



SENOIDE - VALORES MÉDIO E EFICAZ

OBJETIVOS

- Medir valores eficazes de tensão e corrente em circuito *ca*, *cc* e *ca* retificada.
- Testar a equivalência entre valor *cc* e valor *ca* na dissipação de potência.
- Calcular valor *rms* verdadeiro de diferentes formas de onda: senoidal, quadrada e triangular.

MATERIAL A SER UTILIZADO NA PRÁTICA

- Computador
- Software: PSIM

CONCEITO TEÓRICO

Formas de onda de tensão e corrente que variam com o tempo, periodicamente, podem ser caracterizadas por seu valor médio ou pelo valor quadrático médio (*rms*). O valor *rms* de tensão e corrente é usado para determinar a potência suprida, dissipada, ou armazenada por um componente de um circuito.

A potência dissipada em um resistor *R* por um sinal *cc* de tensão ou corrente é constante e igual a

$$P_{cc} = V_{cc}I_{cc} = RI_{cc}^2 = \frac{V_{cc}^2}{R} \quad (1)$$

A potência dissipada por uma tensão e corrente *ca* é variável no tempo e uma maneira apropriada de medi-la é através da potência média.

$$P_{ac} = \frac{1}{T} \int_0^T v(t) \cdot i(t) dt = RI_{rms}^2 = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (2)$$

O valor eficaz de uma corrente senoidal $i(t) = I_p \sin \omega t$ é dado por:

$$I_{rms} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i^2 dt} = \frac{I_p}{\sqrt{2}} \quad (3)$$

Embora o valor médio de $i(t)$ seja nulo, o valor médio do quadrado da corrente é um valor constante positivo que resultará em potência média não nula.

Assim,

$$i^2(t) = \frac{I_p^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) \quad (4)$$

e seu valor médio

$$\frac{1}{T} \int_0^T i^2(t) dt = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{I_p^2}{2} (1 - \cos(2\omega t)) dt = \frac{I_p^2}{2} = I_{rms}^2 \quad (5)$$

Observa-se em (5) que o valor médio de i^2 é igual ao quadrado do valor *rms*.

Assim, a potência média dissipada pela corrente $i(t)$ no resistor R é igual a

$$P_{ac} = \frac{1}{T} \int_0^T R[i(t)]^2 dt = RI_{rms}^2 \quad (6)$$

Note que o valor médio de potência em (6) é do quadrado da senoide e não da senoide retificada.

Para $P_{cc} = P_{ac}$ tem-se que $I_{cc} = I_{rms}$, independentemente do valor do resistor. Assim, o valor médio de $i^2(t)$ apresenta a mesma capacidade de potência que o quadrado da corrente I_{cc} .

A Fig.1 mostra as curvas de uma corrente senoidal $i(t)$, do valor rms da corrente I_{rms} , do quadrado de uma corrente senoidal $i^2(t)$ e do valor médio de $i^2(t)$.

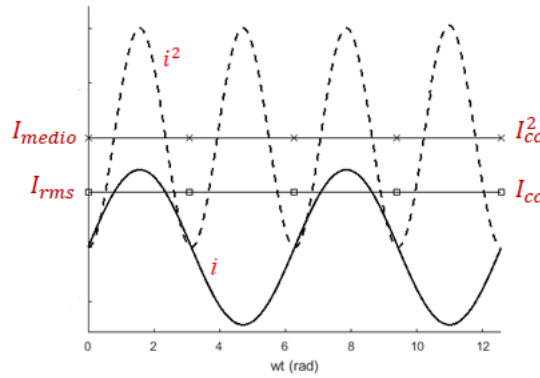


Figura 1. Corrente alternada senoidal i , valor eficaz de i , onda i^2 e valor médio de i^2 .

O valor rms é positivo e constante, e equivale a um sinal em corrente contínua I_{cc} na capacidade de produzir potência útil.

Para um sinal de tensão $v(t)$, a potência média dissipada no resistor R é proporcional ao valor médio de v^2 ou ao quadrado de V_{rms} .

$$P_{ac} = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{[v(t)]^2}{R} dt = \frac{V_{rms}^2}{R} \quad (7)$$

Portanto, quando elevada ao quadrado, a corrente ou tensão cc e a corrente ou tensão rms equivalentes produzirão o mesmo aquecimento para um mesmo resistor.

Uma onda senoidal retificada apresenta valor médio diferente de zero, positivo e proporcional ao valor de pico e valor rms . Para uma tensão senoidal $v(t) = V_p \sin \omega t$, como ilustrada na Figura 2, o valor absoluto médio da tensão retificada é igual a

$$V_{medio,ret} = \frac{V_p}{T/2} \int_0^{T/2} \sin(\omega t) dt = \left(\frac{2}{\pi}\right) V_p = \left(\frac{2\sqrt{2}}{\pi}\right) V_{rms} \quad (8)$$

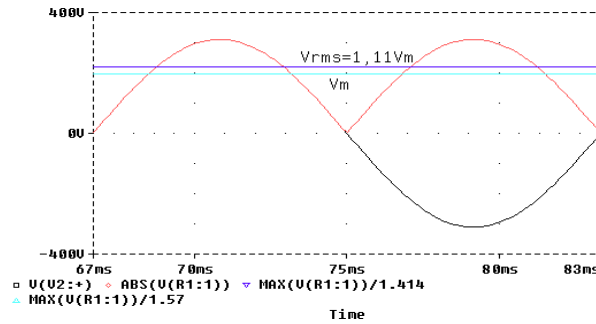


Figura 2. Tensão senoidal, retificada, valor eficaz e valor médio.

