Distribuição de Energia Elétrica

Transformadores Trifásicos no Sistema de Distribuição

Lucas Melo

Universidade Federal do Ceará

Agosto de 2021

Tranformadores

Os transformadores elétricos são elementos de fundamental importância no sistema elétrico.

Para o caso particular do sistema de distribuição temos dois casos específicos de transformadores:

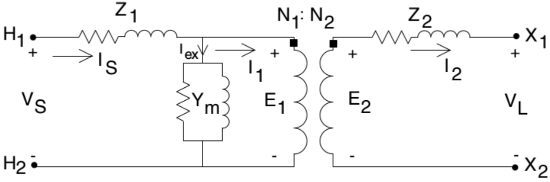
- transformadores de potência nas subestações;
- transformadores de distribuição ao longo do alimentador.

Transformadores

Para termos uma correta representação do sistema de distribuição é necessário a correta modelagem dos transformadores.

O equacionamento mais simples de ser desenvolvido ocorre quando consideramos o **transformador monofásico**, conforme vimos na aula sobre regulação de tensão em que para representar um auto-transformador primeior foi necessário desenvolver o modelo do transformador monofásico.

Transformador monofásico



Neste modelo estão representados os seguintes **efeitos**:

- A **resistência dos enrolamentos** do transformador;
- O **valor finito da permeabilidade magnética** μ_c do núcleo do transformador, ou seja a relutância do circuito magnético é diferente de zero;
- O **fluxo magnético não está totalmente confinado no núcleo** do transformador;
- Existem **perdas ativas e reativas no núcleo** do transformador.

$$V_S = a \cdot V_L + b \cdot I_2 \qquad I_S = c \cdot V_L + d \cdot I_2$$

$$\begin{aligned} a &= \frac{1}{n} \\ b &= \frac{Z_t}{n} \end{aligned} \qquad \begin{aligned} c &= \frac{Y_m}{n} \\ d &= \frac{Y_m \cdot Z_t}{n} + n \end{aligned}$$

Escrevendo as equações acima de forma matricial:

$$\begin{bmatrix} V_S \\ I_S \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} V_L \\ I_2 \end{bmatrix} \tag{1}$$

Transformadores Trifásicos

Como o sistema de distribuição é tipicamente trifásico, os transformadores utilizados podem ser modelados como transformadores monofásicos conectados trifasicamente.
Algumas das possíveis ligações são:

- Delta – Estrela aterrado
- Estrela – Delta
- Estrela aterrado – Estrela aterrado
- Delta – Delta

Como é de amplo conecimento, a grande maioria dos transformadores de distribuição são do tipo **delta - estrela aterrado**, e será para esse modelo que iremos desenvolver seu equacionamento.

Transformadores Trifásicos

Mas antes de equacionarmos as relações de tensão e corrente entre primário e secundário em um transformador trifásico com ligação Δ-Y aterrado, cabe a pergunta:

Por que esse tipo de ligação é o mais utilizado no sistema de distribuição?

Podemos citar algumas características:

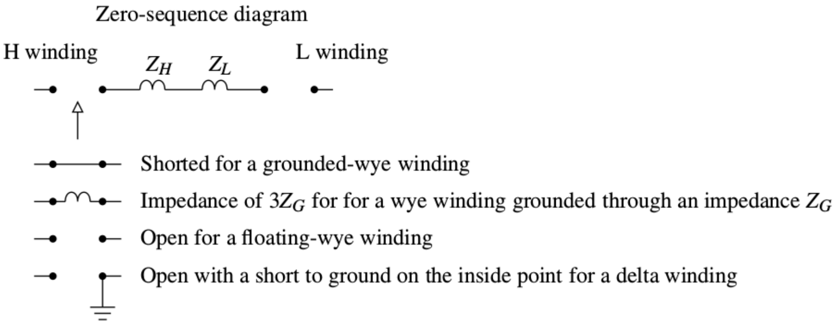
- Pode atender tanto sistemas a três quanto a quatro condutores;
- Disponibiliza a ligação de cargas em dois níveis de tensão: 380V e 220V, permitindo a conexão de cargas monofásicas e trifásicas fornecendo uma referência local de terra, além de poder disponibilizar um condutor neutro que escoa as correntes de desequilíbrio para a fonte.

