



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TRABALHO COMPUTACIONAL 2: ALTO-FALANTE

André Prado Procópio

Lucas Ribeiro da Silva

Milena Terra Lopes

Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
2025

Resumo

Este trabalho tem como objetivo a modelagem de um alto-falante. Para isso, foram realizadas simulações do sistema em diferentes cenários: um com modelo linear e outro com inclusão de não linearidades para BI. Além disso, o trabalho busca explorar a análise temporal e espectral da saída do sistema. Foram utilizadas representações em espaço de estados para os diferentes cenários simulados.

Palavras-chave: Alto-falante, modelo linear, modelo não linear.

O alto-falante

O alto-falante possui uma configuração inicial delimitada pelos seguintes valores:

1. Parâmetros do modelo linear:

Parâmetro	Valor
m	14.35e-3 (Kg)
b	0.786 (kg/s)
k	1852 (N/m)
Bl	4.95 (N/A)
L	266e-6 (H)
R	3.3 (Ω)

2. Condições iniciais:

Parâmetro	Valor
i_0	0.0 (A)
x_0	0.0 (m)
v_0	0.0 (m/s)

Metodologia

Atividade 1 - Explorando o modelo linear

Para explorar o modelo linear, foi utilizado um arquivo de áudio no formato .wav, com duração de 10 segundos e tensão limitada a $V_{in} < 2,0$ V. O sinal de entrada foi analisado no domínio do tempo e da frequência, a partir do código de simulação disponibilizado no material da disciplina. Para isso, foram extraídas a forma de onda $V_{in}(t)$ e sua transformada de Fourier $V_{in}(j\omega)$, permitindo a observação do conteúdo espectral do sinal. Com base nesse sinal, foi simulada a resposta do alto-falante, considerando o vetor de estado $x = [i, x, v]^T$ e os parâmetros: massa (m), constante de amortecimento (b), constante elástica (k), fator de força Bl, resistência R e indutância L. As equações são as seguintes:

$$\frac{di}{dt} = - \frac{R}{L} \cdot i - \frac{Bl}{L} \cdot v + \frac{u}{L}$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = \frac{Bl}{m} \cdot i - \frac{k}{m} \cdot x - \frac{b}{m} \cdot v$$

Para a simulação do sistema, utilizou-se o método de Runge-Kutta, através da função `solve_ivp` da biblioteca Scipy, resultando nos gráficos de corrente $i(t)$, deslocamento $x(t)$, aceleração $\ddot{x}(t)$ e sua transformada de Fourier $\ddot{x}(j\omega)$. A aceleração foi comparada ao sinal de entrada, no domínio do tempo e da frequência. Por fim, a aceleração foi salva como arquivo de áudio para fins de comparação e os resultados foram plotados em escala logarítmica para melhor visualização.

Atividade 2 - Criando um modelo não linear para o alto-falante

Para avaliar o comportamento do modelo em moldes mais parecidos com o mundo real, assumimos que o fator de força Bl pode ser escrito em função da distância de sua posição de repouso, assumida como $x = 0$.

Para isso, assumiu-se que para $|x| \leq x_1$ o fator de força é constante e igual ao modelo linear. Para $|x| \geq x_2$ os valores são nulos. No intervalo $x_1 \leq |x| \leq x_2$ o parâmetro assume um decaimento polinomial de grau 2. Além disso, definiremos x_1 e x_2 como 75% e 150% da excursão máxima da posição do cone no modelo linear.

Atividade 3 - Avaliando o modelo não linear para o alto-falante

Nesta atividade, foi realizada a modificação da equação de estado $f(t,x)$ utilizada na Atividade 1 para refletir o modelo não linear criado na Atividade 2, incorporando a variação do fator de força $Bl(x)$. Em seguida, foram repetidas as análises realizadas na Atividade 1.

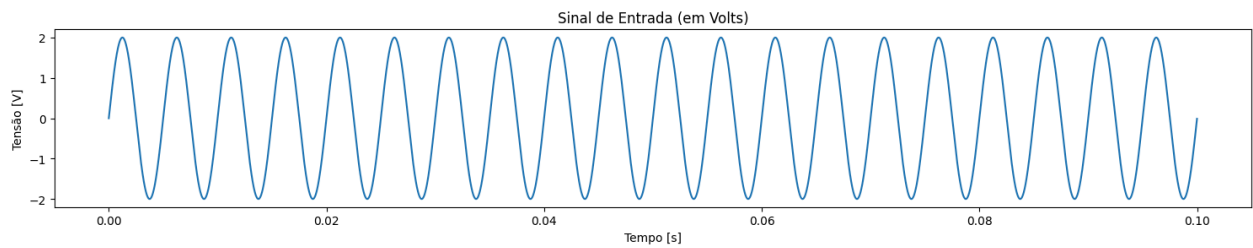
Primeiramente, o fator de força constante foi substituído pelo modelo $Bl(x)$ dependente da posição. A função $f(t,x)$ foi adaptada para recalcular o valor de Bl com base na posição instantânea do cone $x(t)$. Em seguida, foi realizada a simulação no domínio do tempo e da frequência. Os resultados obtidos com o modelo não linear foram então comparados com o modelo linear, no que tange a forma do sinal, amplitude, largura de banda da resposta e aceleração do sistema.

Atividade 4 - Resposta a um sinal senoidal

Para avaliar a resposta do sistema a um sinal senoidal, foi necessário a geração de um sinal senoidal definido dentro da faixa de frequências da voz humana, contendo ao menos 20 períodos e com amplitude máxima de 2V. Foi escolhida a amplitude de 2V e a frequência de 200 Hz. O sinal senoidal foi gerado conforme a fórmula:

$$f(t) = 2 \cdot \sin(2\pi \cdot 200 \cdot t)$$

E foi propagado para 20 períodos, conforme demonstra o gráfico.

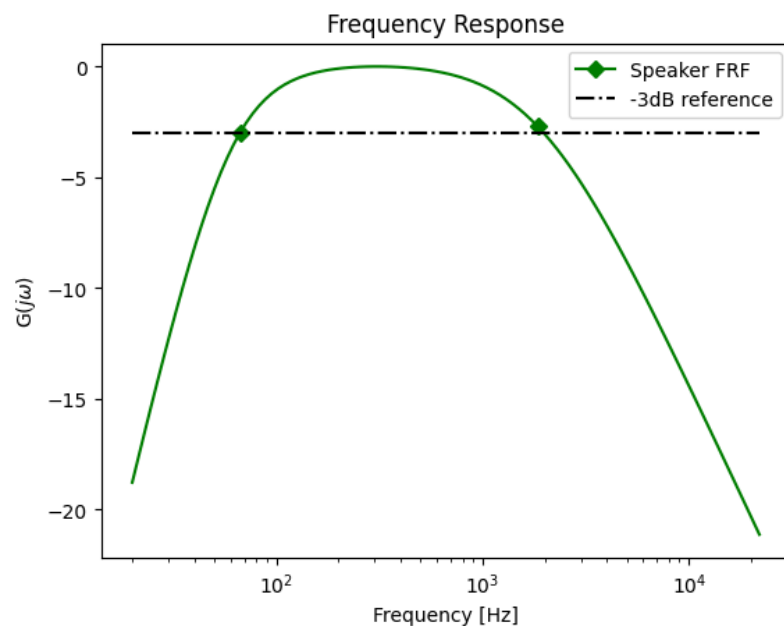


A seguir, foram calculadas as respostas do sinal senoidal apresentado para os sistemas de auto falantes lineares e não lineares e realizou-se observações sobre suas respostas permanentes e transitórias.

