



## CIRCUITOS TRIFÁSICOS EQUILIBRADOS

Este roteiro de laboratório foi convertido para simulação computacional usando o software PSIM, tendo sido mantido os objetivos da prática original.

### OBJETIVOS

- Verificar as relações entre tensões e correntes de linha e de fase em circuito trifásico equilibrado.
- Verificar a equivalência entre circuitos delta ou triângulo ( $\Delta$ ) e estrela (Y).
- Medir potência trifásica aplicando o método de N-1 wattímetros.

### MATERIAL UTILIZADO

- Banco de Resistores ( $R = 120 \, \Omega$ )
- Ponteiras de tensão
- Ponteiras de corrente
- Voltímetro CA
- Amperímetro CA
- Wattímetro monofásico/trifásico
- Simulador PSIM

### CONCEITO TEÓRICO

Os sistemas elétricos de potência são alimentados por geradores trifásicos. Um gerador trifásico é uma máquina rotativa que produz três tensões senoidais de mesma frequência angular e mesma amplitude, defasadas de  $120^\circ$  entre si. Se a tensão na fase  $a$  está adiantada da tensão na fase  $b$  e esta última está adiantada da tensão na fase  $c$ , então a sequência de fases é  $abc$ , dita *sequência direta* ou *positiva*. Se a tensão na fase  $a$  está adiantada de  $c$  e esta última está adiantada de  $b$ , a sequência de fases é *inversa* ou *negativa*, i.e.,  $cba$ . O tipo de ligação mais comum nos geradores trifásicos é a ligação em estrela ou Y, como mostrado na Figura 1.

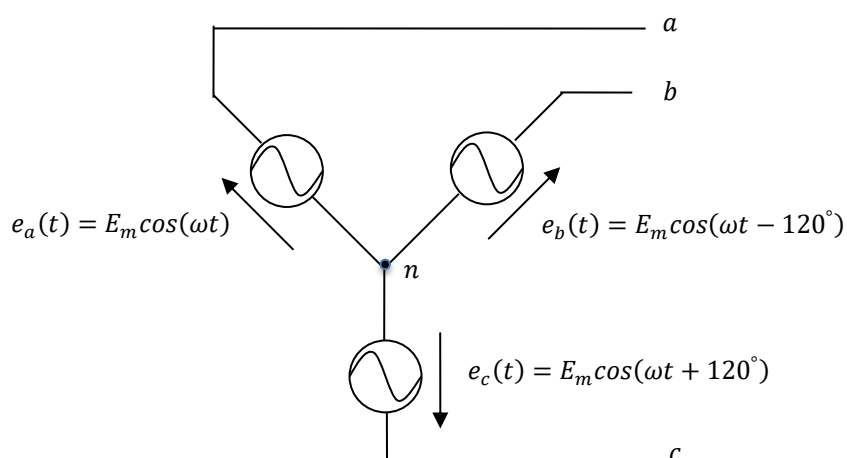


Figura 1. Gerador trifásico conectado em Y com sequência  $abc$ .

O terminal comum às três fases é chamado neutro, usualmente denotado pela letra  $n$ . O neutro é muito utilizado como um ponto de referência, podendo ou não estar externamente acessível.

A configuração com neutro permite dois níveis de tensão eficaz no sistema trifásico: a tensão de fase ou fase-neutro ( $\vec{V}_a, \vec{V}_b, \vec{V}_c$ ) e a tensão de linha ou fase-fase ( $\vec{V}_{ab}, \vec{V}_{bc}, \vec{V}_{ca}$ ).

As tensões  $e_a(t)$ ,  $e_b(t)$  e  $e_c(t)$  mostradas na Figura 1 são tensões de fase, enquanto as tensões entre os terminais  $a$ ,  $b$  e  $c$  são tensões de linha. Quando o neutro é externamente acessível, o sistema trifásico é dito ser tetrafilar ou a quatro fios, e quando não acessível, é simplesmente trifásico trifilar.

A Figura 2 apresenta a disposição fasorial baseada nas tensões equilibradas de fase e de linha do gerador da Figura 1.

