UNIVERSIDADE
FEDERAL DO CEARÁ

Distribuição de Energia Elétrica

Métodos Aproximados de Análise

Prof. Lucas S Melo

Junho de 2021

Introdução

Um sistema de distribuição fornece energia para cargas trifásicas, bifásicas e monofásicas, que são supridas por linhas trifásicas, bifásicas ou monofásicas, não transpostas.

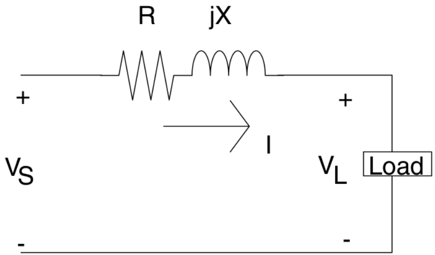
Essa combinação variada de cargas,conectadas aleatoriamente nas linhas de distribuição gera correntes e tensões desbalanceadas, que irão requerer a modelagem trifásica do sistema de distribuição.

No entanto, nem sempre esse nível de precisão é requerido e uma resposta aproximada do comportamento do sistema pode ser utilizada com a precisão necessária.

Nesta unidade iremos **analisar, de forma aproximada, os sistemas de distribuição**, considerando-o:

1. prefeitamente equilibrado; e
2. transposto.

Dessa forma é possível utilizar a **representação de circuito equivalente monofásico(fase-neutro)**.



Queda de Tensão

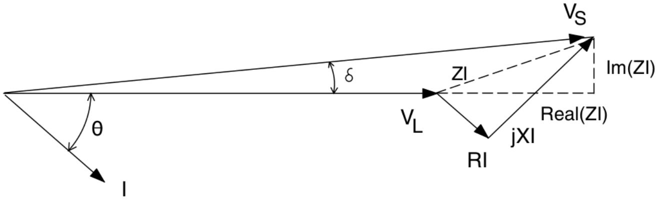
Para o circuito mostrado na Figura anterior, temos que:

$$V_S = V_L + (R + jX) \cdot I = V_L + R \cdot I + jX \cdot I \tag{1}$$

Levando em consideração esse cenário, **queda de tensão** é definida como:

$$V_{queda} = |V_S| - |V_L| \tag{2}$$

Fasorialmente teremos:



Queda de Tensão

Sabendo que o ângulo entre os fasores de tensão na fonte e tensão na carga é bem pequeno iremos considerá-lo desprezível e dessa forma, chegamos a:

$$V_{queda} = Re\{Z \cdot I\} \tag{3}$$

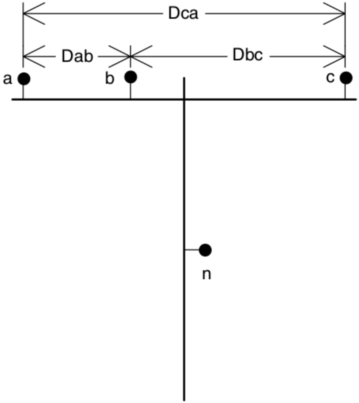
Exemplo de aplicação:

Considerando:

$Z_{12} = 0,2841 + j \cdot 0,5682\ \Omega,$
$I_{12} = 43,0093\underline{/-25,84^\circ}\ A$
$V_1 = 2.400\underline{/0,0^\circ}\ V$

Calcule a queda de tensão utilizando a primeira e a segunda definições e então compare os resultados.

Impedância de Linha



Para uma linha transposta e equilibrada, apenas a componente de sequencia positiva precisa ser determinada:

$$z_{positiva} = r + j0,12134 \cdot ln\left(\frac{D_{eq}}{GMR}\right) \, [\Omega/milha] \quad (4)$$

Em que r é a resistência do condutor em $\Omega/milha$ e D_{eq} é dada por:

$$D_{eq} = \sqrt[3]{D_{ab} \cdot D_{bc} \cdot D_{ca}} \, [pes] \quad (5)$$

GMR é o raio médio geométrico do condutor.

