

# CAPÍTULO 11 Circuitos RC e RL em Regime Permanente

**André Prado Procópio** - 2022055556

**Lucas Ribeiro da Silva** - 2022055564

**Mariana Pinho Barroso Sousa** - 2022055793

## 1.1 Introdução

Capacitores e indutores são componentes cujo comportamento, em regime permanente senoidal, depende da frequência. Aplicando-se uma tensão senoidal a circuitos RL e RC, as correntes e tensões em seus terminais variarão em amplitude e apresentarão uma defasagem. A defasagem dependerá das impedâncias dos circuitos, dadas por:

Circuito RL:  $Z = R + j\omega L$

Circuito RC:  $Z = R - j 1/\omega C$

**Pré-relatório:** Elabore uma introdução teórica sobre a resposta de circuitos RL e RC em regime permanente senoidal.

A análise de circuitos em regime permanente senoidal utiliza a representação fasorial, onde transformamos grandezas senoidais em números complexos. Isso facilita muito os cálculos, pois substituímos derivadas e integrais por operações algébricas simples. A impedância complexa  $Z = R \pm jX$  representa a oposição total que o circuito oferece à corrente alternada.

Os componentes reativos têm comportamentos que dependem da frequência. A reatância indutiva  $X_L = \omega L$  aumenta com a frequência, enquanto a reatância capacitiva  $X_C = 1/\omega C$  diminui quando a frequência aumenta. Os indutores causam atraso de  $90^\circ$  da corrente em relação à tensão, pois armazenam energia no campo magnético. Já os capacitores causam atraso de  $90^\circ$  da tensão em relação à corrente, armazenando energia no campo elétrico.

Ambos os circuitos RL e RC funcionam como filtros passa-baixas, mas com características diferentes. O circuito RL tem constante de tempo  $\tau = L/R$  e frequência de corte  $f_c = R/(2\pi L)$ , com defasagem entre  $0^\circ$  e  $90^\circ$ . O circuito RC possui constante de tempo  $\tau = RC$  e frequência de corte  $f_c = 1/(2\pi RC)$ , com defasagem entre  $0^\circ$  e  $-90^\circ$ .

A função de transferência  $H(j\omega)$  descreve como o circuito responde em diferentes frequências. O módulo  $|H(j\omega)|$  mostra como a amplitude varia, enquanto a fase  $\phi(\omega)$  indica a defasagem entre entrada e saída. Na frequência de corte, a amplitude cai para aproximadamente 70% do valor em baixas frequências.

A presença de componentes reativos introduz potência reativa, que não é dissipada mas fica oscilando entre a fonte e o componente. A potência ativa  $P = I^2R$  é dissipada no resistor, enquanto a potência reativa  $Q = I^2X$  fica armazenada nos campos. O fator de potência  $\cos \phi = R/|Z|$  indica a eficiência energética do circuito.

Estes conceitos são fundamentais para entender o comportamento experimental dos circuitos RL e RC, permitindo relacionar as medições práticas de tensão, corrente e defasagem com a teoria estudada.

## **Objetivos**

1. Observar o comportamento de circuitos RC e RL quando submetidos a excitações senoidais de diferentes frequências.

## **1.2 Materiais e Métodos**

### **1.2.1 Pré-relatório: Simulação e Memória de cálculo**

#### **Parte A - Circuito RC**

A Figura 11.1 apresenta um circuito RC série alimentado por uma fonte de tensão senoidal. Considere que  $R = 470\Omega$ ,  $C = 100\text{nF}$  e  $V_{IN} = 4V_{PP}$ , com frequências de 1, 2, 5, 10, 15, 20 e 25kHz.

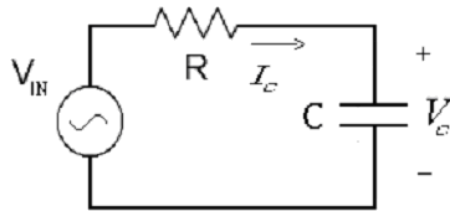


Figura 11.1: Circuito RC série.

