

Chapitre X

Particules, interactions et phénoménologie

Sommaire

1	Les particules du modèle standard	2
1.1	Les fermions	2
1.2	Les bosons	3
2	Formalisme théorique et interactions	4
2.1	Lagrangien et équation d'Euler-Lagrange	4
2.2	Interaction électromagnétique	6
2.3	Interaction électrofaible	8
2.4	Mécanisme de Higgs et brisure spontanée de symétrie	12
2.5	Interaction forte	15
3	Succès et limites du modèle standard	16
3.1	Succès	16
3.2	Limites	17
4	Au-delà du modèle standard	17
4.1	Modèles à deux doublets de Higgs	17
4.2	La supersymétrie	17
4.3	L'extension supersymétrique minimale du modèle standard ou MSSM	17
5	Phénoménologie des bosons de Higgs du MSSM	18
5.1	Production de bosons de Higgs	18
5.2	Désintégration de bosons de Higgs	19
5.3	Désintégration des leptons tau	19
6	Conclusion	20

Ce chapitre présente le contexte dans lequel s'inscrit cette thèse. Le modèle standard est le cadre théorique en place en physique des particules. Il permet de décrire les objets fondamentaux qui composent l'Univers, les particules, ainsi que leurs interactions.

Les particules du modèle standard sont présentées dans la section 1. Le formalisme mathématique permettant de décrire leur comportement, faisant apparaître les forces fondamentales, est introduit dans la section 2. Le modèle standard ainsi construit propose une description de l'Univers à la fois précise et robuste.

Le boson de Higgs, dernière particule découverte à ce jour, a ainsi été postulé près de cinquante ans avant d'être observé. De nombreux succès, dont une présentation non exhaustive est proposée dans la section 3.1, couronnent ainsi le modèle standard. Cependant, malgré plusieurs décennies de prédictions correctement vérifiées, certaines observations montrent que le modèle standard ne saurait prétendre au titre de « théorie du tout ».

Ces limitations au modèle standard, dont certaines sont présentées dans la section 3.2, mènent à de nouveaux modèles dits « au-delà du modèle standard », dont il est question dans la section 4. Parmi eux se trouvent des modèles dits « à deux doublets de Higgs », c'est-à-dire avec un secteur de Higgs plus complexe, comme la supersymétrie.

Il existe plusieurs degrés de complexité dans ces nouveaux modèles, aussi seule l'extension supersymétrique minimale du modèle standard, ou MSSM, sera considérée pour l'analyse menée dans

cette thèse. Dans le cadre du MSSM, de nouvelles particules existent et la phénoménologie de ces particules, présentée dans la section 5, motive le choix du type d'événements d'intérêt pour la recherche de cette nouvelle physique.

1 Les particules du modèle standard

Une particule est considérée comme fondamentale si elle ne possède pas de sous-structure observée à ce jour. Le modèle standard décrit le comportement de ces particules fondamentales qui peuvent être catégorisées selon plusieurs critères. Le premier d'entre eux est le *spin*, une observable quantique intrinsèque aux particules. Les particules de spin demi-entier sont les fermions, celles de spin entier les bosons.

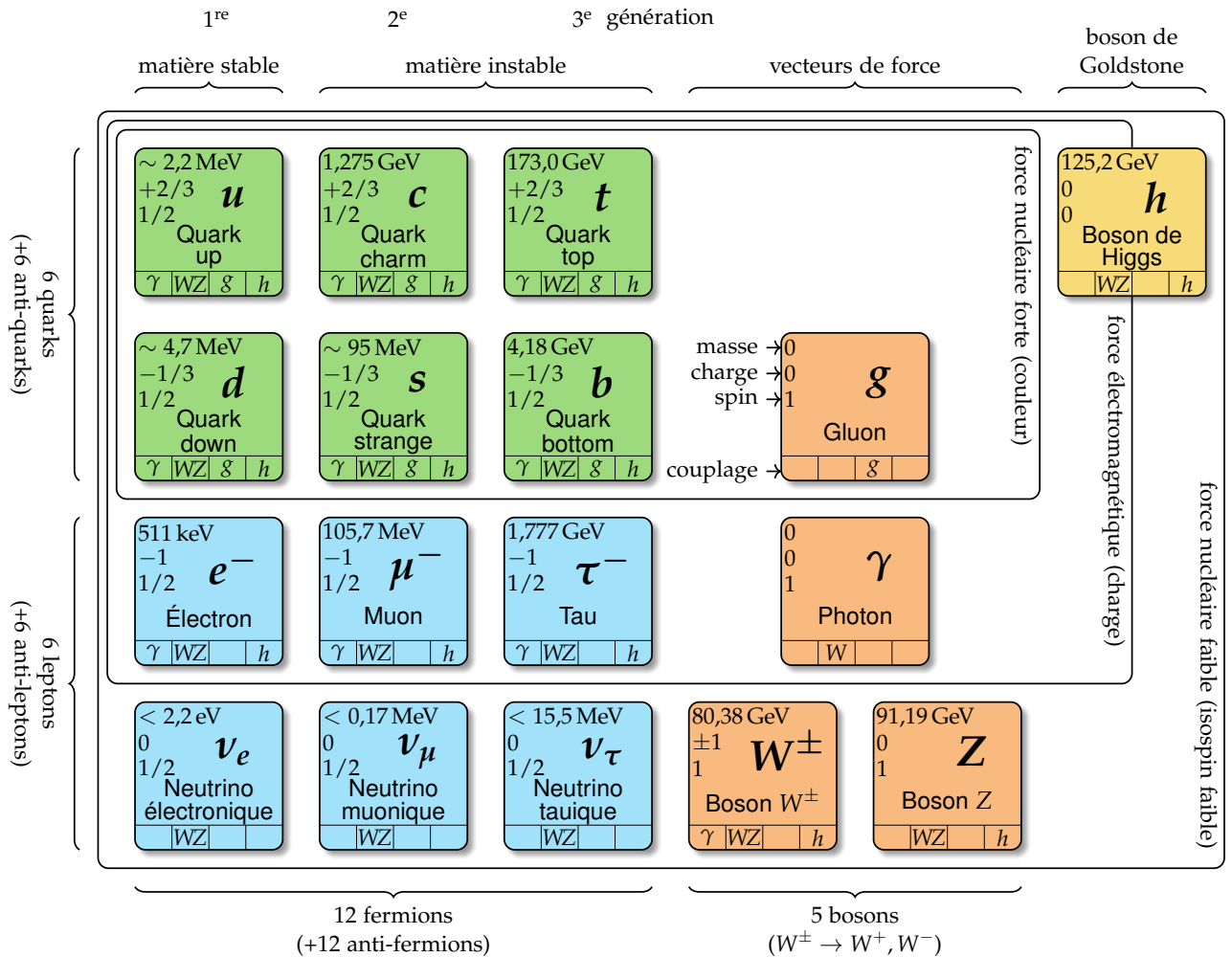


Figure X.1 – Les particules fondamentales du modèle standard.

1.1 Les fermions

Les fermions sont les particules fondamentales de spin demi-entier et suivent donc la statistique de Fermi-Dirac. Ainsi, deux fermions ne peuvent pas occuper le même état quantique, c'est-à-dire avoir chacun de leurs nombres quantiques égaux entre eux, comme exposé par le principe d'exclusion de Pauli. Le modèle standard comprend douze fermions constituant la matière, accompagnés de douze anti-fermions correspondants pour l'anti-matière.

Les fermions peuvent se diviser d'une part en deux catégories, les quarks et les leptons, et d'autre part en trois catégories correspondant à trois *générations*, comme illustré sur la figure X.1. La première génération (quarks *u* et *d*, électron *e*⁻ et neutrino électronique *\nu_e*) correspond aux particules les

plus communes ; les deuxièmes et troisièmes générations contiennent des particules analogues, plus massives et instables.

1.1.1 Les quarks

Les quarks sont les fermions possédant une charge de couleur. Il existe deux quarks par génération, un quark de type *up* et un quark de type *down*, formant un doublet d'isospin faible¹. Il y a donc six quarks au total. Les quarks de type *up* (*u*, *c* et *t*) portent une charge électrique $+\frac{2}{3}e$ avec e la charge électrique élémentaire, les quarks de type *down* (*d*, *s* et *b*) une charge $-\frac{1}{3}e$. Les anti-quarks possèdent une charge électrique opposée ($-\frac{2}{3}e$ et $+\frac{1}{3}e$). Les quarks sont donc sensibles à l'interaction électromagnétique.

À l'instar de la charge électrique pour l'interaction électromagnétique, la *couleur* rend les quarks sensibles à l'interaction forte. La charge de couleur peut prendre trois valeurs orthogonales, nommées par convention rouge, verte et bleue, car les particules portant une charge de couleur ne sont pas stables à elles seules et se regroupent pour former des particules composites de charge de couleur nulle, ou de couleur « blanche ». C'est ce que l'on appelle le phénomène de « confinement de couleur », décrit dans la section 2.5.3.

Les particules composées de quarks sont les hadrons. Ces particules sont de couleur blanche, ce qui peut être obtenu de deux manières :

- par association d'un quark rouge, un vert et un bleu ; il s'agit d'un *baryon*. Le proton (*uud*) et le neutron (*udd*) sont deux exemples de baryons.
- par association d'un quark et d'un anti-quark ; il s'agit d'un *méson*. En effet, un anti-quark porte une *anti-couleur*. Ainsi, un quark up (*u*) rouge et un anti-quark down (\bar{d}) « anti-rouge » forment un pion neutre π^0 .

Enfin, comme tous les fermions, les quarks sont également sensibles à l'interaction faible. Les quarks sont ainsi les seules particules sensibles à toutes les interactions fondamentales décrites par le modèle standard.