Fator de Queda de Tensão

Fator de queda de tensão K_d é dado por:

$$K_d = \frac{\Delta V(\%)}{S \cdot l} \tag{6}$$

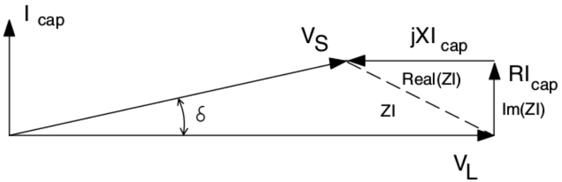
O fator de queda de tensão K_d é determinado por meio do cálculo da queda de tensão ocasionada por uma carga de 1kVA em uma linha de 1 milha de comprimento.

O valor percentual de tensão refere-se a tensão nominal da linha.

Neste caso é necessário estabelecer o fator de potência.

Fator de Elevação de Tensão

O fator de elevação de tensão é bem parecido com o fator de queda de tensão, mas agora iremos considerar que a carga é um capacitor, isso irá causar, ao invés de uma queda de tensão, uma elevação de tensão:

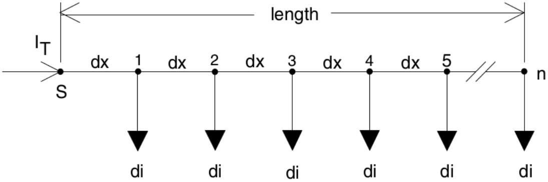


$$V_{elevacao} = |Re\{Z \cdot I\}| \tag{7}$$

$$K_r = \frac{\Delta V(\%)}{Q \cdot l} \tag{8}$$

Cargas Uniformemente Distribuídas

Muitas vezes é possível considerar cargas uniformemente distribuídas ao longo de uma linha. Quando temos esta situação deixa de ser necessário a modelagem de cada uma das cargas para o cálculo da queda de tensão total, da fonte até a última carga.



Cargas Uniformemente Distribuídas

Cada uma das cargas podem ser definidas por:

$$di = \frac{I_T}{n} \tag{9}$$

A queda de tensão no primeiro segmento é dada por:

$$\Delta V_1 = Re\{z \cdot dx \cdot (n \cdot di)\} \tag{10}$$

Para o segundo seguimento:

$$\Delta V_2 = Re\{z \cdot dx \cdot [(n-1) \cdot di]\} \tag{11}$$

Cargas Uniformemente Distribuídas

$$\Delta V_{Total} = \Delta V_1 + \Delta V_2 + \cdots + \Delta V_n \tag{12}$$

$$\Delta V_{Total} = Re\{z \cdot dx \cdot di \cdot [n + (n-1) + (n-2) + \cdots + (1)]\} \tag{13}$$

Considerando a série:

$$1 + 2 + 3 + \cdots + n = \frac{n(n+1)}{2} \tag{14}$$

Ficamos com:

$$\Delta V_{Total} = Re\left\{z \cdot dx \cdot di \left[\frac{n \cdot (n+1)}{2}\right]\right\} \tag{15}$$

Cargas Uniformemente Distribuídas

Como:

$$dx = \frac{l}{n} \tag{16}$$

E

$$di = \frac{I_T}{n} \tag{17}$$

Ficamos com:

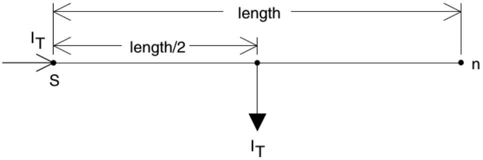
$$\Delta V_{Total} = Re\left\{z \cdot \frac{l}{n} \cdot \frac{I_T}{n}\left[\frac{n \cdot (n+1)}{2}\right]\right\} \tag{18}$$

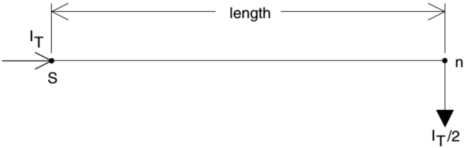
$$\Delta V_{Total} = Re\left\{\frac{1}{2} \cdot Z \cdot I_T\left(1 + \frac{1}{n}\right)\right\} \tag{19}$$

Em que $Z = z \cdot l$.