1. Calcule os valores da impedância do circuito (módulo e fase), considerando cada uma das frequências da fonte de alimentação. (Preencha a Tabela 11.1 com esses valores)

$$X_C = \frac{1}{2\pi fC}$$

$$Z = R - jX_C$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{\text{Im}(Z)}{\text{Re}(Z)}\right) = \arctan\left(\frac{-X_C}{R}\right) = -\arctan\left(\frac{X_C}{R}\right)$$

Frequência (kHz)	$X_C$ ( $\Omega$ )	$ Z $ ( $\Omega$ )	$\theta$ ( $^\circ$ )
1	1591.55	1659.76	-73.5
2	795.77	924.13	-59.0
5	318.31	567.60	-34.1
10	159.15	496.20	-18.7
15	106.10	481.80	-12.8
20	79.58	476.60	-9.6
25	63.66	474.20	-7.7

2. Monte o circuito no LTspice (ou outro *software* de sua preferência) e faça simulações de transitórios (“transient”) de forma a visualizar a tensão de entrada ( $V_{IN}$ ) e corrente no capacitor ( $I_C$ ), para cada uma das frequências da fonte de alimentação.

3. Para cada caso, meça a amplitude da tensão e da corrente e a defasagem de  $I_C$  em relação a  $V_{IN}$ . Utilize os cursores dos gráficos para determinar as defasagens, em segundos. Converta as defasagens para radianos. A conversão pode ser realizada da seguinte forma:

$$\varphi(rad) = 2\pi \frac{\Delta t}{T} \quad (11.1)$$

Onde  $\Delta t$  é a defasagem medida e  $T$  é o período do sinal (ambos em segundos). Em seguida, converta a defasagem para graus.

$$\theta(\text{graus}) = \varphi(\text{rad}) * \frac{180}{\pi} \quad (11.2)$$

(Preencha as Tabela 11.2 com os valores de Módulo de  $I_C$  e a defasagem de  $I_C$  em relação a  $V_{IN}$ .)

- Utilize os valores simulados para determinar as impedâncias em cada caso ( $Z(\omega) = V_{IN}(\omega)/I_C(\omega)$ ). (Preencha a Tabela 11.3 com esses valores).

### Parte B - Circuito RL

A Figura 11.2 apresenta um circuito RL série alimentado por uma fonte de tensão senoidal. Considere que  $R = 100\Omega$ ,  $L = 1,5\text{mH}$  e  $V_{IN} = 4V_{PP}$ , com frequências de 1, 2, 5, 10, 15, 20 e 25kHz.

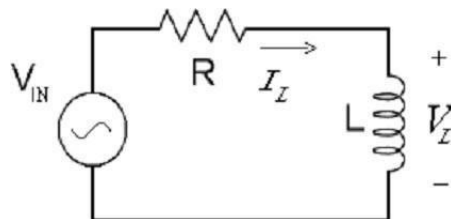


Figura 11.2: Circuito RL série.

- Calcule os valores da impedância do circuito (módulo e fase), considerando cada uma das frequências da fonte de alimentação. (Preencha a Tabela 11.7 com esses valores)

$$X_L = 2\pi fL$$

$$Z = R + jX_L$$

$$|Z| = \sqrt{R^2 + X_L^2}$$

$$\theta = \arctan\left(\frac{X_L}{R}\right)$$

Frequência (kHz)	$X_L$ ( $\Omega$ )	$ Z $ ( $\Omega$ )	$\theta$ ( $^\circ$ )
1	9.42	100.44	5.39
2	18.85	101.76	10.65
5	47.12	110.43	25.07
10	94.25	137.23	43.21
15	141.37	172.77	54.19
20	188.50	213.04	61.39
25	235.62	256.61	66.50

2. Monte o circuito no LTspice (ou outro *software* de sua preferência) e faça simulações de transitórios (“transient”) de forma a visualizar a tensão de entrada ( $V_{IN}$ ) e corrente no indutor ( $I_L$ ), para cada uma das frequências da fonte de alimentação.
3. Para cada caso, meça a amplitude da tensão e da corrente e a defasagem de  $V_{IN}$  em relação a  $I_C$ . Utilize os cursores dos gráficos para determinar as defasagens, em segundos. Converta as defasagens para radianos com a expressão 11.1 e, em seguida, para graus com a expressão 11.2. (Preencha as Tabela 11.8 com os valores de Módulo de  $I_L$  e a defasagem de  $I_L$  em relação a  $V_{IN}$ .)
4. Utilize os valores simulados para determinar as impedâncias em cada caso ( $Z(\omega) = V_{IN}(\omega)/I_C(\omega)$ ). (Preencha a Tabela 11.9 com esses valores)