1.1.2 Les leptons

Les leptons sont les fermions ne possédant pas de charge de couleur. Ils sont donc insensibles à l'interaction forte. En revanche, ils sont tous sensibles à l'interaction faible. Sur le même principe que pour les quarks, il y a un doublet d'isospin faible de deux leptons par génération, soit six leptons au total. Les leptons d'isospin *up* sont l'électron (e^-), le muon (μ^-) et le tau (τ^-), ils portent une charge électrique $-e$ ($+e$ pour les anti-particules correspondantes). Les leptons d'isospin *down* sont les neutrinos. Les neutrinos ne portent pas de charge électrique et interagissent donc uniquement par interaction faible, ce qui en fait des particules difficiles à détecter.

1.2 Les bosons

Les fermions sont les particules fondamentales de spin entier et suivent alors la statistique de Bose-Einstein.

Les bosons de spin 1 sont les bosons de jauge, ou bosons vecteurs, et sont les médiateurs des interactions fondamentales. Ainsi, le photon (γ) est le boson vecteur de l'interaction électromagnétique. Il est de masse nulle et est électriquement neutre. Les bosons W^+ , W^- et Z sont ceux de l'interaction faible. Le boson Z est électriquement neutre et de masse $m_Z = 91,19 \text{ GeV}$, les bosons W portent une charge électrique de $\pm e$, ont une masse de $m_W = 80,38 \text{ GeV}$ et n'interagissent qu'avec les particules de chiralité² gauche et les anti-particules de chiralité droite. Enfin, huit gluons (g) sont les médiateurs de l'interaction forte. Ils n'ont ni masse ni charge électrique, mais portent une charge de couleur et une charge d'anti-couleur. Un gluon peut donc être chargé « rouge et anti-bleu ». Si un tel gluon interagit avec un quark bleu, par conservation, ce quark sera rouge après interaction.

1. L'isospin faible est un nombre quantique décrit dans la section 2.3.

2. La chiralité est définie dans la section 2.3.

Le boson de Higgs est de spin nul, il s'agit donc d'un boson scalaire. Ce boson est une conséquence du mécanisme de brisure spontanée de symétrie électrofaible, mécanisme donnant leurs masses aux particules. Ce mécanisme est présenté dans la section 2.4.

2 Formalisme théorique et interactions

Il ne suffit pas de lister les particules fondamentales pour obtenir un modèle, il faut également décrire leur comportement, c'est-à-dire leur évolution à travers le temps et l'espace. Pour cela, le modèle standard se base sur la théorie quantique des champs. Une particule n'est pas un « objet ponctuel » comme en mécanique classique, mais une excitation d'un champ quantique relativiste. Il s'agit alors de décrire l'évolution de ces excitations.

Les lois de la mécanique classique ne sauraient remplir ce rôle. Le comportement des particules fondamentales est obtenu par l'application des équations d'Euler-Lagrange au lagrangien du modèle standard. Afin de comprendre pourquoi ce formalisme mathématique permet effectivement d'obtenir l'évolution des champs quantiques relativistes décrivant les particules, la section suivante consiste en une brève introduction du lagrangien dans le cas de la mécanique classique, suivie d'une généralisation au cas du modèle standard.

2.1 Lagrangien et équation d'Euler-Lagrange

2.1.1 Lagrangien en mécanique Newtonienne

Considérons une particule de masse m , soumise à une force F , se déplaçant dans le temps le long d'une dimension x , d'un point A à $t = 0$ à un point B à $t = \tau$, comme illustré sur la figure X.2.

Comme cela est enseigné dès les premiers cours de physique, la trajectoire de cette particule peut être déterminée à l'aide du principe fondamental de la dynamique, ou seconde loi de Newton, qui s'exprime simplement dans ce cas sous la forme

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F. \quad (\text{X.1})$$

Nous obtenons la position de la particule à tout instant.

Or, cette méthode ne permet pas de décrire le comportement des particules fondamentales. En effet, à leur échelle, la mécanique quantique prévaut et il n'est pas possible, lorsque l'on observe une particule à un point A puis à un point B , de déterminer la trajectoire exacte suivie par cette particule. La particule peut suivre la trajectoire déterminée avec la mécanique classique, c'est-à-dire celle de la figure X.2, comme toute autre trajectoire reliant A à B , comme illustré sur la figure X.3.

Si le principe fondamental de la dynamique tel que formulé par Newton ne tient plus dans le contexte de la mécanique quantique, il existe un autre principe physique toujours en place, la conservation de l'énergie. Dans le cas de la particule précédemment décrit, il s'agit de la somme de son énergie cinétique T et de son énergie potentielle V , c'est-à-dire

$$E = T + V = C^{\text{te}} \quad (\text{X.2})$$

où T dépend uniquement de la vitesse de la particule et V uniquement de sa position. Il en va ainsi de même pour les moyennes temporelles de ces grandeurs,

$$E = \langle E \rangle = \langle T \rangle + \langle V \rangle = C^{\text{te}} \quad (\text{X.3})$$

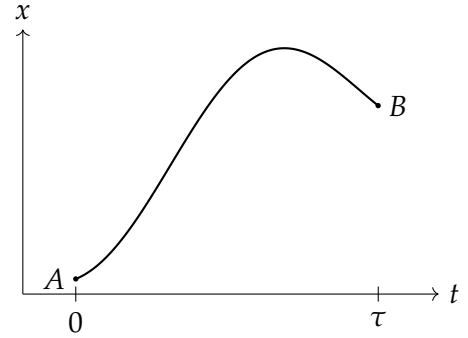


Figure X.2 – Une particule se déplace au cours du temps d'un point A à un point B le long d'une dimension x .

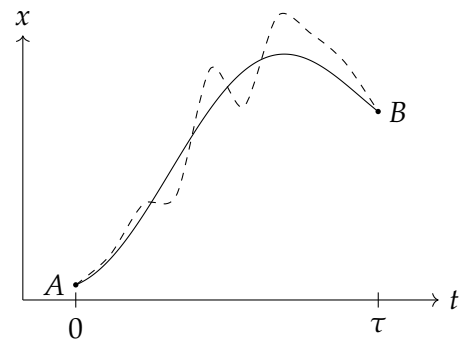


Figure X.3 – Variation de la trajectoire d'une particule se déplaçant au cours du temps d'un point A à un point B .

avec, en notant $\dot{x} = \frac{dx}{dt}$,

$$\langle T \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau T(\dot{x}(t)) dt, \quad \langle V \rangle = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau V(x(t)) dt. \quad (\text{X.4})$$

Nous pouvons alors nous demander de quelle manière ces grandeurs sont modifiées lorsque la trajectoire suivie par la particule varie par rapport à la trajectoire déterminée par la mécanique Newtonienne. La variation de la valeur moyenne de l'énergie potentielle s'exprime

$$\frac{\delta \langle V \rangle}{\delta x(t')} = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\delta V(x(t))}{\delta x(t')} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{dV(x(t))}{dx(t)} \delta(t - t') dt = \frac{1}{\tau} \frac{dV}{dx(t)} \Big|_{t=t'} = -\frac{1}{\tau} F(x(t')) \quad (\text{X.5})$$

car la force F est reliée au potentiel V par $F = -\frac{dV}{dx}$. De même, l'énergie cinétique moyenne varie selon

$$\begin{aligned} \frac{\delta \langle T \rangle}{\delta x(t')} &= \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{\delta T(\dot{x}(t))}{\delta x(t')} dt = \frac{1}{\tau} \int_0^\tau \frac{dT(\dot{x}(t))}{d\dot{x}(t)} \delta'(t - t') dt = -\frac{1}{\tau} \int_0^\tau \delta(t - t') \frac{d}{dt} \left(\frac{dT(\dot{x}(t))}{d\dot{x}(t)} \right) dt \\ &= -\frac{1}{\tau} \frac{d}{dt} \left(\frac{dT(\dot{x}(t))}{d\dot{x}(t)} \right) \Big|_{t=t'} = -\frac{1}{\tau} m \frac{d^2 x}{dt^2} \Big|_{t=t'} \end{aligned} \quad (\text{X.6})$$

car pour une particule de masse m , en mécanique newtonienne, $T = \frac{1}{2} m \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$.

Le long de la trajectoire classique, le principe fondamental de la dynamique est vérifié. Alors, les variations autour de la trajectoire classique sont reliées par

$$m \frac{d^2 x}{dt^2} = F \Leftrightarrow \frac{\delta \langle T \rangle}{\delta x(t')} = \frac{\delta \langle V \rangle}{\delta x(t')} \Leftrightarrow \frac{\delta}{\delta x(t')} (\langle T \rangle - \langle V \rangle) = 0. \quad (\text{X.7})$$

Ainsi, la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système étudié semble jouer un rôle particulier lorsque l'on s'intéresse aux différentes trajectoires possibles pour ce système. Définissons alors le lagrangien L du système étudié comme

$$L = T - V. \quad (\text{X.8})$$

2.1.2 Équation d'Euler-Lagrange

L'intégrale au cours du temps du lagrangien est appelée action et est définie comme

$$S = \int_0^\tau dt L. \quad (\text{X.9})$$

Compte-tenu de l'équation (X.7), l'action vérifie

$$\frac{\delta S}{\delta x(t')} = 0, \quad (\text{X.10})$$

ce qui est connu sous le nom de principe de moindre action. Or,

$$\frac{\delta S}{\delta x(t')} = \int_0^\tau dt \left[\frac{\delta L}{\delta x(t)} \delta(t - t') + \frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t)} \delta'(t - t') \right] = \frac{\delta L}{\delta x(t')} - \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t')}, \quad (\text{X.11})$$

ce qui implique

$$\frac{\delta L}{\delta x(t')} - \frac{d}{dt} \frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t')} = 0. \quad (\text{X.12})$$

Cette équation est l'équation d'Euler-Lagrange et permet d'obtenir toutes les équations du mouvement du système, c'est-à-dire de décrire son évolution au cours du temps.