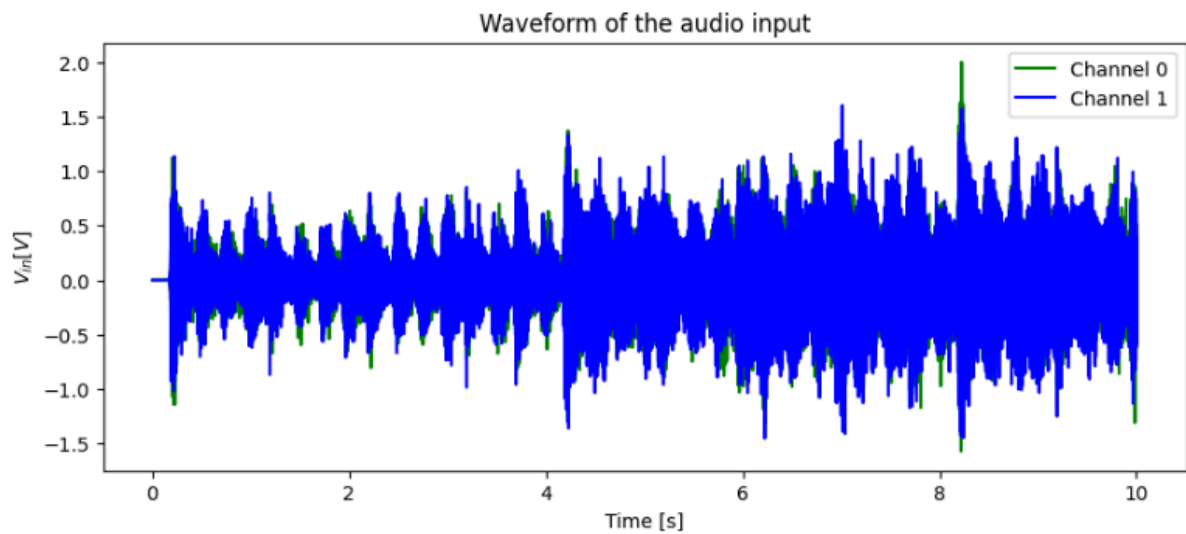
Resultados

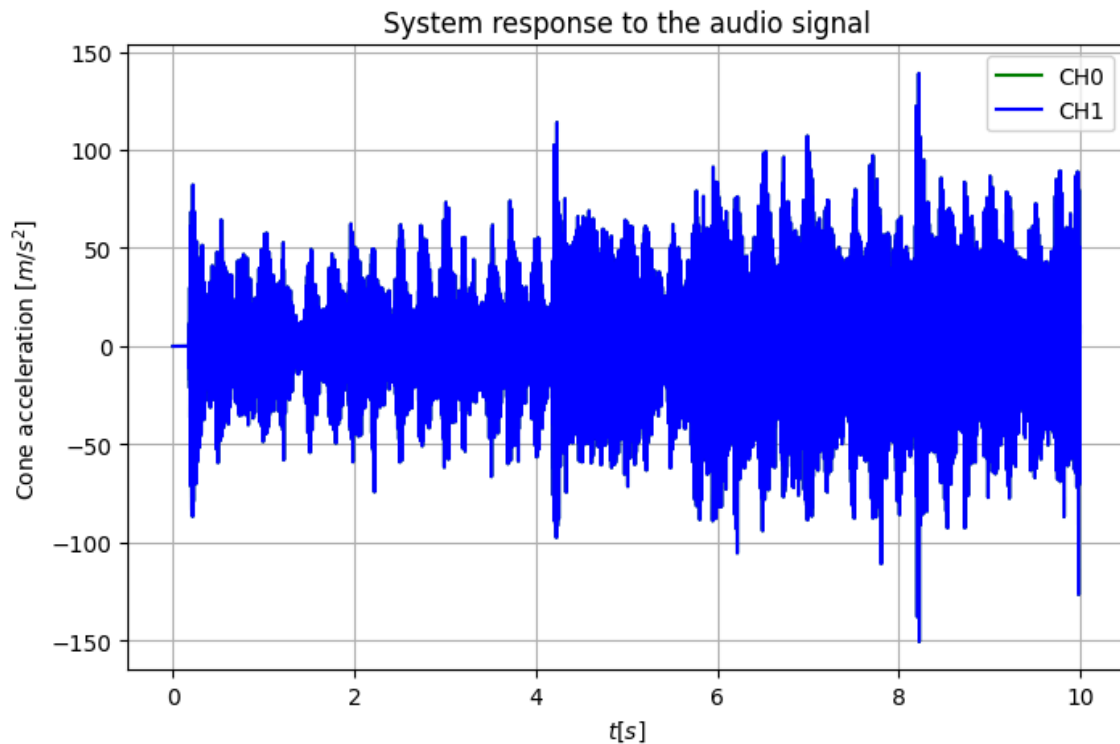
Resultado - Atividade 1

A figura abaixo ilustra a Função de Resposta em Frequência do alto-falante, a partir da simulação do modelo linear, representando um comportamento típico de sistema de segunda ordem.

