Chapitre X
Particules, interactions et phénoménologie

Sommaire

Ce chapitre présente le contexte dans lequel s'inscrit cette thèse. Le modèle standard est le cadre théorique en place en physique des particules. Il permet de décrire les objets fondamentaux qui composent l'Univers, les particules, ainsi que leurs interactions.

Les particules du modèle standard sont présentées dans la section 1. Le formalisme mathématique permettant de décrire leur comportement, faisant apparaître les forces fondamentales, est introduit dans la section 2. Le modèle standard ainsi construit propose une description de l'Univers à la fois précise et robuste.

Le boson de Higgs, dernière particule découverte à ce jour, a ainsi été postulé près de cinquante ans avant d'être observé. De nombreux succès, dont une présentation non exhaustive est proposée dans la section 3.1, couronnent ainsi le modèle standard. Cependant, malgré plusieurs décennies de prédictions correctement vérifiées, certaines observations montrent que le modèle standard ne saurait prétendre au titre de « théorie du tout ».

Ces limitations au modèle standard, dont certaines sont présentées dans la section 3.2, mènent à de nouveaux modèles dits « au-delà du modèle standard », dont il est question dans la section 4. Parmi eux se trouvent des modèles dit « à deux doublets de Higgs », c'est-à-dire avec un secteur de Higgs plus complexe, comme la supersymétrie.

Il existe plusieurs degrés de complexité dans ces nouveaux modèles, aussi seule l'extension supersymétrique minimale du modèle standard, ou MSSM, sera considérée pour l'analyse menée dans cette thèse. Dans le cadre du MSSM, de nouvelles particules existent et la phénoménologie de ces particules, présentée dans la section 5, motive le choix du type d'événements d'intérêt pour la recherche de cette nouvelle physique.

1 Les particules du modèle standard

Une particule est considérée comme fondamentale si elle ne possède pas de sous-structure observée à ce jour. Le modèle standard décrit le comportement de ces particules fondamentales qui peuvent être catégorisées selon plusieurs critères. Le premier d'entre eux est le *spin*, une observable quantique intrinsèque aux particules. Les particules de spin demi-entier sont les fermions, celles de spin entier les bosons.

