



UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS  
ESCOLA DE ENGENHARIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA

## **TRABALHO COMPUTACIONAL 6: SIMULAÇÃO DE UM PROBLEMA MULTIFÍSICO**

André Prado Procópio

Lucas Ribeiro da Silva

Milena Terra Lopes

Belo Horizonte - Minas Gerais - Brasil  
2025

## **Resumo**

Este trabalho tem como objetivo modelar e analisar o comportamento termoelétrico de um fusível automotivo sob diferentes correntes de operação, por meio do Método de Elementos Finitos (FEM). Para isso, o problema será trabalhado em duas etapas distintas: a análise desacoplada, em que as propriedades elétricas do material são consideradas constantes e independentes da temperatura, e a análise com acoplamento fraco, que leva em conta a variação da condutividade elétrica com a temperatura, criando um acoplamento entre os fenômenos elétrico e térmico.

*Palavras-chave:* fusível automotivo, acoplamento fraco, modelo elétrico, modelo térmico, método de elementos finitos.

## O fusível automotivo

O fusível automotivo é composto de Estanho (Sn) e possui os seguintes parâmetros:

### 1. Parâmetros físicos:

Parâmetro	Descrição	Valor
$\sigma$	Condutividade elétrica	$8,7 \cdot 10^6 \text{ [S m}^{-1}\text{]}$
$\alpha$	Coeficiente de temperatura da resistividade	$0,0045 \text{ [K}^{-1}\text{]}$
$\rho$	Densidade	$7298 \text{ [kg/m}^3\text{]}$
$C_p$	Calor específico	$227 \text{ [J/(kg}\cdot\text{K)]}$
$k$	Condutividade térmica	$66,6 \text{ [W/(m}\cdot\text{K)]}$
$T_f$	Temperatura de fusão	$505,12 \text{ [K]}$

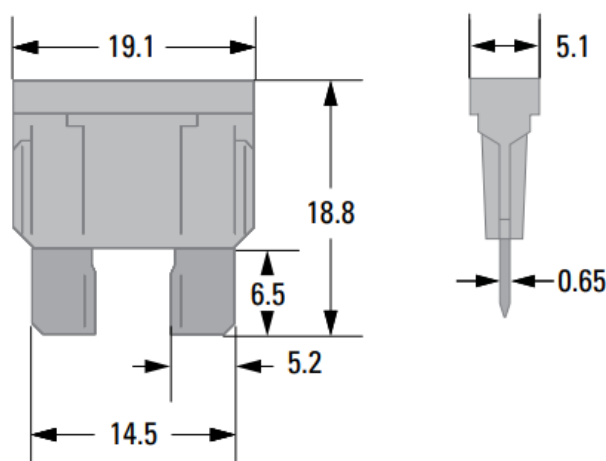
### 2. Condições de operação:

Parâmetro	Descrição	Valor
$T_{\text{amb}}$	Temperatura ambiente	$298,15 \text{ K} = 25^\circ\text{C}$
$h$	Coeficiente de convecção	$15,0 \text{ W/(m}^2 \cdot \text{K)}$

## Metodologia

### Geometria do Fusível

A primeira etapa do trabalho consistiu na modelagem do fusível de 40A (cor **laranja**), como na imagem ao lado. Para isso, modelou-se a geometria seguindo as informações disponibilizadas no DataSheet para o respectivo fusível, de acordo com a imagem abaixo:



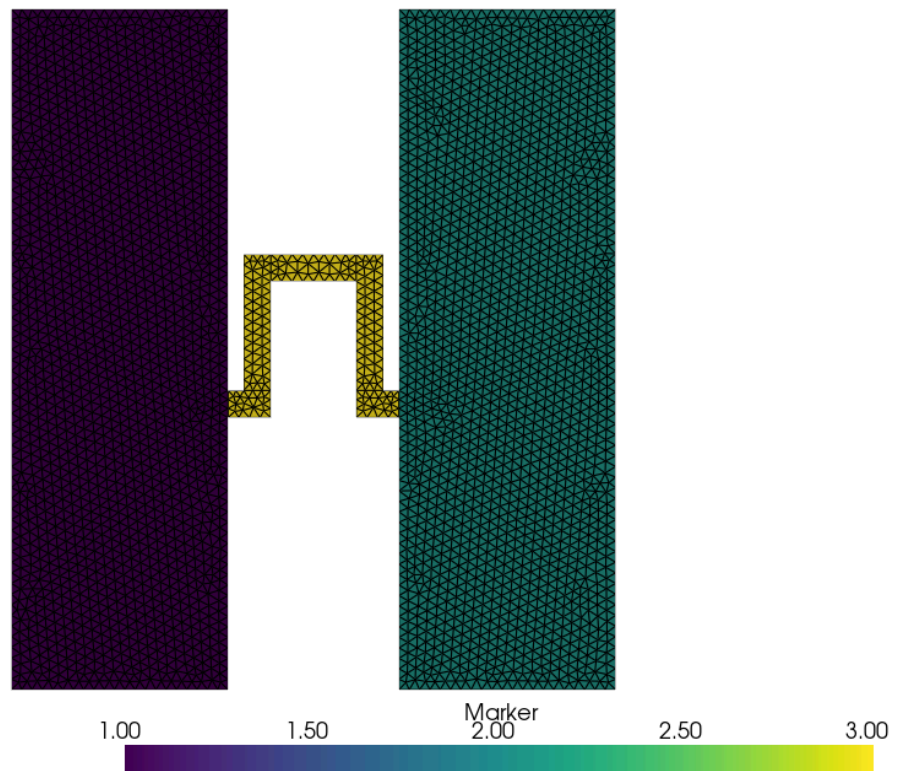
Esses valores foram reproduzidos corretamente na simulação do modelo de acordo com as seguintes informações:

Parâmetro	Descrição	Valor
$y_{bar}$	Altura do terminal (desconsidera a faixa superior)	16.3 [mm]
$x_{bar}$	Comprimento do terminal	5.2 [mm]
$x_{gap}$	Distância entre os terminais	4.1 [mm]
$y_{filamento}$	Espessura do filamento	0.65 [mm]

Para aproximar o modelo real com o arco em formato redondo, foi utilizado uma aproximação com o arco em formato quadrado, com o arco tendo sua altura de 20% do tamanho do terminal.

A geometria resultante do problema ficou definida como na imagem abaixo:

Geometria do Fusível 40A - Domínios



## Formulação Elétrica

A formulação elétrica modelada foi formulada com base na equação de continuidade da corrente:

$$\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$$

onde a densidade de corrente foi definida como  $\mathbf{J} = \sigma \mathbf{E}$ , onde  $\sigma$  é a condutividade elétrica (S/m) e  $\mathbf{E} = -\nabla \phi$  é o campo elétrico obtido como o gradiente negativo do potencial escalar  $\phi$  (V). A equação que governa a parte elétrica é então expressa por:

$$\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi) = 0$$

Essa equação foi discretizada em um espaço de funções de Lagrange de primeira ordem. A condutividade  $\sigma$  foi definida como uma função por célula, sendo constante em cada região do domínio. As condições de contorno elétricas foram impostas na base inferior ( $y = 0$ ), com potencial de Dirichlet diferente em cada terminal: o primeiro terminal com tensão  $V_0$  e o segundo terminal em curto (0 V). As demais fronteiras foram assumidas eletricamente isoladas (condição de Neumann homogênea implícita).

Algoritmicamente, esta parte foi implementada da seguinte forma:

Método dos Resíduos Ponderados: Multiplicamos a equação por uma função-teste arbitrária  $v$  e integramos sobre todo o domínio do fusível  $\Omega$ :

$$\int_{\Omega} -[\nabla \cdot (\sigma \nabla \phi)] v \, d\Omega = 0$$

Integração por Partes (Teorema da Divergência): Para reduzir a ordem da derivada sobre  $\phi$ , aplicamos a integração por partes (equivalente vetorial da regra do produto). A identidade utilizada é  $\int_{\Omega} (\nabla \cdot F) G \, d\Omega = -\int_{\Omega} F \cdot (\nabla G) \, d\Omega + \int_{\partial\Omega} G(F \cdot n) \, dS$ . Fazendo  $F = \sigma \nabla \phi$  e  $G = v$ , chegamos a:

$$\int_{\Omega} \sigma \nabla \phi \cdot \nabla v \, d\Omega - \int_{\partial\Omega} v(\sigma \nabla \phi \cdot n) \, dS = 0$$