Alguns instrumentos de medição respondem a valores médios de tensão/corrente, enquanto outros respondem a valores *rms* verdadeiro. Os instrumentos que respondem a valores médios, retificam a onda completa e calculam o valor médio absoluto. O valor *rms* é calculado multiplicando-se uma constante 1,1107 vezes o valor médio absoluto da onda retificada. Se a onda que é retificada não for uma senoide verdadeira, haverá um erro no valor *rms* medido.

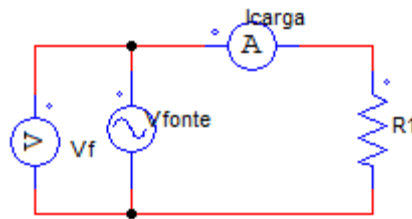
$$V_{rms} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} \cdot V_{med,ret} = 1,1107 \cdot V_{med,ret} \quad (9)$$

CONCLUSÃO

- O valor *rms* de uma onda de tensão e corrente é definida como a raiz quadrada da média dos quadrados.
- Tensão e corrente nominais em motores, aquecedores, transformadores, chaves, fusíveis, disjuntores, fios e cabos referem-se aos respectivos valores eficazes ou *rms*.
- O valor de pico da tensão e corrente de uma onda senoidal sem distorção é igual a $\sqrt{2}$ vezes seu respectivo valor eficaz.
- A potência dissipada pela tensão e corrente *ca* é variante no tempo. A potência média é o valor líquido da potência variante.
- A potência média dissipada em um resistor é proporcional a quadrado da corrente e tensão.
- A potência média é constante e igual à potência dissipada por um sinal *cc* de tensão e corrente equivalentes a seus respectivos valores eficazes ($V_{cc} = V_{rms}$, $I_{cc} = I_{rms}$).
- O valor *rms* é um valor constante que produz a mesma potência dissipada que a potência média do sinal variante no tempo $v(t)$ e $i(t)$.

PROCEDIMENTO

1. No simulador PSIM crie um projeto e monte na área de trabalho o esquemático do circuito elétrico mostrado na Figura 3. Na opção *Elements* no menu principal ou na barra de ferramentas (*Toolbar*), selecione os componentes do circuito. A fonte de tensão senoidal deve ser ajustada para $V_p = \sqrt{2} \cdot 100 \text{ V}$ (tensão fase-neutro), 60 Hz e ângulo de fase 0° , alimentando uma carga resistiva de 10Ω . O elemento *Ground* para referência dos sinais deve ser inserido no circuito.



Legenda:
 I_{carga} – amperímetro
 V_f – voltmetro
 $R1$ – Carga resistiva
 V_{fonte} – Fonte de tensão

Figura 3. Circuito ca .

- a) Capture a forma de onda da tensão sobre o resistor R_1 e a corrente do circuito I_{carga} . Para capturar as formas de onda de tensão e corrente, insira no circuito as sondas de tensão (*Voltage Probe*) e de corrente (*Current Probe*), obtidos na barra de ferramentas.

Simule o circuito (*Simulate* → *Simulation Control*), definindo na janela de simulação o parâmetro '*Total time*' correspondente a 2 ciclos de onda, e default para os demais parâmetros.

Execute a simulação em *Run Simulation*, na barra de ferramentas superior.

Dicas:

Para medir a tensão é possível utilizar dois modelos de voltmetros no PSIM: a) voltmetro que mede a forma de onda entre dois nós; b) voltmetro que mede a tensão de um nó em relação à referência do circuito, como mostrados na Figura 4. Note que o voltmetro que mede a tensão entre os dois nós possui um pequeno círculo em um de seus lados, indicando a polaridade do instrumento de medição.

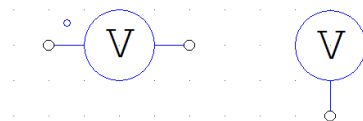


Figura 4. Símbolos de voltmetros no PSIM.

- b) Plote em um mesmo gráfico usando cores distintas as curvas de tensão v_{R1} e i_{carga} .

Dicas:

- Para plotar mais de uma curva em um mesmo gráfico, depois de simular o circuito, no menu clique em *Run Simulation* e na janela *Properties* selecione as curvas de interesse, cores e espessura das curvas, adicionando-as *Add* para a janela *Variables for display*.
 - Se a corrente for pequena em relação à tensão, multiplique-a por 10X ou 100X para melhor visualização dos sinais em um mesmo gráfico.
- c) Obtenha o valor eficaz da tensão e corrente clicando no botão de calcular *rms* na janela de *Run Simulation*, conforme mostrado na Figura 5.