2.1.3 Lagrangien, champs et symétries

Généralisons le raisonnement précédent à un espace à une dimension temporelle et trois dimensions spatiales. À partir du lagrangien, il est possible de définir la densité lagrangienne \mathcal{L} telle que

$$L = \int d^3x \mathcal{L}, \quad S = \int d^4x \mathcal{L} \quad (\text{X.13})$$

où x désigne la coordonnée dans l'espace de Minkowski, c'est-à-dire l'espace-temps à quatre dimensions. Considérons maintenant une densité lagrangienne dépendant d'un champ $\phi(x)$ et de ses dérivées $\partial_\mu \phi(x)$. Alors,

$$S = \int d^4x \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu \phi(x)) \quad (\text{X.14})$$

et du principe de moindre action résultent les équations d'Euler-Lagrange pour cette densité lagrangienne,

$$\frac{\delta S}{\delta \phi} = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \phi} - \partial_\mu \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial (\partial_\mu \phi)} = 0. \quad (\text{X.15})$$

Il s'agit à présent de déterminer la densité lagrangienne \mathcal{L} du modèle standard. Par la suite, nous nommerons la densité lagrangienne \mathcal{L} « lagrangien » dans un souci de praticité.

Un champ quantique peut subir une transformation de jauge locale. Une telle transformation doit laisser la physique inchangée, ainsi le lagrangien du modèle standard est construit pour être invariant sous les transformations de jauges locales du groupe de symétrie

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y. \quad (\text{X.16})$$

De cette construction résultent les interactions fondamentales, discutées ci-après.

2.2 Interaction électromagnétique

Le lagrangien libre d'un fermion, c'est-à-dire le lagrangien décrivant le comportement d'un fermion seul, s'exprime

$$\mathcal{L}_{\text{fermion libre}} = \bar{\psi} (i\cancel{\partial} - m) \psi = \bar{\psi} (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = i\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi - m\bar{\psi} \psi \quad (\text{X.17})$$

où la notation « slash » pour un objet k signifie $\cancel{k} = \gamma^\mu k_\mu$, i est l'unité imaginaire ($i^2 = -1$), ψ le spineur de Dirac correspondant au champ fermionique, $\bar{\psi} = \psi^\dagger \gamma^0$ son adjoint de Dirac, ψ^\dagger étant l'adjoint de ψ , γ^μ les matrices de Dirac, définies dans l'annexe A, ∂_μ la dérivée partielle par rapport à la coordonnée μ dans l'espace-temps de Minkowski et m la masse de la particule considérée. Le terme $\gamma^\mu \partial_\mu$, par convention de sommation d'Einstein exposée dans l'annexe A, correspond à une somme sur les différentes valeurs de μ .

Le lagrangien $\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}$ est invariant sous une transformation globale du groupe $U(1)_{em}$ ³, c'est-à-dire lorsque l'on applique la transformation suivante au spineur ψ

$$\psi \rightarrow e^{iQ\alpha} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} \quad (\text{X.18})$$

où $\alpha \in \mathbb{R}$ et Q est l'opérateur de charge électrique⁴. En effet, sous une telle transformation,

$$\bar{\psi} \psi \rightarrow \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} e^{iQ\alpha} \psi = \bar{\psi} \psi \quad (\text{X.19})$$

et

$$\bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \rightarrow \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} \gamma^\mu \partial_\mu (e^{iQ\alpha} \psi) = \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} e^{iQ\alpha} \gamma^\mu \partial_\mu (\psi) + \bar{\psi} e^{-iQ\alpha} \gamma^\mu \partial_\mu (e^{iQ\alpha}) \psi = \bar{\psi} \gamma^\mu \partial_\mu \psi \quad (\text{X.20})$$

car α ne dépend pas de l'espace-temps pour une transformation globale.

3. Dans la notation $U(1)_{em}$, « em » signifie électromagnétique. Ce groupe n'apparaît pas dans l'équation (X.16) car nous ne traitons ici que de l'électromagnétisme. Le groupe $U(1)_Y$ est traité dans la section 2.3.

4. Lorsque cet opérateur est appliqué à un champ quantique décrivant un fermion, il permet d'obtenir la valeur de la charge électrique du fermion.

En revanche, pour une transformation locale,

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \rightarrow i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + ie^{-iQ\alpha}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu(e^{iQ\alpha})\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu Q\partial_\mu\alpha\psi \quad (\text{X.21})$$

ce qui fait apparaître un terme supplémentaire, $\bar{\psi}\gamma^\mu Q\partial_\mu\alpha\psi$, provenant de la transformation du terme $i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi$ de $\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}$ qui brise ainsi l'invariance de jauge du lagrangien. Afin de rendre le lagrangien invariant sous les transformations locales du groupe $U(1)_{em}$, il est possible de remplacer la dérivée usuelle ∂_μ par la *dérivée covariante* D_μ , telle que

$$\partial_\mu \rightarrow D_\mu = \partial_\mu - ieQA_\mu \quad (\text{X.22})$$

où e est la charge électrique élémentaire et A_μ un *champ de jauge* nouvellement introduit, dont la transformation de jauge permet de supprimer le terme supplémentaire qui brise l'invariance de jauge du lagrangien. En effet, le champ A_μ se transforme tel que

$$A_\mu \rightarrow A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha. \quad (\text{X.23})$$

Ainsi, en réécrivant le lagrangien du fermion de l'équation (X.17) avec la dérivée covariante,

$$\mathcal{L}'_{\text{fermion libre}} = i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi = \mathcal{L}_{\text{fermion libre}} + \bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi, \quad (\text{X.24})$$

le dernier terme se transforme en

$$\bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi \rightarrow \bar{\psi}e^{-iQ\alpha}\gamma^\mu eQ\left(A_\mu + \frac{1}{e}\partial_\mu\alpha\right)e^{iQ\alpha}\psi = \bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu Q\partial_\mu\alpha\psi \quad (\text{X.25})$$

et le dernier terme obtenu compense exactement le terme brisant l'invariance de jauge dans l'équation (X.21).

Le nouveau terme introduit par l'utilisation de la dérivée covariante, $\bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi$, correspond à l'interaction entre un fermion et le champ de jauge A_μ , dont l'intensité est directement proportionnelle à la charge électrique du fermion. Toutefois, le champ A_μ ne représente pas encore le photon en l'état, il faut permettre au photon de se propager librement. Pour cela, il faut introduire un terme cinétique qui soit invariant de jauge dans le lagrangien, ce qui peut se faire avec

$$\mathcal{L}_{\text{photon libre}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \quad (\text{X.26})$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Un terme de masse pour le champ A_μ devrait s'écrire sous la forme $\frac{1}{2}m^2 A^\mu A_\mu$, ce qui n'est pas invariant de jauge. Par conséquent, le champ A_μ est de masse nulle.

Le lagrangien complet pour l'interaction électromagnétique⁵ s'exprime alors

$$\mathcal{L}_{QED} = \underbrace{\bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi}_{\text{fermions}} \underbrace{- \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{photons}} = \underbrace{\bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi}_{\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}} \underbrace{+ \bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi}_{\text{interaction}} \underbrace{- \frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\mathcal{L}_{\text{photon libre}}}. \quad (\text{X.27})$$

Le terme d'interaction dans ce lagrangien permet de « connecter » les fermions aux photons dans les diagrammes de Feynman, dont le principe est décrit dans l'annexe B. La « connexion » ainsi obtenue est nommée *vertex*. La structure du terme d'interaction, $\bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi$, impose ainsi la présence au vertex d'un photon (A_μ), d'un fermion entrant ou d'un anti-fermion sortant (ψ) et d'un fermion sortant ou d'un anti-fermion entrant ($\bar{\psi}$). Nous obtenons alors les diagrammes de la figure X.4.

Noether et qté conservée ?

Maintenir l'invariance de jauge locale à l'aide de la dérivée covariante fait émerger l'interaction électromagnétique dans le cas de l'invariance de jauge sous $U(1)_{em}$. Dans les sections suivantes, un raisonnement similaire est appliqué afin d'obtenir les interactions électrofaible et forte.

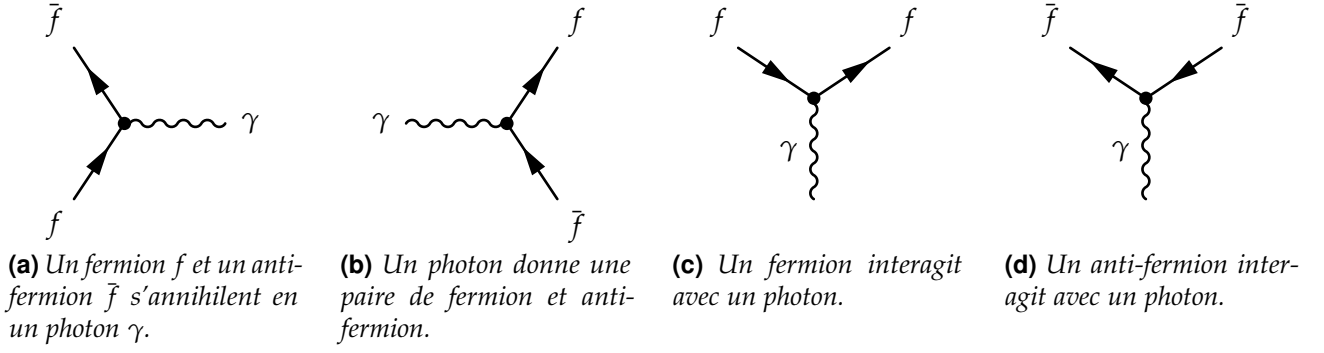


Figure X.4 – Diagrammes de Feynman possibles à partir du terme $\bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi$ du lagrangien \mathcal{L}_{QED} .

