



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS
ESCOLA DE ENGENHARIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

TRABALHO COMPUTACIONAL 1: LEVITADOR MAGNÉTICO

André Prado Procópio

Lucas Ribeiro da Silva

Milena Terra Lopes

Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil
2025

Resumo

Este trabalho tem como objetivo estabilizar um levitador magnético por meio de um controlador PID. Para isso, foram realizadas simulações do sistema em diferentes cenários: um com perturbações iniciais na posição e outro com a presença de ruído na medição da posição. Além disso, o trabalho busca explorar a operação do sistema em malha fechada e analisar seus limites de estabilidade. Foram utilizadas representações em espaço de estados para os diferentes cenários simulados.

Palavras-chave: Levitador magnético, Controlador PID, Espaço de estados.

O levitador magnético

O levitador magnético possui uma configuração inicial delimitada pelos seguintes valores:

1. Parâmetros de entrada:

Parâmetro	Valor
m	0.073 (Kg)
g	9.81 (m/s ²)
k	6.51e-5 (Nm ² /A ²)
R	11.0 (Ω)

2. Condição inicial:

Parâmetro	Valor
x0	8.5e-3(m)
v0	0(m/s)

Metodologia

Atividade 1 - Sincronizando o PID

Para sincronizar o PID, partimos do código de simulação do levitador magnético em malha aberta, disponível no material da disciplina. A modelagem foi feita em espaço de estados, considerando os parâmetros de força magnética, gravidade, resistência e indutância. O vetor de estados $y = [i, x, v]$ — corrente, posição e velocidade da esfera — representou a dinâmica do levitador e foi resolvida numericamente com o método `solve_ivp`. Os resultados foram mostrados em gráficos e registraram a variação da posição, velocidade e corrente ao longo do tempo, o que permitiu descrever a resposta do sistema.

Em seguida, o sistema foi modificado para operar em malha fechada, com a inclusão do controlador PID, com o objetivo de estabilizar o sistema a partir de uma

condição inicial levemente perturbada, definida como $x(0) = x_0 + \epsilon$, em que ϵ representa uma pequena variação positiva na posição inicial da esfera (limitada a 3% de x_0). Para isso, foi adicionada uma quarta variável de estado E , que representa a integral do erro de posição ao longo do tempo, permitindo a implementação do controlador. O vetor de estados passou a ser $y = [i, x, v, E]$ — corrente, posição, velocidade da esfera e o erro acumulado com as seguintes equações diferenciais:

$$\frac{di}{dt} = -R \cdot i - Bl(i, x) \cdot v + u(t) \cdot L(x)$$

$$\frac{dx}{dt} = v$$

$$\frac{dv}{dt} = g - fm(i, x) \cdot m$$

$$\frac{dE}{dt} = x(t) - x_0$$

em que o sinal de controle aplicado à bobina passou a ser:

$$u(t) = u_0 + K_p \cdot e(t) + K_i \cdot E(t) + K_d \cdot v(t)$$

com $e(t) = x(t) - x_0$ e $u_0 = R \cdot i_0$. Após diversas simulações, os parâmetros encontrados que estabilizaram o sistema de forma satisfatória foram:

$$K_p = 3000, K_i = 14000, K_d = 50.$$

A partir dessa configuração, foram realizadas simulações variando o valor de ϵ para determinar a faixa de perturbações iniciais que mantém a estabilidade do sistema.

Tal avaliação foi feita observando-se se a posição converge para o ponto de equilíbrio sem muitas oscilações e se a corrente de controle permanece dentro do limite máximo permitido, que foi estipulado sendo 2 A. A partir dos resultados, foi possível observar que o sistema é estável para valores de ϵ de até aproximadamente 42,5% de x_0 . Esse é o maior valor que mantém uma resposta com comportamento convergente e corrente dentro do limite. Para valores maiores, o sistema ultrapassa o limite máximo permitido da corrente.

Atividade 2 - Adicionando incerteza à malha de realimentação

Para testar o comportamento do sistema quando a medição da posição não é perfeita, consideramos que o sensor que mede a posição da esfera em levitação tem um erro que pode ser modelado como um ruído aleatório, seguindo uma distribuição normal com média zero e desvio padrão igual a $0,1 \cdot u_0$, como solicitado no enunciado. Para isso, modificamos a forma de calcular o erro no controlador. Ao invés de usar a posição exata x , simulamos uma medição com incerteza somando um ruído gaussiano ao valor real:

```
ruido = np.random.normal(loc=media, scale=desvio_padrao)
```

```
x_medido = x + ruido
```

```
e = x_medido - x0
```

Ou seja, o erro ϵ , usado no cálculo do controle PID, passa a ser baseado em uma posição com ruído. O restante do sistema continua usando os valores reais das

variáveis (sem ruído). Assim, o ruído afeta apenas o que o controlador "vê", simulando o comportamento de um sensor real com imprecisão.