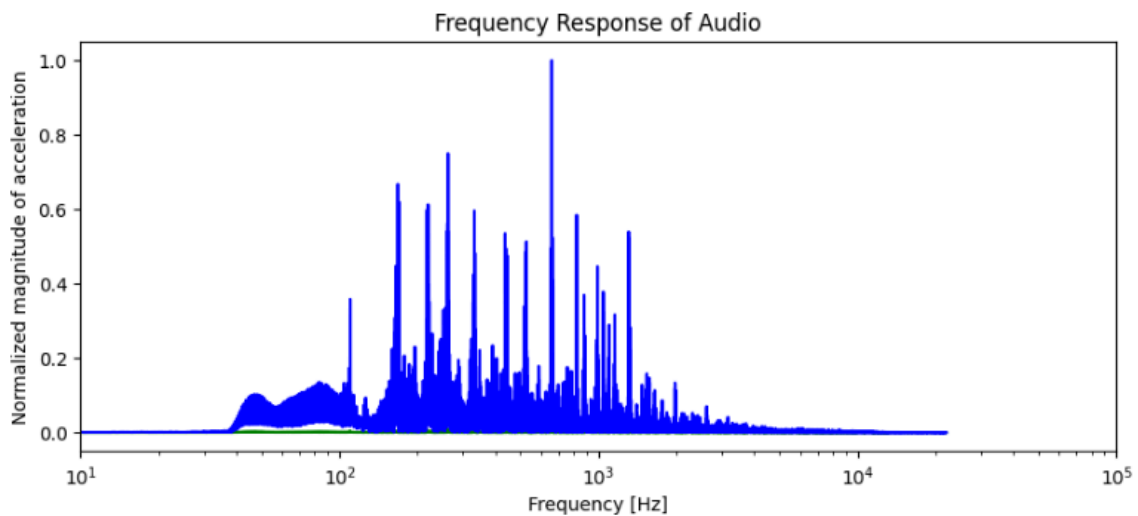
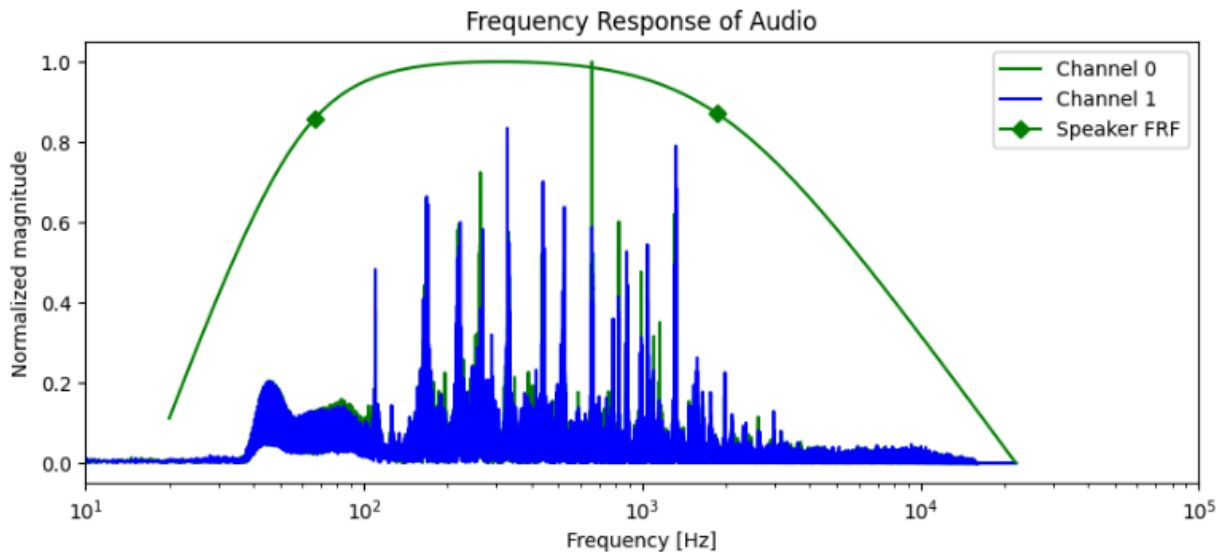


Abaixo, o primeiro gráfico apresenta a forma de onda do sinal de entrada $V_{in}(t)$, com duração de 10 segundos. A amplitude é variável ao longo do tempo, com tensão limitada a 2,0 V, como definido pela atividade. Já o segundo gráfico mostra a aceleração do cone $\ddot{x}(t)$, ilustrando a resposta do sistema ao sinal de áudio aplicado. Observa-se que ela segue a mesma distribuição temporal do $V_{in}(t)$, indicando uma boa sincronia entre o estímulo e a resposta.

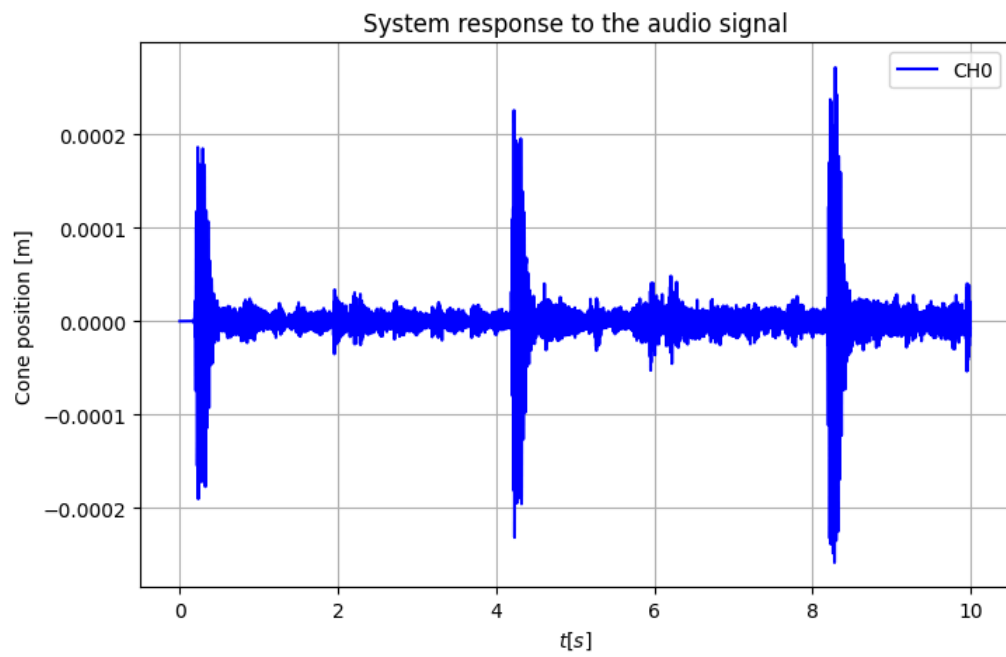
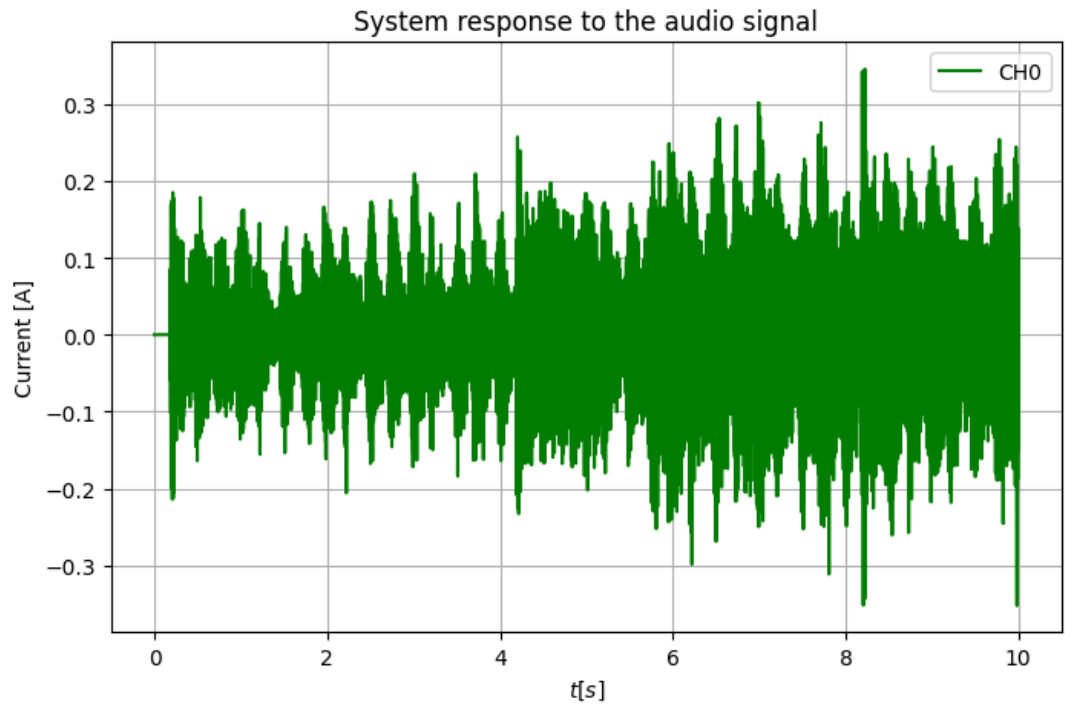