A forma fraca final possui o termo de fronteira  $\int_{\partial\Omega} v(\sigma \nabla \phi \cdot n) \, dS$ , que representa o fluxo de corrente nas fronteiras. Como impomos as condições de contorno de Dirichlet (tensão fixa), este termo é naturalmente tratado pelo solver. A forma fraca implementada é encontrar  $\phi$  tal que:

$$\int_{\Omega} \sigma \nabla \phi \cdot \nabla v \, d\Omega = 0 \quad \forall v$$

Após a resolução do problema elétrico, o campo elétrico foi obtido diretamente por diferenciação do potencial:

$$E = -\nabla \phi$$

Em seguida, foi possível calcular diversos resultados diferentes que foram utilizados para configurar e medir resultados do sistema elétrico, como a potência  $P$  dissipada pelo efeito Joule:

$$P = \int_{\Omega} \sigma |E|^2 \, d\Omega$$

A estimativa de corrente total  $I_{\text{total}}$  no sistema:

$$I_{\text{total}} = P/V_0$$

E a resistência efetiva  $R_{\text{eff}}$  do sistema:

$$R_{\text{eff}} = V_0 / I_{\text{total}}$$

### **Formulação Térmica**

O problema térmico tratado neste trabalho tem como objetivo descrever a distribuição de temperatura em um condutor submetido à dissipação de calor por efeito Joule. A modelagem considera um regime estacionário, com condução de calor no interior do material e troca de calor por convecção em sua superfície externa.

A equação diferencial que governa o transporte de calor é:

$$\rho c_p \cdot \partial T / \partial t = \nabla \cdot (k \nabla T) + q$$

Neste estudo, adota-se o regime permanente ( $\partial T / \partial t = 0$ ), resultando na forma estacionária da equação:

$$\nabla \cdot (k \nabla T) + q = 0$$

A fonte de calor  $q$  é modelada como o termo de dissipação térmica gerada pela condução elétrica, dada por:

$$q = \sigma |E|^2$$



em que  $\sigma$  (S/m) é a condutividade elétrica e  $E$  (V/m) é o campo elétrico obtido como o gradiente negativo do potencial elétrico:  $E = -\nabla \phi$ .

Essa forma foi discretizada com a sua derivada temporal usando o método de Euler implícito (ou regressivo), que é incondicionalmente estável:  $\partial t / \partial T \approx (T^{n+1} - T^n) / \Delta t$ . A equação se torna:

$$\rho c_p (T^{n+1} - T^n) / \Delta t - \nabla \cdot (k \nabla T^{n+1}) = q^{n+1}$$

Realiza-se o método dos resíduos ponderados e multiplicamos toda a equação por uma função-teste e integramos sobre o domínio  $\Omega$ :

$$\int_{\Omega} (\rho c_p w (T^{n+1} - T^n) / \Delta t - [\nabla \cdot (k \nabla T^{n+1})] w - q^{n+1} w) d\Omega = 0$$

Nas fronteiras do domínio, adota-se uma condição de contorno de Robin para representar a troca de calor por convecção com o meio externo:

$$-k \cdot \partial T / \partial n = h(T - T_{\infty})$$

Essa condição expressa a continuidade do fluxo de calor entre o sólido e o ambiente e é aplicada sobre as faces externas do material, com exceção da base inferior, onde se considera uma condição de Dirichlet (temperatura prescrita igual à do ambiente).

E foi implementada da seguinte forma:

$$\int_{\Omega} (\rho c_p w (T^{n+1} - T^n) / \Delta t + k \nabla T^{n+1} \cdot \nabla w) d\Omega + \int_{\partial\Omega} h T^{n+1} w dS =$$

$$\int_{\Omega} (\rho c_p w (T^{n+1} - T^n) / \Delta t + q^{n+1} w) d\Omega + \int_{\partial\Omega} h T_{amb} w dS \quad \forall w$$

Além disso, para implementar mais fielmente o modelo, no caso acoplado implementou-se a variação da resistividade elétrica do material com a temperatura, por meio da equação:

$$\rho_e(T) = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

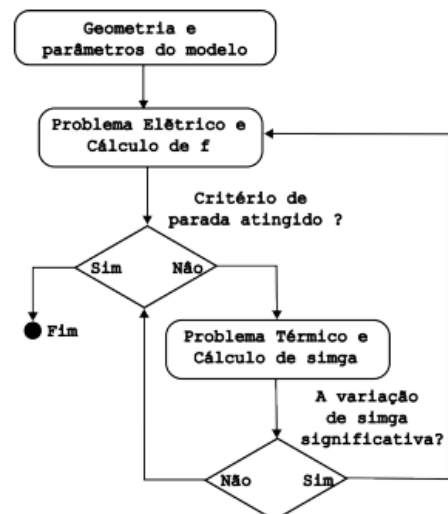
onde  $\rho_0$  é a resistividade de referência na temperatura  $T_0$ , e  $\alpha$  (1/K) é o coeficiente de variação térmica da resistividade.

