MODELOS AUTOREGRESSIVOS-AR

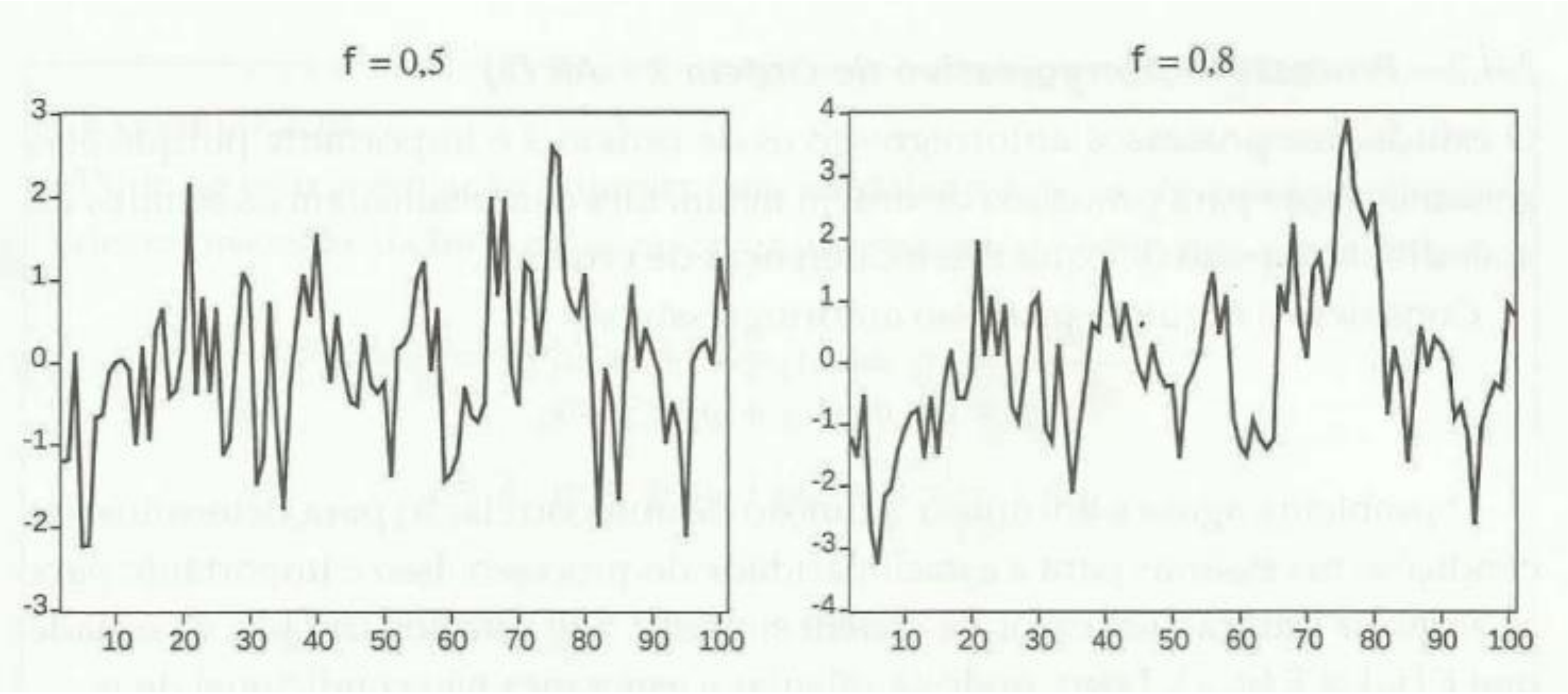
Modelo Autorregressivo de Ordem 1 AR(1)

Um processo autorregressivo de ordem *1 é* definido como:

$$\boldsymbol{y_t = c + \emptyset y_{t-1} + \in_t}$$

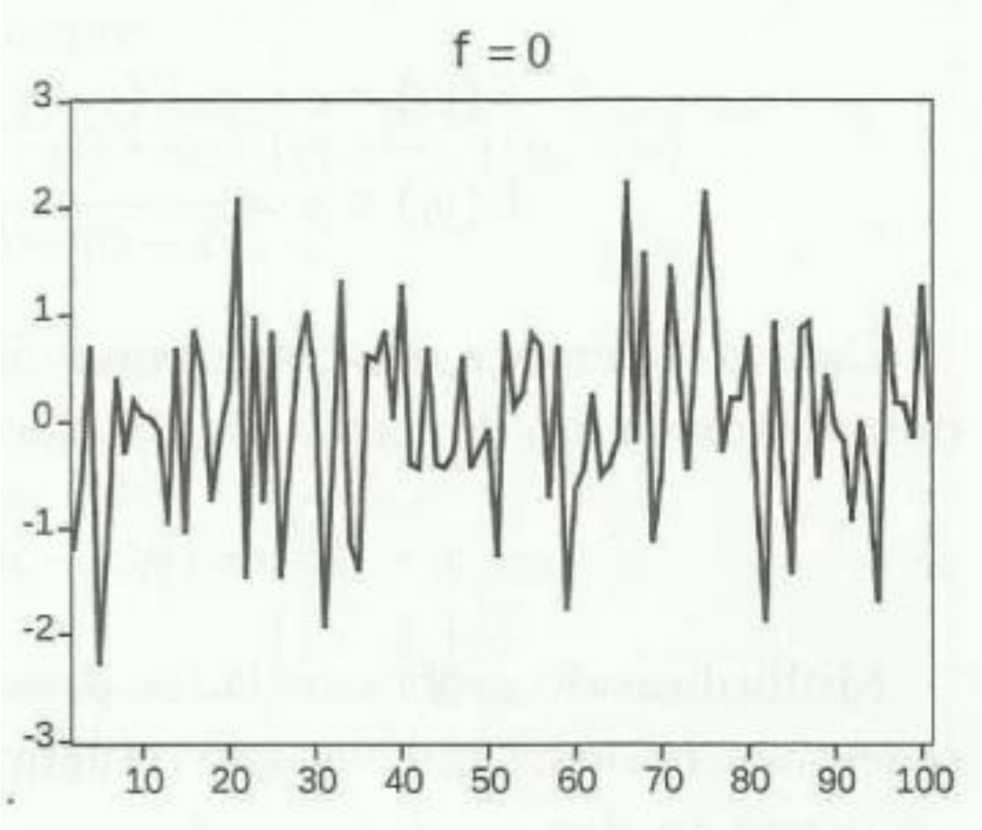
$$\boldsymbol{Condição\ necessária\colon\ \emptyset < 1}$$
$$\boldsymbol{\in_t\ \ seja\ um\ ruído\ branco}$$

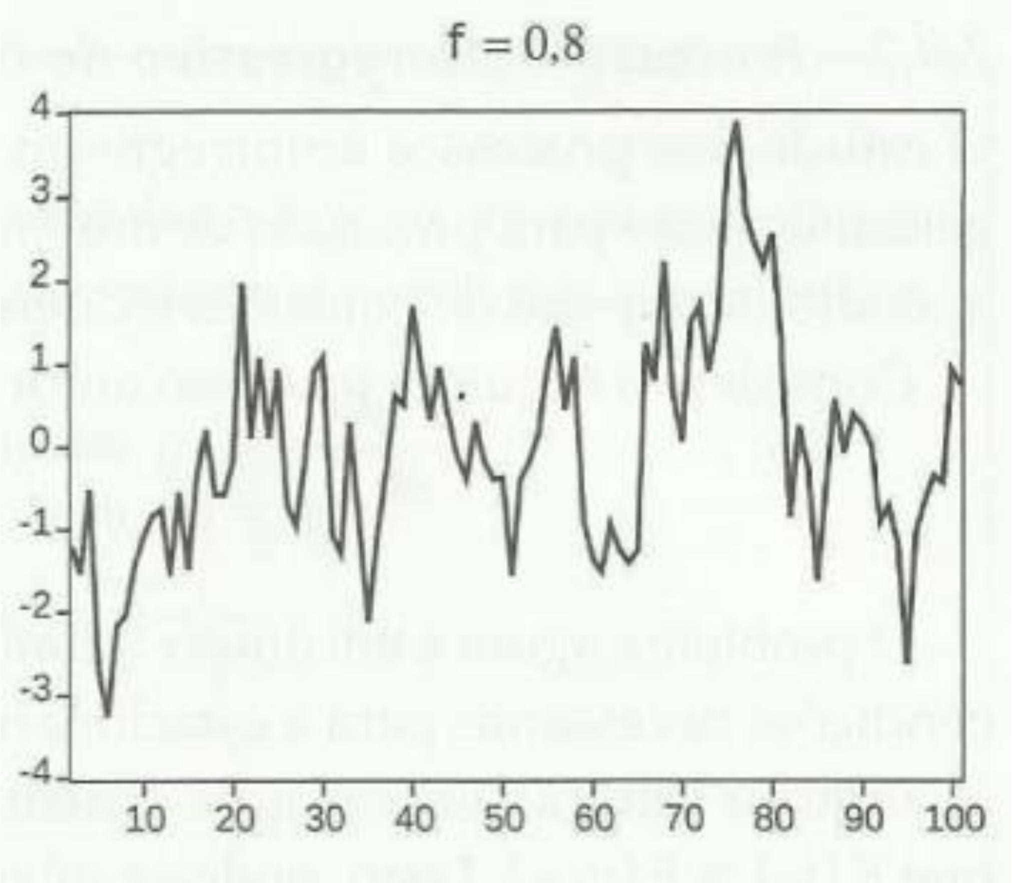
Comparando as duas figuras abaixo: o processo em que Ø=0,8 parece mais resistente a mudanças que um processo Ø=0,5.