Em seguida, os gráficos comparam novamente o sinal de entrada e a resposta em aceleração, porém ambos normalizados em relação à frequência. O primeiro mostra o espectro de frequência do sinal de entrada junto com a FRF do alto-falante. As principais frequências do sinal estão dentro da faixa de resposta do alto-falante, o que indica um bom aproveitamento do sistema. Já o segundo gráfico apresenta a transformada de Fourier da aceleração $\ddot{x}(j\omega)$, destacando frequências mais presentes durante a reprodução. Observa-se que a resposta acompanha o padrão do sinal de entrada, mas com uma leve redução nas frequências fora da faixa de atuação do alto-falante, devido às limitações naturais do equipamento.



Por fim, os gráficos apresentam a corrente elétrica induzida no circuito do alto-falante em função do tempo e o deslocamento do cone $x(t)$, respectivamente. No deslocamento, observam-se três picos distintos, que correspondem a momentos de maior intensidade sonora.



Resultado - Atividade 2

Para modelar a função polinomial $f(x)$ de grau 2 de uma maneira analítica, assumiu-se inicialmente as descontinuidades tal que:

$$f(x) = 0 \quad \text{se } |x| \geq x_2$$

$$f(x) = Bl \quad \text{se } |x| \leq x_1$$

Depois, para calcular as parábolas, tomou-se $f(|x_2|) = 0$ e $f(|x_1|) = Bl$ e traçou-se um segmento de parábola com duas raízes reais iguais, isto é, $\Delta = 0 \Leftrightarrow b^2 - 4 \cdot ac = 0$. Para facilitar as contas, o modelo faz que b e $c = 0$, ficando-se com o modelo polinomial $f(x) = ax^2$. Depois, foi tomado como o local onde a parábola intercepta o eixo x como x_2 , transformando a $f(x)$ em:

$$f(x) = a \cdot (x - x_2)^2 \quad \text{se } x_1 < x < x_2$$

$$f(x) = a \cdot (x + x_2)^2 \quad \text{se } x_2 < x < x_1$$

Então calculou se o sistema:

$$f(x_2) = a \cdot (x_2 - x_2)^2 = 0$$

$$f(x_1) = a \cdot (x_2 - x_1)^2 = Bl$$

E obteve se que:

$$a = Bl / (x_2 - x_1)^2 \quad \text{se } x_1 < x < x_2$$

Definindo por fim, a função $f(x)$ contínua por partes e tendo suas partes como:

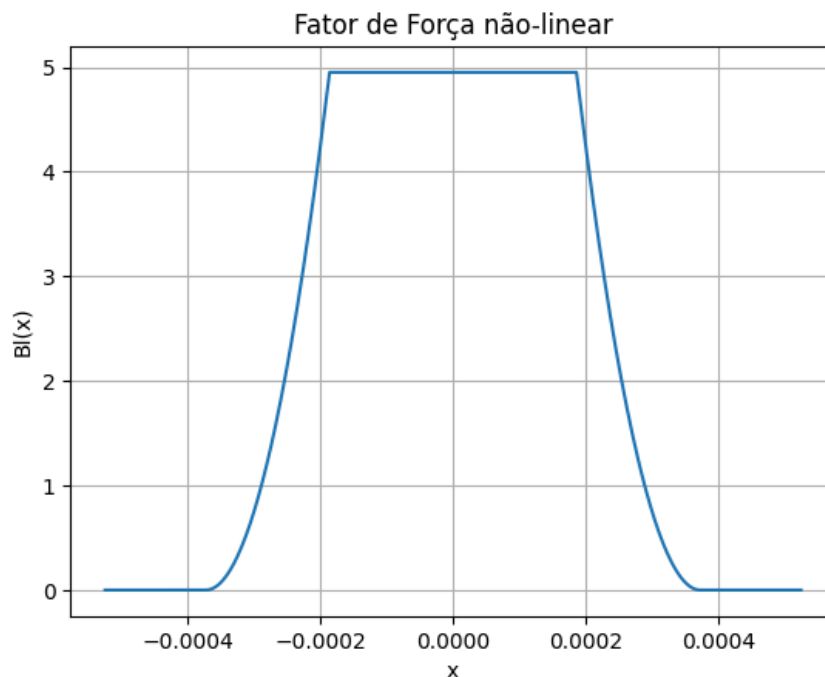
$$f(x) = 0 \quad \text{se } |x| \geq x_2$$

$$f(x) = Bl \quad \text{se } |x| \leq x_1$$

$$f(x) = Bl \cdot (x - x_2)^2 / (x_2 - x_1)^2 \quad \text{se } x_1 < x < x_2$$

$$f(x) = Bl \cdot (x + x_2)^2 / (x_2 - x_1)^2 \quad \text{se } x_2 < x < x_1$$

E o gráfico da força $Bl(x)$ não-linear fica demonstrado como na imagem abaixo.

