



UNIVERSIDADE  
FEDERAL DO CEARÁ

# Distribuição de Energia Elétrica

## Fluxo de Carga

Prof. Lucas S Melo

Junho de 2017

# Análise de fluxo de carga

As análises realizadas em sistemas de distribuição consistem em dois tipos:

- análise sob condições normais de operação: estudo de fluxo de carga;
- análise sob condições anormais de operação: estudo de curto-circuito;

Com os modelos de cada um dos componentes que constituem o sistema de distribuição essas análises tornam-se possíveis de serem realizadas.

# Análise de fluxo de carga

A análise de fluxo de carga de um alimentador de distribuição é bem semelhante aquela de um sistema de transmissão inter-conectado.

Os dados iniciais da análise geralmente são:

- As tensões na barra da subestação;
- A potência das cargas conectadas ao sistema e como estas se comportam (potência constante, impedância constante e corrente constante);
- Tipos e comprimento dos condutores.

# Análise de fluxo de carga

A saída do fluxo de carga deve determinar:

- Magnitudes e ângulos das tensões em cada um dos nós do sistema;
- Fluxo de corrente em cada trecho;
- Perdas no sistema;
- Potência total de entrada.

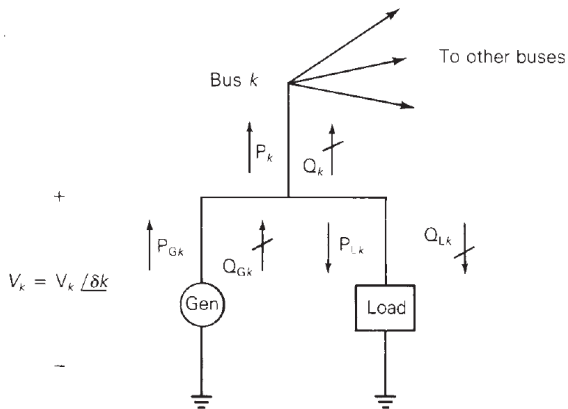
# Fluxo de carga geral

Conforme mostrado na figura, para cada barra  $k$  teremos as seguintes variáveis:

- tensão na barra  $V_k$ ;
- ângulo de fase da tensão  $\delta_k$ ;
- potência ativa equivalente da barra  $P_k$ ;
- potência reativa equivalente da barra  $Q_k$ ;

No problema do fluxo de carga apenas duas dessas variáveis são especificadas como dados de entrada, as outras duas são desconhecidas e serão determinadas pelo **algoritmo**.

# Fluxo de carga geral



# Fluxo de carga geral

Para cada uma das barras temos que:

$$P_k = P_{GK} - P_{LK} \quad (1)$$

$$Q_k = Q_{GK} - Q_{LK} \quad (2)$$

Cada barra é classificada de acordo com as variáveis que estão disponíveis como dado de entrada:

- **Barra de referência (Swing):** Para essa barra são conhecidos módulo e ângulo da tensão, geralmente  $1,0/\underline{0,0^\circ}$ ;
- **Barra de carga (PQ):** São conhecidos potência ativa e reativa consumidas/geradas pela barra;
- **Barra de tensão controlada (PV):** São conhecidos potência ativa e tensão na barra.

## Fluxo de carga geral

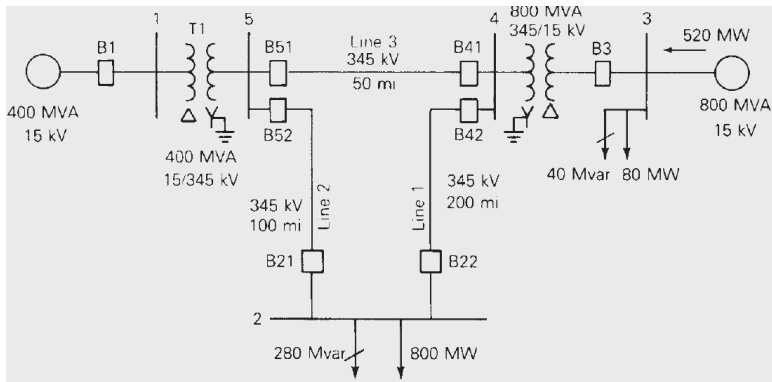
Com base nos parâmetros das **linhas de transmissão**, ou seja, os parâmetros de impedância série e admitância em paralelo e dos **transformadores** que existem no sistema é possível montar a matriz de admitância  $Y_{barra}$ , em que:

$y_{kk}$  = soma das admitâncias conectadas na barra  $k$ ;

$y_{kn}$  = soma das admitâncias conectadas entre as barras  $k$  e  $n$ ,  
em que  $k \neq n$



# Fluxo de carga geral



# Fluxo de carga geral

Um sistema elétrico de potência qualquer pode ser representado por meio da seguinte expressão:

$$I = Y_{barra} \cdot V \quad (3)$$

Em  $I$  é o vetor de correntes injetadas em cada uma das barras do sistema,  $V$  é o vetor de tensões em cada uma das barras do sistema, e  $Y_{barra}$  é a matriz de admitâncias do sistema.

Para uma barra qualquer  $k$ :

$$I_k = \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \quad (4)$$

A potência equivalente de cada barra  $k$  é dada por:

$$S_k = P_k + jQ_k = V_k \cdot I_k^* \quad (5)$$

# Fluxo de carga geral

Substituindo a equação 4 em 5:

$$P_k + jQ_k = V_k \cdot \left[ \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \right]^* \quad k = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

Como  $V_n = V_n e^{j\delta_n}$  e  $Y_{kn} = Y_{kn} e^{j\theta_{kn}}$ , então:

$$P_k + jQ_k = V_k \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n e^{j(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn})} \quad (7)$$

$$P_k = V_k \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \cos(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}) \quad (8)$$

$$Q_k = V_k \sum_{n=1}^N Y_{kn} V_n \sin(\delta_k - \delta_n - \theta_{kn}) \quad (9)$$

## Fluxo de carga geral

As equações dadas por  $I = Y_{barra} \cdot V$  são um sistema de equações lineares da forma:

$$y = A \cdot x \quad (10)$$

Considerando uma linha da equação matricial  $Ax = y$ , temos:

$$y_k = a_{k1}x_1 + a_{k2}x_2 + \dots + a_{kk}x_k + \dots + a_{kn}x_n \quad (11)$$

Isolando  $x_k$ :

$$x_k = \frac{1}{a_{kk}} \left[ y_k - (a_{k1}x_1 + \dots + a_{k,k-1}x_{k-1} + a_{k,k+1}x_{k+1} + \dots + a_{kn}x_n) \right]$$

# Fluxo de carga geral

Em notação simplificada teremos:

$$x_k = \frac{1}{a_{kk}} \left[ y_k - \sum_{n=1}^{k-1} a_{kn} x_n - \sum_{n=k+1}^n a_{kn} x_n \right] \quad (12)$$

No problema de fluxo de carga ( $I = Y_{barra} \cdot V$ ) o vetor de tensões deve ser calculado.

Do mesmo modo para resolvermos  $Ax = y$  dados os valores de  $A$  e de  $y$ , o método de Gauss-Seidel resolve que:

$$x_k(i+1) = \frac{1}{a_{kk}} \left[ y_k - \sum_{n=1}^{k-1} a_{kn} x_n(i+1) - \sum_{n=k+1}^N a_{kn} x_n(i) \right] \quad (13)$$

# Fluxo de carga geral

Como o problema de fluxo de carga trata-se de um problema não-linear para resolvermos  $I = Y_{barra} \cdot V$  utilizaremos as técnicas de resolução de um sistema linear em um sistema não linear, pois o que ocorre é que **as cargas do sistema elétrico são especificadas em termos de potências ativas e reativas (PQ) ou em termos de tensão e potência ativa (PV).**