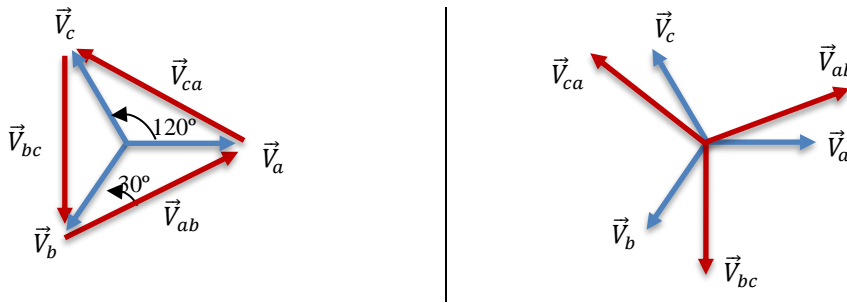


Figura 2. Tensões fasoriais de fase e de linha na sequência  $abc$ .

Considerando que o neutro é a referência angular das tensões de fase, devido ao defasamento simétrico de  $120^\circ$  entre as fases em um sistema trifásico equilibrado, a soma das tensões de fase é zero, ou seja, a tensão resultante é nula.

$$\vec{V}_a + \vec{V}_b + \vec{V}_c = V_a \angle 0^\circ + V_a \angle -120^\circ + V_a \angle 120^\circ = 0 \quad (1)$$

Portanto, em uma conexão em estrela equilibrada, o potencial do condutor neutro é igual a zero.

A relação entre a tensão de fase e a tensão de linha pode ser obtida por:

$$\vec{V}_{ab} = \vec{V}_a - \vec{V}_b = \vec{V}_a \angle 0^\circ - \vec{V}_a \angle -120^\circ = \vec{V}_a \left( \frac{3}{2} + j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \vec{V}_a \angle 30^\circ \quad (2)$$

Logo, em um circuito em estrela equilibrado, a tensão de linha  $\vec{V}_L$  é igual a  $\sqrt{3}$  vezes a tensão de fase  $\vec{V}_F$ , estando a tensão de linha adiantada de  $30^\circ$  da tensão de fase mais próxima, quando em sequência positiva.

$$\vec{V}_L = \sqrt{3} \vec{V}_F \angle 30^\circ \quad (3)$$

Por possuir a particularidade da simetria, o estudo de um sistema trifásico equilibrado pode ser definido pelo estudo de um sistema monofásico, ou seja, o sistema trifásico pode ser modelado por um único sistema monofásico. O fasor de tensão fase-neutro e a corrente

em uma fase definem o comportamento das demais tensões e correntes – defasadas de  $120^\circ$ , numa sequência de fases definida (direta ou inversa).

A configuração delta ou triângulo ( $\Delta$ ), mostrada na Figura 3, mais comum em motores, é geralmente utilizada em sistemas trifásicos a três fios. Na conexão  $\Delta$  a tensão de fase é igual à tensão de linha.

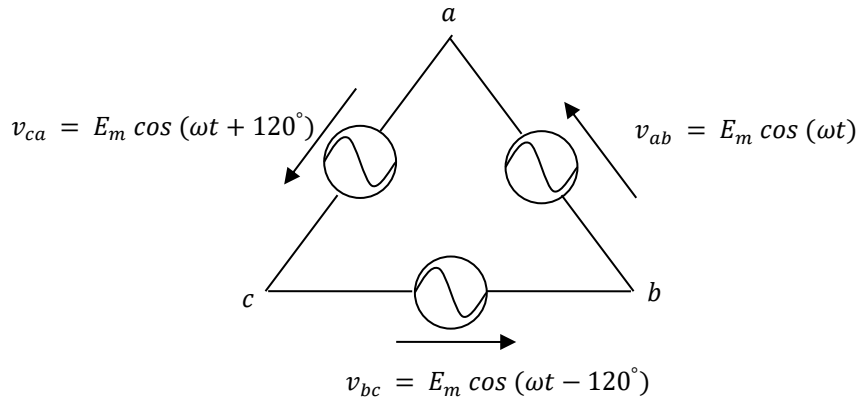


Figura 3. Gerador trifásico conectado em  $\Delta$  com sequência  $abc$ .