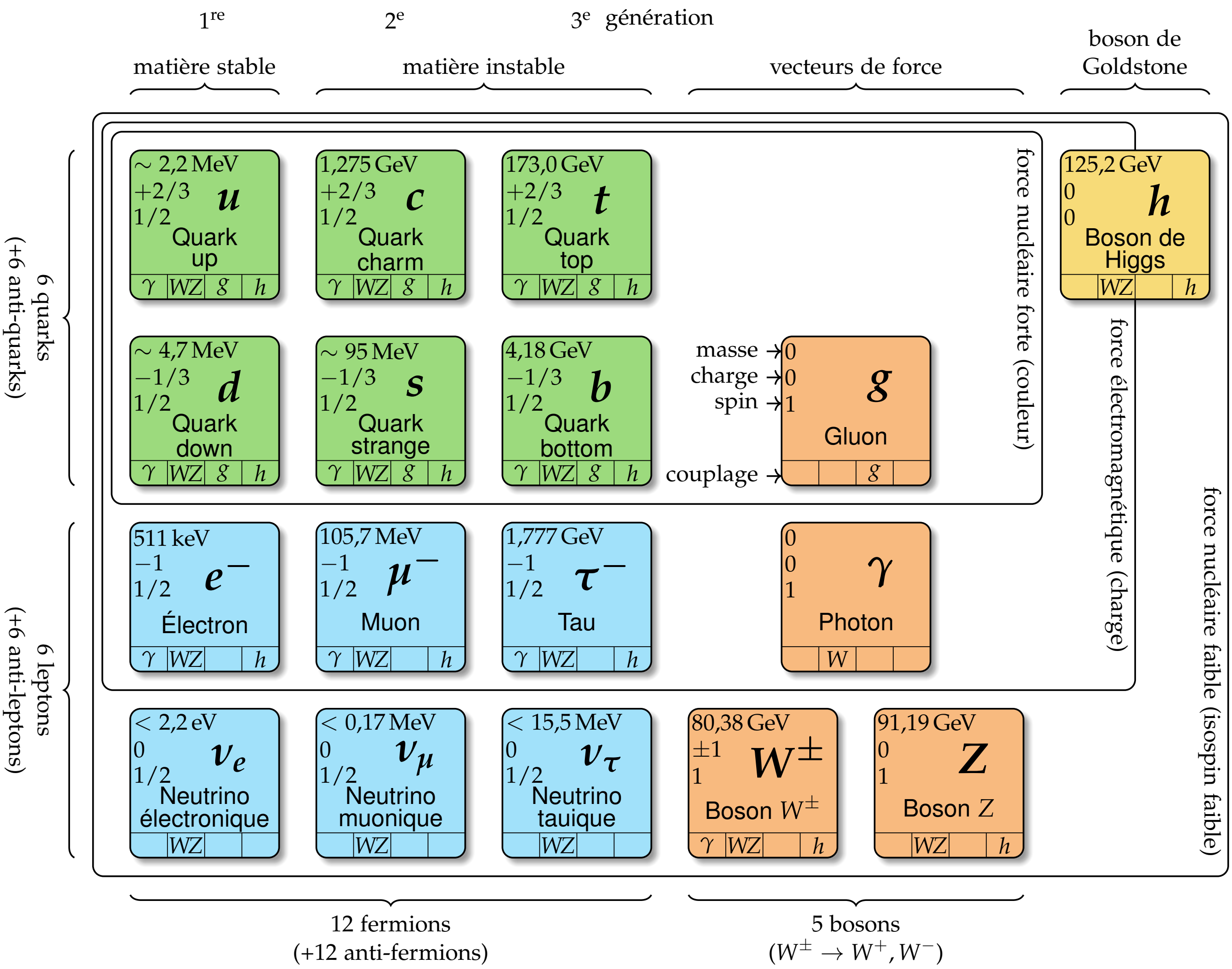


Figure X.1 – *Les particules fondamentales du modèle standard.*

1.1 Les fermions

Les fermions sont les particules fondamentales de spin demi-entier et suivent donc la statistique de Fermi-Dirac. Ainsi, deux fermions ne peuvent pas occuper le même état quantique, c'est-à-dire avoir chacun de leurs nombres quantiques égaux entre eux, comme exposé par le principe d'exclusion de Pauli. Le modèle standard comprend douze fermions constituant la matière, accompagnés de douze anti-fermions correspondants pour l'anti-matière.

Les fermions peuvent se diviser d'une part en deux catégories, les quarks et les leptons, et d'autre part en trois catégories correspondant à trois *générations*, comme illustré sur la figure X.1. La première génération (quarks u et d, électron e^- et neutrino électronique ν_e) correspond aux particules les plus communes ; les deuxièmes et troisièmes générations contiennent des particules analogues, plus massives et instables.

1.1.1 Les quarks

Les quarks sont les fermions possédant une charge de couleur. Il existe deux quarks par génération, un quark de type *up* et un quark de type *down*, formant un doublet d'isospin faible [1]. Il y a donc six quarks au total. Les quarks de type *up* (u, c et t) portent une charge électrique $+\frac{2}{3}e$ avec e la charge électrique élémentaire, les quarks de type *down* (d, s et b) une charge $-\frac{1}{3}e$. Les anti-quarks possèdent une charge électrique opposée ($-\frac{2}{3}e$ et $+\frac{1}{3}e$). Les quarks sont donc sensibles à l'interaction électromagnétique.

À l'instar de la charge électrique pour l'interaction électromagnétique, la *couleur* rend les quarks sensibles à l'interaction forte. La charge de couleur peut prendre trois valeurs orthogonales, nommées par convention rouge, verte et bleue, car les particules portant une charge de couleur ne sont pas stables à elles seules et se regroupent pour former des particules composites de charge de couleur nulle, ou de couleur « blanche ». C'est ce que l'on appelle le phénomène de *confinement de la couleur*.

Les particules composées de quarks sont les hadrons. Ces particules sont de couleur blanche, ce qui peut être obtenu de deux manières :

— par association d'un quark rouge, un vert et un bleu ; il s'agit d'un *baryon*. Le proton (uud) et le neutron (udd) sont deux exemples de baryons.

— par association d'un quark et d'un anti-quark ; il s'agit d'un *méson*. En effet, un anti-quark porte une *anti-couleur*. Ainsi, un quark up (u) rouge et un anti-quark down ($\bar{d}$) « anti-rouge » forment un pion neutre π^0.

Enfin, comme tous les fermions, les quarks sont également sensibles à l'interaction faible. Les quarks sont ainsi les seules particules sensibles à toutes les interactions fondamentales décrites par le modèle standard.

1.1.2 Les leptons

Les leptons sont les fermions ne possédant pas de charge de couleur. Ils sont donc insensibles à l'interaction forte. En revanche, ils sont tous sensibles à l'interaction faible. Sur le même principe que pour les quarks, il y a un doublet d'isospin faible de deux leptons par génération, soit six leptons au total. Les leptons d'isospin *up* sont l'électron (e^-), le muon (μ^-) et le tau (τ^-), ils portent une charge électrique $-e$ ($+e$ pour les anti-particules correspondantes). Les leptons d'isospin *down* sont les neutrinos. Les neutrinos ne portent pas de charge électrique et interagissent donc uniquement par interaction faible, ce qui en fait des particules difficiles à détecter.

1.2 Les bosons

Les fermions sont les particules fondamentales de spin entier et suivent alors la statistique de Bose-Einstein.

Les bosons de spin 1 sont les bosons de jauge, ou bosons vecteurs, et sont les médiateurs des interaction fondamentales. Ainsi, le photon (γ) est le boson vecteur de l'interaction électromagnétique. Il est de masse nulle et est électriquement neutre. Les bosons W^+, W^- et Z sont ceux de l'interaction faible. Le boson Z est électriquement neutre et de masse $m_Z = 91{,}19\,\text{GeV}$, les bosons W portent une charge électrique de $\pm e$, ont une masse de $m_W = 80{,}38\,\text{GeV}$ et n'interagissent qu'avec les particules de chiralité [2] gauche et les anti-particules de chiralité droite. Enfin, huit gluons (g) sont les médiateurs de l'interaction forte. Ils n'ont ni masse ni charge électrique, mais portent une charge de couleur et une charge d'anti-couleur. Un gluon peut donc être chargé « rouge et anti-bleu ». Si un tel gluon interagit avec un quark bleu, par conservation, ce quark sera rouge après interaction.