Da mesma forma, o processo a esquerda parece ser mais volátil, embora ambos tenham sido gerados com mesmo valor para variância.

Essa volatilidade reflete sobre os valores da autocovariância. Quando Ø=0 é difícil definir um padrão para os dados, tratando-se de um ruído branco.





Modelo Autorregressivo de Ordem *p* AR(*p*)

De forma geral, o processo regressivo de ordem *p* é dado por:

$$\boldsymbol{y_t = c + \emptyset_1 y_{t-1} + \cdots + \emptyset_p y_{t-p} + \in_t}$$

Operador de Defasagem

Outra forma de escrever os processos autorregressivos é utilizando o operador de defasagens. Suas propriedades básicas:

1) $\boldsymbol{Ly_t = y_{t-1}}$
2) $\boldsymbol{Lc = c}$
3) $\boldsymbol{L^2 y_t = L\{Ly_t\} = Ly_{t-1} = y_{t-2}}$
4) $\boldsymbol{(1-L)y_t = y_t - Ly_t = y_t - y_{t-1} = \Delta y_t}$
5) $\boldsymbol{L(1-L)y_t = (1-L)Ly_t = (1-L)y_{t-1} = \Delta y_{t-1}}$

Autocorrelação

Assumindo estacionaridade fraca, podemos definir a k-ésima ordem de autocovariância, $\boldsymbol{y}$, como:

$$y_k = cov\{\boldsymbol{y}_t, \boldsymbol{y}_{t-k}\} = cov\{y_t, y_{t+k}\}$$

A autocovariância de um processo estocástico pode ser normalizada e apresentada como uma função de autocorrelação, $\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}}$:

$$\boldsymbol{\rho}_{\boldsymbol{k}} = \frac{\boldsymbol{cov\{y_t, y_{t-k}\}}}{\boldsymbol{V\{y_t\}}}$$

Função de Autocorrelação - FAC

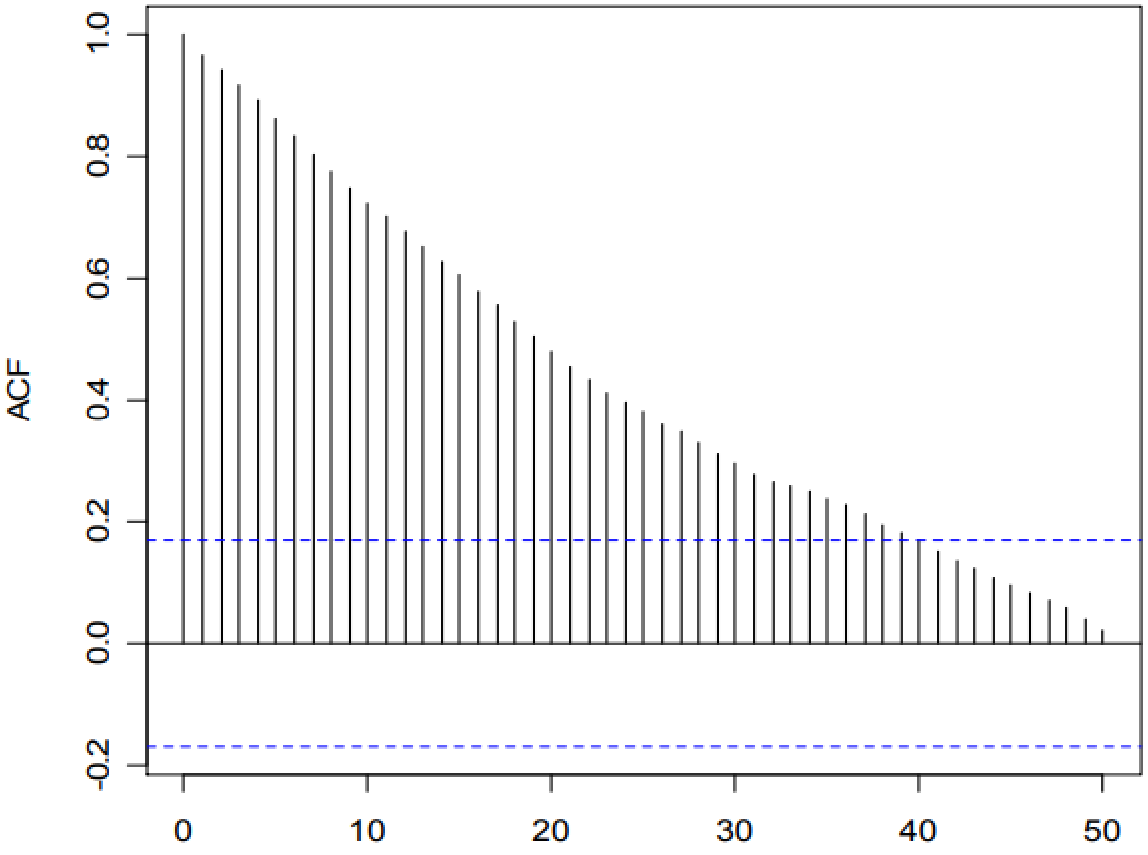
A Função de Autocorrelação – FAC ou ACF do inglês - nos ajuda a caracterizar a influência de y_t ao longo do tempo.