## 1.3 Parte prática

### Parte A - Circuito RC

1. Monte o circuito RC conforme a Figura 11.1, utilizando  $R = 470\Omega$ ,  $C = 100\text{nF}$ . Aplique uma onda senoidal com amplitude de  $4V_{PP}$  nas seguintes frequências: 1kHz, 2kHz, 5kHz, 10kHz, 15kHz, 20kHz e 25kHz.
  - (a) Registre as formas de onda  $V_{IN}(t)$  e  $I_C(t)$ , para as frequências aplicadas.
  - (b) Meça a amplitude da tensão ( $V_{IN}$ ) e da corrente ( $I_C$ ) e a defasagem de  $I_C$  em relação a  $V_{IN}$  para cada frequência aplicada. (Preencha as Tabela 11.4 com os valores de amplitude de  $I_C$  e a defasagem de  $I_C$  em relação a  $V_{IN}$ .) **Adicionar, como anexos do relatório as imagens do osciloscópio para cada medição.**
  - (c) Utilize os valores medidos para determinar as impedâncias em cada caso ( $Z(\omega) = V_{IN}(\omega)/I_C(\omega)$ ). (Preencha a Tabela 11.5 com esses valores)
  - (d) Calcule o erro percentual para Módulo e fase de  $Z$  entre os valores medidos e simulados. (Preencha a Tabela 11.6 com esses valores)

### Parte B - Circuito RL

1. Monte o circuito RL conforme a Figura 11.2, utilizando  $R = 100\Omega$ ,  $L = 1,5\text{mH}$ . Aplique uma onda senoidal com amplitude de  $4V_{PP}$  nas seguintes frequências: 1kHz, 2kHz, 5kHz, 10kHz, 15kHz, 20kHz e 25kHz.
  - (a) Registre as formas de onda  $V_{IN}(t)$  e  $I_L(t)$ , para as frequências aplicadas.
  - (b) Meça a amplitude da tensão ( $V_{IN}$ ) e da corrente ( $I_L$ ) e a defasagem de  $I_L$  em relação a  $V_{IN}$  para cada frequência aplicada. (Preencha as Tabela 11.10 com os valores de amplitude de  $I_L$  e a defasagem de  $I_L$  em relação a  $V_{IN}$ .) **Adicionar, como anexos do relatório as imagens do osciloscópio para cada medição.**
  - (c) Utilize os valores medidos para determinar as impedâncias em cada caso ( $Z(\omega) = V_{IN}(\omega)/I_C(\omega)$ ). (Preencha a Tabela 11.11 com esses valores)
  - (d) Calcule o erro percentual para Módulo e fase de  $Z$  entre os valores medidos e simulados. (Preencha a Tabela 11.12 com esses valores)

## 1.4 Resultados e Discussão

### Parte A - Circuito RC

**Tabela 11.1: Impedância, módulo e fase do circuito RC CALCULADOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
1	$470 + 1591.5j$	1659.76	-73.5
2	$470 + 795.77j$	924.13	-59.0
5	$470 + 318.31j$	567.60	-34.1
10	$470 + 159.15j$	496.20	-18.7
15	$470 + 106.10j$	481.80	-12.8
20	$470 + 79.58j$	476.60	-9.6
25	$470 + 63.66j$	474.20	-7.7

**Tabela 11.2: Amplitude de  $I_C$  e defasagem de  $I_C$  em relação a  $V_{IN}$  ( $\theta_{I_C \rightarrow V_{IN}}$ )**

#### SIMULADOS

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Amplitude de $I_C$ (mA)	$\theta_{I_C \rightarrow V_{IN}}$ (graus)
1	1,205	-73.5
2	2.164	-59.4
5	3.525	-34.2
10	4.034	-18.6
15	4.158	-12.6
20	4.203	-9.6
25	4.223	-7.6