1. L'isospin faible est un nombre quantique décrit dans la section 2.3.
2. La chiralité est définie dans la section 2.3.

Le boson de Higgs est de spin nul, il s'agit donc d'un boson scalaire. Ce boson est une conséquence du mécanisme de brisure spontanée de symétrie électrofaible, mécanisme donnant leurs masses aux particules. Ce mécanisme est présenté dans la section 2.4.

2 Formalisme théorique et interactions

Il ne suffit pas de lister les particules fondamentales pour obtenir un modèle, il faut également décrire leur comportement, c'est-à-dire leur évolution à travers le temps et l'espace. Pour cela, le modèle standard se base sur la théorie quantique des champs. Une particule n'est pas un « objet ponctuel » comme en mécanique classique, mais une excitation d'un champ quantique relativiste. Il s'agit alors de décrire l'évolution de ces excitations.

Les lois de la mécanique classique ne sauraient remplir ce rôle. Le comportement des particules fondamentales est obtenu par l'application des équations d'Euler-Lagrange au lagrangien du modèle standard. Afin de comprendre pourquoi ce formalisme mathématique permet effectivement d'obtenir l'évolution des champs quantiques relativistes décrivant les particules, la section suivante consiste en une brève introduction du lagrangien dans le cas de la mécanique classique, suivie d'une généralisation au cas du modèle standard.

2.1 Lagrangien et équation d'Euler-Lagrange

2.1.1 Lagrangien en mécanique Newtonienne

Considérons une particule de masse m, soumise à une force F, se déplaçant dans le temps le long d'une dimension x, d'un point A à $t = 0$ à un point B à $t = \tau$, comme illustré sur la figure X.2.

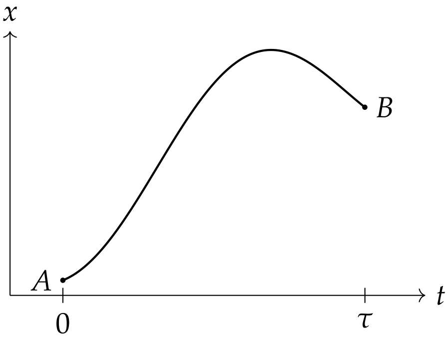


Figure X.2 – *Une particule se déplace au cours du temps d'un point A à un point B le long d'une dimension x.*

Comme cela est enseigné dès les premiers cours de physique, la trajectoire de cette particule peut être déterminée à l'aide du principe fondamental de la dynamique, ou seconde loi de Newton, qui s'exprime simplement dans ce cas sous la forme

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F\,. \tag{X.1}$$

Nous obtenons la position de la particule à tout instant.

Or, cette méthode ne permet pas de décrire le comportement des particules fondamentales. En effet, à leur échelle, la mécanique quantique prévaut et il n'est pas possible, lorsque l'on observe une particule à un point A puis à un point B, de déterminer la trajectoire exacte suivie par cette particule. La particule peut suivre la trajectoire déterminée avec la mécanique classique, c'est-à-dire celle de la figure X.2, comme toute autre trajectoire reliant A à B, comme illustré sur la figure X.3.

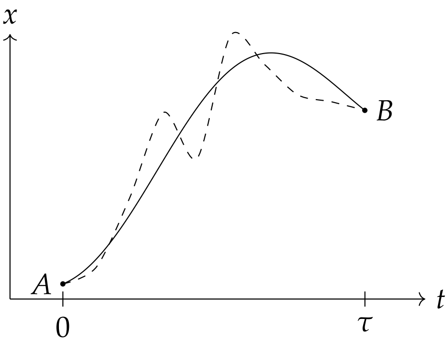


Figure X.3 – *Variation de la trajectoire d'une particule se déplaçant au cours du temps d'un point A à un point B.*

Si le principe fondamental de la dynamique tel que formulé par Newton ne tient plus dans le contexte de la mécanique quantique, il existe un autre principe physique toujours en place, la conservation de l'énergie. Dans le cas de la particule précédemment décrit, il s'agit de la somme de son énergie cinétique T et de son énergie potentielle V, c'est-à-dire

$$E = T + V = \mathrm{C}^{\mathrm{te}} \tag{X.2}$$

où T dépend uniquement de la vitesse de la particule et V uniquement de sa position. Il en va ainsi de même pour les moyennes temporelles de ces grandeurs,

$$E = \langle E \rangle = \langle T \rangle + \langle V \rangle = \mathrm{C}^{\mathrm{te}} \tag{X.3}$$

avec, en notant $\dot{x} = \frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}$,

$$\langle T\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau T(\dot{x}(t))\,\mathrm{d}t\,, \quad \langle V\rangle = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau V(x(t))\,\mathrm{d}t\,. \tag{X.4}$$