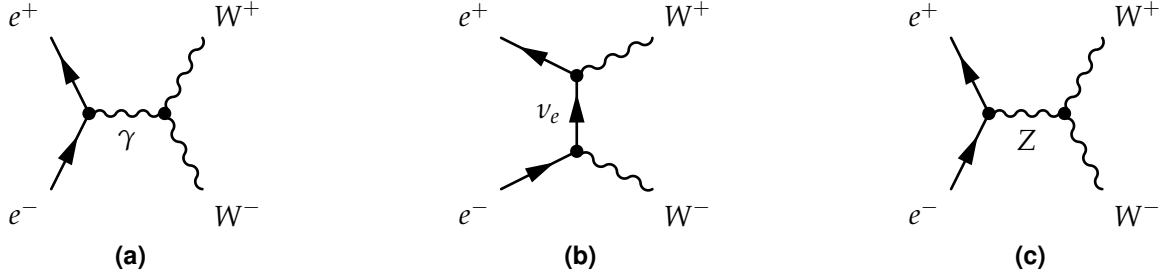


Figure X.5 – Diagrammes de Feynman de production de paire W^+W^- à l'arbre.

2.3 Interaction électrofaible

Le modèle standard décrit les interactions électromagnétiques et faible comme deux facettes d'une seule et même interaction qui les unifie, l'interaction électrofaible, notée « EW » pour *electroweak*. Une des raisons pour unifier ces deux forces provient du calcul de la section efficace de production de paire W^+W^- . Pour obtenir cette section efficace sans avoir de divergence, ce qui ne saurait représenter la réalité physique, il est nécessaire de considérer les diagrammes des figures X.5a, X.5b et X.5c. L'analogie entre les diagrammes X.5a et X.5c pousse ainsi à unifier les deux forces.

Nous avons vu précédemment que l'interaction électromagnétique repose sur l'invariance de jauge sous les transformations locale du groupe $U(1)_{em}$. Dans le cas de l'interaction électrofaible, ce groupe de symétrie est $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Dans un premier temps, nous ne traiterons que le cas de $SU(2)_L$ avec les leptons et nous verrons toute la richesse supplémentaire de ce groupe par rapport à $U(1)$. Ensuite, nous traiterons de $SU(2)_L \times U(1)_Y$, toujours avec les leptons. Nous verrons ensuite comment traiter les quarks, et nous obtiendrons alors une description de l'interaction électrofaible.

2.3.1 Symétrie $SU(2)_L$ et chiralité

Dans la notation $SU(2)_L$, L signifie « left » car l'interaction faible ne couple que les fermions de chiralité gauche et les anti-fermions de chiralité droite. Une des propriétés les plus importantes de l'interaction faible est de violer la symétrie de parité (P), ainsi que la symétrie CP où C correspond à la charge électrique. Dans les termes de couplage du lagrangien, un facteur γ^μ correspond à un couplage vectoriel, comme pour l'électromagnétisme. Un facteur $\gamma^\mu\gamma^5$ correspond quant à lui à un couplage vectoriel *axial*. Un facteur $\gamma^\mu(1 - \gamma^5)$ somme ainsi un vecteur à un vecteur axial, ce qui implique une violation de la symétrie de parité. Or, il est possible de projeter un spineur ψ afin d'obtenir sa composante de chiralité gauche ψ_L à l'aide du projecteur chiral γ^5 ,

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi, \quad (\text{X.28})$$

Pour les antiparticules décrites par $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$,

$$\bar{\psi}_L = (\psi_L)^\dagger\gamma^0 = \left(\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\psi\right)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger\frac{1}{2}(1 - \gamma^5)\gamma^0 = \psi^\dagger\gamma^0\frac{1}{2}(1 + \gamma^5) = \bar{\psi}_R, \quad (\text{X.29})$$

5. Aussi nommé QED pour *Quantum Electro-Dynamics*.

d'où le couplage entre fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite.

L'introduction de la symétrie $SU(2)_L$ amène un nouveau nombre quantique, l'*isospin faible*, noté I . Il se comporte mathématiquement comme le spin des particules, d'où son nom *isospin*. Les fermions de chiralité gauche sont rassemblés en doublet d'isospin faible $I = \frac{1}{2}$, les fermions de chiralité droite en singlets d'isospin faible $I = 0$. Ces derniers sont ainsi invariants sous les transformations de $SU(2)_L$, ce qui se traduit physiquement par une insensibilité à l'interaction faible.

Mis à part les neutrinos qui n'existent, dans le cadre actuel du modèle standard, qu'avec une chiralité gauche⁶, les fermions peuvent être de chiralité droite ou gauche. Nous obtenons donc les représentations de la table X.1.

I	Quarks gauches	Quarks droits	Leptons gauches	Leptons droits
$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L$	-	$\begin{pmatrix} \nu_i \\ \ell_i \end{pmatrix}_L$	-
0	-	$u_{i,R}, d_{i,R}$	-	$\ell_{i,R}$

Tableau X.1 – Représentation des fermions selon leur chiralité et leur isospin. L'indice $i \in \{1, 2, 3\}$ correspond à la génération des particules. Ainsi, les symboles u_i , d_i , ℓ_i et ν_i correspondent, respectivement, aux quarks d'isospin faible haut (u , c , t), d'isospin faible bas (d , s , b), aux leptons chargés (e , μ , τ) et aux neutrinos (ν_e , ν_μ , ν_τ).

2.3.2 Symétrie $SU(2)$ et interactions entre bosons

Afin d'alléger les notations, nous traitons ici du cas plus général d'un groupe de symétrie $SU(2)$. Pour étendre les résultats à $SU(2)_L$, il suffit de se souvenir que les couplages ont uniquement lieu entre fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite. Procédons comme pour l'électromagnétisme et observons ce que l'invariance de jauge implique pour le lagrangien. Sous une transformation de $SU(2)$, les spineurs se transforment selon

$$\psi \rightarrow e^{\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)} \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} e^{-\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)} \quad (\text{X.30})$$

où $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^3$ et $\boldsymbol{\tau}$ un vecteur dont les composantes τ_i sont les générateurs de $SU(2)$ ⁷. Notons que l'équation (X.30) et l'analogie directe de l'équation (X.19).

Afin de simplifier les calculs qui suivent, nous ne considérerons que des transformations infinitésimales. En effet, $SU(2)$ est un groupe *non abélien*. Cela signifie deux transformations successives a et b de ce groupe ne donnent pas le même résultat selon que l'on applique a puis b ou b puis a , c'est-à-dire $ab - ba \neq 0$. Ainsi, des termes supplémentaires apparaissent, ou plutôt ne se simplifient pas entre eux. Nous considérons donc les transformations précédentes sous leurs formes infinitésimales, c'est-à-dire au premier ordre en $\boldsymbol{\alpha}$,

$$\psi \rightarrow \left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right) \psi, \quad \bar{\psi} \rightarrow \bar{\psi} \left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right). \quad (\text{X.31})$$

Les termes du lagrangien du fermion libre, introduit dans l'équation (X.17), se transforment alors comme

$$-m\bar{\psi}\psi \rightarrow -m\bar{\psi} \left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right) \left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right) \psi = -m\bar{\psi}\psi + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (\text{X.32})$$

et

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \rightarrow i\bar{\psi} \left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right) \gamma^\mu\partial_\mu \left(\left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right) \psi \right) = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \bar{\psi}\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \gamma^\mu\partial_\mu\boldsymbol{\alpha}(x)\psi + \mathcal{O}(\alpha^2) \quad (\text{X.33})$$

6. Il n'y a à ce jour aucune raison pour les neutrinos de chiralité droite de ne pas exister. Cependant, ils n'interagissent pas avec la matière dans le cadre du modèle standard. Ainsi, il est possible de les retirer du modèle tout en conservant une description du comportement des particules cohérente.

