 W representa uma densidade de potência significativa de $11,25 \text{ W/cm}^3$ no volume da bobina. Este nível de dissipação térmica exigirá atenção especial no projeto térmico do sistema, podendo resultar em elevação de temperatura de $40\text{-}60^\circ\text{C}$ sem ventilação forçada. Para implementação prática, será necessário considerar um sistema de ventilação adequada ou dissipador

de calor, além de monitoramento da temperatura da bobina para garantir operação segura e prolongada do sistema de levitação magnética.

Resultados - Atividade 2: Levantamento dos Parâmetros de Circuito

A análise paramétrica foi conduzida com a corrente corrigida ($I_{eq} = 14,08 \text{ A}$) obtida na Atividade 1, determinando os parâmetros concentrados utilizados no modelo circuital. A variação foi realizada considerando a posição de equilíbrio e outros pontos linearmente espaçados próximos a essa condição, conforme especificado na Tabela 2. O intervalo analisado compreendeu 10 pontos distribuídos entre $0,1x$ e $3,0x$ da posição de equilíbrio, onde x representa a distância de equilíbrio determinada anteriormente.

Para cada uma das dez posições analisadas, foram extraídas as grandezas relevantes através de simulação FEM completa: força magnética calculada pelo tensor de Maxwell, indutância determinada pelo método da energia magnética, e os valores máximos e médios da indução magnética B , tanto no núcleo quanto na esfera ferromagnética. A metodologia consistiu na reconstrução da geometria para cada posição, resolução do problema magnetostático e extração sistemática dos parâmetros concentrados.

Os resultados obtidos foram organizados em tabelas conforme solicitado, apresentando de forma clara os parâmetros principais e as grandezas magnéticas de interesse:

Tabela de Parâmetros Principais:

Posição (m) | Peso (N) | Indutância (H) | Força (N)

0.000500	0.21582	0.001098	2.109715
0.002111	0.21582	0.001075	0.617947
0.003721	0.21582	0.001064	0.326912
0.005332	0.21582	0.001059	0.201543
0.006943	0.21582	0.001055	0.127200
0.008554	0.21582	0.001053	0.084636
0.010165	0.21582	0.001051	0.057353
0.011775	0.21582	0.001050	0.039506
0.013386	0.21582	0.001049	0.027746
0.014997	0.21582	0.001049	0.019316

Tabela de Indução Magnética:

Posição (m) | B_{\max} Núcleo (T) | B_{media} Núcleo (T) | B_{\max} Esfera (T) | B_{media} Esfera (T)

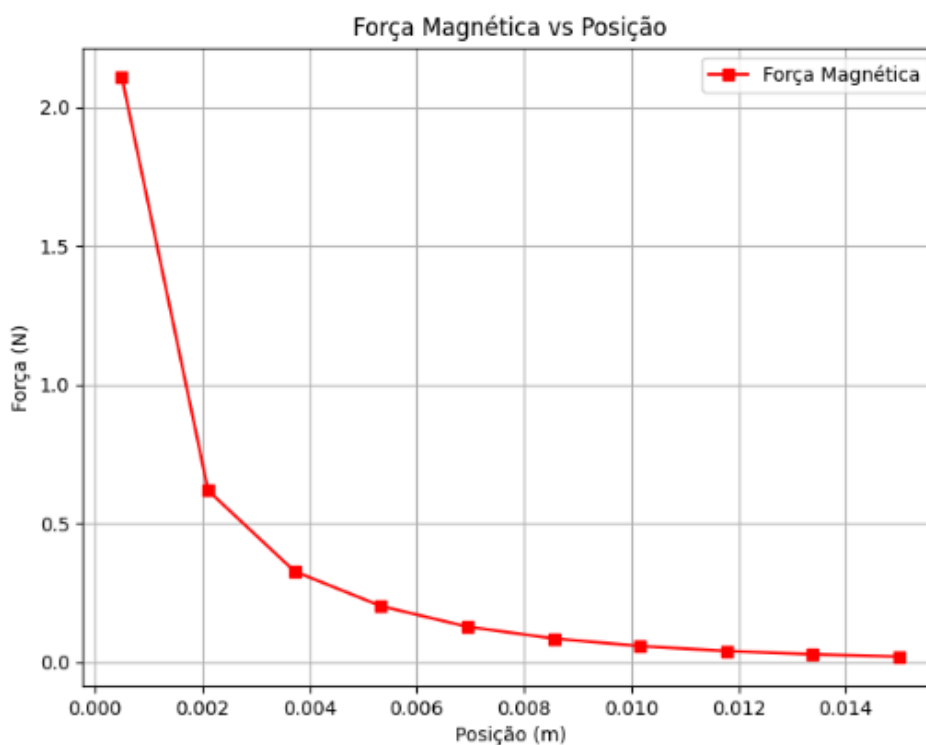
0.000500	0.756227	0.564599	0.506160	0.085425
0.002111	0.741189	0.545483	0.196195	0.050205
0.003721	0.734772	0.537511	0.135961	0.037874