Se fizermos então, $n \to \infty$:

$$\Delta V_{Total} = Re\left\{\frac{1}{2} \cdot Z \cdot I_T\right\} \tag{20}$$





Cargas Uniformemente Distribuídas

Se usarmos o modelo A para calcular as perdas no sistema de cargas uniformemente distribuídas ficamos com:

$$P_{perdas} = 3 \cdot |I_T|^2 \cdot \frac{R}{2} = \frac{3}{2} \cdot |I_T|^2 \cdot R \tag{21}$$

Se usarmos o modelo B:

$$P_{perdas} = 3 \cdot |\frac{I_T}{2}|^2 \cdot R = \frac{3}{4} \cdot |I_T|^2 \cdot R \tag{22}$$

Qual o modelo correto?
Resposta: Nenhum dos dois.

Cargas Uniformemente Distribuídas

Para desenvolvermos as perdas trifásicas para o sistema de cargas uniformemente distribuídas precisamos considerar:
Perdas no primeiro seguimento:

$$P_{perdas-1} = 3 \cdot (r \cdot dx) \cdot |(n \cdot di)|^2 \tag{23}$$

Perdas no segundo seguimento:

$$P_{perdas-2} = 3 \cdot (r \cdot dx) \cdot [|(n-1) \cdot di|]^2 \tag{24}$$

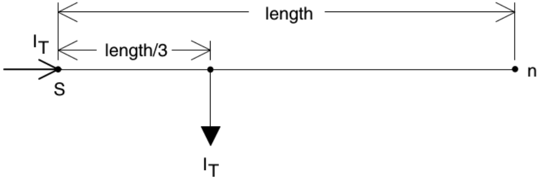
Realizando o mesmo procedimento, encontramos:

$$P_{perdas-total} = 3 \cdot R \cdot |I_T|^2 \cdot \left[\frac{1}{3} + \frac{1}{2 \cdot n} + \frac{1}{6 \cdot n^2}\right] \tag{25}$$

Cargas Uniformemente Distribuídas

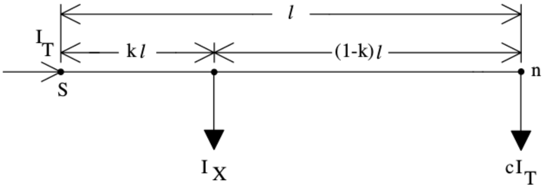
Novamente, se fizermos, $n \to \infty$, ficaremos com:

$$P_{perdas-total} = 3 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot R \cdot |I_T|^2 \right] \tag{26}$$



Modelo Exato de Carga

É possível encontrar um único modelo que descreva, tanto queda de tensão quanto perdas em uma linha com cargas uniformemente distribuídas. Veja o modelo genérico:



Modelo Exato de Carga

De acordo com o sistema da Figura, a queda de tensão total será:

$$\Delta V_{total} = Re[k \cdot Z \cdot I_T + (1-k) \cdot Z \cdot c \cdot I_T] \tag{27}$$

Em que:

$$I_T = I_x + c \cdot I_T \tag{28}$$

Fazendo agora:

$$\Delta V_{total} = Re\left\{\frac{1}{2} \cdot Z \cdot I_T\right\} = Re[k \cdot Z \cdot I_T \cdot +(1-k) \cdot Z \cdot c \cdot I_T] \tag{29}$$

Modelo Exato de Carga

Desenvolvendo a equação anterior:

$$k = \frac{0,5 - c}{1 - c} \tag{30}$$

Realizando agora o mesmo procedimento para perdas:

$$P_{perdas-totais} = 3 \cdot [k \cdot R \cdot |I_T|^2 + (1 - k) \cdot R \cdot (c \cdot |I_t|)^2] \tag{31}$$

$$P_{perdas-totais} = 3 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot R \cdot |I_T|^2\right] \tag{32}$$

Logo:

$$3 \cdot [k \cdot R \cdot |I_T|^2 + (1 - k) \cdot R \cdot (c \cdot |I_t|)^2] = 3 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot R \cdot |I_T|^2\right] \tag{33}$$