### Cargas Trifásicas Equilibradas

Da mesma forma que um gerador/motor trifásico, cargas trifásicas podem ser conectadas em Y ou  $\Delta$ . Os dois circuitos serão equivalentes se suas respectivas impedâncias de entrada, saída e transferência forem iguais. Dessa forma, é possível obter uma *transformação  $\Delta$ -Y*. A Figura 4 mostra as cargas Y e  $\Delta$  equilibradas, com suas impedâncias  $Z_Y$  e  $Z_\Delta$ , respectivamente.

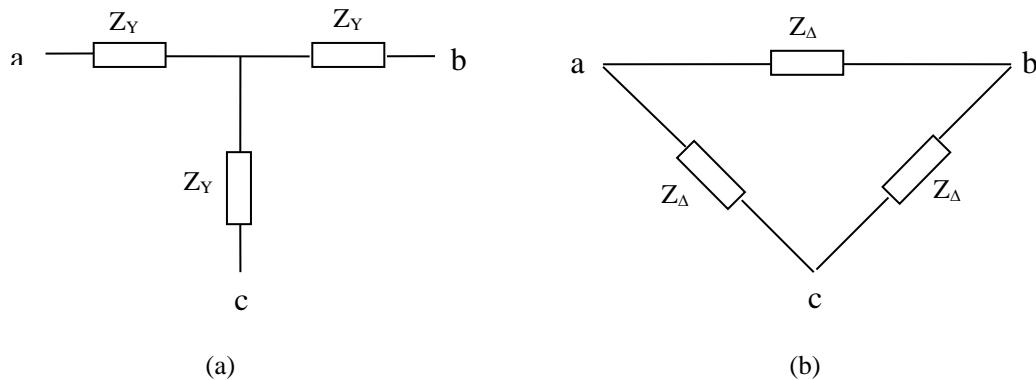


Figura 4. Cargas trifásicas equilibradas. (4a) estrela; (4b) delta.

Para que as cargas trifásicas da Figura 4 sejam equivalentes, a relação em (4) é verdadeira:

$$Z_Y = \frac{1}{3} Z_\Delta \quad (4)$$

### Correntes de Cargas Equilibradas

Fontes com tensões trifásicas equilibradas, alimentando carga trifásica equilibrada, induzem correntes nas três fases de alimentação da carga também equilibradas.

Em sistemas trifásicos a quatro fios, ao ser aplicada a lei de Kirchhoff para as correntes, a corrente no neutro é igual à soma das correntes de alimentação.

$$\vec{I}_n = \vec{I}_a + \vec{I}_b + \vec{I}_c \quad (5)$$

Como as correntes são equilibradas, tem-se que:

$$\vec{I}_n = \vec{I}_a \angle \delta + \vec{I}_a \angle (\delta - 120^\circ) + \vec{I}_a \angle (\delta + 120^\circ) = 0 \quad (6)$$

Logo, não há circulação de corrente no neutro dos circuitos trifásicos equilibrados a quatro fios.

Considerando uma carga  $\Delta$  equilibrada e o equivalente em Y, como na Figura 5, observa-se a circulação de correntes de linha  $\vec{I}_L$  ( $\vec{I}_a, \vec{I}_b, \vec{I}_c$ ) e de fase  $\vec{I}_F$  ( $\vec{I}_{ab}, \vec{I}_{bc}, \vec{I}_{ca}$ ). As correntes de linha em ambas cargas são iguais. No entanto, na carga em  $\Delta$  pode ser observado que a corrente de linha  $\vec{I}_L$  é diferente da corrente de fase  $\vec{I}_F$ .

