

# Distribuição de Energia Elétrica

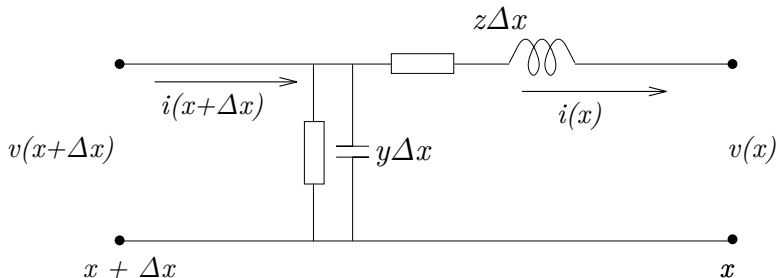
## Admitância em derivação de sistemas de distribuição aéreos e subterrâneos

Lucas S Melo

Universidade Federal do Ceará

Maio de 2017

# Modelo de uma linha de transmissão



- Resistência série;
- Indutância série;
- Capacitância em derivação;
- Condutância em derivação.

# Admitância em derivação de sistemas de distribuição aéreos e subterrâneos

A admitância em derivação de uma linha é considerado como:

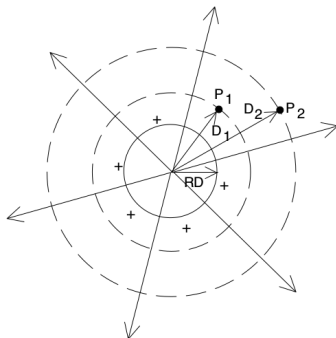
- Condutância;
- Susceptância Capacitiva.

A **condutância** geralmente é ignorada devido seu valor muito baixo.

Essa capacitância é resultado da diferença de potencial entre os condutores.

# Admitância em derivação de sistemas de distribuição aéreos e subterrâneos

Linhas equipotenciais são criadas em torno dos condutores, conforme mostrado na figura:



Linhas equipotencias de potencial elétrico.

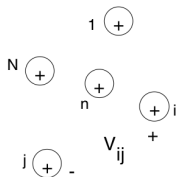
## dimitância em derivação de sistemas de distribuição aéreos e subterrâneos

A diferença de potencial entre os pontos  $P_1$  e  $P_2$  é resultante do campo elétrico presente no condutor. Calculada a diferença de potencial entre  $P_1$  e  $P_2$  é possível saber a capacitância entre estes dois pontos.

Se houver outros condutores próximos a  $P_1$  e  $P_2$  estes também devem ser levados em consideração.

# Equação da diferença de potencial geral

Dada uma matriz de condutores como a mostrada na figura, composta de  $N$  condutores positivamente carregados com uma densidade dada por  $q$  [ $C \cdot metros$ ]



A diferença de potencial entre os condutores  $i$  e  $j$  é dada por:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_1 \ln \frac{D_{1j}}{D_{1i}} + \dots + q_i \ln \frac{D_{ij}}{RD_i} + \dots + q_j \ln \frac{RD_j}{D_{ij}} + \dots + q_N \ln \frac{D_{Nj}}{D_{Ni}} \right]$$

# Equação da diferença de potencial geral

Ou de forma geral:

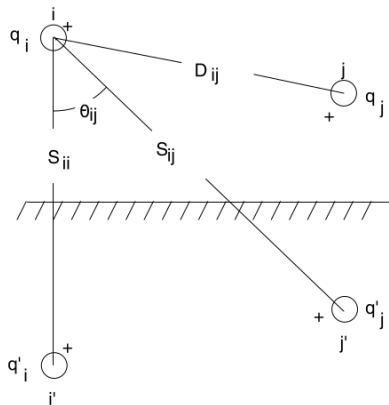
$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \sum_{n=1}^N q_n \ln \frac{D_{nj}}{D_{ni}} \quad (1)$$

- $\epsilon = \epsilon_0\epsilon_r$  = permissividade elétrica do meio;
- $q_n$  = densidade de carga no condutor  $n$ ;
- $D_{ni}$  = distância entre o condutor  $n$  e o condutor  $i$ ;
- $D_{nj}$  = distância entre o condutor  $n$  e o condutor  $j$ ;
- $RD_n$  = raio do condutor  $n$ .

# Linhas Aéreas

O método dos condutores e suas imagens também é aplicado para o cálculo da capacitância em derivação.

Assumindo que:  $q'_i = -q_i$  e  $q'_j = -q_j$





## Linhas Aéreas

Calculando a diferença de potencial entre o condutor  $i$  e sua imagem  $i'$ .