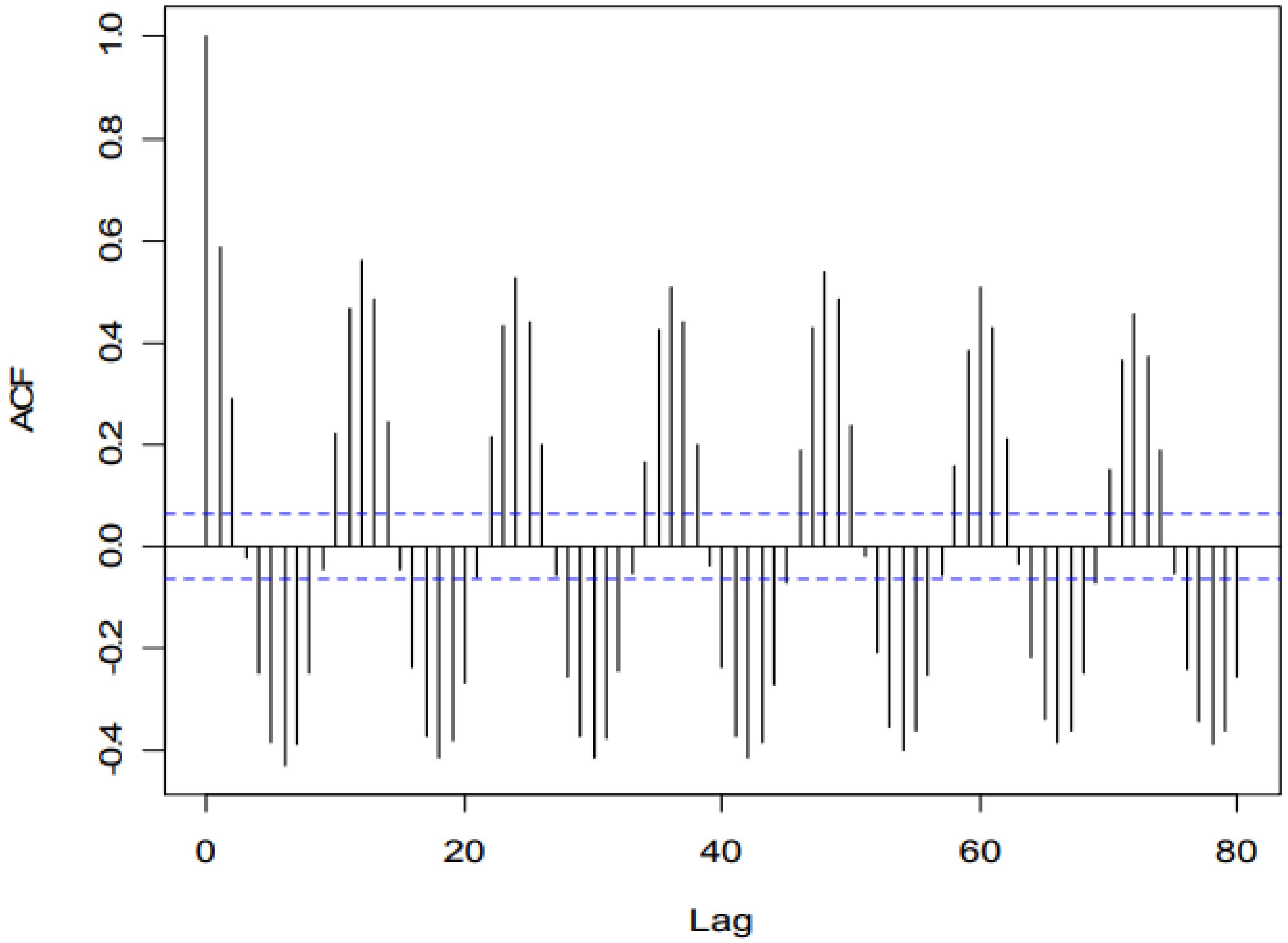
Ela nos mostra o quão forte o valor observado hoje está correlacionado com os valores observados no passado.