### Problema Desacoplado

O problema desacoplado, caracterizado por não efetuar especialmente a atualização da condutividade e resistência do circuito através da temperatura, executa apenas uma vez o problema elétrico e em seguida efetua a simulação do problema térmico até a barra atingir a temperatura de fusão  $T_f$ .

### Problema Acoplado

A lógica do problema fracamente acoplado realiza a atualização da condutividade conforme a temperatura utilizando a fórmula supracitada e utiliza-se dos modelos elétricos e térmicos de maneira independente conforme o fluxograma indicado ao lado. Isso permite uma visualização um pouco mais realista do modelo do fusível desenvolvido.



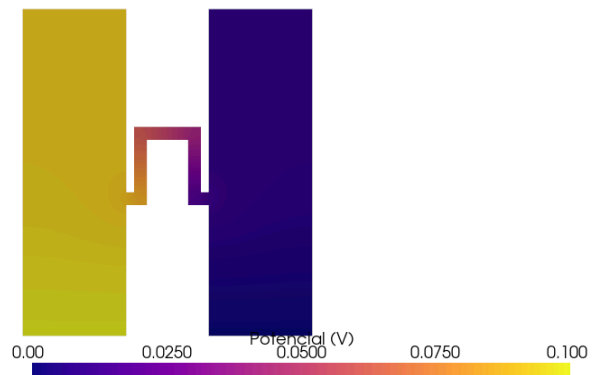
Dessa forma, o código da simulação acoplada é resolvido da seguinte maneira, o problema elétrico é resolvido uma vez e calcula a distribuição inicial da fonte de calor. Em seguida, para cada passo de tempo  $\Delta t$  o problema térmico é resolvido, encontrando uma nova distribuição de temperatura  $T$ . A condutividade elétrica  $\sigma$  é baseada na nova temperatura e a fonte de calor  $q$  é recalculada de acordo com a relação  $q(T) = q_{\text{inicial}} \times (\sigma_0 / \sigma(T))$ . Esse processo se repete até o tempo final ou até a temperatura de fusão ser atingida.

## Resultados

### Geometria

O resultado da implementação do gráfico da distribuição do potencial elétrico, com o potencial  $V_0 = 0.96$  mV foi observado no gráfico abaixo.

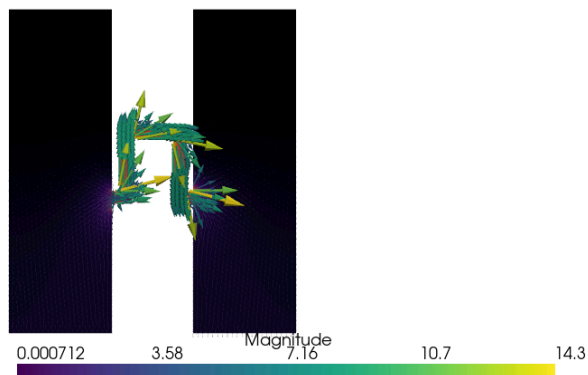
Distribuição do Potencial Elétrico (V)



Na imagem, é observado que os terminais possuem um potencial elétrico que varia pouco em sua totalidade e que a maior parte da diferença de potencial na geometria é observada no filamento.

O resultado do campo elétrico para a mesma simulação da explicação anterior foi a seguinte:

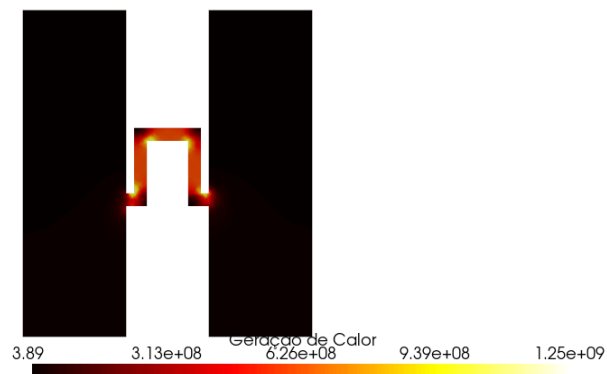
Campo Elétrico (E)



Na imagem, é possível perceber alguns vetores mostrando o fluxo do campo elétrico nos terminais, sendo perceptível a orientação rumo ao filamento no caso do primeiro terminal e a orientação em direção a base no segundo terminal. No filamento é possível observar como o módulo do campo elétrico é muito maior com as setas sendo bastante sobressalentes.