Nous pouvons alors nous demander de quelle manière ces grandeurs sont modifiées lorsque la trajectoire suivie par la particule varie par rapport à la trajectoire déterminée par la mécanique Newtonienne. La variation de la valeur moyenne de l'énergie potentielle s'exprime

$$\frac{\delta\langle V\rangle}{\delta x(t')} = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{\delta V(x(t))}{\delta x(t')}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{\mathrm{d}V(x(t))}{\mathrm{d}x(t)}\delta(t-t')\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\tau}\left.\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x(t)}\right|_{t=t'} = -\frac{1}{\tau}F(x(t')) \tag{X.5}$$

car la force F est reliée au potentiel V par $F = -\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}x}$. De même, l'énergie cinétique moyenne varie selon

$$\begin{aligned}\frac{\delta\langle T\rangle}{\delta x(t')} &= \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{\delta T(\dot{x}(t))}{\delta x(t')}\,\mathrm{d}t = \frac{1}{\tau}\int_0^\tau \frac{\mathrm{d}T(\dot{x}(t))}{\mathrm{d}x(t)}\delta'(t-t')\,\mathrm{d}t = -\frac{1}{\tau}\int_0^\tau \delta(t-t')\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left(\frac{\mathrm{d}T(\dot{x}(t))}{\mathrm{d}\dot{x}(t)}\right)\mathrm{d}t \\ &= -\frac{1}{\tau}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\left.\left(\frac{\mathrm{d}T(\dot{x}(t))}{\mathrm{d}\dot{x}(t)}\right)\right|_{t=t'} = -\frac{1}{\tau}m\left.\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2}\right|_{t=t'}\end{aligned} \tag{X.6}$$

car pour une particule de masse m, en mécanique newtonienne, $T = \frac{1}{2}m\left(\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t}\right)^2$.

Le long de la trajectoire classique, le principe fondamental de la dynamique est vérifié. Alors, les variations autour de la trajectoire classique sont reliées par

$$m\frac{\mathrm{d}^2x}{\mathrm{d}t^2} = F \Leftrightarrow \frac{\delta\langle T\rangle}{\delta x(t')} = \frac{\delta\langle V\rangle}{\delta x(t')} \Leftrightarrow \frac{\delta}{\delta x(t')}(\langle T\rangle - \langle V\rangle) = 0\,. \tag{X.7}$$

Ainsi, la différence entre l'énergie cinétique et l'énergie potentielle du système étudié semble jouer un rôle particulier lorsque l'on s'intéresse aux différentes trajectoires possibles pour ce système. Définissons alors le lagrangien L du système étudié comme

$$L = T - V\,. \tag{X.8}$$

2.1.2 Équation d'Euler-Lagrange

L'intégrale au cours du temps du lagrangien est appelée action et est définie comme

$$S = \int_0^\tau \mathrm{d}t\,L\,. \tag{X.9}$$

Compte-tenu de l'équation (X.7), l'action vérifie

$$\frac{\delta S}{\delta x(t')} = 0\,, \tag{X.10}$$

ce qui est connu sous le nom de principe de moindre action. Or,

$$\frac{\delta S}{\delta x(t')} = \int_0^\tau \mathrm{d}t\left[\frac{\delta L}{\delta x(t)}\delta(t-t') + \frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t)}\delta'(t-t')\right] = \frac{\delta L}{\delta x(t')} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t')}\,, \tag{X.11}$$

ce qui implique

$$\frac{\delta L}{\delta x(t')} - \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\delta L}{\delta \dot{x}(t')} = 0\,. \tag{X.12}$$

Cette équation est l'équation d'Euler-Lagrange et permet d'obtenir toutes les équations du mouvement du système, c'est-à-dire de décrire son évolution au cours du temps.

2.1.3 Lagrangien, champs et symétries

Généralisons le raisonnement précédent à un espace à une dimension temporelle et trois dimensions spatiales. À partir du lagrangien, il est possible de définir la densité lagrangienne $\mathcal{L}$ telle que

$$L = \int \mathrm{d}^3x\, \mathcal{L}\,, \quad S = \int \mathrm{d}^4x\, \mathcal{L} \tag{X.13}$$

où x désigne la coordonnée dans l'espace de Minkowski, c'est-à-dire l'espace-temps à quatre dimensions. Considérons maintenant une densité lagrangienne dépendant d'un champ $\phi(x)$ et de ses dérivées $\partial_\mu\phi(x)$. Alors,

$$S = \int \mathrm{d}^4x\, \mathcal{L}(\phi(x), \partial_\mu\phi(x)) \tag{X.14}$$

et du principe de moindre action résultent les équations d'Euler-Lagrange pour cette densité lagrangienne,

$$\frac{\delta S}{\delta\phi} = \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi} - \partial_\mu \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi)} = 0\,. \tag{X.15}$$

Il s'agit à présent de déterminer la densité lagrangienne $\mathcal{L}$ du modèle standard. Par la suite, nous nommerons la densité lagrangienne $\mathcal{L}$ « lagrangien » dans un souci de praticité.

Un champ quantique peut subir une transformation de jauge locale. Une telle transformation doit laisser la physique inchangée, ainsi le lagrangien du modèle standard est construit pour être invariant sous les transformations de jauges locales du groupe de symétrie

$$SU(3)_C \times SU(2)_L \times U(1)_Y\,. \tag{X.16}$$

De cette construction résultent les interactions fondamentales, discutées ci-après.