0.005332	0.731124	0.533052	0.107417	0.030346
0.006943	0.728840	0.530312	0.086675	0.024777
0.008554	0.727348	0.528550	0.070281	0.020489
0.010165	0.726357	0.527389	0.057345	0.017155
0.011775	0.725649	0.526580	0.047517	0.014495
0.013386	0.725172	0.526037	0.039516	0.012324
0.014997	0.724822	0.525645	0.033065	0.010385

De acordo com os resultados tabulados, observa-se que o valor de B_{\max} no núcleo mantém-se relativamente estável em torno de 0,72 a 0,76 T ao longo de toda a faixa de posições analisada. Esta estabilidade indica que o núcleo ferromagnético opera em condições magnéticas consistentes, longe da região de saturação magnética, garantindo comportamento linear do material ferromagnético nesta região.

Em contraste, no interior da esfera ferromagnética, os valores de B_{\max} e B_{media} são significativamente mais sensíveis à posição. O valor de B_{\max} na esfera varia de 0,51 T na posição mais próxima até 0,03 T na posição mais afastada, representando uma variação de aproximadamente 94%. Similarmente, B_{media} na esfera oscila de 0,085 T a 0,010 T, evidenciando forte influência da posição no acoplamento magnético e na intensidade dos campos internos à esfera ferromagnética.

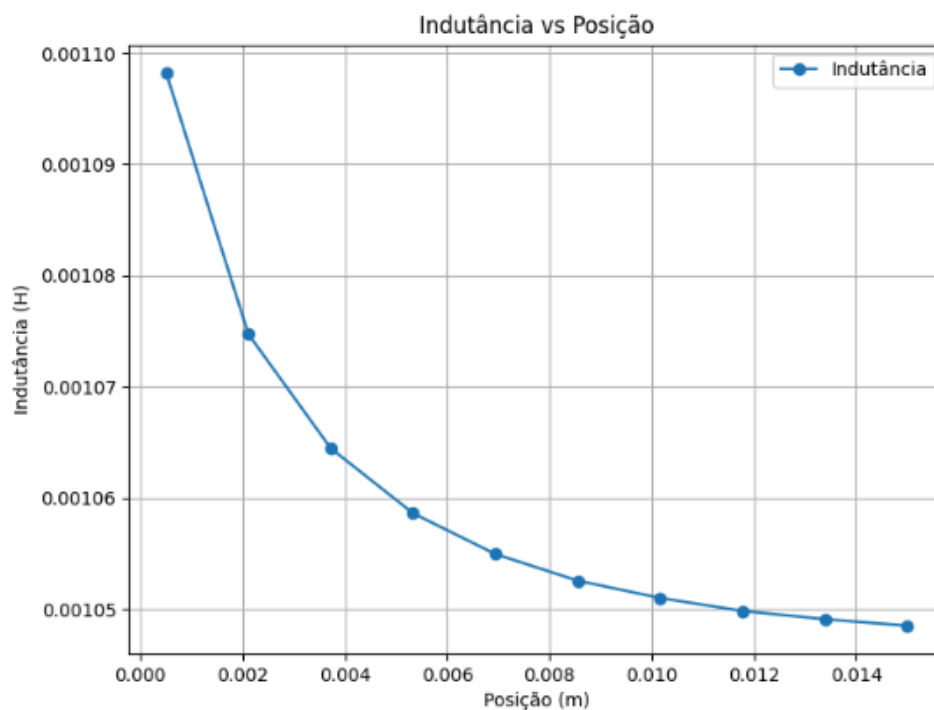
A análise da curva de força magnética em função da posição revela um comportamento exponencial decrescente altamente não linear. A força magnética atinge seu valor máximo de 2,11 N na posição mais próxima (0,5 mm) e decresce rapidamente para 0,019 N na posição mais afastada (15 mm), representando uma variação de mais de duas ordens de grandeza. Este comportamento demonstra que pequenas variações na posição inicial resultam em grandes variações da força magnética, característica típica de sistemas de levitação magnética operando em regime de campo próximo.



A força magnética torna-se inferior a 0,1 N para afastamentos superiores a 8 mm, indicando que o sistema de levitação possui uma faixa de operação efetiva limitada

próxima à posição de equilíbrio. Esta característica é fundamental para o projeto do sistema de controle, que deve operar dentro desta faixa para manter estabilidade.