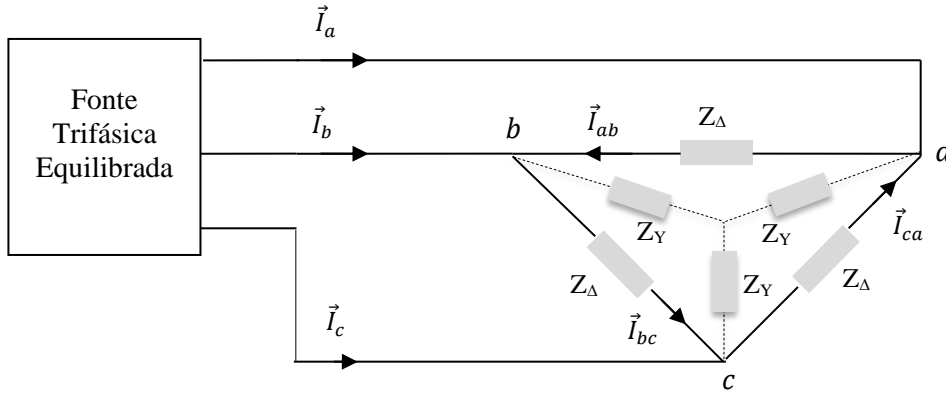


Figura 5. Carga em  $\Delta$  equilibrada e suas correntes fasoriais de linha e de fase.

A corrente fasorial de linha  $\vec{I}_a$  pode ser obtida como:

$$\vec{I}_a = \vec{I}_{ab} - \vec{I}_{ca} \quad (7)$$

Sabendo-se que as correntes de fase são equilibradas, tem-se que:

$$\vec{I}_a = \vec{I}_{ab} - \vec{I}_{ab} \angle 120^\circ = \vec{I}_{ab} \left( \frac{3}{2} - j \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3} \vec{I}_{ab} \angle -30^\circ \quad (8)$$

Logo, em um circuito em delta equilibrado, a corrente de linha  $\vec{I}_L$  é igual a  $\sqrt{3}$  vezes a corrente de fase  $\vec{I}_F$ , estando a corrente de linha atrasada de  $30^\circ$  da corrente de fase mais próxima, quando em sequência positiva.

$$\vec{I}_L = \sqrt{3} \vec{I}_F \angle -30^\circ \quad (9)$$

### Potência Trifásica

A potência total de um sistema trifásico é a soma das potências em cada fase. Na forma complexa, para uma carga em Y:

$$S_Y = \vec{V}_a \vec{I}_a^* + \vec{V}_b \vec{I}_b^* + \vec{V}_c \vec{I}_c^* \quad (10)$$

Para uma carga em  $\Delta$  tem-se:

$$S_{\Delta} = \vec{V}_{ab}\vec{I}_{ab}^* + \vec{V}_{bc}\vec{I}_{bc}^* + \vec{V}_{ca}\vec{I}_{ca}^* \quad (11)$$

Se as cargas Y e  $\Delta$  são equilibradas e equivalentes, e são alimentadas por tensões equilibradas, a potência suprida à carga Y é igual à potência suprida à carga equivalente  $\Delta$ , ou seja,  $S_Y = S_{\Delta}$ .

A potência complexa trifásica, na forma retangular e polar, para os dois circuitos, é dada em função das tensões e corrente de linha por:

$$S_{3\phi} = \sqrt{3}V_L I_L \cos\varphi \pm j\sqrt{3}V_L I_L \sin\varphi = \sqrt{3}V_L I_L \angle \pm \varphi \quad (12)$$

O ângulo  $\varphi$  da potência é o mesmo do argumento da impedância da carga. Para uma carga tipicamente indutiva, a componente imaginária da potência é positiva; para uma carga tipicamente capacitiva, a componente imaginária é negativa. A componente real da potência complexa trifásica é chamada potência ativa  $P$ , e o módulo da componente imaginária é chamado de potência reativa  $Q$ . O módulo da potência complexa é chamado de potência aparente.

### Métodos de medição de potência trifásica

Existem dois métodos básicos de medição de potência trifásica: método dos  $n$  wattímetros e método dos  $(n - 1)$  wattímetros.

Em um sistema trifásico tetrafilar, equilibrado ou não, é usual empregar-se o método  $(n - 1)$  wattímetros, i.e., usa-se três wattímetros. O método consiste basicamente na medição da potência de cada fase, em relação ao neutro, ou seja, é utilizado um wattímetro por fase, conforme mostra a Figura 6.