Transformadores Trifásicos

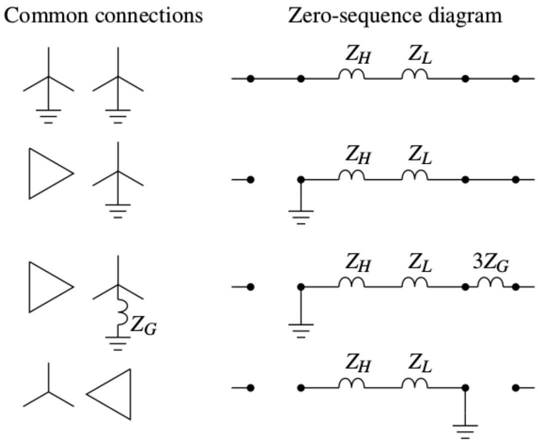
Por que esse tipo de ligação é o mais utilizado no sistema de distribuição?

- O transformador com conexão Δ-Y aterrado tem a característica de **bloquear** a corrente de sequencia zero, como por exemplo no caso de faltas à terra. Dessa forma os relés de proteção que estão no lado primário do transformador não serão afetados por faltas deste tipo no circuito secundário do transformador.
- Também as **correntes harmônicas** ocasionadas por cargas conectadas no circuito secundário do transformador não irão afetar o circuito primário.
- No caso de **faltas à terra ocorridas no circuito primário** do transformador, as fontes conectadas no secundário não contribuem para a corrente de curto-circuito.
- Fornece uma **referência de terra** para as cargas conectadas no secundário, independente da configuração de terra do primário.

Transformadores Trifásicos

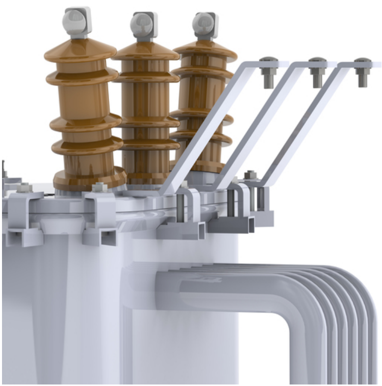


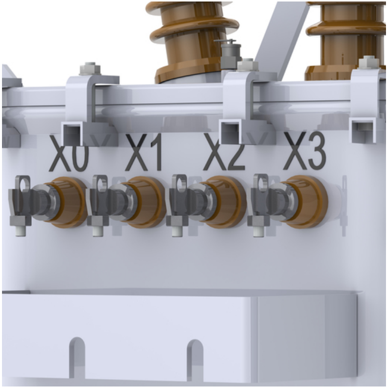
Transformadores Trifásicos



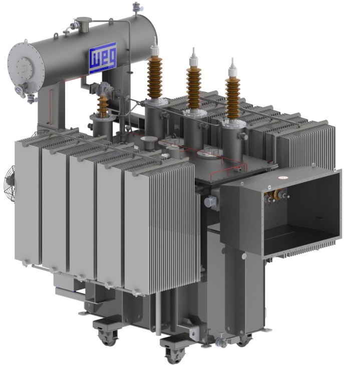
Transformadores Trifásicos: Transformador de distribuição

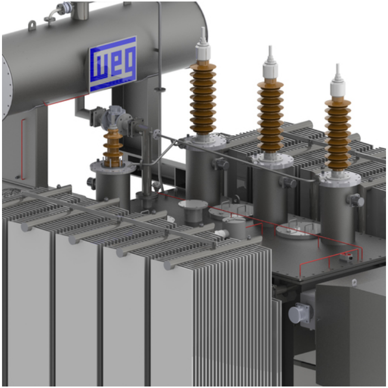
Transformadores Trifásicos: Transformador de distribuição



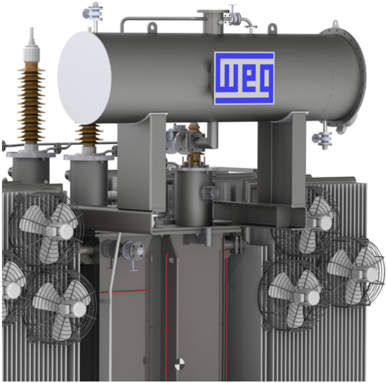


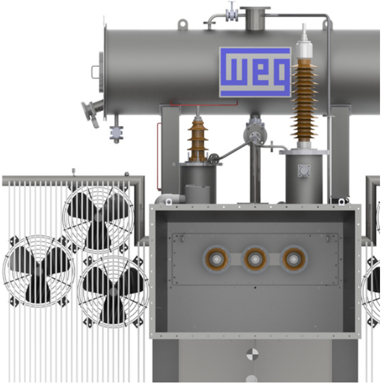
Transformadores Trifásicos: Transformador de Potência