Modelo Exato de Carga

Desenvolvendo a equação anterior para c e substituindo o valor de k encontrado anteriormente, ficamos com:

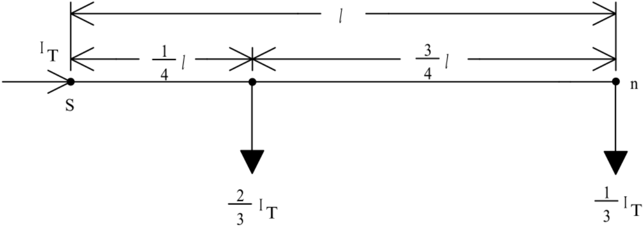
$$\frac{1}{3} = \left[\frac{0,5 - c}{1 - c} \cdot (1 - c) + c^2\right] \tag{34}$$

$$c = \frac{1}{3} \tag{35}$$

Resolvendo agora para k:

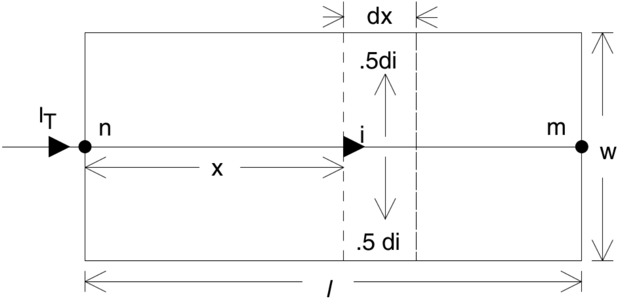
$$k = \frac{1}{4} \tag{36}$$

Dessa forma ficamos com o seguinte modelo exato:



Agrupando Cargas em Configurações Geométricas

Muitas vezes, as áreas antendidas por alimentadores podem ser representadas como configurações geométricas, como por exemplo retângulos, triângulos ou trapézios.
Assumindo então uma densidade de carga constante podemos realizar cálculos de queda de tensão e de perdas para esse tipo de configuração.



Para este caso teremos:

$$I_T = \frac{D \cdot l \cdot w}{\sqrt{3} \cdot V} \angle -\cos^{-1}(fp) \quad (37)$$

Configuração Retangular

Conforme a figura, se considerarmos um trecho do alimentador com comprimento incremental dx a uma distância x do início do alimentador, a corrente inremental sendo consumida neste segmento será de:

$$di = \frac{I_T}{l}\ [A/milha] \tag{38}$$

Enquanto a corrente passante por este seguimento incremental é de:

$$i = I_T - x \cdot di = I_T - x \cdot \frac{I_T}{l} = I_T \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \tag{39}$$

Configuração Retangular

Já a queda de tensão no seguimento incremental é dada por:

$$dV = Re\{z \cdot i \cdot dx\} = Re\left[z \cdot I_T \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot dx\right] \tag{40}$$

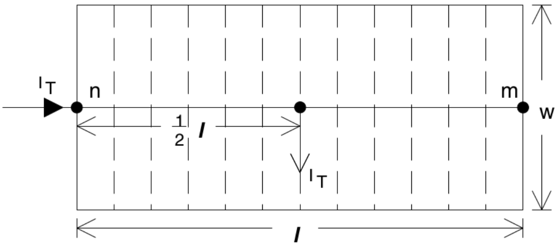
E a queda de tensão total até o seguimento incremental:

$$\Delta V = \int_0^l dV = Re\left[z \cdot I_T \cdot \int_0^l \left(1 - \frac{x}{l}\right) \cdot dx\right] \tag{41}$$

Resolvendo a integral:

$$\Delta V = Re\left(z \cdot I_T \cdot \frac{1}{2} \cdot l\right) = Re\left[\frac{1}{2} \cdot Z \cdot I_T\right] \tag{42}$$

Configuração Retangular



Configuração Retangular

Se fizermos o mesmo procedimento poderemos encontrar a mesma expressão para as perdas na configuração de alimentador retangular:

$$dp = 3 \cdot |i^2| \cdot r \cdot dx = 3 \cdot \left[|I_T|^2 \cdot \left(1 - \frac{x}{l}\right)^2 \cdot r \cdot dx \right] \tag{43}$$