Quanto a parte elétrica gerando resultados na parte térmica, foi possível observar o gráfico do efeito Joule através da simulação, conforme o gráfico abaixo:

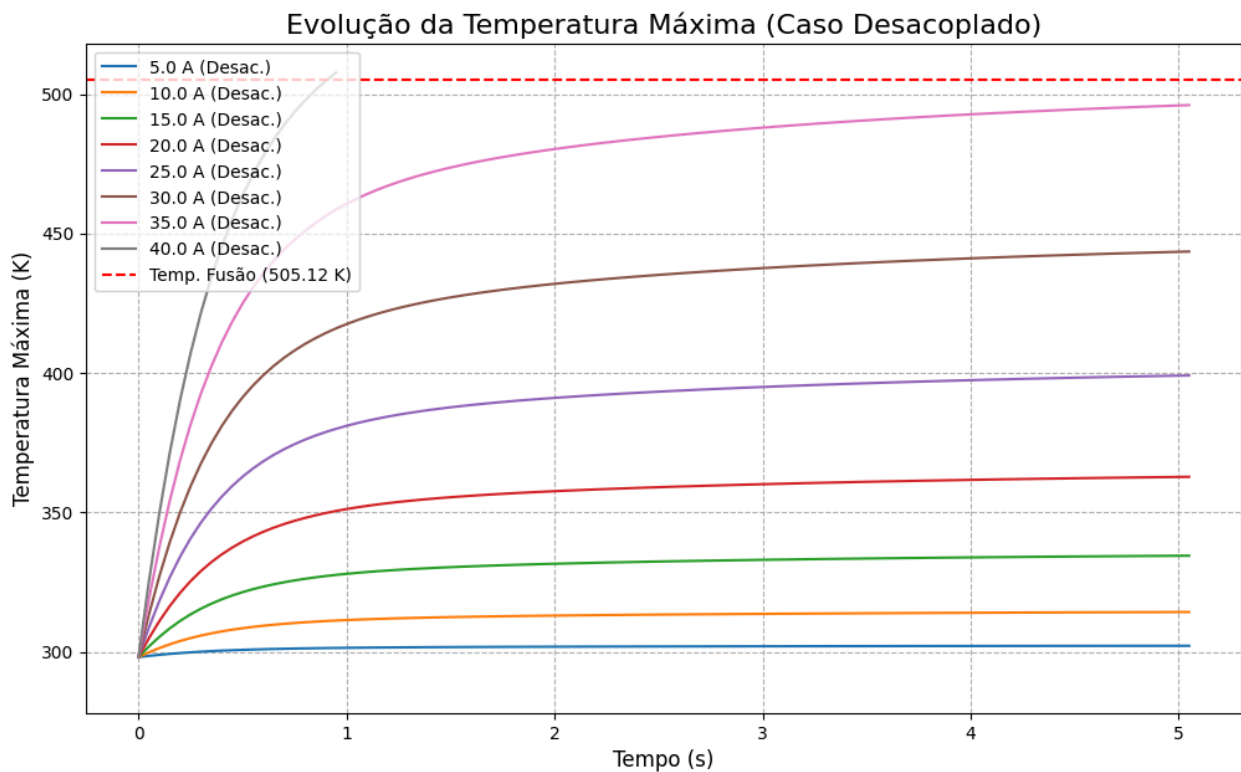
Distribuição da Fonte de Calor (Efeito Joule)



É possível perceber como a geração de calor na geometria se concentra na região do filamento, onde há uma maior densidade de campo elétrico, de corrente e subsequentemente maior quantidade de potência dissipada, o que era também esperado.