Resultados

Resultado - Atividade 1

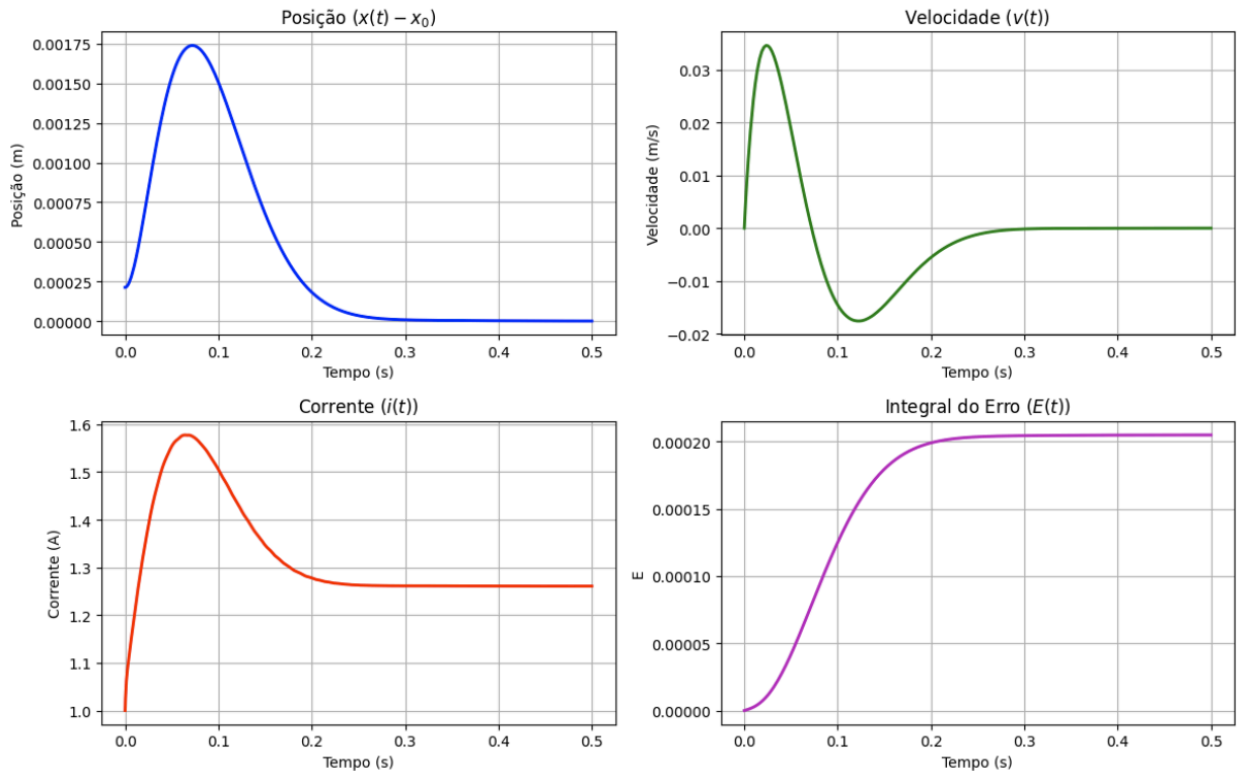
Ao introduzir o controlador e fechar a malha de controle, foi necessário ajustar os parâmetros do PID para estabilizar o levitador magnético. Os valores otimizados encontrados foram:

$$K_p = 3000.0, K_i = 14000.0, K_d = 50.0$$

Com essa configuração e utilizando uma perturbação inicial de $\epsilon=0.025$ (menos de 3% de x_0), o sistema estabilizava em aproximadamente 0.3 segundos, com um desvio máximo de apenas 0.00175 m em relação à posição de equilíbrio. Além disso, a velocidade oscilou discretamente – variando de 0.035 m/s a -0.015 m/s – e estabilizou em 0 m/s após 0.3 segundos. A corrente permaneceu dentro dos limites de 2 A, atingindo aproximadamente 1.58 A.

A seguir, os gráficos representam a evolução dos estados do sistema (posição, velocidade, corrente e integral do erro) ao longo do tempo para $\epsilon=0.025$:

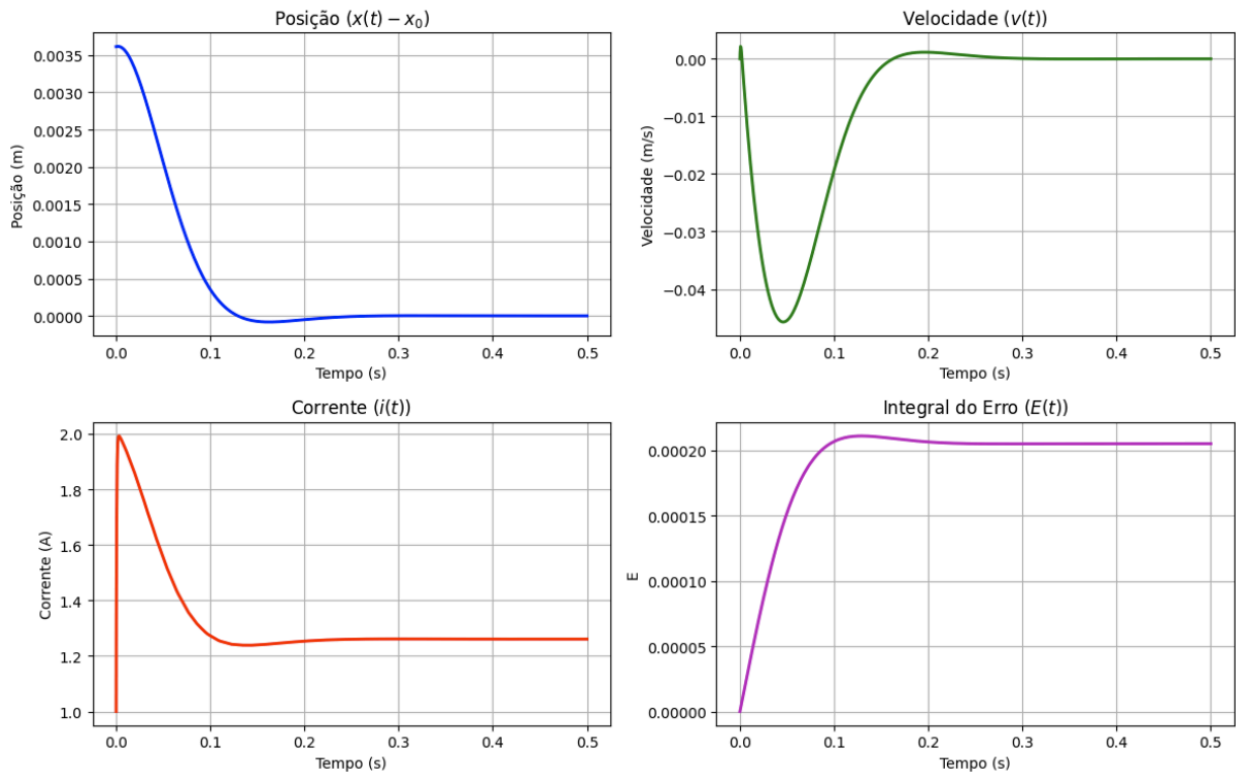
Resposta do Sistema com Controlador PID



Ao aumentar a perturbação para $\epsilon=0.425$, observa-se que a corrente já alcança a marca de 2.0 A. Dessa forma, a faixa de estabilidade do sistema é verificada para perturbações no intervalo de 0.0 a 0.425.

A seguir, os resultados para $\epsilon=0.425$:

Resposta do Sistema com Controlador PID



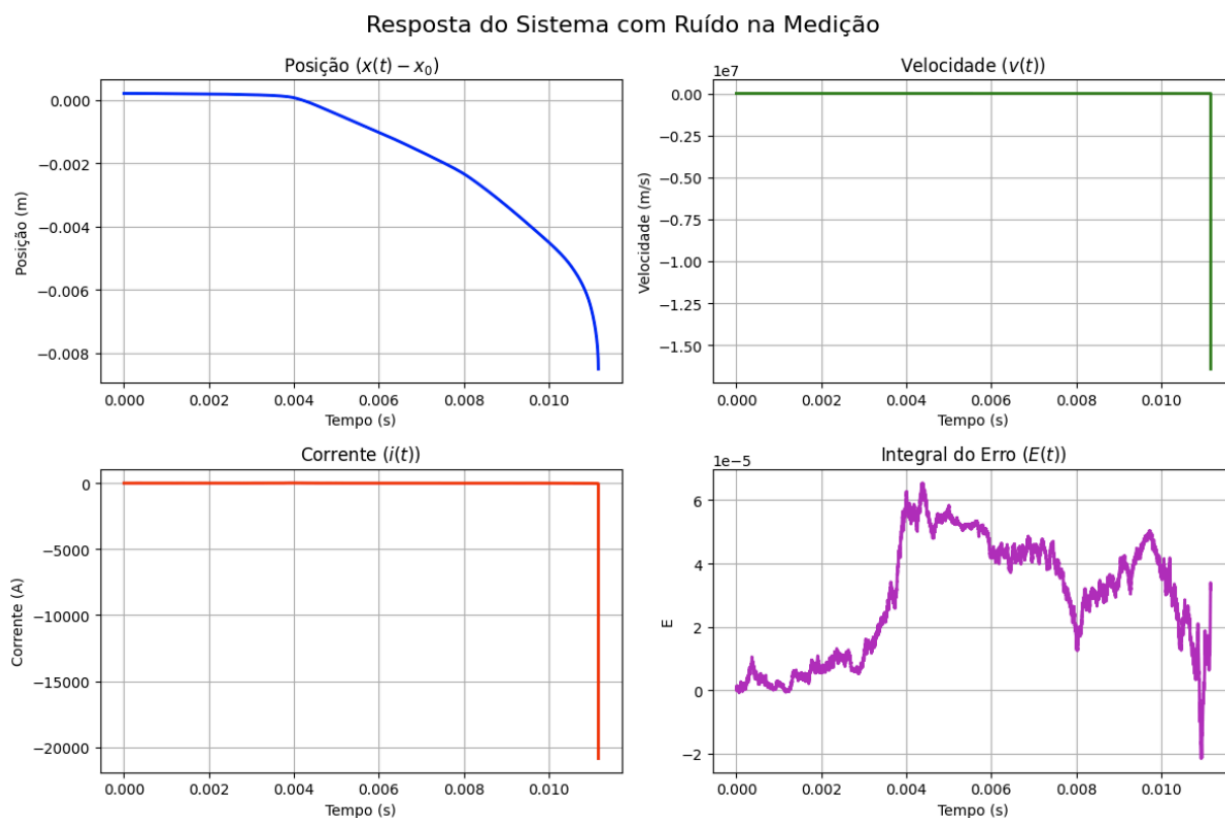
Resultado - Atividade 2

Com a adição do ruído na medição da posição, percebe-se que a solução que antes era estável passou a não funcionar adequadamente. Mesmo utilizando os mesmos parâmetros do controlador ($K_p = 3000.0$, $K_i = 14000.0$, $K_d = 50.0$) e a mesma perturbação inicial ($\epsilon = 0.025$), o sistema perdeu sua estabilidade. Mesmo após diminuir para ϵ para 0.001 ou aumentar para 0.8, ele continuou instável.

A resposta mostra que a esfera começa a descer progressivamente até entrar no levitador, indicando que o controlador não consegue mais compensar o erro causado

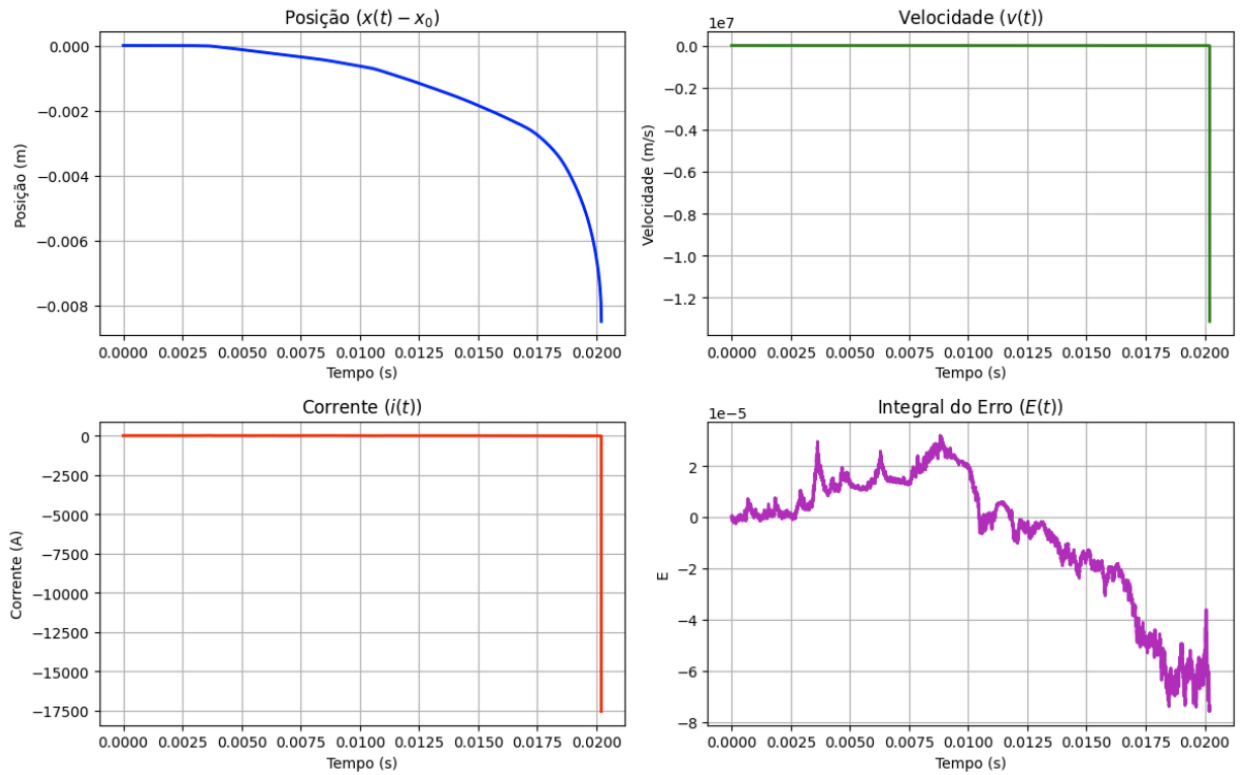
pelo ruído na realimentação. Isso acontece porque o sinal de controle passa a reagir a flutuações falsas na posição, fazendo com que o sistema atue de forma incorreta.