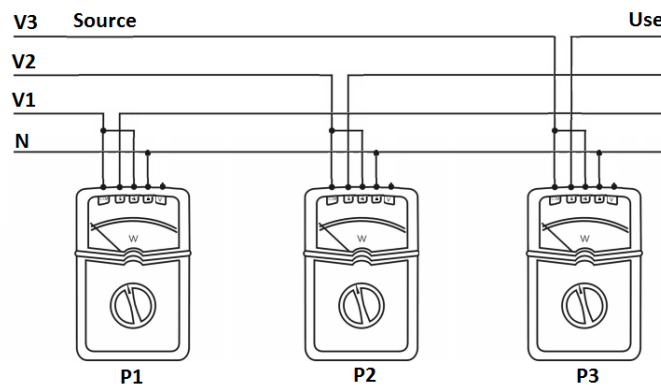


Figura 6. Esquemático do Método dos três Wattímetros com a utilização do Wattímetro MS 300.

A potência ativa trifásica  $P_{3\phi}$  é o somatório das três potências por fase indicadas pelos wattímetros  $P_1$ ,  $P_2$  e  $P_3$ .

$$P_{3\phi} = P_1 + P_2 + P_3 \quad (13)$$

Em um sistema trifásico trifilar são necessários apenas dois wattímetros para a leitura da potência trifásica. Considerando que em um circuito a três fios, equilibrado ou não, o somatório das correntes de alimentação é igual a zero, pois não há condutor de retorno, então:

$$i_a + i_b + i_c = 0 \quad (14)$$

A potência média trifásica é dada por:

$$\begin{aligned} P_{3\phi} &= \frac{1}{T} \int_0^T (v_a i_a + v_b i_b + v_c i_c) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T (v_a i_a + v_b i_b - v_c (i_a + i_b)) dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T ((v_a - v_c) i_a + (v_b - v_c) i_b) dt \end{aligned} \quad (15)$$

Portanto, na medição de potência de um circuito trifásico a três fios, são utilizados dois wattímetros: o wattímetro  $W_1$  recebe o sinal de tensão  $v_{ac}$  e a corrente  $i_a$ , e o wattímetro  $W_2$  recebe a tensão  $v_{bc}$  e a corrente  $i_b$ , conforme mostra a Figura 7. A potência ativa trifásica  $P_{3\phi}$  é a soma das potências dos wattímetros  $W_1$  e  $W_2$ .

$$P_{3\phi} = P_1 + P_2 \quad (16)$$

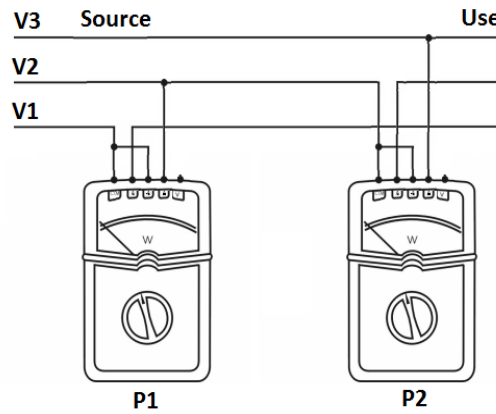


Figura 7. Esquemático do Método dos dois Wattímetros com a utilização do Wattímetro MS 300.

## PROCEDIMENTO

- 1) Montar e simular no PSIM o circuito da Figura 8, alimentado com tensão eficaz de linha igual a 80 V, tendo como referência angular a tensão de fase da fase  $a$ , i.e.,  $\vec{V}_a = V_a \angle 0^\circ$  [V].

Dicas:

- Para a fonte trifásica da figura 8, utilizar o elemento “3-ph Sine” localizado na barra principal em Elements -> Sources -> Voltage -> 3-ph Sine. O componente “3-ph Sine” usa tensão de linha.
- Utilizar tempo de 0.1 s para a simulação, exceto para o item ‘g’, em que deve ser utilizado o tempo de 0,5 s.
- Utilizar o elemento 3-ph Wattmeter / kWh Meter para medir a potência trifásica e o wattmeter para o método dos n-1 wattímetros. Obs: Para a leitura dos valores do wattímetro é preciso colocar Voltage probe (node to ground) na saída ‘W’ ou ‘kWh’.
- No relatório apresentar o circuito simulado no PSIM.