7. Les générateurs de $SU(2)$ sont des matrices 2×2 s'identifiant aux matrices de Pauli σ_i définies dans l'annexe A. Toutefois, ces générateurs agissent dans le cas de $SU(2)_L$ sur les doublets d'isospin alors que les matrices de Pauli agissent sur le spin d'un fermion. Afin d'éviter les confusions, nous utiliserons donc la notation $\boldsymbol{\tau}$.

ce qui fait apparaître, sur le même principe qu'avec l'interaction électromagnétique, un terme supplémentaire brisant l'invariance de jauge du lagrangien. Définissons une nouvelle dérivée covariante afin de rétablir l'invariance de jauge,

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{i}{2} g_I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu(x), \quad (\text{X.34})$$

où l'on introduit g_I la constante de couplage d'isospin faible, ainsi que trois champs de jauge vectoriels $W_\mu^i(x)$, $i \in \{1, 2, 3\}$ se transformant tels que

$$\mathbf{W}_\mu \rightarrow \mathbf{W}_\mu + \frac{1}{g_I} \partial_\mu \boldsymbol{\alpha} - (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{W}_\mu). \quad (\text{X.35})$$

Dans ce cas, le lagrangien du fermion libre se réécrit sous la forme

$$\begin{aligned} \mathcal{L}'_{\text{fermion libre}} &= i\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_I\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= \mathcal{L}_{\text{fermion libre}} + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_I\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi. \end{aligned} \quad (\text{X.36})$$

Ainsi, le terme supplémentaire du lagrangien se transforme tel que

$$\begin{aligned} \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_I\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi &\rightarrow \bar{\psi}\left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right)\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \left(\mathbf{W}_\mu + \frac{1}{g_I}\partial_\mu\boldsymbol{\alpha} - (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{W}_\mu)\right)\left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\right)\psi \\ &= \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi - \bar{\psi}\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}(x)\psi \\ &\quad + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \partial_\mu\boldsymbol{\alpha}\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{W}_\mu)\psi + \mathcal{O}(\alpha^2). \end{aligned} \quad (\text{X.37})$$

Or,

$$(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b}) = (\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) + i\boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{a} \wedge \mathbf{b}) = i[(\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{a})(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{b})]. \quad (\text{X.38})$$

Ainsi,

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\tau} \cdot (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{W}_\mu) &= \frac{1}{2} [\boldsymbol{\tau} \cdot (\boldsymbol{\alpha} \wedge \mathbf{W}_\mu) - \boldsymbol{\tau} \cdot (\mathbf{W}_\mu \wedge \boldsymbol{\alpha})] \\ &= \frac{i}{2} [(\boldsymbol{\alpha} \cdot \mathbf{W}_\mu) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha})(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu)] - [(W_\mu \cdot \boldsymbol{\alpha}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu)(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha})] \\ &= \frac{i}{2} [(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu)(\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha}) - (\boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{\alpha})(\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu)] \end{aligned} \quad (\text{X.39})$$

et nous obtenons alors, en combinant les équations (X.37) et (X.39),

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_I\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi \rightarrow \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_I}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau} \cdot \partial_\mu\boldsymbol{\alpha}\psi + \mathcal{O}(\alpha^2), \quad (\text{X.40})$$

où le dernier terme obtenu compense exactement le terme brisant l'invariance de jauge dans l'équation (X.33).

À ce stade, l'analogie avec l'électromagnétisme nous pousse à introduire $W_{\mu\nu}$ l'analogue à $F_{\mu\nu}$ tel que $W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu$. Or, les invariances de jauge imposées mènent à utiliser une définition légèrement différente,

$$W_{\mu\nu} = \partial_\mu W_\nu - \partial_\nu W_\mu + g_I(W_\mu \wedge W_\nu). \quad (\text{X.41})$$

Le lagrangien pour $SU(2)$ s'écrit alors

$$\mathcal{L}_{SU(2)} = \bar{\psi}(i\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}W_{\mu\nu} \cdot W^{\mu\nu} \quad (\text{X.42})$$

Une nouvelle différence notable et importante vis-à-vis de \mathcal{L}_{QCD} est la non linéarité de $W_{\mu\nu}$ par rapport à W_μ et W_ν . Cette composante non linéaire ouvre la porte aux interactions directes entre les champs W_μ^i , c'est-à-dire entre les bosons, ce qui était impossible avec QED. De nouveaux types de vertex, comme celui de la figure X.6, sont donc possibles dans une théorie de jauge avec une symétrie locale $SU(2)$.

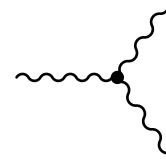


Figure X.6 – Diagramme de Feynman correspondant à l'interaction entre trois bosons.

2.3.3 Symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et unification électrofaible

Dans la notation $U(1)_Y$, Y est l'*hypercharge*, reliée à Q la charge électrique et à I_3 la projection de l'isospin faible par la relation de Gell-Mann–Nishijima,

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}, \quad (\text{X.43})$$

dont les résultats pour les différents leptons sont présentés dans la table X.2.

Mettons ici à profit les raisonnements réalisés précédemment. En effet, nous avons traité dans la section 2.2 de $U(1)_{em}$. Il est possible d'obtenir directement les mêmes résultats pour $U(1)_Y$ en procédant à l'analogie $U(1)_{em} \leftrightarrow U(1)_Y$, avec

$$A_\mu \leftrightarrow B_\mu, \quad F_{\mu\nu} \leftrightarrow F_{\mu\nu}^{(B)}, \quad e \leftrightarrow g_Y, \quad Q \leftrightarrow \frac{1}{2}Y. \quad (\text{X.44})$$

De plus, en sachant que $SU(2)_L$ couple les fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite, les résultats pour $SU(2)$ sont directement utilisables en ajoutant les projections décrites par les équations (X.28) et (X.29).

Nous arrivons donc à la définition de la dérivée covariante pour $SU(2)_L \times U(1)_Y$,

$$D_\mu = \partial_\mu - ig_I I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - \frac{i}{2} g_Y Y B_\mu \quad (\text{X.45})$$

pouvant agir sur un doublet d'isospin faible, noté L , ou un singlet d'isospin faible, noté R , selon

$$D_\mu L = \left[\partial_\mu - \frac{i}{2} g_I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu + \frac{i}{2} g_Y B_\mu \right] L, \quad (\text{X.46})$$

$$D_\mu R = [\partial_\mu + i g_Y B_\mu] R, \quad (\text{X.47})$$

compte-tenu des différentes valeurs de Y et I données dans la table X.2.

Nous pouvons alors écrire le lagrangien pour l'interaction électrofaible, invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$,

$$\mathcal{L}_{EW} = i\bar{\psi} \not{D} \psi - \frac{1}{4} \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F_{\mu\nu}^{(B)} \cdot F^{(B)\mu\nu}, \quad (\text{X.48})$$

et nous pourrions imaginer que le champ B_μ correspond au photon, et les champs W_μ^i aux bosons W^\pm et Z . Comme nous allons le voir plus loin, ces quatre bosons sont en fait des combinaisons de ces quatre champs.

2.3.4 Interaction électrofaible pour les quarks

Le lagrangien électrofaible ainsi construit pour les leptons pourrait facilement être réutilisé dans le cas des quarks, ψ étant un champ décrivant un fermion. Cependant, le lagrangien de l'équation (X.48) ne couple entre eux que des fermions de même génération. Or, il a été observé expérimentalement que l'interaction faible peut également coupler des quarks de générations différentes.

Un mécanisme rendant possible de tels couplages a été introduit par Cabibbo, Kobayashi et Masakawa [citation 5 from Hugues](#). Le principe est de faire, pour les quarks, la distinction entre les états

Champ	ν_e	e_L	e_R
Y	-1	-1	-2
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
I_3	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
Q	0	-1	-1

Tableau X.2 – Valeurs des hypercharges, isospins et charges électriques pour les leptons.

propres de masse, c'est-à-dire ceux que l'on observe, et les états propres de l'interaction faible. Ces deux ensembles d'états propres diffèrent ainsi pour les quarks d'isospin faible bas et sont reliés entre eux par la matrice CKM \mathcal{M}_{CKM} , matrice 3×3 , unitaire complexe,

$$\begin{pmatrix} d' \\ s' \\ b' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} V_{ud} & V_{us} & V_{ub} \\ V_{cd} & V_{cs} & V_{cb} \\ V_{td} & V_{ts} & V_{tb} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} d \\ s \\ b \end{pmatrix}, \quad (\text{X.49})$$

où d' , s' et b' sont les états propres de l'interaction faible et d , s et b ceux de masse. L'élément de matrice V_{ij} ou son conjugué V_{ij}^* est ainsi un facteur appliqué au vertex pour le calcul de la section efficace des processus impliquant des quarks et l'interaction faible. Ces coefficients ne sont pas prédits par le modèle standard et sont donc mesurés expérimentalement. Les valeurs de leurs modules sont les suivantes [1]

$$|\mathcal{M}_{CKM}| = \begin{pmatrix} 0,974\,20 \pm 0,000\,21 & 0,2243 \pm 0,0005 & 0,003\,94 \pm 0,000\,36 \\ 0,218 \pm 0,004 & 0,997 \pm 0,017 & 0,0422 \pm 0,0008 \\ 0,0081 \pm 0,0005 & 0,0394 \pm 0,0023 & 1,019 \pm 0,025 \end{pmatrix}. \quad (\text{X.50})$$

Remarquons la structure très prononcée de cette matrice, presque diagonale. Le couplage entre les quarks de générations différentes est faible, ce qui se traduit expérimentalement par des durées de vie de certains hadrons contenant des quarks de deuxième et troisième génération suffisamment longs pour qu'ils se propagent sur quelques millimètres, voire quelques mètres.

Nous avons donc à présent construit un modèle décrivant l'interaction électrofaible pour tous les fermions. Cependant, il n'y a aucun terme de masse dans le lagrangien de l'équation (X.48). En effet, un terme de masse pour les fermions serait de la forme

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_R + \bar{\psi}_L)(\psi_R + \psi_L) = -m(\bar{\psi}_R\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_L\psi_L) = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R). \quad (\text{X.51})$$

Or, ce terme n'est pas invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Pour les champs W_μ^i et B_μ , des termes de masse violeraient également la symétrie de jauge. Dès lors, il semble difficile pour un tel lagrangien de décrire les forces électromagnétiques et faible.

En réalité, ce lagrangien décrit l'interaction *électrofaible*. Les interactions électromagnétique et faible résultent d'un mécanisme de brisure spontanée de symétrie, qui se trouve dans ce cas être le mécanisme de Higgs. Dans la section suivante, nous allons voir comment l'introduction du champ de Higgs amène cette brisure de symétrie et comment nous retrouvons des fermions massifs, le photon et les bosons W^\pm et Z .

