

# CAPÍTULO 3

## Análise Nodal e Análise de Malha

André Prado Procópio - 2022055556

Lucas Ribeiro da Silva - 2022055564

*Belo Horizonte, 28/03/2025*

### 3.1 Introdução

Para ajudar na resolução de circuitos elétricos foram criados alguns métodos facilitadores, dentre eles os métodos das tensões de nós e das correntes de malhas. No primeiro, analisa-se as tensões em cada nó a partir de um outro nó de referência. E, no segundo, são analisadas as correntes que circulam em cada malha do circuito separadamente. Juntos, esses dois métodos abrangem praticamente todos os problemas de análise de circuitos que serão abordados neste curso.

**Pré-relatório:** elabore uma introdução teórica sobre as Leis de Tensões e Correntes de Kirchhoff.

*As Leis de Kirchhoff são técnicas essenciais usadas para resolver circuitos elétricos complexos, ajudando a determinar tensões e correntes desconhecidas. Desenvolvidas por Gustav Kirchhoff em 1845, elas se dividem basicamente em duas regras principais: a Lei das Correntes (LCK) e a Lei das Tensões (LTK).*

*A Lei das Correntes, também chamada de lei dos nós, diz que em qualquer ponto de encontro dos fios (nó), a soma das correntes que entram e saem precisa ser igual a zero. Isso*

*acontece porque as cargas elétricas não podem simplesmente aparecer ou desaparecer do nada. Matematicamente, fica assim:*

$$\sum_{k=1}^n I_k = 0$$

*Já a Lei das Tensões, ou lei das malhas, fala que em qualquer caminho fechado dentro de um circuito (malha), a soma de todas as tensões é sempre zero. Isso ocorre devido à conservação de energia no circuito, indicando que toda energia fornecida é consumida ou transformada ao longo do caminho. Na prática, a expressão é:*

$$\sum_{k=1}^n V_k = 0$$

Usando essas duas leis juntas, conseguimos resolver praticamente qualquer circuito elétrico apresentado durante o curso.

### **1.1.1 Objetivos**

- 1) Verificar as Leis de Tensões (LTK) e de Correntes (LCK) de Kirchhoff utilizando a análise nodal e análise de malha.

## **1.2 Materiais e Métodos**

### **1.2.1 Pré-relatório**

- 1) Considerando o circuito mostrado na Figura 3.1, onde  $V_s$  representa uma fonte de tensão contínua de 5V, e os resistores possuem os seguintes valores:  $R_1=1k\Omega$ ,  $R_2=2,2k\Omega$ ,  $R_3=1,2k\Omega$ ,  $R_4=1k\Omega$ ,  $R_5=1,2k\Omega$ , determine analiticamente (equacione) as tensões e correntes em cada elemento do circuito (e preencha as Tabelas 3.2 e 3.3 com estes valores).

Montando as equações utilizando a LCK:

$$I_{m_1} \cdot R_1 + (I_{m_1} - I_{m_2}) \cdot R_2 + I_{m_1} \cdot R_5 = V_s \quad (1)$$

$$I_{m_2} \cdot R_3 + I_{m_2} \cdot R_4 + (I_{m_2} - I_{m_1}) \cdot R_2 = 0 \quad (2)$$

Substituindo os valores conhecidos para as resistências e tensões:

$$I_{m_1} \cdot 1k + (I_{m_1} - I_{m_2}) \cdot 2.2k + I_{m_1} \cdot 1.2k = 5 \quad (3)$$

$$I_{m_2} \cdot 1.2k + I_{m_2} \cdot 1k + (I_{m_2} - I_{m_1}) \cdot 2.2k = 0 \quad (4)$$