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q'_i \ln \frac{RD_i}{S_{ii}} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} + q'_j \ln \frac{D_{ij}}{S_{ij}} \right) \quad (2)$$

Resolvendo:

$$V_{ii} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( 2 \cdot q_i \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + 2 \cdot q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) \quad (3)$$

## Linhas Aéreas

Dado que  $V_{ii}$  é a diferença de potencial entre o condutor  $i$  e sua imagem, assume-se então que a diferença de potencial  $V_{ig}$  será dada pela metade deste valor:

$$V_{ig} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left( q_i \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} + q_j \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \right) \quad (4)$$

Ou podemos escrever:

$$V_{ig} = \hat{P}_{ii} \cdot q_i + \hat{P}_{ij} \cdot q_j \quad (5)$$

# Linhas Aéreas

Se considerarmos para as linhas aéreas:

$$\epsilon_{ar} = 1,0 \times 8,85 \times 10^{-12} \text{ [F/metro]} \quad (6)$$

$$\epsilon_{ar} = 1,424 \times 10^{-2} \mu \text{ [F/milha]} \quad (7)$$

Assim ficamos com:

$$P_{ii} = 11,17689 \cdot \ln \frac{S_{ii}}{RD_i} \text{ [milha}/\mu\text{F]} \quad (8)$$

$$P_{ij} = 11,17689 \cdot \ln \frac{S_{ij}}{D_{ij}} \text{ [milha}/\mu\text{F]} \quad (9)$$

## Linhas Aéreas

Assim como no cálculo das impedâncias série de uma linha obtivemos a matriz de impedâncias primitiva, para o cálculo da capacitância em derivação é possível obter a matriz primitiva de potencial.

Por exemplo, para um sistema a quatro condutores, sendo três fases e um neutro, teríamos:

$$\hat{\mathbf{P}}_{\text{primitiva}} = \left[ \begin{array}{ccc|c} \hat{P}_{aa} & \hat{P}_{ab} & \hat{P}_{ac} & \hat{P}_{an} \\ \hat{P}_{ba} & \hat{P}_{bb} & \hat{P}_{bc} & \hat{P}_{bn} \\ \hat{P}_{ca} & \hat{P}_{cb} & \hat{P}_{cc} & \hat{P}_{cn} \\ - & - & - & - \\ \hat{P}_{n1a} & \hat{P}_{n1b} & \hat{P}_{n1c} & \hat{P}_{nn} \end{array} \right] \quad (10)$$

# Linhas Aéreas

Novamente, para obtermos a matriz de potencial de fase, particiona-se a matriz:

$$\hat{\mathbf{P}}_{\text{primitiva}} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{P}}_{ij} & \hat{\mathbf{P}}_{in} \\ \hat{\mathbf{P}}_{nj} & \hat{\mathbf{P}}_{nn} \end{bmatrix} \quad (11)$$

E aplica-se redução de *Kron*:

$$\hat{\mathbf{P}}_{abc} = (\hat{\mathbf{P}}_{ij} - \hat{\mathbf{P}}_{in} \cdot \hat{\mathbf{P}}_{nn}^{-1} \cdot \hat{\mathbf{P}}_{nj}) \quad (12)$$

# Linhas Aéreas

Sabendo que:

$$C = \frac{q}{V} \quad (13)$$

O inverso da matriz de potencial de fase, será a matriz de capacitância de fase:

$$\mathbf{C}_{abc} = \mathbf{P}_{abc}^{-1} \quad (14)$$

# Linhas Aéreas

Conforme mencionado anteriormente, desprezando a condutância, a matriz de admitância em derivação pode ser obtida:

$$\mathbf{Y}_{abc} = \mathbf{0} + j \cdot \omega \cdot \mathbf{C}_{abc} \quad [\mu S/milha] \quad (15)$$

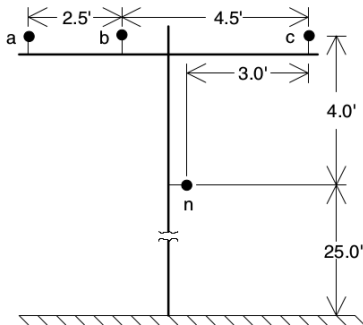
Em que:

$$\omega = 2 \cdot \pi \cdot f = 2 \cdot \pi \cdot 60 = 376,9911 \quad (16)$$

# Linhas Aéreas

## Exercício

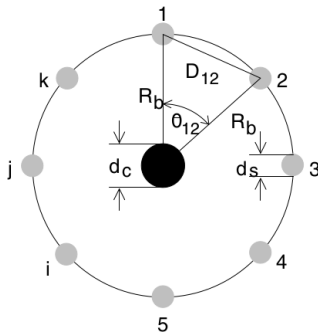
Determine a matriz de admitâncias em derivação para a linha aérea mostrada na figura:





# Cabos de neutro concêntricos em linhas subterrâneas

Para o cálculo da matriz de admitâncias em derivação para condutores com neutro concêntricos é preciso levar em consideração os seguintes parâmetros:



## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

Visto que o cabo de neutro concêntrico é aterrado, todos os fios que o formam estão no mesmo potencial.