2.2 Interaction électromagnétique

Le lagrangien libre d'un fermion, c'est-à-dire le lagrangien décrivant le comportement d'un fermion seul, s'exprime

$$\mathcal{L}_{\text{fermion libre}} = \bar{\psi}\,(\mathrm{i}\not{\partial} - m)\,\psi = \bar{\psi}\,(\mathrm{i}\gamma^\mu\partial_\mu - m)\,\psi = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \tag{X.17}$$

où la notation « slash » pour un objet k signifie $\not{k} = \gamma^\mu k_\mu$, i est l'unité imaginaire ($\mathrm{i}^2 = -1$), ψ le *spineur de Dirac* correspondant au champ fermionique, $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$ son adjoint de Dirac, $\psi^\dagger$ étant l'adjoint de ψ, γ^μ les matrices de Dirac, définies dans l'annexe A, ∂_μ la dérivée partielle par rapport à la coordonnée μ dans l'espace-temps de Minkowski et m la masse de la particule considérée. Le terme $\gamma^\mu\partial_\mu$, par convention de sommation d'Einstein exposée dans l'annexe A, correspond à une somme sur les différentes valeur de μ.

Le lagrangien $\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}$ est invariant sous une transformation globale du groupe $U(1)_{em}$ [3], c'est-à-dire lorsque l'on applique la transformation suivante au spineur ψ

$$\psi \to \mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\alpha}\psi\,, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\alpha} \tag{X.18}$$

où $\alpha \in \mathbb{R}$ et Q est l'opérateur de charge électrique [4]. En effet, sous une telle transformation,

$$\bar{\psi}\psi \to \bar{\psi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\alpha}\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\alpha}\psi = \bar{\psi}\psi \tag{X.19}$$

et

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \to \bar{\psi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\alpha}\gamma^\mu\partial_\mu\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\alpha}\psi\right) = \bar{\psi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\alpha}\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\alpha}\gamma^\mu\partial_\mu\left(\psi\right) + \bar{\psi}\mathrm{e}^{-\mathrm{i}Q\alpha}\gamma^\mu\cancel{\partial_\mu\left(\mathrm{e}^{\mathrm{i}Q\alpha}\right)}\psi = \bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \tag{X.20}$$

car α ne dépend pas de l'espace-temps pour une transformation globale.

3. Dans la notation $U(1)_{em}$, « *em* » signifie électromagnétique. Ce groupe n'apparaît pas dans l'équation (X.16) car nous ne traitons ici que de l'électromagnétisme. Le groupe $U(1)_Y$ est traité dans la section 2.3.

4. Lorsque cet opérateur est appliqué à un champ quantique décrivant un fermion, il permet d'obtenir la valeur de la charge électrique du fermion.

En revanche, pour une transformation locale,

$$\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi \to \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi + \mathrm{i}e^{-\mathrm{i}Q\alpha}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\left(e^{\mathrm{i}Q\alpha}\right)\psi = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - \bar{\psi}\gamma^{\mu}Q\partial_{\mu}\alpha\psi \tag{X.21}$$

ce qui fait apparaître un terme supplémentaire, $\bar{\psi}\gamma^{\mu}Q\partial_{\mu}\alpha\psi$, provenant de la transformation du terme $\mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi$ de $\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}$ qui brise ainsi l'invariance de jauge du lagrangien. Afin de rendre le lagrangien invariant sous les transformations locales du groupe $U(1)_{em}$, il est possible de remplacer la dérivée usuelle ∂_{μ} par la *dérivée covariante* D_{μ}, telle que

$$\partial_{\mu} \to D_{\mu} = \partial_{\mu} + \mathrm{i}eQA_{\mu} \tag{X.22}$$

où e est la charge électrique élémentaire et A_{μ} un *champ de jauge* nouvellement introduit, dont la transformation de jauge permet de supprimer le terme supplémentaire qui brise l'invariance de jauge du lagrangien. En effet, le champ A_{μ} se transforme tel que

$$A_{\mu} \to A_{\mu} - \frac{1}{e}\partial_{\mu}\alpha\,. \tag{X.23}$$

Ainsi, en réécrivant le lagrangien du fermion de l'équation (X.17) avec la dérivée covariante,

$$\mathcal{L}'_{\text{fermion libre}} = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}D_{\mu}\psi - m\bar{\psi}\psi = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^{\mu}\partial_{\mu}\psi - m\bar{\psi}\psi - \bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi = \mathcal{L}_{\text{fermion libre}} - \bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi\,, \tag{X.24}$$

le dernier terme se transforme en

$$-\bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi \to -\bar{\psi}e^{-\mathrm{i}\alpha}\gamma^{\mu}eQ\left(A_{\mu} - \frac{1}{e}\partial_{\mu}\alpha\right)e^{\mathrm{i}\alpha}\psi = -\bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi + \bar{\psi}\gamma^{\mu}Q\partial_{\mu}\alpha\psi \tag{X.25}$$

et le dernier terme obtenu compense exactement le terme brisant l'invariance de jauge dans l'équation (X.21).

Le nouveau terme introduit par l'utilisation de la dérivée covariante, $-\bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi$, correspond à l'interaction entre un fermion et le champ de jauge A_{μ}, dont l'intensité est directement proportionnelle à la charge électrique du fermion. Toutefois, le champ A_{μ} ne représente pas encore le photon en l'état, il faut permettre au photon de se propager librement. Pour cela, il faut introduire un terme cinétique qui soit invariant de jauge dans le lagrangien, ce qui peut se faire avec

$$\mathcal{L}_{\text{photon libre}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} \tag{X.26}$$

avec $F_{\mu\nu} = \partial_{\mu}A_{\nu} - \partial_{\nu}A_{\mu}$. Un terme de masse pour le champ A_{μ} devrait s'écrire sous la forme $\frac{1}{2}m^2A^{\mu}A_{\mu}$, ce qui n'est pas invariant de jauge. Par conséquent, le champ A_{μ} est de masse nulle.