Reescrevendo o sistema:

$$(1k + 2.2k + 1.2k) \cdot I_{m_1} - 2.2k \cdot I_{m_2} = 5 \quad (5)$$

$$-2.2k \cdot I_{m_1} + (1.2k + 1k + 2.2k) \cdot I_{m_2} = 0 \quad (6)$$

$$4.4k \cdot I_{m_1} - 2.2k \cdot I_{m_2} = 5 \quad (7)$$

$$-2.2k \cdot I_{m_1} + 4.4k \cdot I_{m_2} = 0 \quad (8)$$

Resolvendo o sistema: multiplicando (8) por 2:

$$4.4k \cdot I_{m_1} - 2.2k \cdot I_{m_2} = 5 \quad (9)$$

$$-4.4k \cdot I_{m_1} + 8.8k \cdot I_{m_2} = 0 \quad (10)$$

Somando as duas equações:

$$6.6k \cdot I_{m_2} = 5$$

$$I_{m_2} = \frac{5}{6.6k} = 0.757 \text{ mA}$$

De (10)

$$I_{m_1} = 2 \cdot I_{m_2}$$

$$I_{m_1} = 2 \cdot 0.757 \text{ mA} = 1.515 \text{ mA}$$

Determinando as correntes

$$I_1 = I_5 = I_{m_1} = 2 \cdot 0.757 \text{ mA} = 1.515 \text{ mA} \quad (11)$$

$$I_3 = I_4 = I_{m_2} = 2 \cdot 0.757 \text{ mA} = 0.757 \text{ mA} \quad (12)$$

$$I_2 = I_{m_1} - I_{m_2} = 1.515 - 0.757 = 0.757 \text{ mA} \quad (13)$$

## Memória de Cálculo:

Determinando as tensões

$$V_1 = R_1 \cdot I_1 = 1 \text{ k} \cdot 1.515 \text{ m} = 1.515 \text{ V} \quad (14)$$

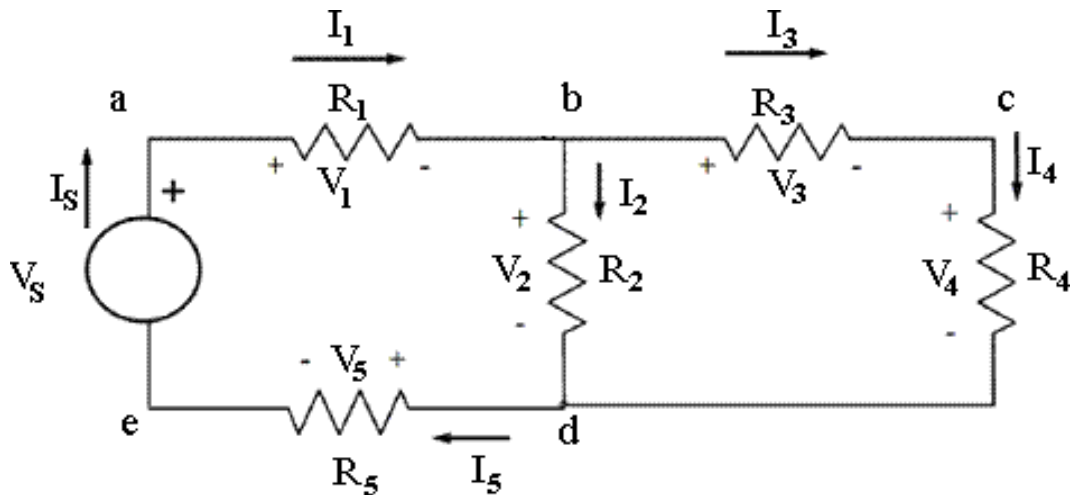
$$V_2 = R_2 \cdot I_2 = 2.2 \text{ k} \cdot 0.757 \text{ m} = 1.667 \text{ V} \quad (15)$$

$$V_3 = R_3 \cdot I_3 = 1.2 \text{ k} \cdot 0.757 \text{ m} = 0.909 \text{ V} \quad (16)$$

$$V_4 = R_4 \cdot I_4 = 1 \text{ k} \cdot 0.757 \text{ m} = 0.757 \text{ V} \quad (17)$$

$$V_5 = R_5 \cdot I_5 = 1.2 \text{ k} \cdot 1.515 \text{ m} = 1.818 \text{ V} \quad (18)$$

- 2) Utilizando o *software* LTSpice (ou outro simulador de sua preferência), simule o circuito dado e apresente os valores de tensão e corrente indicados na Figura 3.1 (preenchendo as Tabelas 3.2 e 3.3).