Dessa forma **as equações do problema de fluxo de carga são não lineares.**

## Fluxo de carga geral

Resolvendo então  $I = Y_{barra} \cdot V$  para  $V$  considera-se para uma barra de carga  $k$ :

$$I_k = \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*} \quad (14)$$

Aplicando um dos métodos iterativos (Gauss-Seidel) para resolução desse problema teremos:

$$V_k(i+1) = \frac{1}{y_{kk}} \cdot \left[ \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*(i)} - \sum_{n=1}^{k-1} y_{kn} V_n(i+1) - \sum_{n=k+1}^N y_{kn} V_n(i) \right] \quad (15)$$

# Fluxo de carga geral

Comparando as expressões do método de Gauss-Seidel para  $Ax = y$  e para o caso elétrico  $I = Y_{barra} \cdot V$ , temos:

$$x_k(i+1) = \frac{1}{a_{kk}} \left[ y_k - \sum_{n=1}^{k-1} a_{kn} x_n(i+1) - \sum_{n=k+1}^N a_{kn} x_n(i) \right] \quad (16)$$

$$V_k(i+1) = \frac{1}{y_{kk}} \cdot \left[ \frac{P_k - jQ_k}{V_k^*(i)} - \sum_{n=1}^{k-1} y_{kn} V_n(i+1) - \sum_{n=k+1}^N y_{kn} V_n(i) \right] \quad (17)$$

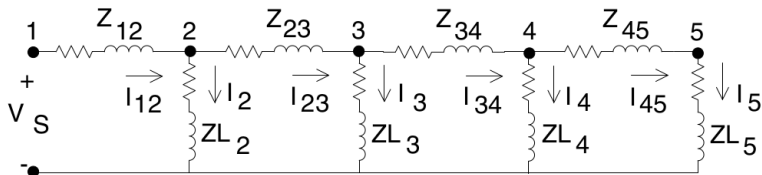


# Fluxo de carga radial

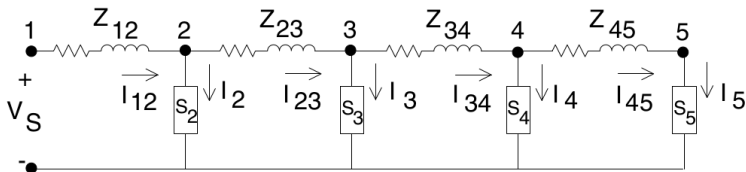
Em sistemas de distribuição, como **prevalece alimentadores radiais**, as técnicas iterativas utilizadas na transmissão não são utilizadas, até mesmo por questões de convergência. É comum a utilização de técnicas iterativas especiais, como por exemplo a **varredura direta-inversa** ou **forward-backward sweep**.

# Fluxo de carga radial

Fluxo de carga linear:



Fluxo de carga não linear:



## Fluxo de carga radial

No fluxo de carga linear as correntes nas cargas são calculadas como:

$$I_n = \frac{V_n}{Z_n} \quad (18)$$

No caso mais comum temos o fluxo de carga não linear em que as cargas são especificadas como potências e não como impedâncias:

$$I_n = \left( \frac{S_n}{V_n} \right)^* \quad (19)$$

## Fluxo de carga radial

Na **varredura direta**, ou seja, da barra da subestação para os nós de cargas mais distantes, as tensões em cada um dos nós é calculada, sendo que na primeira iteração a tensão da barra da subestação é atribuída a todos os nós.

Na varredura inversa, ou seja, dos nós mais distantes para a barra da subestação, os fluxos de corrente em cada um dos trechos de linha são calculados.

Esse processo é repetido até que se alcance a precisão desejada de uma iteração para outra, ou seja:

$$\max(|V_i - V_{i-1}|) < \epsilon \quad (20)$$