**Tabela 11.3: Impedância, módulo e fase do circuito RC SIMULADOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
1	$488.7 - 1561.3j$	1657.7	-73.5
2	$468.7 - 799.3j$	924.6	-59.4
5	$467.1 - 319.3j$	567.5	-34.2
10	$465.0 - 160.4j$	496.0	-18.6
15	$463.3 - 106.7j$	481.0	-12.6
20	$469.3 - 79.0j$	476.1	-9.6
25	$466.8 - 62.3j$	473.5	-7.6

**Tabela 11.4: Amplitude de  $I_c$  e defasagem de  $I_c$  em relação a  $V_{IN}$  ( $\theta_{I_c \rightarrow V_{IN}}$ ) MEDIDOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Amplitude de $I_c$ (mA)	$\theta_{I_c \rightarrow V_{IN}}$ (graus)
1	1.19	-74.97
2	2.04	-59.80
5	3.28	-34.80
10	3.77	-19.90
15	3.87	-13.00
20	3.87	-10.00
25	3.87	-9.00

**Tabela 11.5: Impedância, módulo e fase do circuito RC MEDIDOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
1	429.53 + 1612.42j	1670.79	-74.97
2	494.83 + 843.38j	978.23	-59.80
5	499.97 + 347.14j	609.03	-34.80
10	499.61 + 180.94j	530.33	-19.90
15	502.34 + 116.17j	515.84	-13.00
20	508.28 + 89.78j	515.84	-10.00
25	509.64 + 80.46j	515.84	-9.00

**Tabela 11.6: Erro percentual (E%) entre valores medidos e calculados (RC)**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	E% do Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	E% Fase de $Z$ (graus)
1	0,66	2,00
2	5,85	1,35
5	7,29	2,05
10	6,87	6,41
15	7,06	1,56
20	8,23	4,16
25	8,78	18,42

## Parte B - Circuito RL

**Tabela 11.7: Impedância, módulo e fase do circuito RL CALCULADOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
1	100 - 9.42j	100.44	5.38
2	100 - 18.85j	101.76	10.67
5	100 - 47.12j	110.54	25.23
10	100 - 94.25j	137.41	43.30
15	100 - 141.37j	173.16	54.72
20	100 - 188.50j	213.37	62.05
25	100 - 235.62j	255.96	67.00



**Tabela 11.8: Amplitude de  $I_L$  e defasagem de  $I_L$  em relação a  $V_{IN}$  ( $\theta_{IL \rightarrow VIN}$ )**

**SIMULADOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Amplitude de $I_L$ (mA)	$\theta_{IL \rightarrow VIN}$ (graus)
<b>1</b>	19.88	5.38
<b>2</b>	19.65	10.70
<b>5</b>	18.08	25.78
<b>10</b>	14.51	43.58
<b>15</b>	11.38	55.97
<b>20</b>	9.09	62.57
<b>25</b>	7.40	67.71

**Tabela 11.9: Impedância, módulo e fase do circuito RL SIMULADOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
<b>1</b>	100.11 – 9.44j	100.57	5.38
<b>2</b>	99.54 – 18.75j	101.75	10.70
<b>5</b>	99.00 – 47.72j	110.62	25.78
<b>10</b>	90.49 – 104.72j	137.83	43.58
<b>15</b>	89.46 – 156.68j	175.77	55.97
<b>20</b>	83.04 – 201.95j	220.16	62.57
<b>25</b>	75.48 – 252.42j	270.26	67.71

**Tabela 11.10: Amplitude de  $I_L$  e defasagem de  $I_L$  em relação a  $V_{IN}$  ( $\theta_{IL \rightarrow VIN}$ )**

**MEDIDOS**

Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Amplitude de $I_L$ (mA)	$\theta_{IL \rightarrow VIN}$ (graus)
<b>1</b>	18.55	5.47
<b>2</b>	18.55	10.9
<b>5</b>	16.95	25.0
<b>10</b>	14.09	43.0
<b>15</b>	11.28	54.5
<b>20</b>	9.27	60.0
<b>25</b>	8.07	65.0