Abaixo estão os gráficos com os resultados dessa simulação sob a influência do ruído na malha de realimentação, com $\epsilon=0.025$:

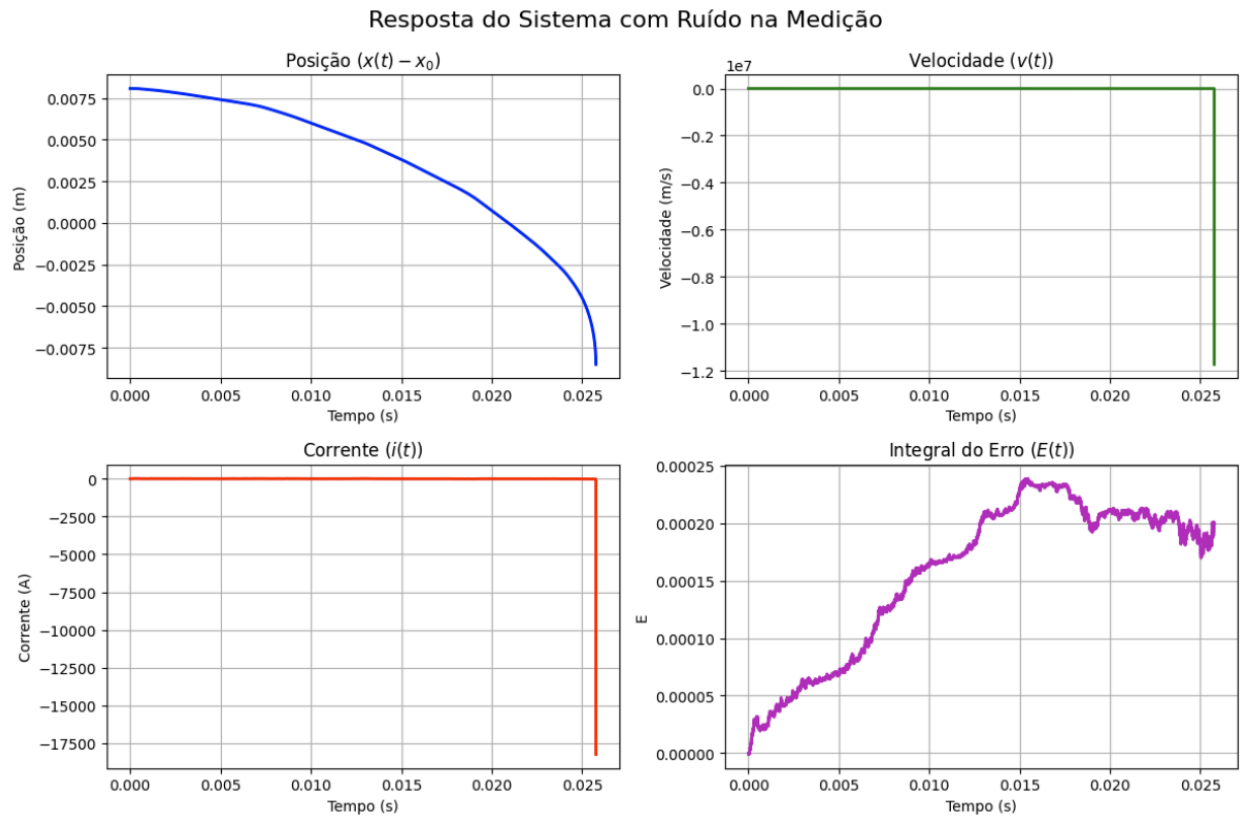


$\epsilon=0.001$:

Resposta do Sistema com Ruído na Medição



$\epsilon=0.8$:



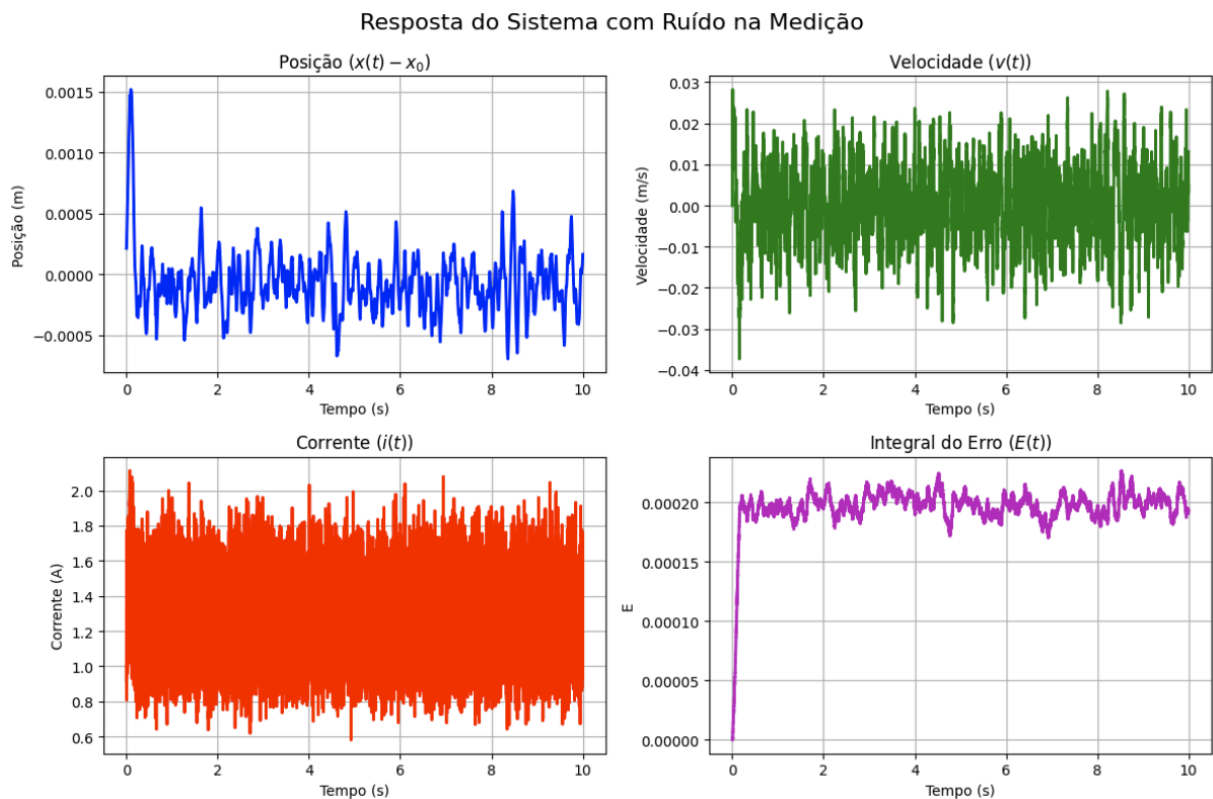
Agora, mantendo a perturbação inicial em $\epsilon=0,025$ e os mesmos parâmetros do controlador, variamos o desvio padrão (partindo de $0,1 \cdot u_0$) tanto para valores menores quanto maiores, com o objetivo de avaliar o desempenho do sistema frente a diferentes intensidades de ruído. Foi observado que, independentemente da faixa adotada, o levitador controlado não se estabilizar.

Esse resultado reforça a falta de robustez do controlador para manter a estabilidade sob efeitos de ruído variados. Com o aumento do desvio padrão, o objeto

tende a colidir mais rapidamente com a base do levitador. Já quando o desvio é reduzido, o sistema oscila em torno do ponto de referência, porém não atinge a estabilização completa.

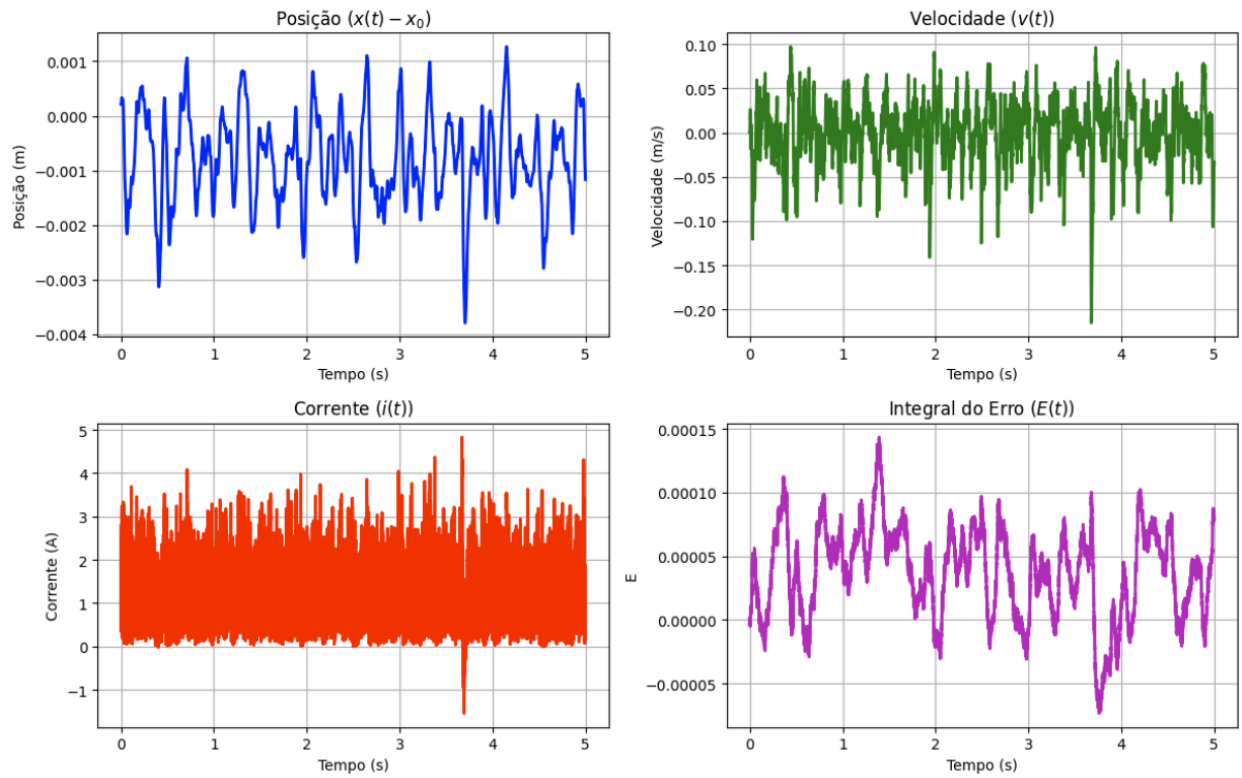
Nesse teste, o desvio padrão variou de $0,001 \cdot u_0$ a $0,6 \cdot u_0$. Abaixo, são apresentados alguns resultados que ilustram esse comportamento.