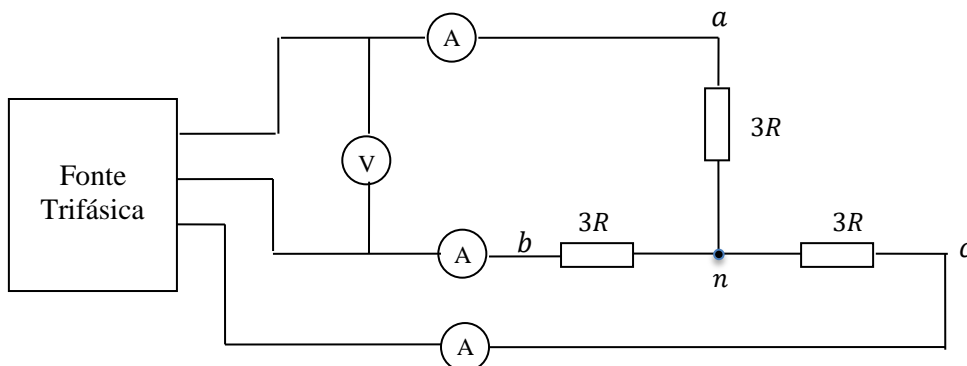


Figura 8. Carga resistiva em Y para ensaio em laboratório. 3R: 3 resistores em paralelo.

- a) Medir as tensões eficazes  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ca}$ ,  $V_a$ ,  $V_b$  e  $V_c$  e as correntes eficazes  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$  e anotar na Tabela 1.

Tabela 1

Tensão Eficaz de Linha (V)			Tensão Eficaz de Fase (V)			Corrente Eficaz (mA)			
$V_{ab}$	$V_{bc}$	$V_{ca}$	$V_a$	$V_b$	$V_c$	$I_a$	$I_b$	$I_c$	$I_n$

- b) Plotar  $\vec{V}_{ab}$ ,  $\vec{V}_{bc}$ ,  $\vec{V}_{ca}$  em um mesmo gráfico e repetir o procedimento para as tensões de fase  $\vec{V}_a$ ,  $\vec{V}_b$ ,  $\vec{V}_c$ . Observar a amplitude e deslocamento angular entre as ondas.
- c) Plotar em um mesmo gráfico a tensão  $\vec{V}_{ab}$  e  $\vec{V}_a$  e medir a relação entre as amplitudes das ondas e o deslocamento angular as ondas.
- d) Plotar em um mesmo gráfico as correntes  $\vec{I}_a$ ,  $\vec{I}_b$  e  $\vec{I}_c$ . Há diferença entre as correntes? Comente.
- e) Ligar o neutro da fonte ao neutro da carga por meio de um amperímetro. Medir a corrente eficaz  $I_n$ , anotar na Tabela 1. O que pode ser concluído ao ser observada a corrente  $I_n$ ?
- f) Desenhar um único diagrama fasorial, as tensões de fase e de linha e correntes da carga.
- 2) Inserir no circuito da Figura 8 um wattímetro trifásico, medir a potência trifásica e em seguida substituí-lo por dois wattímetros monofásicos com base no método dos  $n - 1$  wattímetros, e aferir a potência de cada wattímetro.
- a) Preencher a Tabela 2 com as potências medidas.
- b) Mostrar no relatório os circuitos com wattímetro trifásico e com dois wattímetros.

Tabela 2

Wattímetro trifásico	Wattímetro ( $n - 1$ )		
Potência (W)	Wattímetro 1 (W)	Wattímetro 2 (W)	Potência total (W)

- 3) Montar e simular no PSIM o circuito da Figura 9, alimentado com tensão eficaz de linha igual a 80 V, tendo como referência angular a tensão de fase da fase a, i.e.,  $\vec{V}_a \angle 0^\circ$  [V].

**Dicas:**

- Usar as mesmas orientações da questão 1).