Nos auxilia a identificar sazonalidades

Gera *insights* de como choques hoje afetarão os valores futuros da variável em questão.

Função de Autocorrelação - FAC





Função de Autocorrelação Parcial - FACP

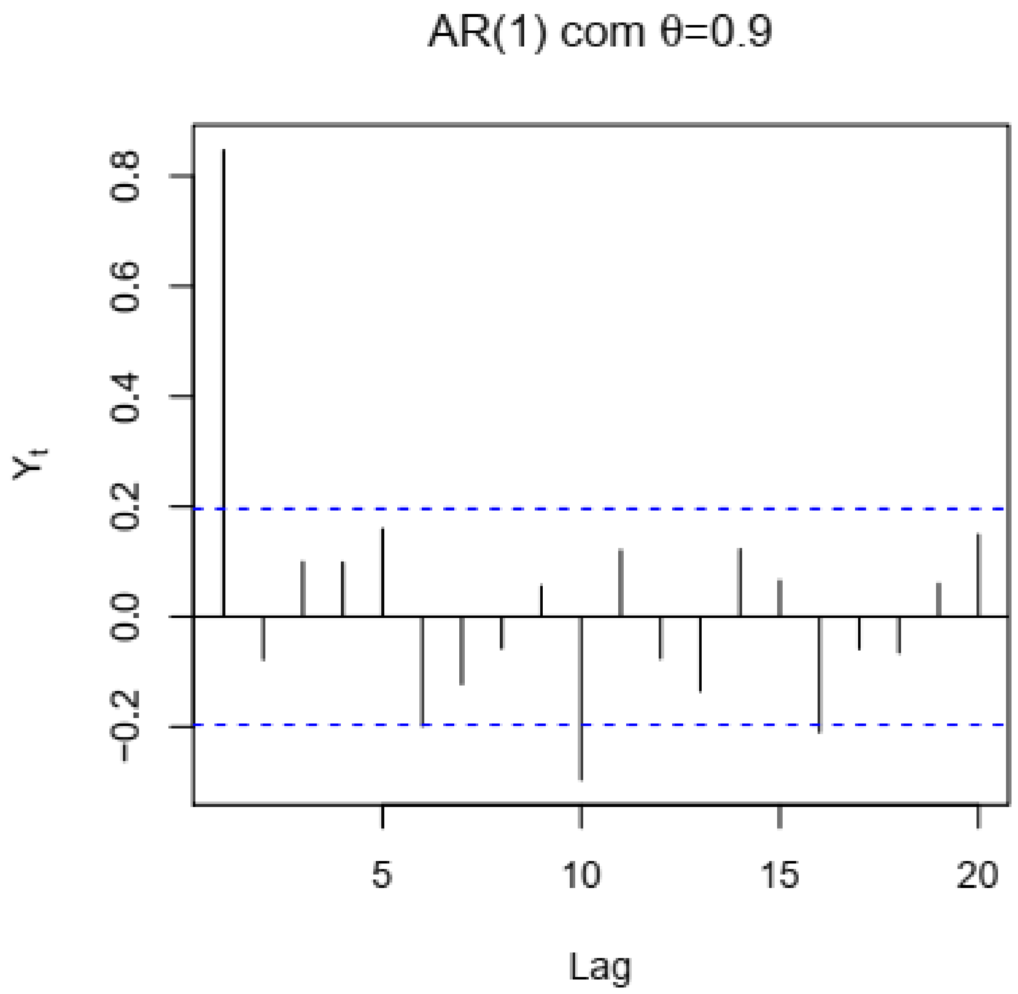
A Função de Autocorrelação Parcial –FACP ou PACF, do inglês - nos dá correlação entre a variável no instante t e uma de suas defasagens, retirado os efeitos das outras defasagens.