## Problema desacoplado

Para a simulação do problema desacoplado, utilizou-se a modelagem discutido anteriormente para diversos valores de correntes e observou-se para quais valores a simulação chegava na temperatura de fusão  $T_f$  do estanho, o gráfico gerado é apresentado abaixo:

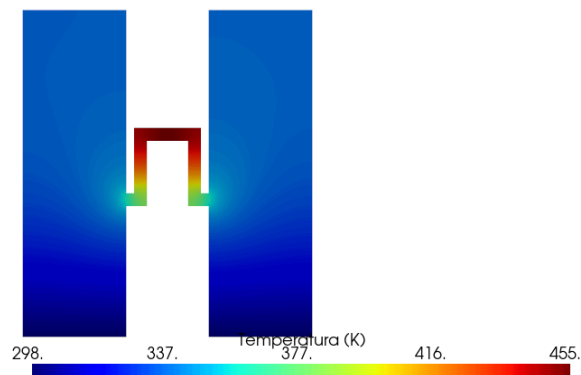


Observa-se que, no modelo desacoplado, o fusível suporta correntes de até 30A, mas atinge a temperatura de fusão em aproximadamente 1 segundo ao ser submetido à sua corrente nominal de 40A. Este resultado indica que o modelo, ao desconsiderar a variação das propriedades com a temperatura, subestima a capacidade real do

componente, pois um fusível funcional deve operar continuamente em sua corrente nominal sem falhar.

Para o valor de 25A, obteve-se a seguinte distribuição de temperatura na geometria do modelo utilizando a lógica desacoplada:

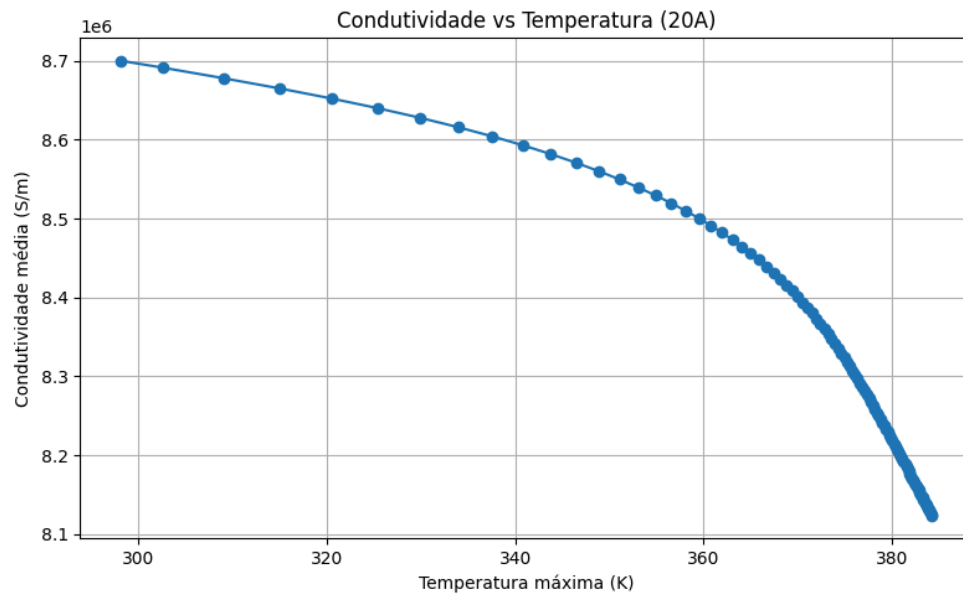
Distribuição de Temperatura Estacionária (T)



Que é esperada para a simulação de um fusível, onde a temperatura aumenta principalmente no filamento que é o local esperado de fusão caso o fusível queime.

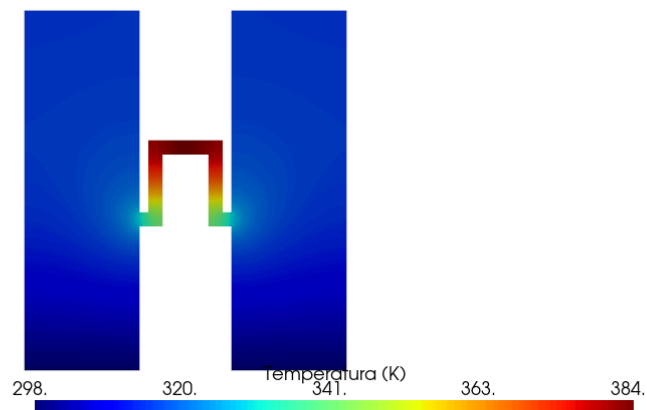
### **Problema acoplado**

Para o problema acoplado, a condutividade varia com a temperatura, isso pode ser observado através do gráfico abaixo, que demonstra como o aumento da temperatura resulta em uma diminuição da condutividade e consequentemente ocasiona um aumento da resistência, que por sua vez aumenta o calor produzido por efeito Joule, que potencializa o aumento da temperatura e fusão do filamento do fusível.