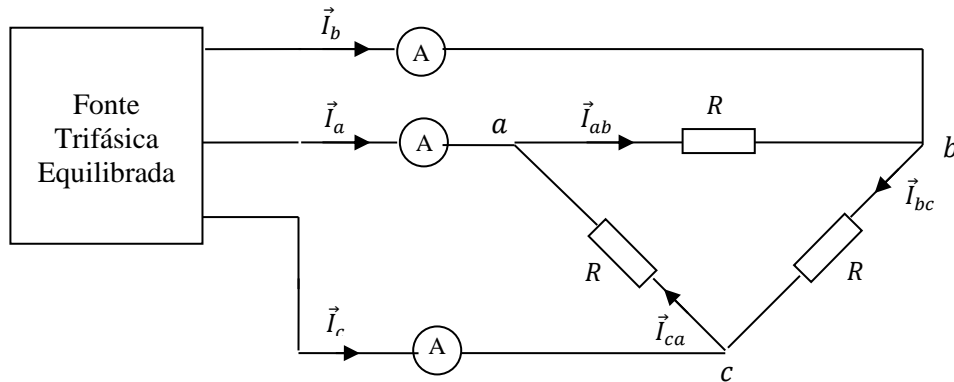


Figura 9. Carga resistiva em  $\Delta$  para ensaio em laboratório.  $R$ : um resistor.

- a) Medir as tensões eficazes  $V_{ab}$ ,  $V_{bc}$ ,  $V_{ca}$ , as correntes eficazes de linha  $I_a$ ,  $I_b$  e  $I_c$ , as correntes eficazes de fase  $I_{ab}$ ,  $I_{bc}$  e  $I_{ca}$  e anotar na Tabela 3.

Tabela 3

Tensão Eficaz de Linha (V)			Corrente Eficaz de Linha (mA)			Corrente Eficaz de Fase (mA)		
$V_{ab}$	$V_{bc}$	$V_{ca}$	$I_a$	$I_b$	$I_c$	$I_{ab}$	$I_{bc}$	$I_{ca}$

- b) Plotar  $\vec{V}_{ab}$ ,  $\vec{V}_{bc}$ ,  $\vec{V}_{ca}$  em um mesmo gráfico e repetir o procedimento para as correntes de fase  $\vec{I}_{ab}$ ,  $\vec{I}_{bc}$  e  $\vec{I}_{ca}$  e correntes de linha  $\vec{I}_a$ ,  $\vec{I}_b$  e  $\vec{I}_c$ .
- c) Plotar em um mesmo gráfico as correntes  $\vec{I}_a$  e  $\vec{I}_{ab}$  e medir a relação entre as amplitudes das ondas e o deslocamento angular entre elas. Comente.
- d) Comparar os valores de corrente de linha do circuito da Figura 9 (carga em  $\Delta$ ) e do circuito da Figura 8 (carga em  $Y$ ). Comentar o resultado.
- e) Desenhar um único diagrama fasorial as correntes de fase e de linha e tensões da carga.
- 4) Inserir no circuito da Figura 9 um wattímetro trifásico, medir a potência trifásica e em seguida substituí-lo por dois wattímetros monofásicos com base no método dos  $n - 1$  wattímetros, e aferir a potência de cada wattímetro.

- a) Preencher a Tabela 4 com as potências medidas.

Tabela 4

Wattímetro trifásico	Wattímetro ( $n - 1$ )		
Potência (W)	Wattímetro 1 (W)	Wattímetro 2 (W)	Potência total (W)

- b) Comparar os resultados da Tabela 2 e Tabela 4. Comentar o resultado.
- c) Mostrar no relatório os circuitos com wattímetro trifásico e com dois wattímetros.



## REFERÊNCIAS

DESOER, Charles A.; KUH, Ernest S. **Teoria Básica de Circuitos**. Rio de Janeiro: Guanabara, 1988.

CLOSE, Charles M. **The Analysis of Linear Circuits**. New York: Harcourt, Brace & World, 1966.

HAYT, Jr., W.H.; KEMMERLY, J.E. **Análise de Circuitos em Engenharia**. São Paulo: McGraw-Hill do Brasil, 1973.

EDMINISTER, J.A. **Circuitos Elétricos**. São Paulo: Editora McGraw-Hill, 2.ed., 1991.