**Figura 3.1: Circuito para determinação das Leis de Tensões e de Correntes de Kirchhoff.**

### 1.2.2 Parte Prática

**Material necessário:** Fonte de tensão contínua de 5V, multímetro e resistores.

- 1) Monte o circuito da Figura 3.1 e, com o multímetro, meça todas as resistências, tensões e correntes, preenchendo os valores das Tabelas 3.1, 3.2 e 3.3.

## 1.3 Resultados

- 1) Calcule o erro percentual em todos os casos (medido vs calculado, medido vs nominal):

$$E(\%) = \left| \frac{\text{medido} - \text{teórico}}{\text{teórico}} \right| \times 100, \quad (3.1)$$

**Tabela 3.1: Valores de resistência**

	Nominal (kΩ)	Medido (kΩ)	E (%)
<b>R<sub>1</sub></b>	1	0,991	0,9
<b>R<sub>2</sub></b>	2,2	2,16	1,8
<b>R<sub>3</sub></b>	1,2	1,14	5
<b>R<sub>4</sub></b>	1	0,995	0,5
<b>R<sub>5</sub></b>	1,2	1,167	2,75

**Tabela 3.2: Valores de tensão**

	Calculado (V)	Simulado (V)	Medido (V)	E (%)
<b>V<sub>1</sub></b>	1,515	1,515	1,52	0,33
<b>V<sub>2</sub></b>	1,667	1,667	1,66	0,4
<b>V<sub>3</sub></b>	0,909	0,909	0,89	2,09
<b>V<sub>4</sub></b>	0,757	0,757	0,76	0,39
<b>V<sub>5</sub></b>	1,818	1,818	1,80	0,99

**Tabela 3.3: Valores de corrente**

	Calculado (mA)	Simulado (mA)	Medido (mA)	E (%)
<b>I<sub>1</sub></b>	1,515	1,515	1,486	1,91
<b>I<sub>2</sub></b>	0,757	0,757	0,740	2,24
<b>I<sub>3</sub></b>	0,757	0,757	0,745	1,58
<b>I<sub>4</sub></b>	0,757	0,757	0,747	1,32
<b>I<sub>5</sub></b>	1,515	1,515	1,489	1,71

2) Verifique a LCK para os cinco nós do circuito.

LCK para os cinco nós do circuito

$$I_S - I_1 = 0$$

$$1.489 - 1.486 = 0$$

$$0.003 \approx 0$$

$$I_2 + I_4 - I_5 = 0$$

$$0.74 + 0.747 - 1.489 = 0$$

$$-0.002 \approx 0$$

$$I_1 - I_2 - I_3 = 0$$

$$1.486 - 0.74 - 0.745 = 0$$

$$0.001 \approx 0$$

$$I_5 - I_S = 0$$

$$1.489 - 1.489 = 0$$

$$0 = 0$$

$$I_3 - I_4 = 0$$

$$0.745 - 0.747 = 0$$

$$-0.002 \approx 0$$

3) Verifique a LTK para as duas malhas do circuito.

LTK para as duas malhas do circuito

$$V_1 + V_2 + V_5 - V_s = 0 \quad (19)$$

$$1.52 + 1.66 + 1.8 - 4.99 = 0 \quad (20)$$

$$4.98 - 4.99 = 0 \quad (21)$$

$$-0.01 \approx 0 \quad (22)$$

$$-V_2 + V_3 + V_4 = 0 \quad (23)$$

$$-1.66 + 0.89 + 0.76 = 0 \quad (24)$$

$$-0.01 \approx 0 \quad (25)$$

## 1.4 Discussão e Conclusão

Discuta os resultados, comparando os valores medidos em laboratório com aqueles calculados e simulados, explicando eventuais discrepâncias.

*A análise feita em laboratório permitiu uma introdução aos instrumentos de medidas e processos em sala de aula. As discrepâncias nos resultados medidos em laboratório com os resultados calculados e simulados podem ser explicadas por uma série de imperfeições nos materiais que são utilizados, pela inexatidão dos valores de voltagem e resistência comprovados pelos cálculos dos erros, além de processos de dissipação de energia, ainda que pequena, fora dos componentes resistivos. Pode ser explicada também por sensibilidades de precisão nos instrumentos de medição e no manuseamento dos mesmos.*