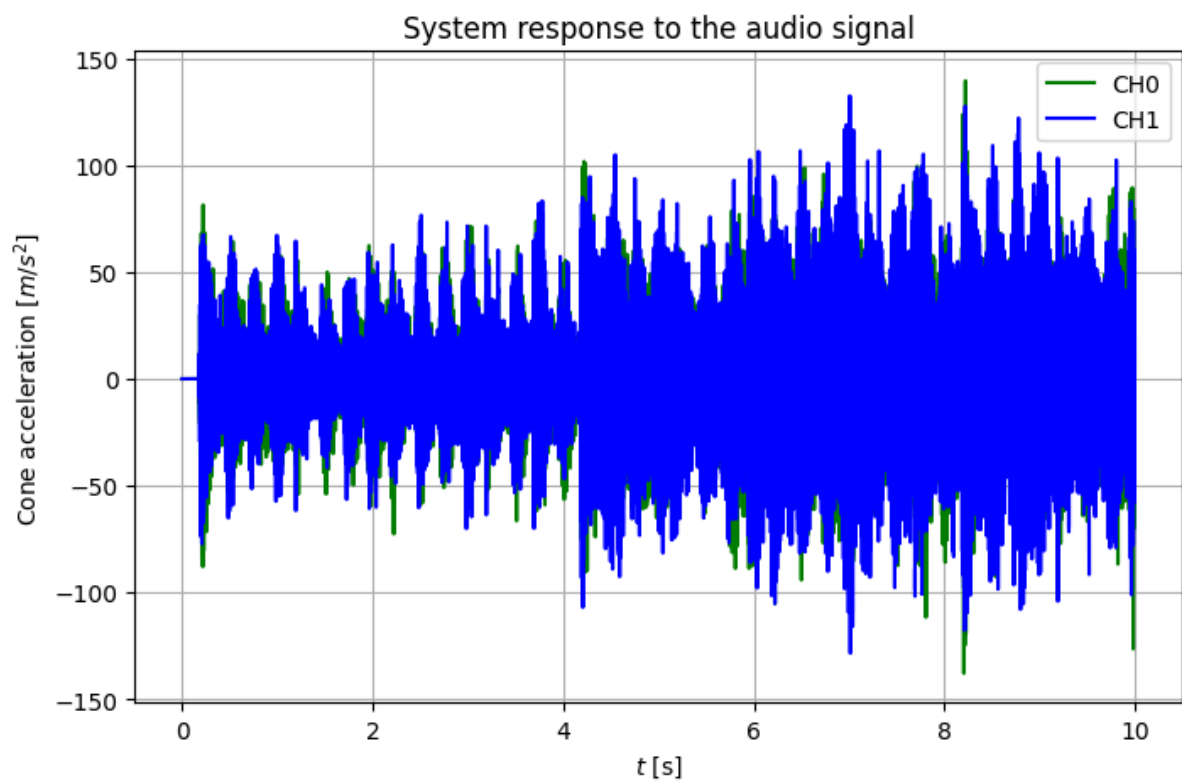
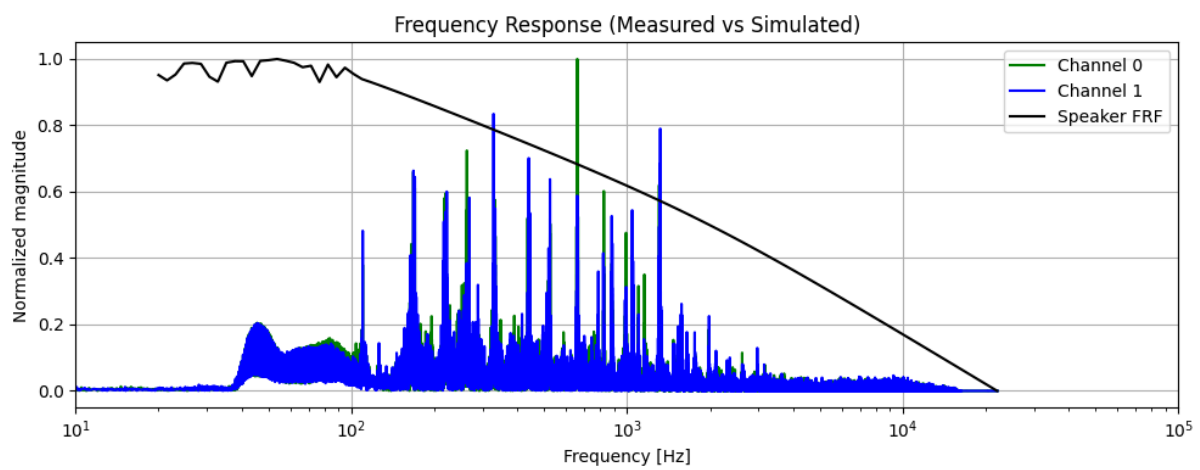


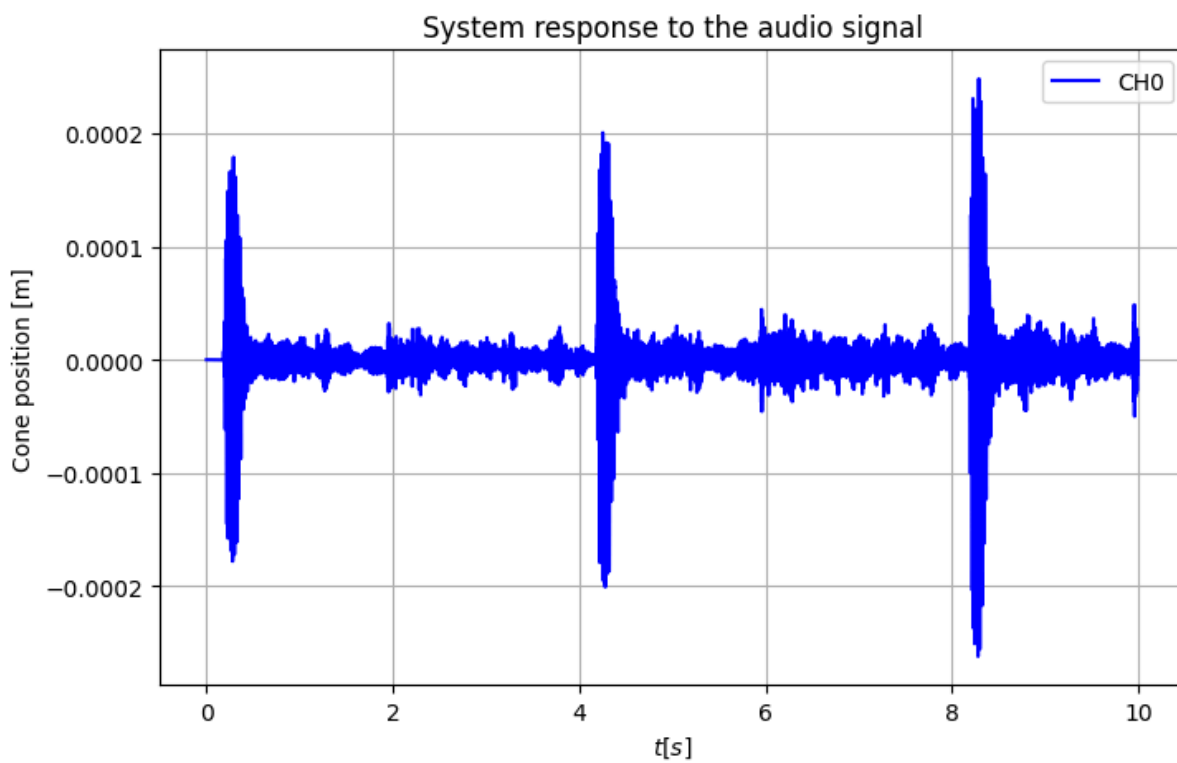
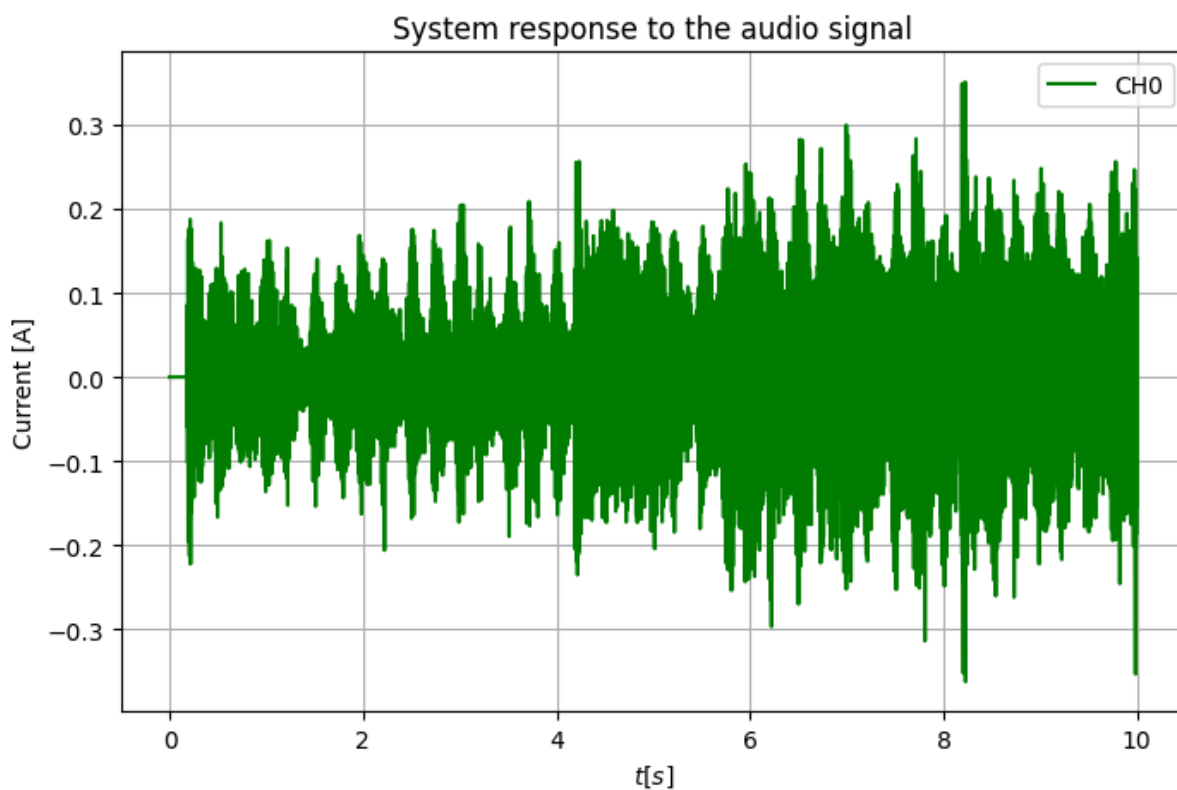
Resultado - Atividade 3