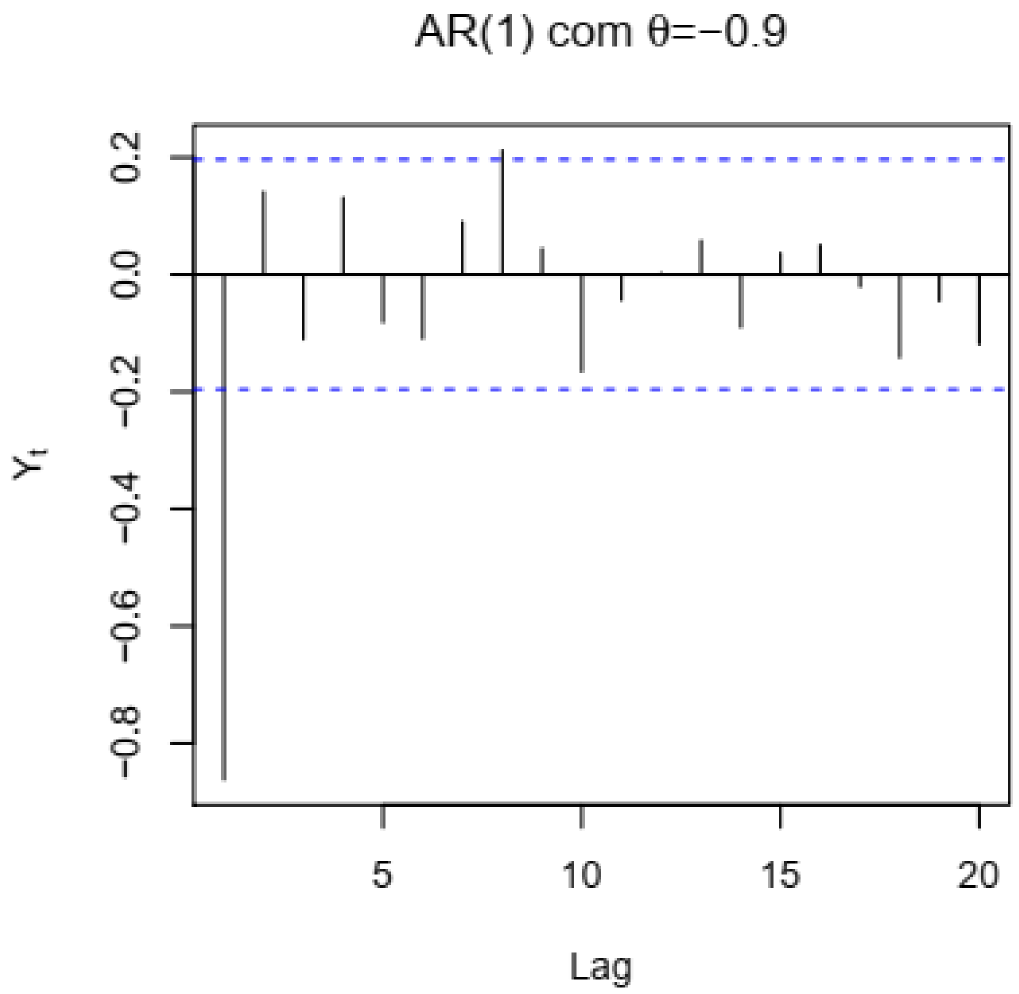
Por exemplo o:

$$y_t = c + \emptyset_1 y_{t-1} + \emptyset_2 y_{t-2} + \epsilon_t$$

A FACP irá capitar o efeito $\emptyset_1$ direto de y_{t-1}sobre sobre y_t sem considerar $\emptyset_2 y_{t-2}$ e o o efeito $\emptyset_2$ direto de y_{t-2}sobre sobre y_t sem considerar $\emptyset_1 y_{t-1}$.

Função de Autocorrelação Parcial - FACP





```r
library(readxl)
library(urca)
```

```r
IPCA <- read_excel("C:/Econometria/IPCA.xls", col_types = c("date","numeric"))
```

```r
Inflacao <- ts(IPCA,start = 2008-01, frequency = 12)
Inflacao <- Inflacao[,-1]
```

```r
View(Inflacao)
```