**Tabela 11.11: Impedância, módulo e fase do circuito RL MEDIDOS**

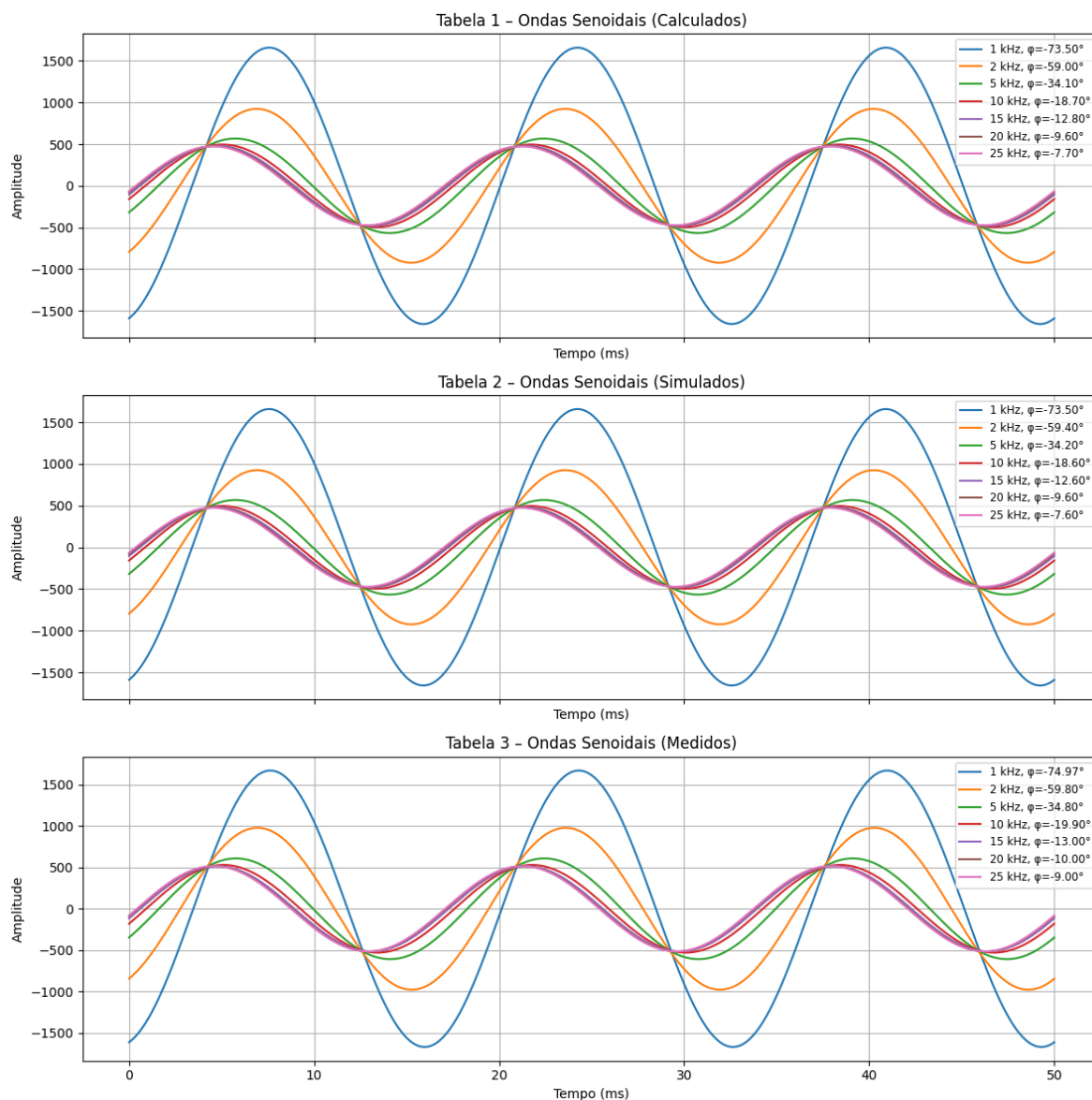
Frequência de $V_{in}$ (kHz)	Impedância $Z$ ( $\Omega$ )	Módulo de $Z$ ( $\Omega$ )	Fase de $Z$ (graus)
<b>1</b>	107.79 – 10.33j	108.32	5.47
<b>2</b>	105.83 – 20.42j	107.78	10.9
<b>5</b>	108.56 – 50.53j	119.75	25.0
<b>10</b>	104.65 – 98.06j	144.05	43.0
<b>15</b>	103.27 – 146.81j	179.90	54.5
<b>20</b>	109.40 – 189.51j	218.80	60.0
<b>25</b>	104.53 – 226.11j	248.94	65.0