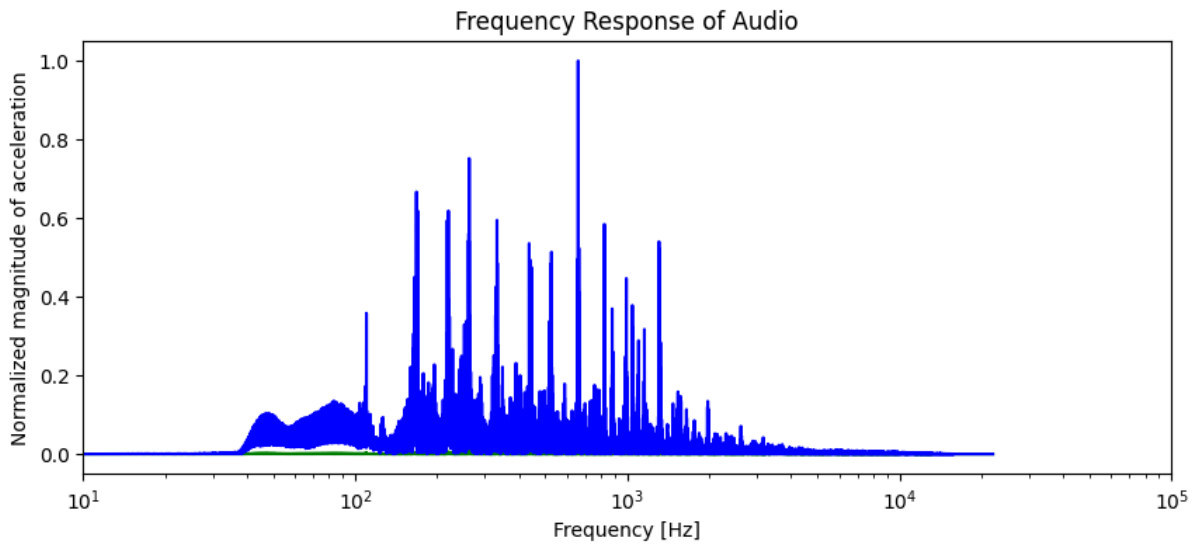
Para realizar a simulação do alto falante com o parâmetro não linear $Bl(x)$, apresentado acima, usamos o mesmo áudio de entrada, logo representando o mesmo gráfico que foi mostrado no início do Resultado da Atividade 1.

Ao implementar e adicionar a não-linearidade, percebemos poucas modificações visíveis nos gráficos. Somente conseguimos ver uma pequena variação da aceleração do alto falante, principalmente evidenciada pela diferença do canal zero CH0, com um pico maior no gráfico de aceleração logo após o segundo 8, onde aparece uma diferença visível do modelo linear. Em geral, é possível concluir que o alto falante, mesmo em modelo não-linear, opera em uma área linear do modelo, possibilitando com que a maioria das faixas permaneça muito próxima ao modelo linear. Isso ocorre porque a escolha do x_1 como $0.75 \cdot x_{\max}$ faz com que a maior parte da faixa sonora permaneça na área onde Bl é constante, devido ao x_{\max} do áudio original ser bastante destoante.

Além disso, no resultado sonoro do áudio, percebemos que ele ficou com um volume um pouco maior que o linear e se tornou um pouco estourado para sons agudos, além de apresentar uma aparente condensação das faixas audíveis.