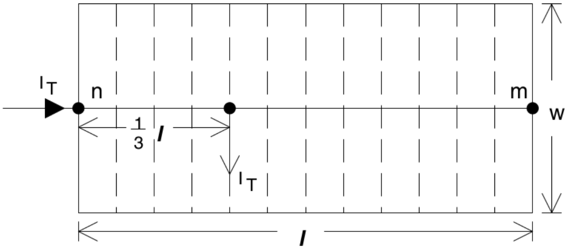
$$= 3 \cdot r \cdot |I_T|^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right) \cdot dx \tag{44}$$

$$P_{perdas} = \int_0^l dp = 3 \cdot r \cdot |I_T|^2 \cdot \int_0^l \left(1 - 2 \cdot \frac{x}{l} + \frac{x^2}{l^2}\right) \cdot dx \tag{45}$$

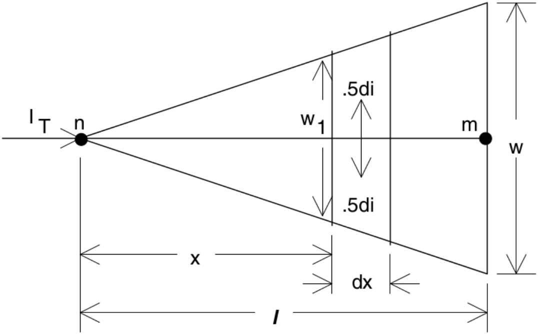
Resolvendo a integral:

$$P_{perdas} = 3 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot r \cdot l \cdot |I_T|^2 \right] = 3 \cdot \left[\frac{1}{3} \cdot R \cdot |I_T|^2 \right] \tag{46}$$

Configuração Retangular



Configuração Triangular



Configuração Triangular

Para o triângulo temos que sua área é dada por:

$$A = \frac{1}{2} \cdot l \cdot w \tag{47}$$

A corrente que entra no alimentador é:

$$I_T = \frac{D \cdot A}{\sqrt{3} \cdot V} \cdot \underline{/-cos^{-1}(fp)}\ A \tag{48}$$

Dado que:

$$di = \frac{I_T}{A} = \frac{I_T}{\frac{1}{2} \cdot l \cdot w} = \frac{2 \cdot I_T}{l \cdot w}\ [A/milha^2] \tag{49}$$

Configuração Triangular

A corrente que entra pelo seguimento incremental é então dada por:

$$i = I_T - A_1 \cdot di \tag{50}$$

Em que A_1 é a área do triângulo acima do seguimento incremental. Utilizando similaridade de triângulos teremos que:

$$w_1 = x \cdot \frac{w}{l} \tag{51}$$

Assim:

$$A_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot w_1 = \frac{1}{2} \cdot x \cdot \left(x \cdot \frac{w}{l} \right) = \frac{1}{2} \cdot \frac{w}{l} \cdot x^2 \tag{52}$$

Configuração Triangular

Substituindo a equação acima na podemos representar a corrente que entra no seguimento incremental por:

$$i = I_T - \left(\frac{1}{2}\frac{\omega}{l} \cdot x^2\right) \cdot \left(\frac{2}{l \cdot w} \cdot I_T\right) = I_T \cdot \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \tag{53}$$

Calculando a queda de tensão incremental:

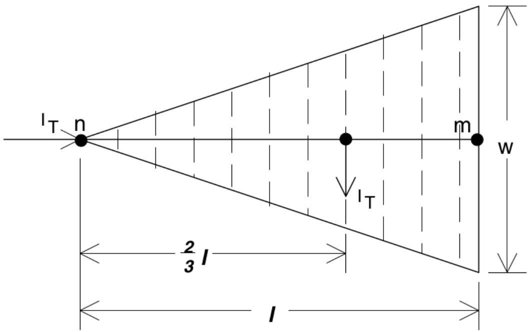
$$dv = Re[i \cdot z \cdot dx] = Re\left[z \cdot I_T \cdot \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \cdot dx\right] \tag{54}$$