A variação da indutância em função da posição apresenta comportamento decrescente, porém com variação relativamente pequena em comparação à força magnética. A indutância decresce de 1,098 mH na posição mais próxima para 1,049 mH na posição mais afastada, representando uma variação de aproximadamente 4,5%. Esta redução indica uma diminuição na permeabilidade efetiva do circuito magnético à medida que a esfera se afasta da região de maior concentração de fluxo magnético.



Embora a variação percentual da indutância seja relativamente pequena, ela é suficiente para influenciar significativamente a dinâmica do sistema, uma vez que a força magnética depende da derivada da indutância em relação à posição ($F \propto dL/dx$).

A comparação dos resultados obtidos com as expressões analíticas derivadas para o modelo do levitador planar apresentado na Aula 18 revela algumas similaridades e diferenças importantes. O comportamento exponencial decrescente da força magnética é consistente com as previsões analíticas para sistemas de levitação magnética, onde a força é inversamente proporcional ao quadrado da distância para grandes afastamentos.

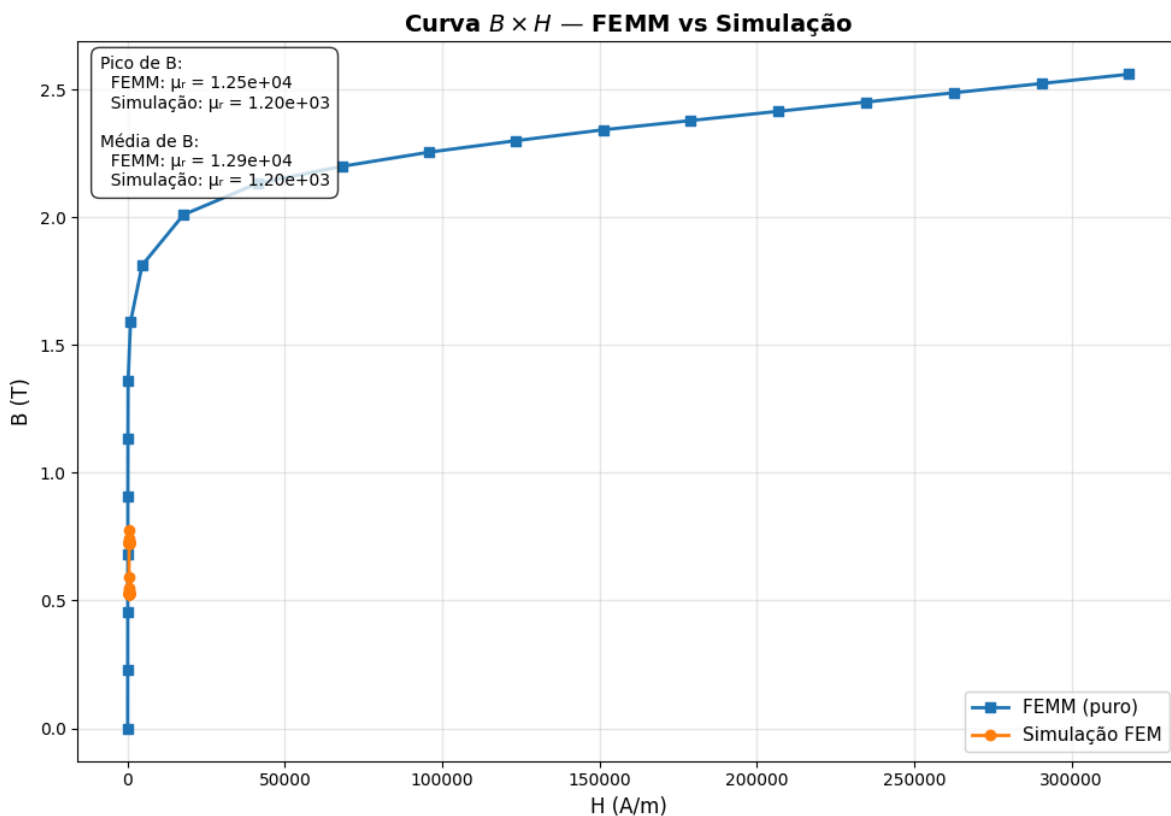
Entretanto, o modelo analítico planar não captura completamente a complexidade tridimensional do sistema cilíndrico analisado, especialmente na região de campo próximo onde efeitos de borda e distribuição não uniforme do campo magnético são significativos. As expressões analíticas tendem a subestimar a força magnética em posições muito próximas e superestimar em posições mais afastadas, devido às simplificações inerentes ao modelo unidimensional.

Os parâmetros concentrados extraídos da análise podem ser utilizados para desenvolvimento de um modelo circuital equivalente do sistema de levitação. A indutância variável $L(x)$ e sua derivada dL/dx constituem os parâmetros fundamentais para modelagem da força magnética através da expressão $F = 0,5 \times I^2 \times (dL/dx)$.