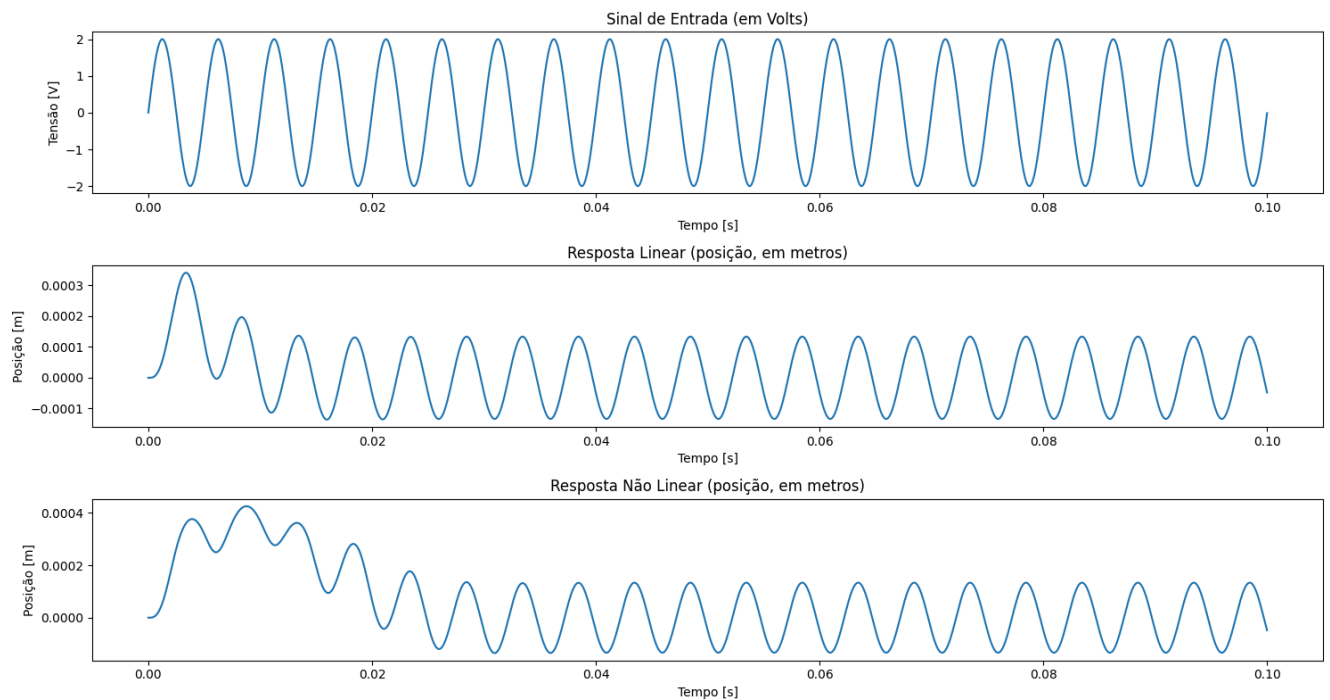






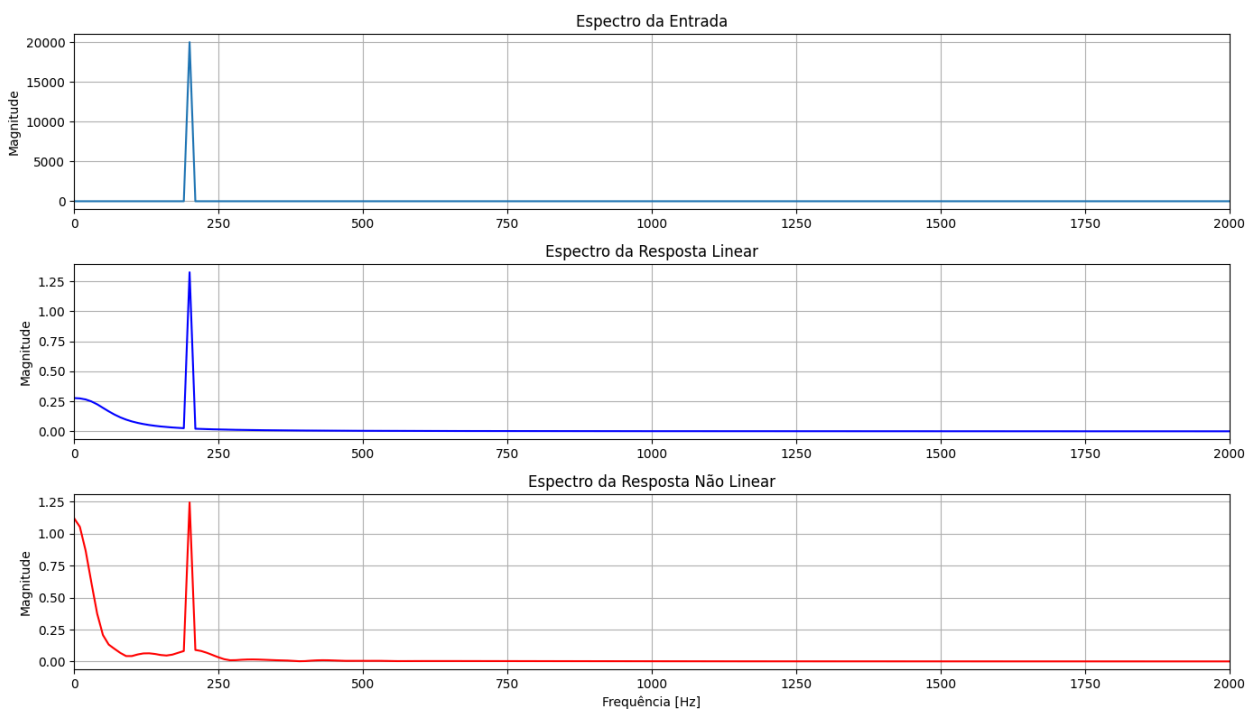
Resultado - Atividade 4

O sinal senoidal definido com amplitude = 2.0 V e com 20 períodos gerado foi utilizado como entrada para os sistemas lineares e não lineares do modelo de auto-falante simulado, conforme o resultado dos gráficos abaixo.