Integrando para conseguir a queda de tensão total:

$$\Delta V = \int_0^l dv = Re\left[z \cdot I_T \cdot \int_0^l \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \cdot dx\right] \tag{55}$$

Calculando a integral:

$$\Delta V = Re\left[z \cdot I_T \cdot \frac{2}{3} \cdot l\right] = Re\left[\frac{2}{3} \cdot Z \cdot I_T\right] \tag{56}$$



Configuração Triangular

Fazendo o mesmo procedimento, mas agora para o cálculo de perdas, teremos que a perda no seguimento incremental do alimentador com distribuição de cargas triangular é dada por:

$$dp = 3 \cdot [r \cdot |i|^2 \cdot dx] \tag{57}$$

Sabendo então que:

$$i = I_T \cdot \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right) \tag{58}$$

Então:

$$dp = 3 \cdot \left[r \cdot |I_T|^2 \cdot \left(1 - \frac{x^2}{l^2}\right)^2 \cdot dx\right] \tag{59}$$

Configuração Triangular

$$dp = 3 \cdot \left[r \cdot |I_T|^2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \frac{x^2}{l^2} + \frac{x^4}{l^4} \right) \cdot dx \right] \tag{60}$$

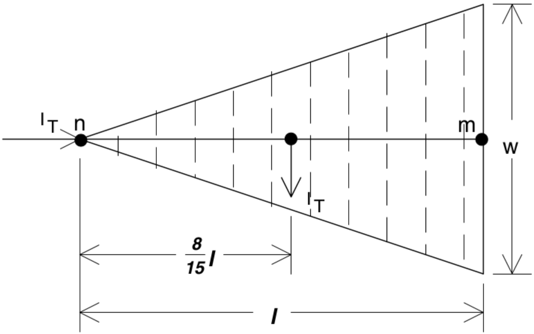
Integrando para obtermos a perda total no alimentador:

$$P_{perdas} = \int_0^l dp = 3 \cdot r \cdot |I_T|^2 \cdot \int_0^l \left(1 - 2 \cdot \frac{x^2}{l^2} + \frac{x^4}{l^4} \right) \cdot dx \tag{61}$$

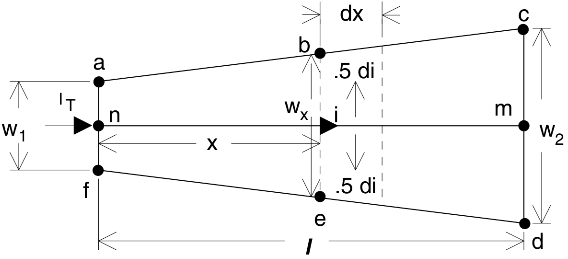
Calculando a integral e simplificando ficamos com:

$$P_{perdas} = 3 \cdot \left[\frac{8}{15} \cdot R \cdot |I_T|^2 \right] \tag{62}$$

Configuração Triangular



Configuração Trapezoidal



Configuração Trapezoidal

O procedimento para cálculo das expressões de queda de tensão e de perdas em uma configuração trapezoidal é o mesmo adotado para as configurações retangular e triangular:

- Define-se um comprimento incremental do alimentador;
- Desenvolve-se uma expressão para o comprimento incremental e para a corrente passa por ele em função dos parâmetros globais do alimentador;
- Aplica-se as expressões encontradas nas equações de queda de tensão e de perdas;
- Realiza-se a integração dessas equações para obtermos a quedade tensão total e as perdas no alimentador.

Configuração Trapezoidal

Assim obtemos a expressão para queda de tensão total na configuração trapezoidal:

$$\Delta V = Re\left[Z \cdot I_T \cdot \left(\frac{w_1 + 2 \cdot w_2}{3 \cdot (w_1 + w_2)}\right)\right] \tag{63}$$

E para perdas:

$$P_{perdas} = 3 \cdot \left\{R \cdot |I_T|^2 \cdot \left[\frac{8 \cdot w_2^2 + 9 \cdot w_1 \cdot w_2 + 3 \cdot w_1^2}{15 \cdot (w_1 + w_2)^2}\right]\right\} \tag{64}$$