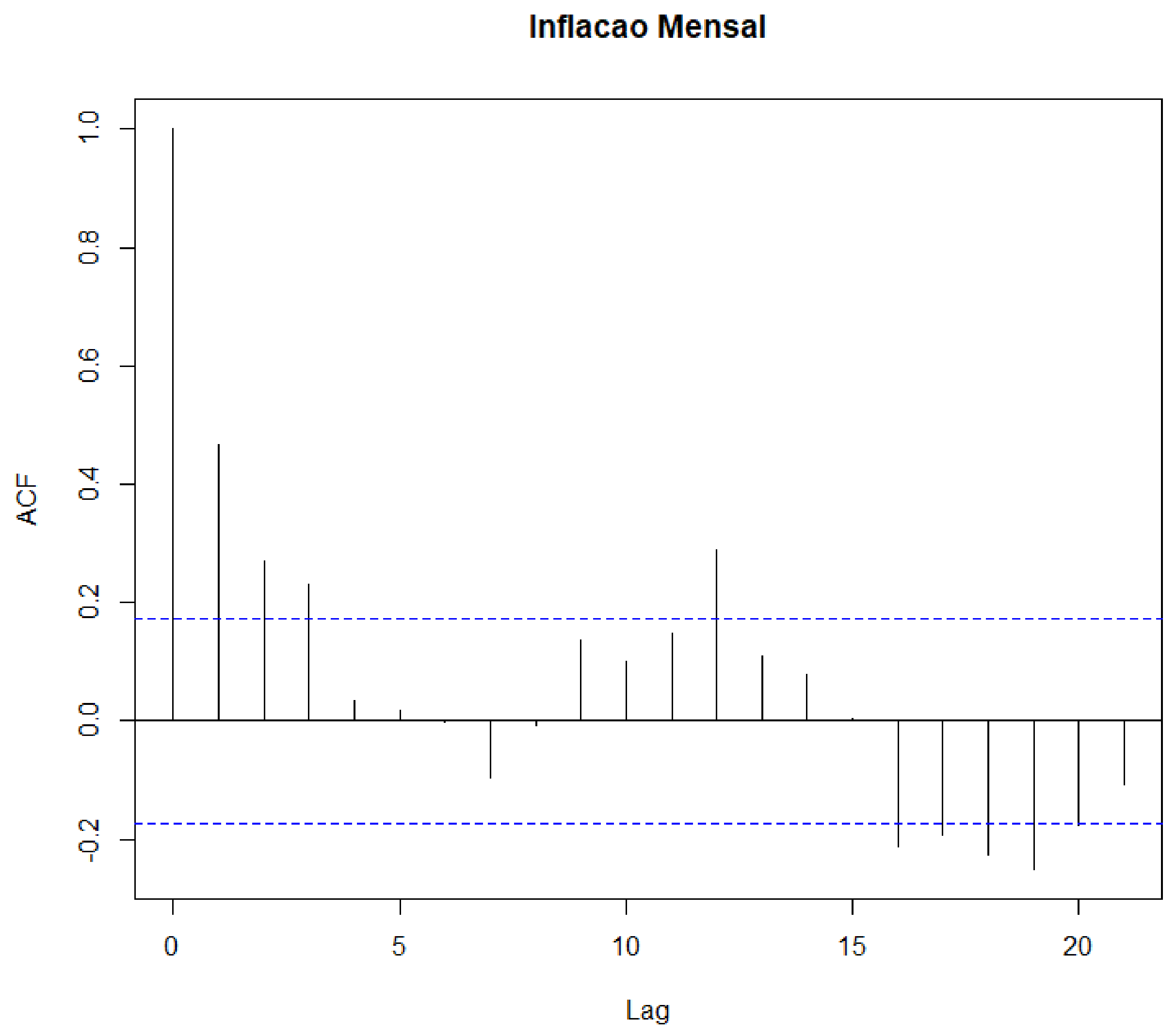
1	0.5196
2	0.1898
3	0.3132
4	0.5376
5	1.2286
6	0.9565
7	0.4505
8	0.3794
9	0.3794
10	0.4979
11	0.3880
12	0.1603

```r
TesteDF <- summary(ur.df(Inflacao, type="none", lags=0))
TesteDF
```

```
###############################################
# Augmented Dickey-Fuller Test Unit Root Test #
###############################################

Test regression none


Call:
lm(formula = z.diff ~ z.lag.1 - 1)

Residuals:
    Min      1Q  Median      3Q     Max 
-0.7824 -0.1219  0.0827  0.2890  1.3882 

Coefficients:
        Estimate Std. Error t value Pr(>|t|)    
z.lag.1 -0.20984    0.05443  -3.856 0.000184 ***
---
Signif. codes:  0 ‘***’ 0.001 ‘**’ 0.01 ‘*’ 0.05 ‘.’ 0.1 ‘ ’ 1

Residual standard error: 0.3461 on 125 degrees of freedom
Multiple R-squared:  0.1063,	Adjusted R-squared:  0.09914 
F-statistic: 14.87 on 1 and 125 DF,  p-value: 0.0001837


Value of test-statistic is: -3.8556 

Critical values for test statistics: 
      1pct  5pct 10pct
tau1 -2.58 -1.95 -1.62
```