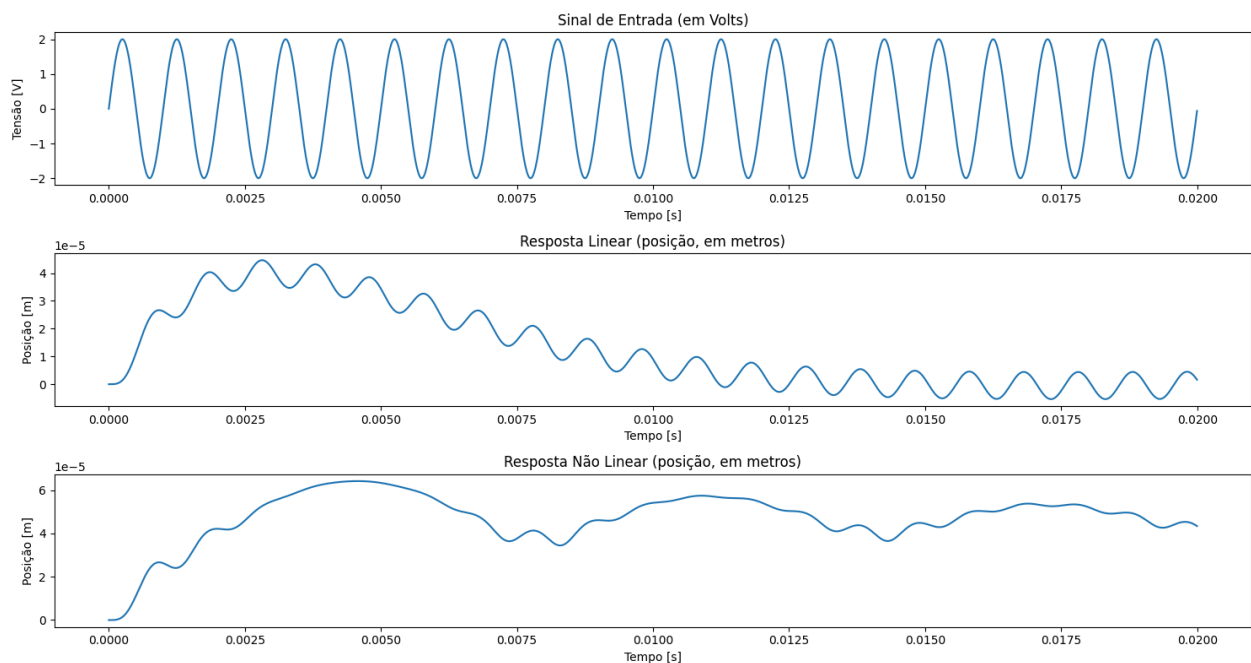
É possível perceber que o modelo linear e o modelo não linear possuem uma resposta permanente equivalente, com oscilações de mesma fase e amplitude parecidas, entretanto é bastante perceptível a diferença das oscilações quando há a perturbação, com o modelo não-linear apresentando uma distorção evidente da onda original. É possível perceber ainda que os dois modelos amortecem a onda.

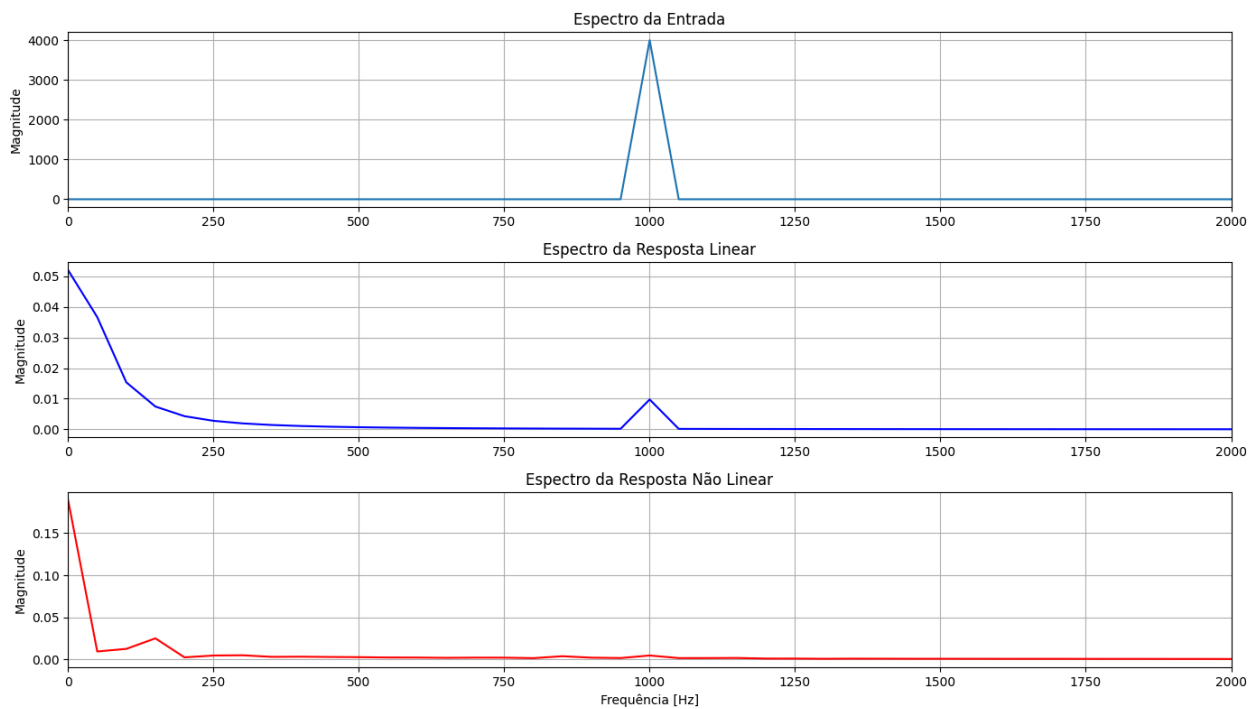
É possível ainda analisar as componentes espectrais das ondas de entrada e saída dos sistemas, conforme o gráfico abaixo.



Neste caso fica perceptível a distorção das frequências para o caso do espectro da resposta não-linear, sendo ainda perceptível para o espectro da resposta linear também, isso ocorre porque o sistema ainda está se ajustando ao sinal de entrada, sendo associado a resposta transiente do sistema, o mesmo ocorre para o modelo não-linear. No caso do modelo não-linear, é possível observar pequenas oscilações próximas a frequência original do sistema (200 Hz), mas o sistema ainda permanece com certa estabilidade com o sinal de entrada operando na faixa de linearidade do sistema não-linear fazendo o uso da força BI.

Caso observássemos o sistema para uma diferente frequência, como por exemplo, 1000 Hz, o sistema não-linear já sairia da sua faixa de linearidade e teríamos gráficos apresentando muitas distorções, como os seguintes sinais e espectros.





Discussão e Conclusão

Neste trabalho, modelamos um alto-falante usando abordagens linear e não linear e comparamos as respostas dos dois modelos quando submetidos a um sinal senoidal. No modelo linear, o fator de força BI foi mantido constante, o que resultou em uma resposta típica de sistema de segunda ordem, com a forma de onda e o espectro do sinal de saída acompanhando bem o sinal de entrada. Essa simulação mostrou que o alto-falante opera de forma estável dentro da faixa esperada.

Ao incluir a não-linearidade, permitiu-se que BI variasse em função do deslocamento do cone, sendo constante para valores pequenos (até 75% do deslocamento máximo) e se anulando para valores elevados (acima de 150% do deslocamento máximo), com um

decaimento polinomial de ordem 2 no intervalo intermediário. Assim, para a maioria dos sinais, que se mantêm na região linear, as respostas dos dois modelos são muito semelhantes. Porém, quando o sistema é submetido a condições extremas – como no caso de sinais com frequências altas – o modelo não linear apresenta distorções perceptíveis tanto na resposta temporal quanto na análise espectral, evidenciando a importância desses efeitos em situações de sobreexcitação.

Em resumo, os resultados indicam que, em condições normais, a operação do alto-falante é predominantemente linear, mas a incorporação da não-linearidade é crucial para simular com maior realismo o comportamento em condições limite, onde podem ocorrer distorções indesejadas. Esses achados apontam para a necessidade de estratégias de compensação e aprimoramento dos modelos, especialmente para aplicações que exigem alta fidelidade sonora.