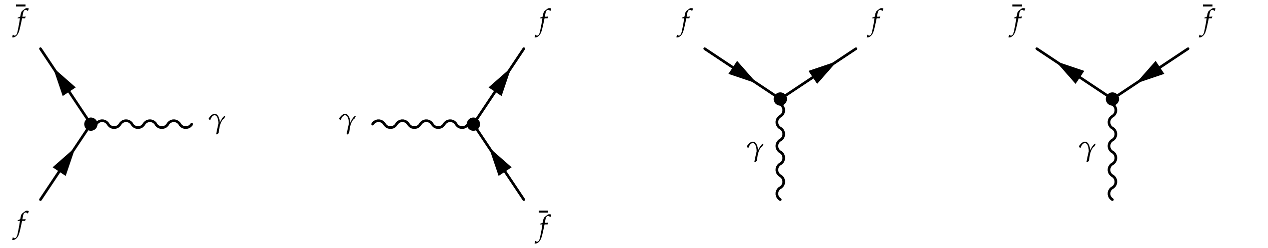
Le lagrangien complet pour l'interaction électromagnétique[5] s'exprime alors

$$\mathcal{L}_{QED} = \underbrace{\bar{\psi}\left(\mathrm{i}\not{D} - m\right)\psi}_{\text{fermions}} \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\text{photons}} = \underbrace{\bar{\psi}\left(\mathrm{i}\not{\partial} - m\right)\psi}_{\mathcal{L}_{\text{fermion libre}}} \underbrace{-\bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi}_{\text{interaction}} \underbrace{-\frac{1}{4}F_{\mu\nu}F^{\mu\nu}}_{\mathcal{L}_{\text{photon libre}}}\,. \tag{X.27}$$

Le terme d'interaction dans ce lagrangien permet de « connecter » les fermions aux photons dans les diagrammes de Feynman, dont le principe est décrit dans l'annexe B. La « connexion » ainsi obtenue est nommée *vertex*. La structure du terme d'interaction, $\bar{\psi}\gamma^{\mu}eQA_{\mu}\psi$, impose ainsi la présence au vertex d'un photon (A_{μ}), d'un fermion entrant ou d'un anti-fermion sortant (ψ) et d'un fermion sortant ou d'un anti-fermion entrant ($\bar{\psi}$). Nous obtenons alors les diagrammes de la figure X.4.

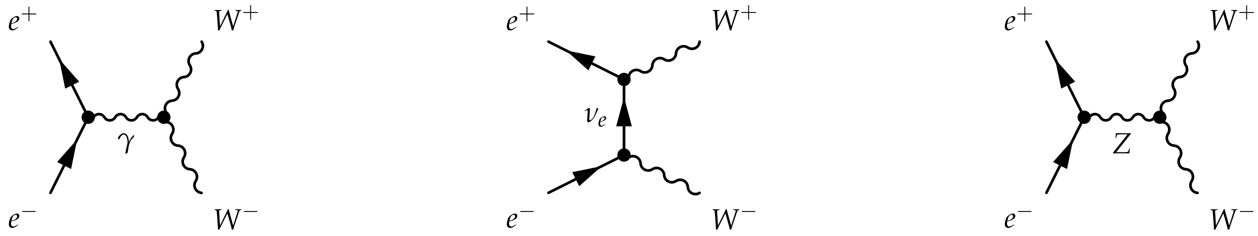
Noether et qté conservée ?

Maintenir l'invariance de jauge locale à l'aide de la dérivée covariante fait émerger l'interaction électromagnétique dans le cas de l'invariance de jauge sous $U(1)_{em}$. Dans les sections suivantes, un raisonnement similaire est appliqué afin d'obtenir les interactions électrofaible et forte.



(a) *Un fermion f et un anti-fermion $\bar{f}$ s'annihilent en un photon γ.* **(b)** *Un photon donne une paire de fermion et anti-fermion.* **(c)** *Un fermion interagit avec un photon.* **(d)** *Un anti-fermion interagit avec un photon.*

Figure X.4 – *Diagrammes de Feynman possibles à partir du terme $\bar{\psi}\gamma^\mu eQA_\mu\psi$ du lagrangien $\mathcal{L}_{QED}$.*



(a) **(b)** **(c)**

Figure X.5 – *Diagrammes de Feynman de production de paire W^+W^- à l'arbre.*

2.3 Interaction électrofaible

Le modèle standard décrit les interactions électromagnétiques et faible comme deux facettes d'une seule et même interaction qui les unifie, l'interaction électrofaible, notée « EW » pour *electroweak*. Une des raisons pour unifier ces deux forces provient du calcul de la section efficace de production de paire W^+W^-. Pour obtenir cette section efficace sans avoir de divergence, ce qui ne saurait représenter la réalité physique, il est nécessaire de considérer les diagrammes des figures X.5a, X.5b et X.5c. L'analogie entre les diagrammes X.5a et X.5c pousse ainsi à unifier les deux forces.

Nous avons vu précédemment que l'interaction électromagnétique repose sur l'invariance de jauge sous les transformations locale du groupe $U(1)_{em}$. Dans le cas de l'interaction électrofaible, ce groupe de symétrie est $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Dans un premier temps, nous ne traiterons que le cas de $SU(2)_L$ et nous verrons toute la richesse supplémentaire de ce groupe par rapport à $U(1)$. Ensuite, nous traiterons de $SU(2)_L \times U(1)_Y$.