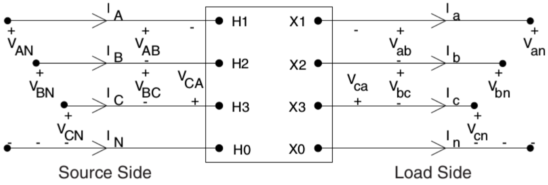
Transformadores Trifásicos: Transformador de Potência





Trandformadores Trifásicos

No equacionamento dos transformadores trifásicos considararemos o seguinte modelo:



Considera-se que o defasamento das tensões e correntes de seq. positiva entre primário e secundário são:

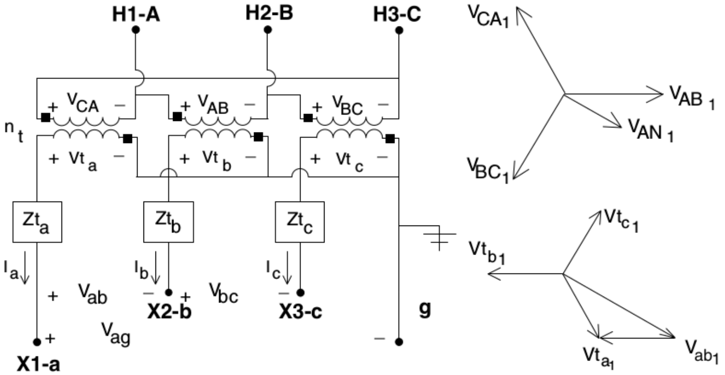
Conexão abaixadora:

- V_{AB} adiantada de V_{ab} em 30°.
- I_A adiantada de I_a em 30°.

Conexão elevadora:

- V_{ab} adiantada de V_{AB} em 30°.
- I_a adiantada de I_A em 30°.

Modelagem das tensões do transformador trifásico Δ - Y aterrado:



Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

Aplicando lei das tensões de Kirchoff no secundário do transformador, obtemos a expressão para tensão de linha:

$$V_{ab} = Vt_a - Vt_b \tag{2}$$

Estabelecendo agora uma expressão para a relação de transformação entre primário e secundário, considerando apenas um transformador monofásico:

$$n_t = \frac{VLL_{Lado\ de\ alta}}{VLN_{Lado\ de\ baixa}} \tag{3}$$

Para o modelo apresentado, podemos aplicar:

$$|VLL| = n_t \cdot |V_t| \tag{4}$$

V_t é a tensão no secundário do transformador ideal.

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

No lado de alta, a relação entre tensão de linha e tensão de fase é:

$$|VLN| = \frac{|VLL|}{\sqrt{3}} = \frac{n_t}{\sqrt{3}} \cdot |V_t| = a_t \cdot |V_t| \tag{5}$$

Em que:

$$a_t = \frac{n_t}{\sqrt{3}} = \frac{VLL_{Lado\ de\ alta}}{\sqrt{3} \cdot VLN_{Lado\ de\ baixa}} \tag{6}$$

$$a_t = \frac{VLL_{Lado\ de\ alta}}{VLL_{Lado\ de\ baixa}} \tag{7}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

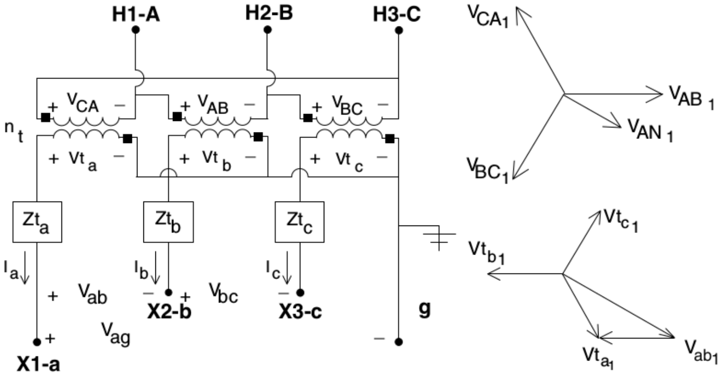
As **tensões de linha do primário** estão relacionadas às **tensões de fase no secundário** por meio da seguinte equação:

$$\begin{bmatrix} V_{AB} \\ V_{BC} \\ V_{CA} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -n_t & 0 \\ 0 & 0 & -n_t \\ -n_t & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} Vt_a \\ Vt_b \\ Vt_c \end{bmatrix} \tag{8}$$