2.4 Mécanisme de Higgs et brisure spontanée de symétrie

2.4.1 Champ de Higgs et brisure de symétrie

Introduisons un champ complexe, scalaire, massif, le *champ de Higgs*, noté ϕ . Il s'agit d'un champ à quatre composantes, qu'il est possible d'écrire sous la forme d'un doublet d'isospin faible,

$$\phi = \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} \phi_3 + i\phi_4 \\ \phi_1 + i\phi_2 \end{pmatrix}. \quad (\text{X.52})$$

Le champ de Higgs a pour hypercharge $Y = +1$ et pour isospin $I = \frac{1}{2}$. Ainsi, il se transforme selon, respectivement sous $U(1)_Y$ et $SU(2)_L$,

$$\begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} e^{i\frac{\beta}{2}} & 0 \\ 0 & e^{i\frac{\beta}{2}} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \rightarrow e^{i\frac{1}{2}\tau \cdot \alpha} \begin{pmatrix} \phi^+ \\ \phi^0 \end{pmatrix} \quad (\text{X.53})$$

La dérivée covariante définie par l'équation (X.45) agit donc sur le champ de Higgs selon

$$D_\mu \phi = \left[\partial_\mu - \frac{i}{2} g_I \tau \cdot W_\mu - \frac{i}{2} g_Y B_\mu \right] \phi, \quad (\text{X.54})$$

et ce champ de Higgs apporte les termes \mathcal{L}_h au lagrangien du modèle standard, où

$$\mathcal{L}_h = (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) - V(\phi) \quad (\text{X.55})$$

avec

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda^2}{2} (\phi^\dagger \phi)^2, \quad \lambda > 0. \quad (\text{X.56})$$

Observons le comportement de ce champ autour du minimum du potentiel V , c'est-à-dire autour de sa position d'équilibre que nous noterons v , avec $v^2 = \phi_1^2 + \phi_2^2 + \phi_3^2 + \phi_4^2$. Commençons par la position de v . Les conditions pour s'y trouver sont

$$\begin{cases} \left. \frac{\partial V}{\partial \phi} \right|_v = 0 \\ \left. \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \right|_v \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (2\mu^2 + 2\lambda^2 v^2)v = 0 \\ 2\mu^2 + 6\lambda^2 v^2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \mu^2 \geq 0 \Rightarrow v = 0 \\ \mu^2 < 0 \Rightarrow v^2 = \frac{-\mu^2}{\lambda^2} \end{cases}. \quad (\text{X.57})$$

Ainsi, dans le cas où $\mu^2 < 0$, le potentiel possède une infinité de minimums, situés sur un cercle de rayon $|v|$, comme cela est visible sur la figure X.7. La forme de ce potentiel n'est pas sans rappeler celle d'un chapeau mexicain.

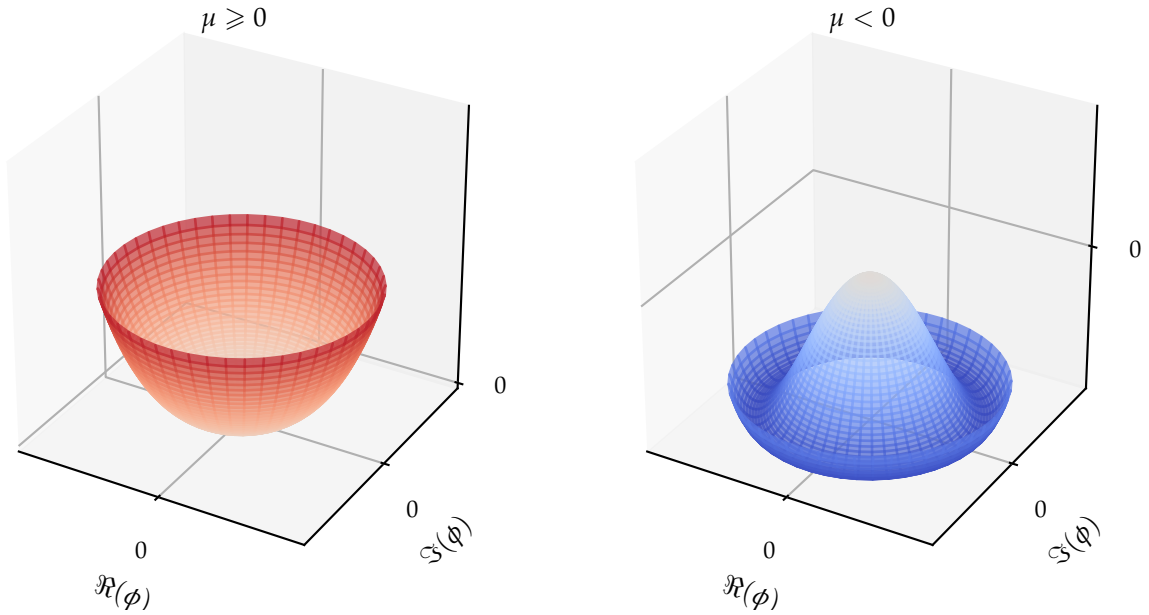


Figure X.7 – Forme du potentiel V selon le signe de μ^2 .

the vev of the field is therefore the minimum of this potential,

$$\langle \phi \rangle_0 = \frac{v}{\sqrt{2}} \neq 0 \quad (\text{X.58})$$

ce qui implique le phénomène de brisure spontanée de symétrie.

Le minimum de potentiel pour V étant dégénéré, c'est-à-dire qu'il y a une infinité de points au minimum, il est possible de briser la symétrie avec n'importe lequel de ces points. Alors, les observables physiques s'obtiennent en réalisant un développement limité autour du point choisi. Le choix le plus simple est nommé « jauge unitaire ». Dans ce cas,

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 \\ v + h(x) \end{pmatrix} \quad (\text{X.59})$$

où h correspond à un nouveau champ de Higgs, cette fois-ci physiquement réel.

2.4.2 Masses des bosons

Injectons à présent cette expression de ϕ dans \mathcal{L}_h . Le terme cinétique devient

$$\begin{aligned} (D^\mu \phi)^\dagger (D_\mu \phi) &= \frac{1}{2} \partial_\mu h \partial^\mu h \\ &+ \frac{(v+h)^2}{8} g_I^2 \left(W_\mu^1 + i W_\mu^2 \right) \left(W^{\mu 1} - i W^{\mu 2} \right) \\ &+ \frac{(v+h)^2}{8} \left(g_I W_\mu^3 - g_Y B_\mu \right) \left(g_I W^{\mu 3} - g_Y B^\mu \right) + \mathcal{O}(h^2). \end{aligned} \quad (\text{X.60})$$

Il est possible de développer cette expression et d'identifier les termes quadratiques qui correspondent à des termes de masse pour les bosons physiques, tout en obtenant les combinaisons des champs leurs correspondant,

$$\text{bosons } W^\pm : \quad W_\mu^\pm = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(W_\mu^1 \mp i W_\mu^2 \right), \quad m_W = \frac{1}{2} v g_I, \quad (\text{X.61})$$

$$\text{photon } \gamma : \quad A_\mu = \frac{g_I W_\mu^3 + g_Y B_\mu}{\sqrt{g_I^2 + g_Y^2}}, \quad m_A = 0, \quad (\text{X.62})$$

$$\text{boson } Z : \quad Z_\mu = \frac{g_I W_\mu^3 - g_Y B_\mu}{\sqrt{g_I^2 + g_Y^2}}, \quad m_Z = \frac{1}{2} v \sqrt{g_I^2 + g_Y^2}. \quad (\text{X.63})$$

Pour le boson de Higgs lui-même, le terme de masse provient de $V(\phi)$ et donne $m_h = \sqrt{-2\mu^2}$.

Les masses des bosons W^\pm , γ et Z ainsi prédites sont expérimentalement confirmées [ref](#). Cependant, la masse du boson de Higgs dépendant de μ , paramètre libre de ce modèle, seule une détermination expérimentale permet de l'obtenir. En 2012, les collaborations ATLAS et CMS ont observé un boson, confirmé comme étant ce boson de Higgs [ref](#). Sa masse est déterminée à $125,18 \pm 0,16 \text{ GeV}$ [ref](#).

2.4.3 Masses des fermions

Le champ de Higgs peut également interagir avec les fermions. Une telle interaction, entre un champ scalaire et un champ de Dirac, est une interaction de Yukawa et permet d'introduire des termes de masse invariants de jauge pour ces fermions.

Avant la brisure de symétrie, les termes de Yukawa pour un champ ψ dont la composante d'isospin bas correspond à une particule de masse m s'exprime

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -\frac{m\sqrt{2}}{v} \bar{\psi} \phi \psi = -\frac{m\sqrt{2}}{v} \left(\bar{\psi}_L \phi \psi_R + \bar{\psi}_R \phi^\dagger \psi_L \right), \quad (\text{X.64})$$

donnant après la brisure spontanée de symétrie précédemment décrite les termes de masse pour les fermions d'isospin faible bas,

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = -m \bar{\psi} \psi + \frac{m}{v} \bar{\psi} h \psi. \quad (\text{X.65})$$

En effet, la brisure de symétrie dans le cas de la jauge unitaire (X.59) laisse la composante d'isospin faible haut du champ de Higgs nulle. Ce formalisme permet donc d'obtenir les termes de masse pour les leptons chargés. Les neutrinos étant considérés dans le lagrangien du modèle standard comme des particules de masses nulles, l'ensemble des leptons est donc traité à ce stade.