2.3.1 Symétrie $SU(2)_L$ et chiralité

Dans la notation $SU(2)_L$, L signifie « left » car l'interaction faible ne couple que les fermions de chiralité gauche et les anti-fermions de chiralité droite. Une des propriétés les plus importantes de l'interaction faible est de violer la symétrie de parité (P), ainsi que la symétrie CP où C correspond à la charge électrique. Dans les termes de couplage du lagrangien, un facteur γ^μ correspond à un couplage vectoriel, comme pour l'électromagnétisme. Un facteur $\gamma^\mu\gamma^5$ correspond quant à lui à un couplage vectoriel *axial*. Un facteur $\gamma^\mu(1-\gamma^5)$ somme ainsi un vecteur à un vecteur axial, ce qui implique une violation de la symétrie de parité. Or, il est possible de projeter un spineur ψ afin d'obtenir sa composante de chiralité gauche ψ_L à l'aide du projecteur chiral γ^5,

$$\psi_L = \frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi\,, \tag{X.28}$$

Pour les antiparticules décrites par $\bar{\psi} = \psi^\dagger\gamma^0$,

$$\overline{\psi_L} = (\psi_L)^\dagger\gamma^0 = \left(\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\psi\right)^\dagger\gamma^0 = \psi^\dagger\frac{1}{2}(1-\gamma^5)\gamma^0 = \psi^\dagger\gamma^0\frac{1}{2}(1+\gamma^5) = \bar{\psi}_R\,, \tag{X.29}$$

5. Aussi nommé QED pour *Quantum Electro-Dynamics*.

d'où le couplage entre fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite.

L'introduction de la symétrie $SU(2)_L$ amène un nouveau nombre quantique, l'*isospin faible*, noté I. Il se comporte mathématiquement comme le spin des particules, d'où son nom *iso*spin. Les fermions de chiralité gauche sont rassemblés en doublet d'isospin faible $I = \frac{1}{2}$, les fermions de chiralité droite en singlets d'isospin faible $I = 0$. Ces derniers sont ainsi invariants sous les transformations de $SU(2)_L$, ce qui se traduit physiquement par une insensibilité à l'interaction faible.

Mis à part les neutrinos qui n'existent, dans le cadre actuel du modèle standard, qu'avec une chiralité gauche [6], les fermions peuvent être de chiralité droite ou gauche. Nous obtenons donc les représentations de la table X.1.

I	Quarks gauches	Quarks droits	Leptons gauches	Leptons droits
$\frac{1}{2}$	$\begin{pmatrix} u_i \\ d_i \end{pmatrix}_L$	-	$\begin{pmatrix} \nu_i \\ \ell_i \end{pmatrix}_L$	-
0	-	$u_{i,R}$, $d_{i,R}$	-	$\ell_{i,R}$

Tableau X.1 – *Représentation des fermions selon leur chiralité et leur isospin. L'indice $i \in \{1, 2, 3\}$ correspond à la génération des particules. Ainsi, les symboles u_i, d_i, ℓ_i et ν_i correspondent, respectivement, aux quarks d'isospin faible haut (u, c, t), d'isospin faible bas (d, s, b), aux leptons chargés (e, μ, τ) et aux neutrinos (ν_e, ν_μ, ν_τ).*

2.3.2 Symétrie $SU(2)$ et interactions entre bosons

Afin d'alléger les notations, nous traitons ici du cas plus général d'un groupe de symétrie $SU(2)$. Pour étendre les résultats à $SU(2)_L$, il suffit de se souvenir que les couplages ont uniquement lieu entre fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite. Procédons comme pour l'électromagnétisme et observons ce que l'invariance de jauge implique pour le lagrangien. Sous une transformation de $SU(2)$, les spineurs se transforment selon

$$\psi \to e^{\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)}\psi, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}e^{-\frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)} \tag{X.30}$$

où $\boldsymbol{\alpha} \in \mathbb{R}^3$ et $\boldsymbol{\tau}$ un vecteur dont les composantes τ_i sont les générateurs de $SU(2)$ [7]. Notons que l'équation (X.30) et l'analogue directe de l'équation (X.19).

Afin de simplifier les calculs qui suivent, nous ne considérerons que des transformations infinitésimales. En effet, $SU(2)$ est un groupe *non abélien*. Cela signifie deux transformations successives a et b de ce groupe ne donnent pas le même résultat selon que l'on applique a puis b ou b puis a, c'est-à-dire $ab - ba \neq 0$. Ainsi, des termes supplémentaires apparaissent, ou plutôt ne se simplifient pas entre eux. Nous considérons donc les transformations précédentes sous leurs formes infinitésimales, c'est-à-dire au premier ordre en $\boldsymbol{\alpha}$,

$$\psi \to \left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\psi, \quad \bar{\psi} \to \bar{\psi}\left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right). \tag{X.31}$$

Les termes du lagrangien du fermion libre, introduit dans l'équation (X.17), se transforment alors comme

$$-m\bar{\psi}\psi \to -m\bar{\psi}\left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\psi = -m\bar{\psi}\psi + \mathcal{O}(\alpha^2) \tag{X.32}$$

et

$$i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi \to i\bar{\psi}\left(1 - \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\gamma^\mu\partial_\mu\left(\left(1 + \frac{i}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\psi\right) = i\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi - \bar{\psi}\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\gamma^\mu\partial_\mu\boldsymbol{\alpha}(x)\psi + \mathcal{O}(\alpha^2) \tag{X.33}$$

6. Il n'y a à ce jour aucune raison pour les neutrinos de chiralité droite de ne pas exister. Cependant, ils n'interagissent pas avec la matière dans le cadre du modèle standard. Ainsi, il est possible de les retirer du modèle tout en conservant une description du comportement des particules cohérente.