Para o valor de 20A, obteve-se a seguinte distribuição de temperatura na geometria do modelo utilizando a lógica acoplada:

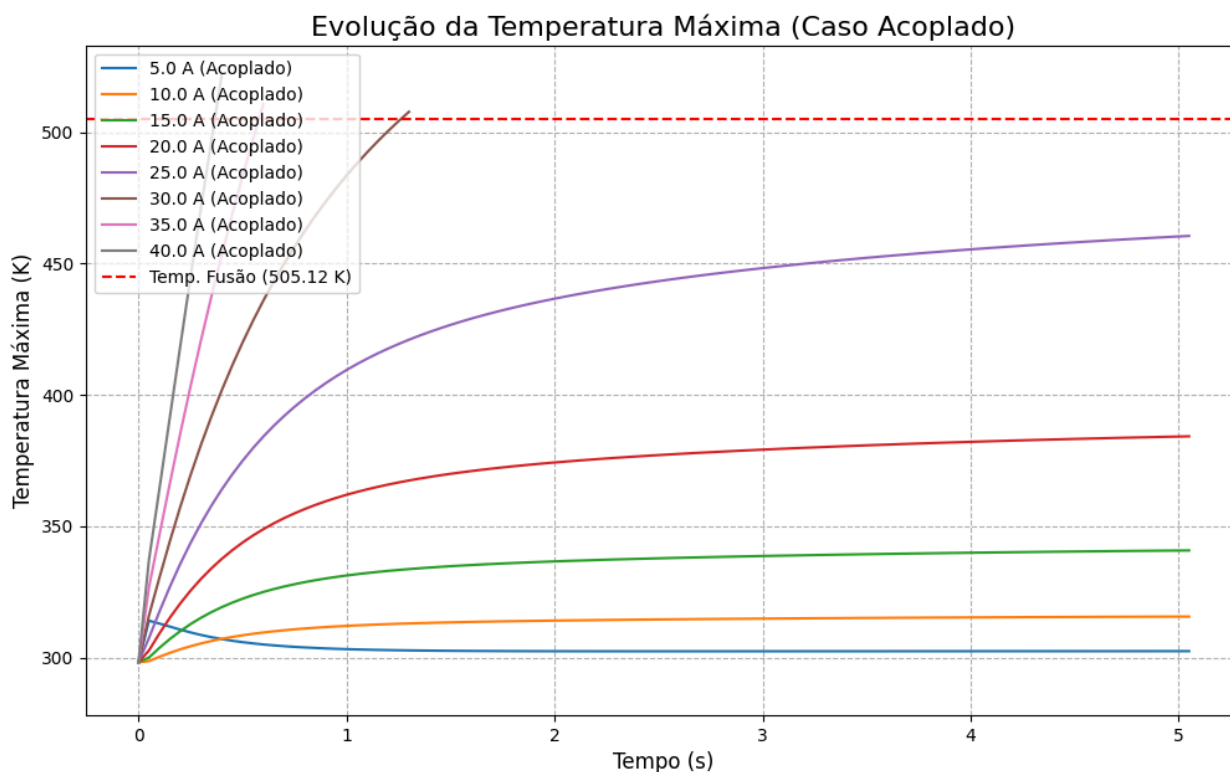
Distribuição de Temperatura Final (Acoplado, 20A)



Que assim como o desacoplado, obteve um resultado esperado para a simulação de um fusível, onde a temperatura aumenta principalmente no filamento que é o local esperado de fusão caso o fusível queime.



Para a simulação do problema acoplado, utilizou-se a estrutura do fluxograma e a modelagem discutido anteriormente para os mesmos valores de corrente utilizados no desacoplado e observou-se para quais valores a simulação chegava na temperatura de fusão  $T_f$  do estanho, o gráfico gerado é apresentado abaixo:



Pelo gráfico, é possível perceber que o modelo acoplado prevê um aquecimento muito mais acelerado do fusível. As correntes a partir de 30.0 A já são suficientes para causar a fusão do filamento em poucos segundos. Esse comportamento é fisicamente coerente e esperado. A lógica acoplada cria um ciclo de realimentação positiva: o aumento da temperatura eleva a resistividade do material, que por sua vez aumenta a potência dissipada por Efeito Joule ( $P = I^2 R$ ), acelerando ainda mais o aquecimento.