Dans le cas des quarks en revanche, il nous faut obtenir des termes de masse pour les quarks d'isospin faible haut. Pour cela, il est possible d'introduire le conjugué de charge du champ de Higgs,

$$\phi^C = i\sigma_2 \phi^* = \begin{pmatrix} \phi^* \\ -\phi^- \end{pmatrix} \quad (\text{X.66})$$

dont l'expression devient après brisure de symétrie dans le cas de la jauge unitaire

$$\phi^C = \frac{-1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} v + h(x) \\ 0 \end{pmatrix}. \quad (\text{X.67})$$

Cette fois, la composante d'isospin faible haut du champ de Higgs n'est pas nulle et permet d'obtenir des termes de masse pour les quarks d'isospin faible haut.

Ainsi, les termes de Yukawa pour les fermions s'expriment

$$\mathcal{L}_{\text{Yukawa}} = y\bar{\psi}\phi\psi + \text{h.c.} = \sum_{i=1}^3 y_i^\ell \bar{\ell}_i \phi \ell_i + \sum_{i=1}^3 y_i^d \bar{d}_i \phi d_i + \sum_{i=1}^3 y_i^u \bar{u}_i \phi^C u_i, \quad y_i^x = -\frac{\sqrt{2}}{v} m_i^x \quad (\text{X.68})$$

où i correspond à la génération des fermions, ℓ_i , d_i et u_i aux champs listés dans la table X.1 et m_i^x à la masse du fermion de type x et de génération i .

2.5 Interaction forte

2.5.1 La couleur

L'interaction forte est la troisième force fondamentale décrite par le modèle standard. L'analogie de la charge électrique pour l'interaction électromagnétique est, dans le cas de l'interaction forte, la « couleur », concept né de l'observation des baryons Δ^{++} , Δ^- , Ω^- . Dans le modèle des quarks, ces baryons sont composés comme

$$\Delta^{++} = (uuu), \quad \Delta^- = (ddd), \quad \Omega^- = (sss). \quad (\text{X.69})$$

Or, ces baryons sont de spin $\frac{3}{2}$. Les quarks possédant un spin $\frac{1}{2}$, il faudrait alors que pour chacun de ces baryons, les trois quarks aient leurs nombres quantiques égaux, ce qui va à l'encontre du principe de Pauli.

En introduisant la charge de couleur, pouvant prendre trois valeurs orthogonales que l'on nomme par convention rouge, vert et bleu, il est possible de décrire ces baryons sans violer le principe d'exclusion de Pauli. Il suffit en effet que chaque quark porte une couleur différente, c'est-à-dire

$$\Delta^{++} = (u\bar{u}u), \quad \Delta^- = (d\bar{d}d), \quad \Omega^- = (s\bar{s}s). \quad (\text{X.70})$$

Les baryons ainsi formés de trois quarks (un rouge, un vert et un bleu) portent une charge de couleur globale nulle, ils sont de couleur « blanche ». Il en va de même pour les mésons, formés d'un quark et d'un anti-quark. Les anti-quarks portent une « anti-couleur », ainsi l'association d'un quark d'une couleur avec un anti-quark de l'anti-couleur correspondante donne un méson « blanc ». La neutralité de couleur des hadrons (baryons et mésons) est effectivement confirmée expérimentalement et résulte du phénomène de « confinement de couleur », abordé dans la section 2.5.3.

2.5.2 Symétrie $SU(3)_C$

Afin de décrire l'interaction forte dans le même formalisme que les autres interactions fondamentales, il nous faut un groupe de symétrie. Étant donné qu'il existe trois dimensions de couleur (rouge, verte, bleue), la théorie quantique des champs associée à l'interaction forte se base sur le groupe $SU(3)_C$, où C signifie « couleur ».

Tout comme $SU(2)$, $SU(3)$ est un groupe non abélien. Il est possible de reprendre exactement les mêmes calculs que ceux de la section 2.3.2, en procédant aux changements⁸

$$\tau \in \mathcal{M}_2(\mathbb{C})^3 \leftrightarrow \lambda \in \mathcal{M}_3(\mathbb{C})^8, \quad \alpha \in \mathbb{R}^3 \leftrightarrow \theta \in \mathbb{R}^8, \quad g_I \leftrightarrow g_s, \quad W_\mu \leftrightarrow G_\mu, \quad W_{\mu\nu} \leftrightarrow G_{\mu\nu} \quad (\text{X.71})$$

où λ est un vecteur à huit composantes, chacune étant une matrice de Gell-Mann, définies dans l'annexe A et où G_μ décrit donc huit gluons, bosons vecteurs de l'interaction forte.

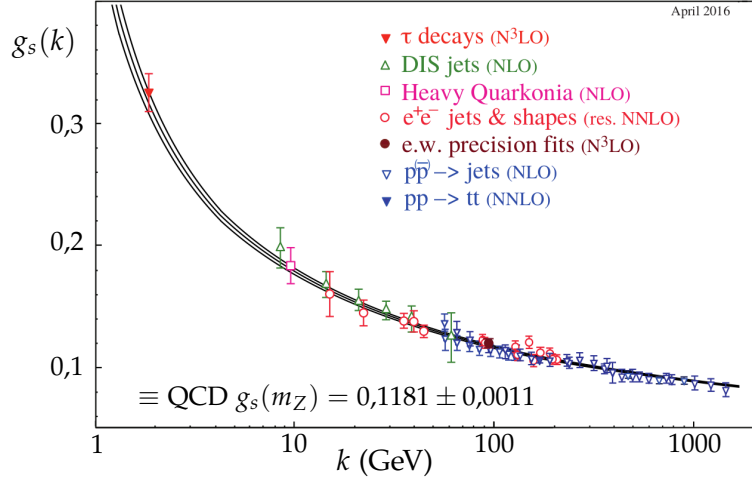
Le terme non linéaire $G_\mu \wedge G_\nu$ dans l'expression de $G_{\mu\nu}$ ⁹ est lourd de conséquences. Il permet le couplage entre trois et quatre gluons, comme cela est illustré sur la figure X.8, et donne à l'interaction forte toute sa singularité. En effet, ce terme est responsable de l'initiation de la gerbe partonique qui donne naissance aux jets, dont il est question au chapitre sur la calibration en énergie des jets, ainsi que du confinement de couleur.

8. La constante de couplage pour l'interaction forte est souvent notée α_s . Nous utilisons ici la notation g_s afin d'illustrer le rôle analogue avec celui g_Y et g_I .

9. Obtenue à partir de l'analogie (X.71) appliquée à l'équation (X.41).



Figure X.8 – Diagrammes de Feynman correspondant à l'interaction entre trois et quatre gluons.



2.5.3 Confinement de couleur

$$g_s(k) = \frac{6\pi}{(33 - 2n_f) \ln\left(\frac{k}{\Lambda_{\text{QCD}}}\right)}, \quad \Lambda_{\text{QCD}} = 218 \pm 24 \text{ MeV}. \quad (\text{X.72})$$

avec n_f le nombre de saveurs de quarks (6, ou plutôt le nombre de générations = 3?), Λ_{QCD} l'échelle d'énergie à laquelle g_s diverge.

3 Succès et limites du modèle standard

3.1 Succès

$$\mathcal{L}_{\text{SM}} = i\bar{\psi}\not{D}\psi - \frac{1}{4}\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu} + (D^\mu\phi)^\dagger(D_\mu\phi) - V(\phi) + y\bar{\psi}\phi\psi + \text{h.c.} \quad (\text{X.73})$$

où

$$\not{D} = \gamma^\mu D_\mu, \quad (\text{X.74})$$

$$D = \left[\partial_\mu - ig_I I \boldsymbol{\tau} \cdot \mathbf{W}_\mu - ig_Y \frac{Y}{2} B_\mu - ig_s \frac{C}{2} \boldsymbol{\lambda} \cdot \mathbf{G}_\mu \right] \text{?+propagation on other eqs}, \quad (\text{X.75})$$

$$\mathcal{F}_{\mu\nu}\mathcal{F}^{\mu\nu} = \mathbf{G}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{G}^{\mu\nu} + \mathbf{W}_{\mu\nu} \cdot \mathbf{W}^{\mu\nu} + F_{\mu\nu}^{(B)} F^{(B)\mu\nu}, \quad (\text{X.76})$$

$$V(\phi) = \mu^2 \phi^\dagger \phi + \frac{\lambda^2}{2} (\phi^\dagger \phi)^2. \quad (\text{X.77})$$

It is interesting to note that 15 out of the 19 (the 9 Yukawa fermion mass terms, the Higgs mass, the Higgs potential v.e.v., and the four CKM values) are related to the Higgs boson. In other words, most of our ignorance in the Standard Model is related to the Higgs.

the canonical form of the Standard Model includes massless neutrinos. We know that neutrinos must have mass, and also that they oscillate (turn into one another), which means that their mass eigenstates do not

Grandeur	Symbole	Valeur	
Masse du quark up	m_u	$2,2^{+0,5}_{-0,4}$	MeV
Masse du quark down	m_d	$4,7^{+0,5}_{-0,3}$	MeV
Masse du quark strange	m_s	95^{+9}_{-3}	MeV
Masse du quark charm	m_c	$1,275^{+0,025}_{-0,035}$	GeV
Masse du quark bottom	m_b	$4,18^{+0,04}_{-0,03}$	GeV
Masse du quark top	m_t	$173,0 \pm 0,4$	GeV
Masse de l'électron	m_e	$0,510\,998\,946\,1 \pm 0,000\,000\,003\,1$	MeV
Masse du muon	m_μ	$105,658\,374\,5 \pm 0,000\,002\,4$	MeV
Masse du tau	m_τ	$1776,86 \pm 0,12$	MeV
Angle de mixage CKM I-II	θ_{12}	$13,01 \pm 0,03$	°
Angle de mixage CKM II-III	θ_{23}	$2,35 \pm 0,09$	°
Angle de mixage CKM I-III	θ_{13}	$0,20 \pm 0,04$	°
Phase de violation CP CKM	δ_{CKM}	70 ± 3	°
Constante de couplage $U(1)_Y$	g_Y	$0,349\,70 \pm 0,000\,19$	
Constante de couplage $SU(2)_L$	g_I	$0,652\,95 \pm 0,000\,12$	
Constante de couplage $SU(3)_C$	g_s	$0,1182 \pm 0,000\,12$	
Angle QCD	θ_{QCD}	$< 10^{-10}$	
vev du champ de Higgs	v	$246 \pm 6 \times 10^{-5}$	GeV
Masse du boson de Higgs	m_h	$125,18 \pm 0,16$	GeV

Tableau X.3 – Valeurs expérimentales des 19 paramètres libres du modèle standard [1].

coincide with their eigenstates with respect to the weak interaction. Thus, another mixing matrix must be involved, which is called the Pontecorvo-Maki-Nakagawa-Sakata (PMNS) matrix. So we end up with three neutrino masses m_1 , m_2 and m_3 , and the three angles θ_{12} , θ_{23} and θ_{13} (not to be confused with the CKM angles above) plus the CP-violating phase δ_{PMNS} of the PMNS matrix.