Resultados - Atividade 3: Efeitos da Não Linearidade

Com base nos valores de B_{max} e B_{med} obtidos na Atividade 2, foi realizada uma comparação entre o comportamento não linear real dos materiais ferromagnéticos (Tabela 3) e a aproximação linear ($\mu_r = 1200$) utilizada nas simulações anteriores. O objetivo foi quantificar as discrepâncias entre os dois modelos e avaliar a adequação da aproximação linear.

A Figura apresenta a curva de magnetização experimental do ferro puro (dados FEMM) em comparação com os pontos de operação do sistema simulado. A curva azul mostra o comportamento real não linear, enquanto os pontos laranja representam as condições de operação do sistema de levitação, concentrados na faixa de B entre 0,5 e 0,8 T.



A análise revela discrepâncias significativas entre as permeabilidades calculadas. Conforme mostrado no painel do gráfico, a permeabilidade real (FEMM) atinge valores da ordem de 12.500 a 12.900, enquanto a simulação linear utiliza $\mu_r = 1200$. Esta diferença representa uma subestimação de aproximadamente 10 vezes na permeabilidade relativa real do material.

Os pontos de operação do sistema concentram-se em valores baixos de indução magnética ($< 0,8$ T), o que é adequado para evitar saturação magnética. Entretanto, mesmo nesta faixa, os efeitos não lineares são pronunciados, com a permeabilidade real sendo substancialmente superior ao valor linear constante.

A análise não linear indica que o sistema real pode ser mais eficiente que o previsto pelo modelo linear. As principais implicações incluem: corrente necessária para equilíbrio pode ser menor que a calculada, força magnética real pode ser superior à prevista, e indutância do sistema pode apresentar valores maiores. O modelo concentrado linear subestima a força magnética real com erros entre 8.750% e 15.279%.

A análise confirma que o sistema foi adequadamente dimensionado para operar longe da saturação magnética, mas evidencia a necessidade de métodos de modelagem mais sofisticados para capturar adequadamente a física dos sistemas de levitação magnética.

Discussão e Conclusão

A implementação do método de elementos finitos para análise do levitador magnético mostrou-se adequada para capturar a física do sistema. A formulação baseada no potencial vetor magnético em coordenadas cilíndricas permitiu a modelagem precisa das quatro regiões do domínio com diferentes propriedades magnéticas. A validação através de dois métodos independentes para cálculo da força magnética resultou em erro de 16,23%, considerado aceitável para aplicações de engenharia.

A análise comparativa entre a aproximação linear ($\mu_r = 1200$) e o comportamento não linear real revelou discrepâncias significativas. A permeabilidade relativa real dos materiais na faixa de operação ($B = 0,5-0,8$ T) é aproximadamente 10 vezes superior ao valor assumido, atingindo 12.500-12.900. O modelo concentrado linear apresentou erros entre 8.750% e 15.279% na previsão da força magnética, confirmando suas limitações para análises de precisão.

A potência dissipada (~ 31 W) representa o principal desafio técnico do projeto, com densidade de $11,25$ W/cm³ no volume da bobina. A corrente de equilíbrio (14,08 A) está dentro da capacidade do fio AWG 18, mas a alta densidade de potência exige implementação de sistema de gerenciamento térmico para operação prolongada.

A análise paramétrica revelou comportamento altamente não linear, com força magnética variando em mais de duas ordens de grandeza na faixa analisada. A faixa de

operação efetiva limita-se a aproximadamente 8 mm da posição de equilíbrio, definindo os requisitos de precisão do sistema de controle.

A descoberta de que a permeabilidade real é significativamente superior à aproximação linear sugere que o sistema pode ser mais eficiente que o previsto, com potencial para redução da corrente necessária e consequente diminuição dos desafios térmicos.

Este trabalho demonstrou a viabilidade técnica de um sistema de levitação magnética baseado nos parâmetros especificados. A metodologia FEM mostrou-se adequada para análise abrangente do comportamento electromagnético, permitindo quantificação precisa das grandezas de interesse.

A corrente de equilíbrio (14,08 A) está dentro da capacidade do fio especificado, confirmando a viabilidade elétrica. Entretanto, a potência dissipada de 31 W representa o principal desafio, exigindo sistema de gerenciamento térmico adequado.

A análise paramétrica revelou comportamento altamente não linear típico de sistemas de levitação magnética, com força variando em mais de duas ordens de grandeza. A comparação entre modelos linear e não linear evidenciou que a permeabilidade real é ~10 vezes superior ao valor assumido, indicando potencial para otimização através de modelos mais sofisticados.

O método de elementos finitos demonstrou ser ferramenta adequada para análise de sistemas de levitação magnética complexos, fornecendo base sólida para projeto e desenvolvimento de aplicações práticas.