Também o campo elétrico criado pelo condutor de fase estará confinado dentro do próprio condutor.

Aplicando a equação geral de diferença de potencial entre o condutor fase e um dos fios que compõem o neutro concêntrico, visto que todos os fios estão no mesmo potencial:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_p \ln \frac{R_b}{RD_c} + q_1 \ln \frac{RD_s}{R_b} + q_2 \ln \frac{D_{12}}{R_b} + \dots + q_i \ln \frac{D_{1i}}{R_b} + \dots + q_k \ln \frac{D_{1k}}{R_b} \right]$$

$$\text{Com } RD_c = \frac{d_c}{2} \text{ e } RD_s = \frac{d_s}{2}$$

## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

Assumindo que cada fio do condutor de neutro concêntrico tem carga igual:

$$q_1 = q_2 = q_i = q_k = -\frac{q_p}{k} \quad (17)$$

Simplifica-se a equação da diferença de potencial para:

$$V_{ij} = \frac{1}{2\pi\epsilon} \left[ q_p \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{q_p}{k} \cdot \left( \ln \frac{RD_s}{R_b} + \ln \frac{D_{12}}{R_b} + \dots + \ln \frac{D_{1k}}{R_b} \right) \right]$$
$$V_{ij} = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \cdot \left( \ln \frac{RD_s \cdot D_{12} \cdot D_{1i} \dots D_{1k}}{R_b^k} \right) \right]$$

## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

A última equação obtida, tem como numerador do segundo termo logaritmo o produto do raio dos fios de neutro e das distâncias entre estes fios.

Aplicando:

$$\theta_{12} = \frac{2 \cdot \pi}{k} \quad (18)$$

$$\theta_{13} = 2 \cdot \theta_{12} = \frac{4 \cdot \pi}{k} \quad (19)$$

De forma geral:

$$\theta_{1i} = (i - 1) \cdot \theta_{12} = \frac{(i - 1) \cdot 2\pi}{k} \quad (20)$$

## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

A distância entre o fio 1 e um fio  $i$  que compõe o condutor de neutro concêntrico é dada por:

$$D_{1i} = 2 \cdot R_b \cdot \sin\left(\frac{\theta_{1i}}{2}\right) = 2 \cdot R_b \cdot \sin\left(\frac{(1-i) \cdot \pi}{k}\right) \quad (21)$$

Assim,

$$RD_s \cdot \prod_{i=2}^k D_{1i} = RD_s \cdot R_b^{k-1} \cdot \prod_{i=2}^k 2 \cdot \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{k}\right) \quad (22)$$

A expressão do produtório é uma identidade trigonométrica, de tal forma que:

$$\prod_{i=2}^k 2 \cdot \sin\left(\frac{(i-1)\pi}{k}\right) = k \quad (23)$$

# Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

Aplicando na expressão da diferença de potencial:

$$V_{p1} = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \cdot \left( \ln \frac{k \cdot RD_s \cdot R_b^{k-1}}{R_b^k} \right) \right]$$
$$V_{p1} = \frac{q_p}{2\pi\epsilon} \left[ \ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \cdot \left( \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b} \right) \right]$$

Essa equação mostra a diferença de potencial entre o condutor fase e um dos fios que formam o neutro de um cabo com neutro concêntrico. Como o condutor neutro é considerado aterrado essa expressão define a diferença de potencial entre a fase e o neutro do condutor, e a capacitância em derivação é dada por:

$$C_{pg} = \frac{q_p}{V_{p1}} = \frac{2\pi\epsilon}{\ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b}} \quad (24)$$

## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

Note que como o campo elétrico gerado pelo condutor fase, fica confinado no material isolante, é claramente observável que o valor da capacitância em derivação do condutor irá depender do material utilizado na isolação.

Como  $\epsilon = \epsilon_0 \cdot \epsilon_r$  e utilizando a tabela abaixo:

Material	Range of Values of Relative Permittivity
Polyvinyl Chloride (PVC)	3.4–8.0
Ethylene-Propylene Rubber (EPR)	2.5–3.5
Polyethylene (PE)	2.5–2.6
Cross-Linked Polyethlyene (XLPE)	2.3–6.0

## Cabos de neutro concêntrico em linhas subterrâneas

Utilizando o valor mínimo da permissividade do polietileno e considerando  $\omega = 2 \cdot \pi \cdot 60$ :

$$y_{ag} = 0 + j \frac{77,3619}{\ln \frac{R_b}{RD_c} - \frac{1}{k} \ln \frac{k \cdot RD_s}{R_b}} \mu S / milha \quad (25)$$