So this is potentially as many as 26 parameters in the Standard Model that need to be determined by experiment. This is quite a long way away from the “holy grail” of theoretical physics, a theory that combines all four interactions, all the particle content, and which preferably has no free parameters whatsoever. Nonetheless the theory, and the level of our understanding of Nature’s fundamental building blocks that it represents, is a remarkable intellectual achievement of our era.

3.2 Limites

Gravitation

Masse des neutrinos

Matière noire bullet cluster![2]

Énergie noire

Asymétrie matière-antimatière

4 Au-delà du modèle standard

4.1 Modèles à deux doublets de Higgs

4.2 La supersymétrie

4.3 L’extension supersymétrique minimale du modèle standard ou MSSM

5 Phénoménologie des bosons de Higgs du MSSM

5.1 Production de bosons de Higgs

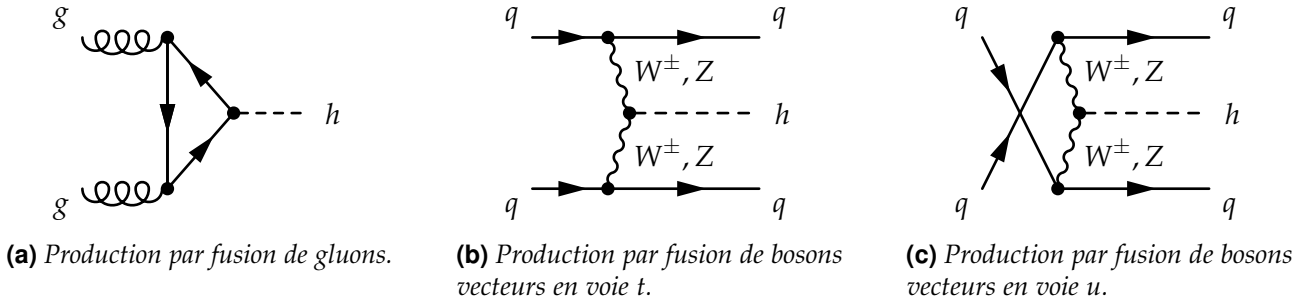


Figure X.9 – Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard par fusion de gluons (ggh) et fusion de bosons vecteurs (VBF).

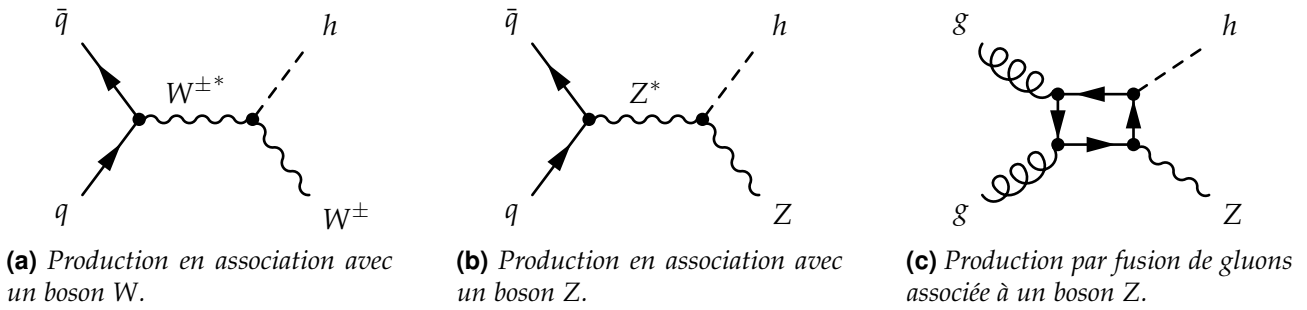


Figure X.10 – Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard en association avec un boson.

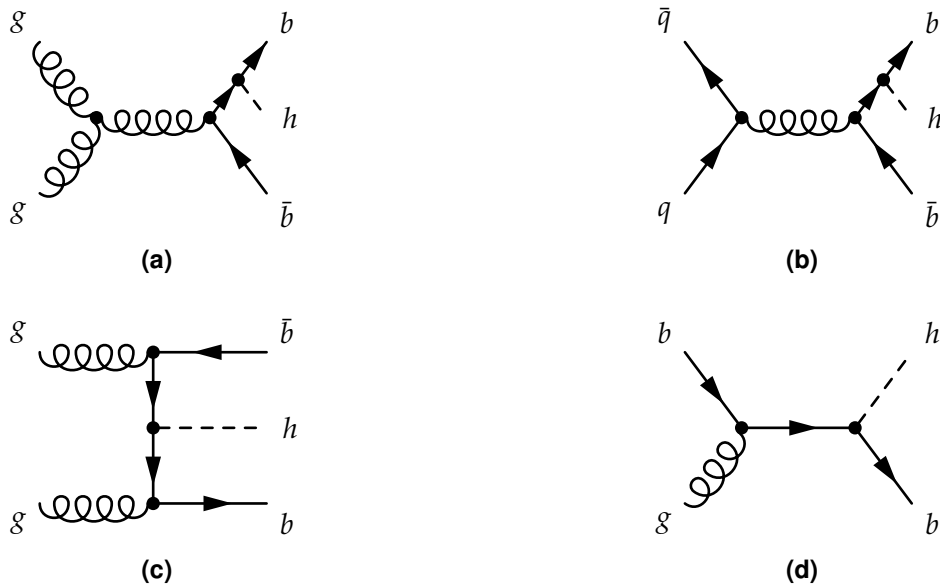
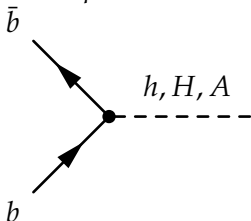
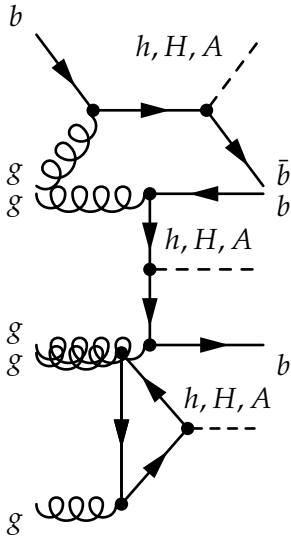
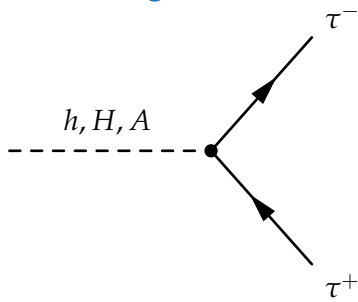


Figure X.11 – Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard en association avec un quark b .

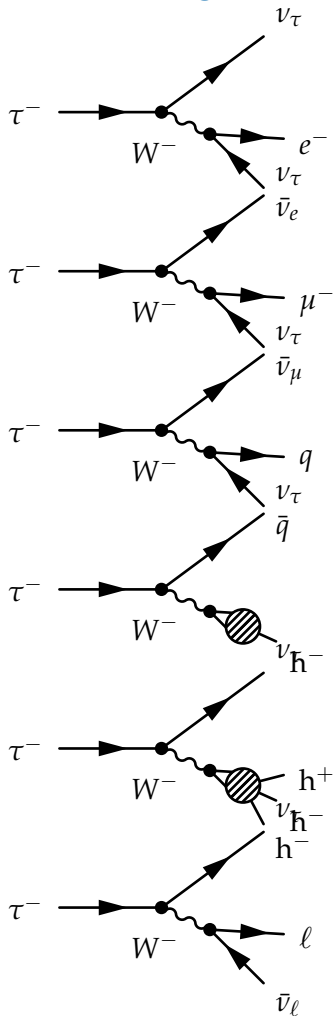


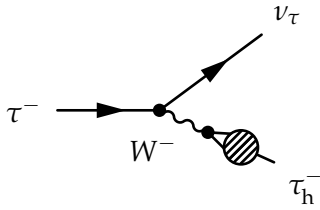


5.2 Désintégration de bosons de Higgs



5.3 Désintégration des leptons tau





6 Conclusion

Références

- [1] M. TANABASHI & coll. : Particle Data Group. « Review of Particle Physics ». *Phys. Rev.* **D98** (août 2018). DOI : [10.1103/PhysRevD.98.030001](https://doi.org/10.1103/PhysRevD.98.030001).
- [2] D. CLOWE & coll. « A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter ». *The Astrophysical Journal* **648.2** (août 2006). DOI : [10.1086/508162](https://doi.org/10.1086/508162). URL : <http://dx.doi.org/10.1086/508162>.