Em forma condensada:

$$VLL_{ABC} = AV \cdot Vt_{abc} \tag{9}$$

Modelagem das tensões do transformador trifásico Δ - Y aterrado:



Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

A equação anterior relaciona tensão de linha no primário com tensões de fase no secundário, mas o que se quer é obter uma expressão para tensões de fase em ambos os lados. Para isso iremos aplicar a **teoria de componentes simétricas**.

A expressão das **tensões de linha de sequencia no primário** é:

$$VLL_{012} = {A_S}^{-1} \cdot VLL_{ABC} \tag{10}$$

$$A_S = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \tag{11}$$

$$a = 1,0\underline{/120^\circ} \tag{12}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

Desenvolvendo a expressão das tensões de fase com as tensões de linha de sequencia, temos que:

$$\begin{bmatrix} VLN_0 \\ VLN_1 \\ VLN_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & ts^* & 0 \\ 0 & 0 & ts^* \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} VLL_0 \\ VLL_1 \\ VLL_2 \end{bmatrix} \tag{13}$$

De forma reduzida:

$$VLN_{012} = T \cdot VLL_{012} \tag{14}$$

Em que:

$$ts = \frac{1}{\sqrt{3}} \underline{/30^\circ} \tag{15}$$

Como as tensões de linha de sequencia zero são nulas, podemos **atribuir o valor 1,0 ao termo (1,1) da matriz T**.

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

Assim, a expressão das **tensões de fase no primário podem ser obtidas pelas tensões de fase de sequencia**:

$$VLN_{ABC} = A_s \cdot VLN_{012} \tag{16}$$

Aplicando a equação de **tensões de linha de sequencia**:

$$VLN_{ABC} = A_s \cdot T \cdot VLL_{012} \tag{17}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

$$VLN_{ABC} = A_s \cdot T \cdot VLL_{012} \tag{18}$$

Podemos escrever a equação acima dessa forma:

$$VLN_{ABC} = W \cdot VLL_{ABC} \tag{19}$$

Em que:

$$W = A \cdot T \cdot A^{-1} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \end{bmatrix} \tag{20}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado Equacionamento de Tensão

$$VLN_{ABC} = W \cdot VLL_{ABC} \tag{21}$$

Esta equação é muito importante pois **relaciona tensões de linha com tensões de fase no primário**, um de nossos objetivos iniciais.

É possível então, relacionar tensões de fase no primário com tensões fase no secundário:

$$VLN_{ABC} = W \cdot AV \cdot Vt_{abc} = a_t \cdot Vt_{abc} \tag{22}$$

Em que:

$$a_t = W \cdot AV = \frac{-n_t}{3} \cdot \begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 \\ 2 & 1 & 0 \end{bmatrix} \tag{23}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

A tensão de fase ideal no secundário, em relação à tensão de fase no secundário é dada então por:

$$Vt_{abc} = VLG_{abc} + Zt_{abc} \cdot I_{abc} \tag{24}$$

Em que:

$$Zt_{abc} = \begin{bmatrix} Zt_a & 0 & 0 \\ 0 & Zt_b & 0 \\ 0 & 0 & Zt_c \end{bmatrix} \tag{25}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

Agora juntando estas duas equações:

$$
\begin{aligned}
Vt_{abc} &= VLG_{abc} + Zt_{abc} \cdot I_{abc} \\
VLN_{ABC} &= a_t \cdot Vt_{abc}
\end{aligned}
$$

Obtemos:

$$VLN_{ABC} = a_t \left(VLG_{abc} + Zt_{abc} \cdot I_{abc} \right) \tag{26}$$

$$VLN_{ABC} = a_t \cdot VLG_{abc} + b_t \cdot I_{abc} \tag{27}$$

Em que:

$$b_t = a_t \cdot Zt_{abc} = \begin{bmatrix} 0 & 2 \cdot Zt_b & Zt_c \\ Zt_a & 0 & 2 \cdot Zt_c \\ 2 \cdot Zt_a & Zt_b & 0 \end{bmatrix} \tag{28}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Tensão