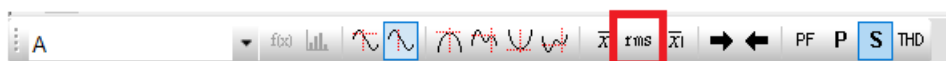


Figura 5. Cálculo do valor *rms*.

Variável	Valor eficaz
V_{R1}	
I_{carga}	

d) Calcule a potência dissipada na carga.



2. Substitua a fonte de alimentação do circuito da Figura 3 por uma fonte cc de modo que a carga apresente uma mesma dissipação de potência que no circuito anterior. Calcule a potência dissipada na carga.
3. Para a mesma carga resistiva $R_1 = 10\Omega$ e fonte de alimentação ca do circuito da Figura 3, monte o circuito mostrado na Figura 6.

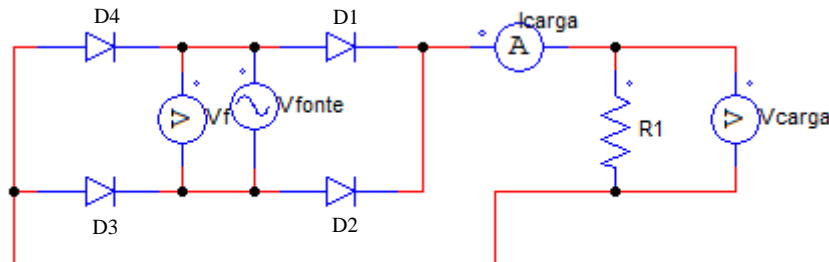
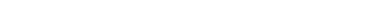


Figura 6. Circuito *ca* com retificador de onda completa.

O circuito contém uma ponte retificadora de onda completa composta por quatro diodos. O diodo é um componente eletrônico cujo modelo é representado em (10).



$$v_{ab} = r_d \cdot i - E_o \quad (10)$$

Como na ponte retificadora os diodos D1 e D3 conduzem durante o ciclo positivo e os diodos D2 e D4 conduzem durante o ciclo negativo da tensão da fonte, tem-se que durante a condução a tensão de pico na carga do circuito da Figura 5 pode ser expressa como:

$$V_{p,R_1} = V_{p,f} - 2v_{ab} \quad (11)$$

Inicialmente use diodos ideais com E_o (*voltage forward*) e resistência iguais a zero (Figura 6).

		Display
Name	D3	<input type="checkbox"/>
Model Level	Ideal	<input type="checkbox"/>
Forward Voltage	0	<input type="checkbox"/>
Resistance	0	<input type="checkbox"/>
Initial Position	0	<input type="checkbox"/>
Current Flag	0	<input type="checkbox"/>
Voltage Flag	0	<input type="checkbox"/>

Figura 6. Janela de especificação do diodo.

- Capture a forma de onda da tensão sobre o resistor R_1 e a corrente do circuito i_{carga} .
- Plote em um mesmo gráfico usando cores distintas as curvas de tensão v_f , v_{R_1} e i_{carga} .
- Obtenha o valor eficaz da tensão e corrente na carga.

Variável	Valor eficaz
V_F	
V_{R1}	
I_{carga}	

- d) Calcule a potência dissipada na carga.
- e) Repita a simulação do circuito da Figura 5 usando diodo com *voltage forward* igual a 0.7 V. Plote as ondas de tensão e corrente v_f , v_{R1} e i_{carga} , calcule os valores *rms* e calcule a potência dissipada na carga. Comente sobre os resultados obtidos.

Variável	Valor eficaz	Potência na carga
V_F		
V_{R1}		
I_{carga}		

QUESTÕES

Para as ondas de tensão como definidas abaixo, calcule o valor médio, o valor *rms* verdadeiro expresso em função da amplitude e o valor *rms* calculado com base na constante 1,1107. Compare e comente os resultados.

- a) Onda de tensão senoidal:

$$v(t) = V_m \cos(2\pi t/T)$$

- b) Onda quadrada:

$$v(t) = \begin{cases} V_{max}, & 0 \leq t < \frac{T}{2}; T \leq t \leq \frac{3T}{2}; etc. \\ -V_{max}, & \frac{T}{2} \leq t < T; \frac{3T}{2} \leq t \leq 2T; etc. \end{cases}$$

- c) Onda triangular para $n = 1, 2, 3, \dots$:

$$v(t) = \begin{cases} \frac{4V_{max}}{T}(t - nT), & \left(n - \frac{1}{4}\right)T \leq t < \left(n + \frac{1}{4}\right)T \\ \frac{4V_{max}}{T}\left(t - \left(n + \frac{1}{4}\right)T\right), & \left(n + \frac{1}{4}\right)T \leq t < \left(n + \frac{3}{4}\right)T \end{cases}$$

REFERÊNCIAS

IRWIN, J.D. *Análise de Circuitos em Engenharia*. Makron Books, 4ª Ed. 2000.

EDMINISTER, J.A. **Circuitos Elétricos**. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 2ª Ed., 1991.