sd=0.001 · u_0



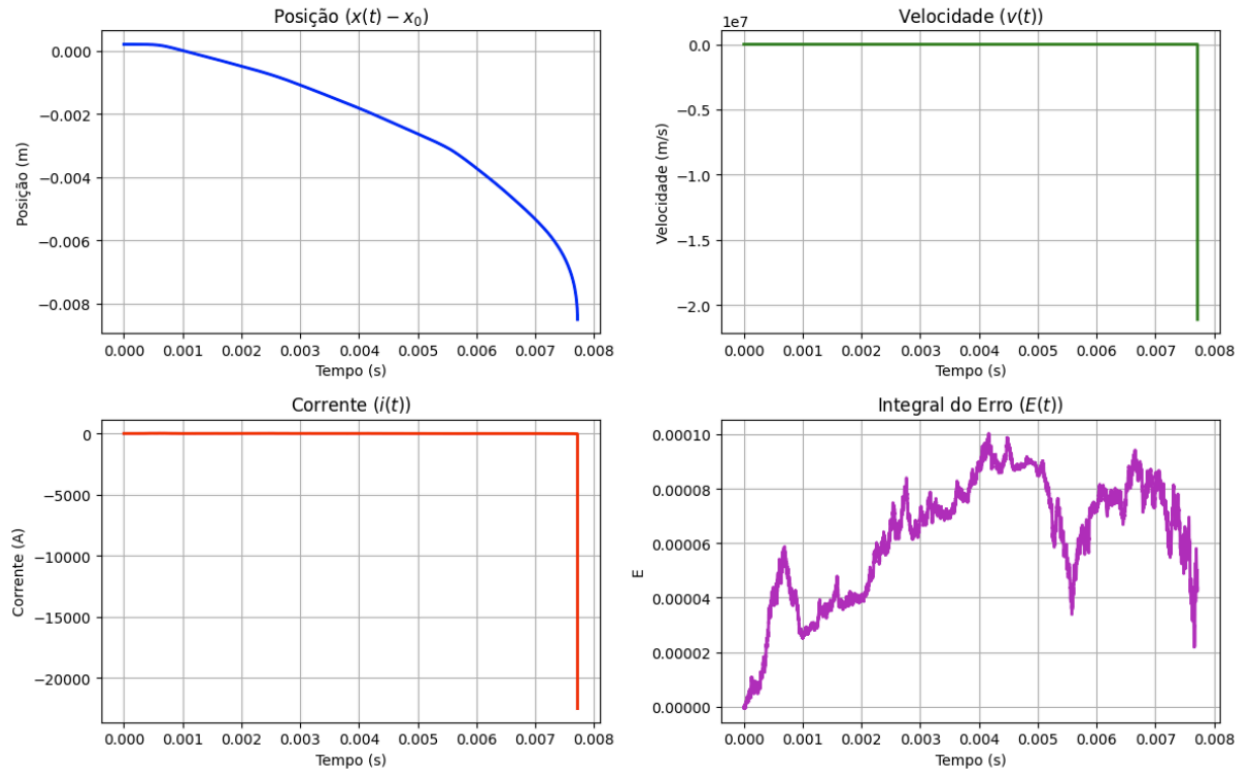
$$sd=0.01 \cdot u_0$$

Resposta do Sistema com Ruído na Medição



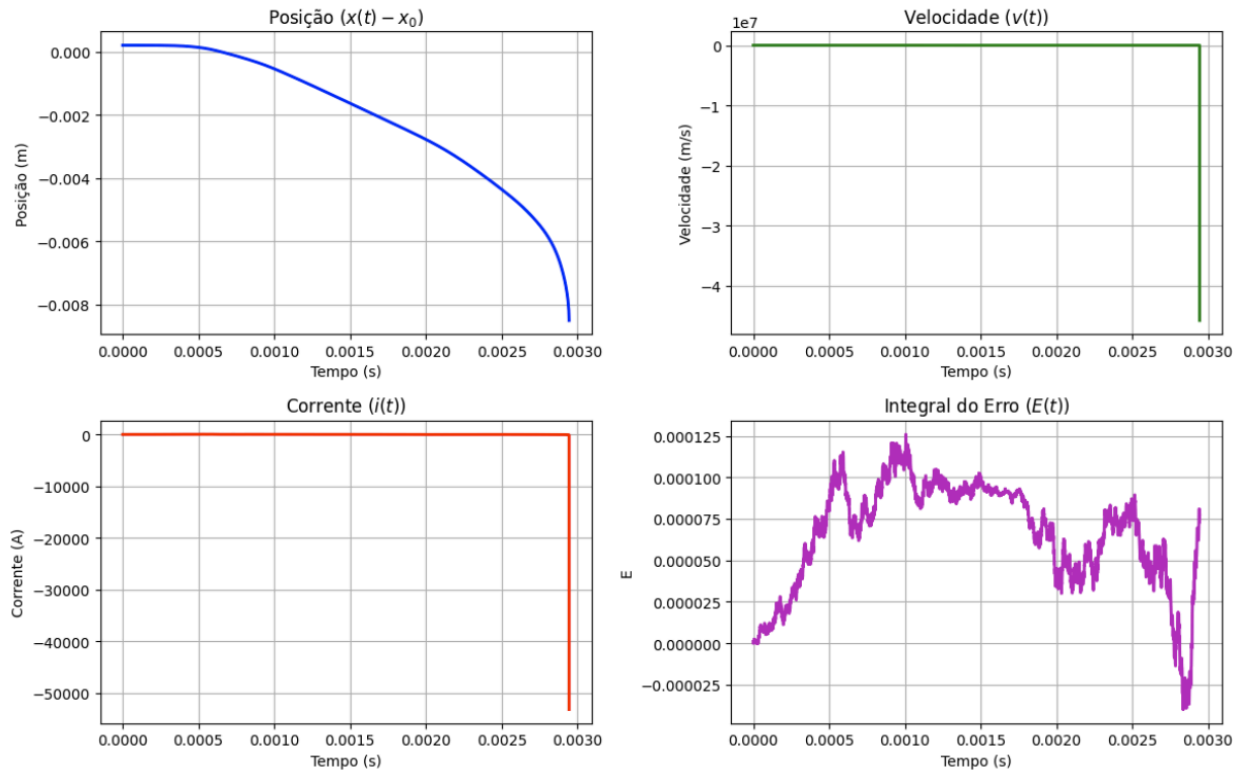
$$sd=0.2 \cdot u_0$$

Resposta do Sistema com Ruído na Medição



$$sd=0.6 \cdot u_0$$

Resposta do Sistema com Ruído na Medição



Discussão e Conclusão

Os resultados das simulações demonstram claramente como a inclusão de um controlador PID afeta positivamente a estabilidade do levitador magnético em condições ideais (sem ruído). Na Atividade 1, foi possível ajustar satisfatoriamente os parâmetros do PID ($K_p = 3000$, $K_i = 14000$, $K_d = 50$), garantindo uma resposta rápida e estável para pequenas perturbações (ϵ até 0.425). O sistema respondeu rapidamente, estabilizando-se em aproximadamente 0.3 segundos com um pequeno desvio da

posição inicial. No entanto, acima dessa faixa, o sistema atinge os limites da corrente permitida (2 A), indicando que há restrições práticas para a estabilização em condições mais severas.

Na Atividade 2, ao adicionar incerteza na medição da posição simulando um sensor real com ruído, nota-se uma queda significativa no desempenho do controlador. Mesmo para perturbações pequenas ($\epsilon=0.025$), o sistema perdeu completamente a estabilidade. Isso evidencia que o controlador PID ajustado anteriormente não é tão robusto quando o sistema está sujeito a ruídos na realimentação. A instabilidade ocorre porque o ruído provoca constantes correções desnecessárias pelo controlador, comprometendo a estabilidade geral do sistema.

Esses resultados destacam a importância de levar em consideração fatores práticos como ruído de sensores ao projetar sistemas reais de controle, sugerindo que estratégias adicionais, como filtros de sinais ou técnicas de controle robusto, possam ser necessárias para garantir estabilidade sob condições reais, tornando o controle mais adequado para implementações práticas.