Com as conatntes a_t e b_t definidas, é possível encontrar também as constantes A_t e B_t:

$$VLG_{abc} = A_t \cdot VLN_{ABC} - B_t \cdot I_{abc} \tag{29}$$

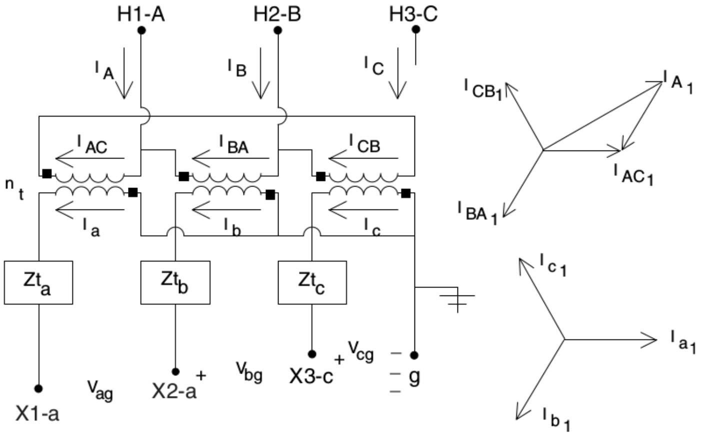
$$A_t = AV^{-1} \cdot D = \frac{1}{n_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{bmatrix} \qquad B_t = Zt_{abc} = \begin{bmatrix} Zt_a & 0 & 0 \\ 0 & Zt_b & 0 \\ 0 & 0 & Zt_c \end{bmatrix}$$

Em que:

$$D = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{30}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Corrente

Modelagem das correntes do transformador trifásico Δ - Y aterrado:



Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Corrente

Aplicando Lei de Kirchoff, obtemos a expressão para **correntes de linha e de fase no primário** do transformador:

$$\begin{bmatrix} I_A \\ I_B \\ I_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{AC} \\ I_{BA} \\ I_{CB} \end{bmatrix} \tag{31}$$

De forma reduzida:

$$I_{ABC} = D \cdot ID_{ABC} \tag{32}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado Equacionamento de Corrente

Relacionando as **correntes de fase do primário** com as **correntes de linha do secundário**, obtemos:

$$\begin{bmatrix} I_{AC} \\ I_{BA} \\ I_{CB} \end{bmatrix} = \frac{1}{n_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} \tag{33}$$

De forma reduzida:

$$ID_{ABC} = AI \cdot I_{abc} \tag{34}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Equacionamento de Corrente

Substituindo as equações:

$$I_{ABC} = D \cdot ID_{ABC} \tag{35}$$

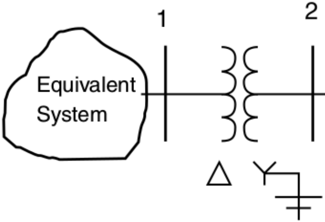
$$ID_{ABC} = AI \cdot I_{abc} \tag{36}$$

$$I_{ABC} = D \cdot AI \cdot I_{abc} = c_t \cdot VLG_{abc} + d_t \cdot I_{abc} \tag{37}$$

Em que:

$$c_t = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \qquad d_t = D \cdot AI = \frac{1}{n_t} \cdot \begin{bmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Exercício



Exemplo: Uma carga debalanceada está sendo atendida por uma linha trifásica de 1,0 milha de comprimento. O transformador da subestação que atende a carga é de 500 kVA, 138kV:12,47kV Δ-Y aterrado, com impedância de $0,085\underline{/85^\circ}$. A linha que atende a carga tem um condutor de 336,4 26/7 ACSR com condutor neutro de 4/0 ACSR.

Transformador Trifásico: Conexão Δ - Y aterrado
Exercício

A matriz de impedancia de fase da linha é dada por:

$$Z_{line-abc} = \begin{bmatrix} 0,4576 + j1,0780 & 0,1560 + j0,5017 & 0,1535 + j0,3849 \\ 0,1560 + j0,5017 & 0,4666 + j1,0482 & 0,1580 + j0,4236 \\ 0,1535 + j0,3849 & 0,1580 + j0,4236 & 0,4615 + j1,0651 \end{bmatrix}$$