**Tabela 11.12: Erro percentual (E%) entre valores medidos e calculados (RL)**

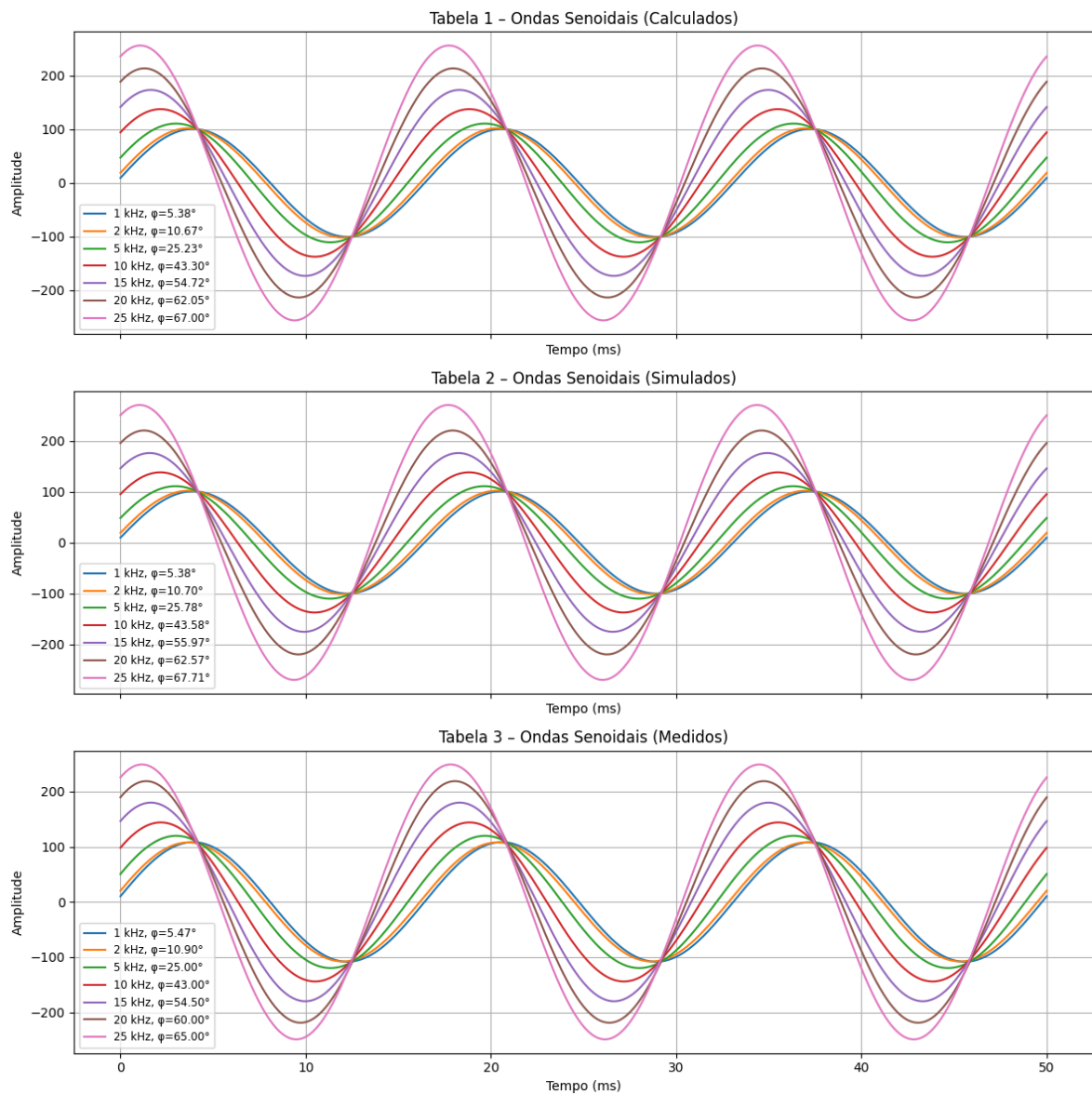
Frequência de $V_{in}$ (kHz)	E% do Módulo de Z ( $\Omega$ )	E% Fase de Z (graus)
1	7,84	1,67
2	5,91	2,15
5	8,33	0,91
10	4,83	0,69
15	3,89	0,40
20	2,54	3,30
25	2,74	2,98