O resultado mais significativo aqui é que o modelo mais realista (acoplado) prevê que o componente falha em correntes abaixo de sua classificação nominal de 40A. Isso não indica necessariamente um erro, mas sim uma descoberta crucial da simulação: sob os parâmetros e condições de contorno definidos, o dispositivo modelado não opera como um fusível de 40A comercial. Esta discrepância será o foco principal da discussão a seguir.

### **Análise Comparativa com a Ficha Técnica do Fabricante**

Para validar e contextualizar os resultados da simulação, foi realizada uma comparação direta com a ficha técnica do fusível ATOF® de 40A da Littelfuse. A análise dos dados do fabricante revela divergências significativas em relação ao comportamento previsto pelo modelo computacional, tanto em regime contínuo quanto em sobrecarga.

Primeiramente, a curva de "derating" por temperatura, que indica a corrente máxima que o fusível pode suportar continuamente, mostra que a 25 °C o componente de 40A é capaz de operar com uma carga de aproximadamente 37A. Este dado contrasta fortemente com o resultado do modelo acoplado, que previu a fusão do filamento em pouco mais de um segundo ao ser submetido a uma corrente de 35A.

Adicionalmente, as curvas de tempo-corrente do fabricante especificam que, para uma sobrecarga de 135% (54A), o tempo de abertura do fusível de 40A deve ocorrer no intervalo de 0,75 a 600 segundos. A simulação, no entanto, demonstrou um comportamento muito mais sensível, prevendo a falha em menos de um segundo para a própria corrente nominal de 40A, condição na qual o fusível real deveria operar indefinidamente.

Esta comparação quantitativa reforça a principal conclusão da análise: o modelo simulado, embora fisicamente coerente, é significativamente mais conservador que o componente real. A falha prematura na simulação valida as hipóteses levantadas na discussão final do trabalho, apontando que fatores como o coeficiente de convecção ( $h$ ), as simplificações de um modelo 2D e as condições de contorno térmicas são críticos e que sua calibração é essencial para se obter uma maior fidelidade com o desempenho físico do fusível.

## **Discussão e Conclusão**

A modelagem de um problema de cunho elétrico e térmico permitiu a integração dos conhecimentos estudados em um problema de fato multifísico. O trabalho demonstrou com sucesso a implementação e a diferença fundamental entre uma abordagem desacoplada e uma fracamente acoplada, sendo o modelo acoplado o mais consistente com a física real do dispositivo.

O resultado central desta análise é a discrepância observada no modelo acoplado, que previu a falha do fusível em correntes inferiores à sua classificação nominal de 40A. Este achado pode ser interpretado de duas maneiras complementares: tanto como uma indicação de possíveis erros ou limitações na modelagem, quanto como um problema de desempenho do componente que foi corretamente identificado pela simulação.

Explorando a primeira interpretação, a divergência pode ser atribuída a simplificações e incertezas inerentes ao modelo construído, como os parâmetros e condições de contorno. O coeficiente de convecção ( $h = 15,0\text{W}/(\text{m}^2 \cdot \text{K})$ ) é uma aproximação para condições ideais. O ambiente real de operação pode oferecer uma refrigeração mais eficiente. Da mesma forma, a representação do problema em 2D e as condições de contorno térmicas nos terminais são simplificações que podem subestimar a capacidade do sistema de dissipar calor.

Por outro lado, se considerarmos que os parâmetros e as condições de contorno estão razoavelmente próximos da realidade, a simulação estaria agindo como uma ferramenta de análise de projeto. Nesse caso, ela identifica corretamente uma fragilidade no dispositivo, indicando que ele pode não ser robusto o suficiente para operar como um fusível de 40A sob certas condições térmicas. A falha prematura no modelo, portanto, seria um alerta sobre a sensibilidade do projeto a variações na dissipação de calor.

Em conclusão, a simulação cumpriu o objetivo de modelar o fenômeno eletrotérmico e, mais importante, serviu como uma poderosa ferramenta de análise crítica. A discrepância entre o resultado simulado e o valor nominal do componente não invalida o modelo, mas enriquece a análise, destacando a sensibilidade do sistema a parâmetros-chave e a importância da validação experimental para a calibração de modelos de alta fidelidade.