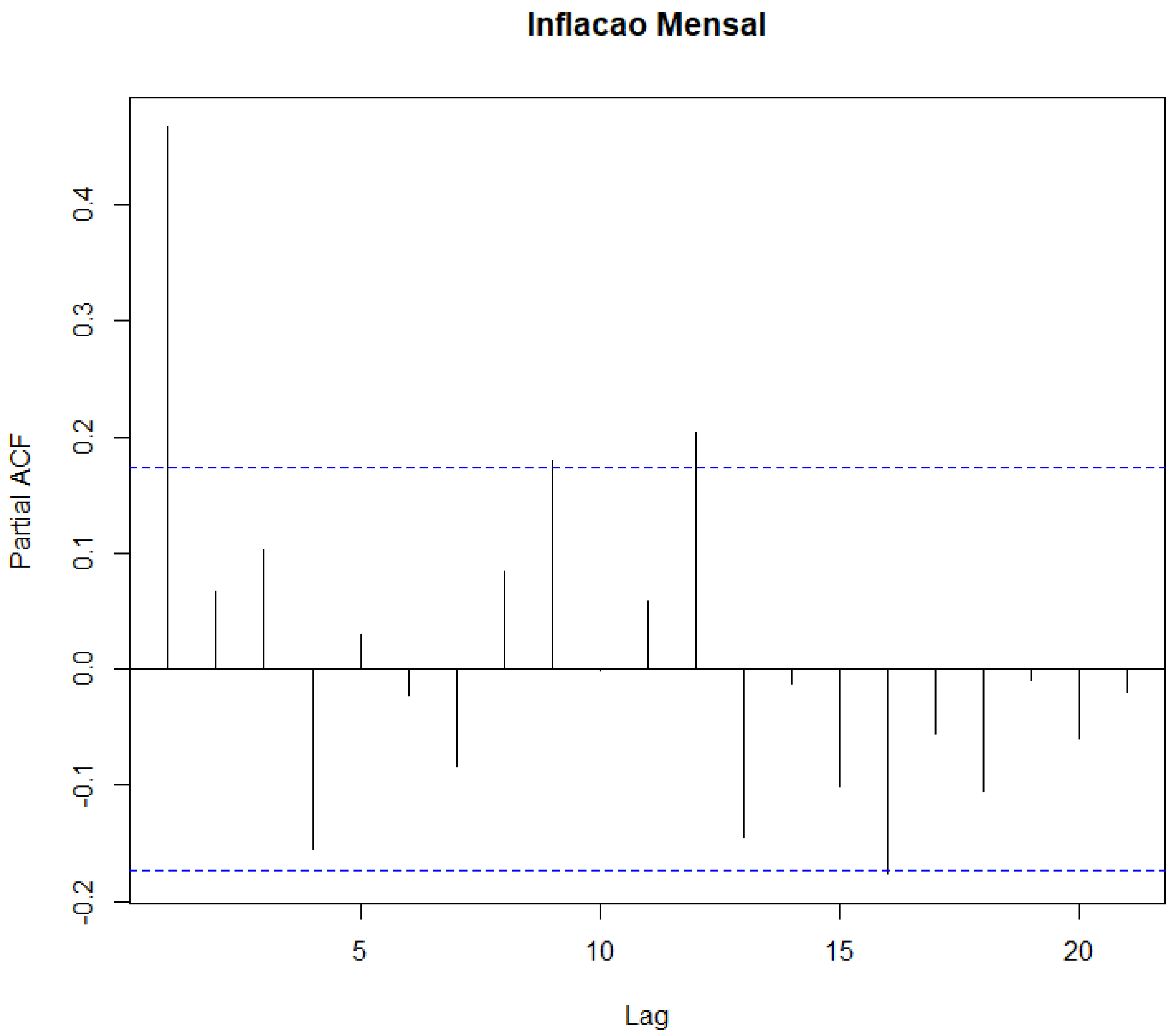
Função de Autocorrelação Parcial - FAC

```
acf(IPCA$IPCA, main="Inflacao Mensal")
```



Função de Autocorrelação Parcial - FACP

```
pacf(IPCA$IPCA, main="Inflacao Mensal")
```



```
AR1 <- arima(Inflacao,order = c(1,0,0))
AR1

Call:
arima(x = Inflacao, order = c(1, 0, 0))

Coefficients:
         ar1  intercept
      0.4648     0.4404
s.e.  0.0781     0.0513

sigma^2 estimated as 0.09696:  log likelihood = -32.15,  aic = 70.3
```

$$\boldsymbol{y_t = 0,4404 + 0,4648_1 y_{t-1} + \in_t}$$

(0,0513) (0,0781)

```
AR2 <- arima(Inflacao, order=c(2,0,0))
AR2
```

```
Call:
arima(x = Inflacao, order = c(2, 0, 0))

Coefficients:
         ar1     ar2  intercept
      0.4342  0.0636     0.4405
s.e.  0.0891  0.0899     0.0544

sigma^2 estimated as 0.09657:  log likelihood = -31.9,  aic = 71.8
```

$$\boldsymbol{y_t = 0,4405 + 0,4342_1 y_{t-1} + 0,0636_1 y_{t-1} + \in_t}$$

(0,0544) (0,0891) (0,0899)