1. Construa curvas da variação do módulo e da fase da impedância com a frequência para cada circuito, sobrepondo os gráficos de valores calculados, simulados e medidos. Explique eventuais discrepâncias.

### *Circuito RC*



## Circuito RL



Ainda que os circuitos sejam similares visualmente, eles têm discrepâncias consideráveis, especialmente entre o calculado e o medido. O simulado desta vez também apresentou grande discrepância, o que era inesperado e poderia ser justificado por erros numéricos no simulador LTSpice. A discrepância do medido acontece porque os equipamentos reais são falíveis, os componentes não são exatas e há as resistências internas do gerador de sinais.

2. A partir dos valores medidos, determine os valores do capacitor C e do indutor L nos dois casos. Compare com os seus valores nominais e explique eventuais discrepâncias.

*A capacitância C pode ser calculada a partir dos valores medidos pela fórmula  $C = 1/(\omega|Z_C|\text{sen}(\theta))$ , possuindo o valor de aproximadamente 94 nF, valor que aproxima os 98.88 nF medidos em sala de aula. A indutância, por sua vez, pode ser calculada pela fórmula  $L = (|Z_L|\text{sen}(\theta))/\omega$ , possuindo valor de 1,42 mH, que aproxima os 1,47 mH medidos em sala.*

*Essa diferença é aceitável e ocorre devido à margem de erro dos componentes, de erros de medições, etc.*

3. Com base nas tabelas de erro percentual, compare os valores medidos com os calculados. Explique eventuais discrepâncias.

*Para os valores medidos e calculados, observou-se um erro aceitável na maior parte dos casos, exceto para o caso de 25 kHz no circuito RC, onde atingiu 18%. Essa discrepância pode ser observada devido à margem de erro dos componentes, de erros de medições e erros humanos e até mesmo efeitos parasitas no funcionamento do circuito e devido à idealização nos modelos matemáticos.*

4. Discuta as semelhanças e diferenças observadas para a variação da impedância (módulo e fase) com a frequência para os dois circuitos.

*Ambos os circuitos funcionam como filtros passa-baixas, porém apresentam comportamentos opostos quanto à variação da impedância com a frequência. No circuito RC, o módulo da impedância diminui com o aumento da frequência (de 1659,76Ω para 474,20Ω), enquanto no circuito RL ocorre o contrário, com a impedância aumentando (de 100,44Ω para 255,96Ω). As fases também variam em direções opostas: o circuito RC apresenta fase negativa que se aproxima de zero (corrente adianta tensão), enquanto o RL apresenta fase positiva que se aproxima de +90° (corrente atrasa tensão). Esta diferença fundamental resulta das propriedades intrínsecas dos componentes reativos: a reatância capacitiva  $X_C = 1/(\omega C)$  diminui com a frequência, enquanto a reatância indutiva  $X_L = \omega L$  aumenta proporcionalmente à frequência.*

5. Comente as defasagens entre tensão e corrente observadas para os dois circuitos.

*Em circuitos RC, a corrente é antecipada em relação à tensão, enquanto em circuitos RL, a corrente é atrasada em relação à tensão. Para circuitos RC o aumento da fase tende a seguir o inverso do aumento da frequência enquanto para circuitos RL, o aumento da frequência tende a aumentar o módulo da fase.*