7. Les générateurs de $SU(2)$ sont des matrices 2×2 s'identifiant aux matrices de Pauli σ_i définies dans l'annexe A. Toutefois, ces générateurs agissent dans le cas de $SU(2)_L$ sur les doublets d'isospin alors que les matrices de Pauli agissent sur le spin d'un fermion. Afin d'éviter les confusions, nous utiliserons donc la notation τ.

ce qui fait apparaître, sur le même principe qu'avec l'interaction électromagnétique, un terme supplémentaire brisant l'invariance de jauge du lagrangien. Définissons une nouvelle dérivée covariante afin de rétablir l'invariance de jauge,

$$D_\mu = \partial_\mu - \frac{\mathrm{i}}{2} g_W \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{W}_\mu(x)\,, \tag{X.34}$$

où l'on introduit g_W la constante de couplage d'isospin faible, ainsi que trois champs de jauge vectoriels $W^i_\mu(x)$, $i \in \{1,2,3\}$ se transformant tels que

$$\boldsymbol{W}_\mu \to \boldsymbol{W}_\mu + \frac{1}{g_W}\partial_\mu \boldsymbol{\alpha} - (\boldsymbol{\alpha} \wedge \boldsymbol{W}_\mu)\,. \tag{X.35}$$

Dans ce cas, le lagrangien du fermion libre se réécrit sous la forme

$$\begin{aligned}\mathcal{L}'_{\text{fermion libre}} &= \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^\mu D_\mu \psi - m\bar{\psi}\psi = \mathrm{i}\bar{\psi}\gamma^\mu\partial_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu \frac{1}{2} g_W \boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi - m\bar{\psi}\psi \\ &= \mathcal{L}_{\text{fermion libre}} + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_W\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi\,. \end{aligned} \tag{X.36}$$

Ainsi, le terme supplémentaire du lagrangien se transforme tel que

$$\begin{aligned}\bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_W\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi \to \bar{\psi}&\left(1-\frac{\mathrm{i}}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\left(\boldsymbol{W}_\mu+\frac{1}{g_W}\partial_\mu\boldsymbol{\alpha}-(\boldsymbol{\alpha}\wedge\boldsymbol{W}_\mu)\right)\left(1+\frac{\mathrm{i}}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\right)\psi \\ &= \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi - \bar{\psi}\frac{\mathrm{i}}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\frac{\mathrm{i}}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}(x)\psi \\ &\quad + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\partial_\mu\boldsymbol{\alpha}\psi - \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\wedge\boldsymbol{W}_\mu)\psi + \mathcal{O}(\alpha^2)\,. \end{aligned}\tag{X.37}$$

Or,

$$(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{a})(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{b}) = (\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}) + \mathrm{i}\boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}) \Leftrightarrow \boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{a}\wedge\boldsymbol{b}) = \mathrm{i}[(\boldsymbol{a}\cdot\boldsymbol{b}) - (\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{a})(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{b})]\,. \tag{X.38}$$

Ainsi,

$$\begin{aligned}\boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\wedge\boldsymbol{W}_\mu) &= \frac{1}{2}\left[\boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{\alpha}\wedge\boldsymbol{W}_\mu) - \boldsymbol{\tau}\cdot(\boldsymbol{W}_\mu\wedge\boldsymbol{\alpha})\right] \\ &= \frac{\mathrm{i}}{2}\left[[(\boldsymbol{\alpha}\cdot\boldsymbol{W}_\mu) - (\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha})(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu)] - [(\boldsymbol{W}_\mu\cdot\boldsymbol{\alpha}) - (\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu)(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha})]\right] \\ &= \frac{\mathrm{i}}{2}\left[(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu)(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha}) - (\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{\alpha})(\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu)\right] \end{aligned}\tag{X.39}$$

et nous obtenons alors, en combinant les équations (X.37) et (X.39),

$$\bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}g_W\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi \to \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{g_W}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\boldsymbol{W}_\mu\psi + \bar{\psi}\gamma^\mu\frac{1}{2}\boldsymbol{\tau}\cdot\partial_\mu\boldsymbol{\alpha}\psi + \mathcal{O}(\alpha^2)\,, \tag{X.40}$$

où le dernier terme obtenu compense exactement le terme brisant l'invariance de jauge dans l'équation (X.33).

À ce stade, l'analogie avec l'électromagnétisme nous pousse à introduire $\boldsymbol{G}_{\mu\nu}$ l'analogue à $F_{\mu\nu}$ tel que $\boldsymbol{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\boldsymbol{W}_\nu - \partial_\nu\boldsymbol{W}_\mu$. Or, les invariances de jauge imposées mène à utiliser une définition légèrement différente,

$$\boldsymbol{G}_{\mu\nu} = \partial_\mu\boldsymbol{W}_\nu - \partial_\nu\boldsymbol{W}_\mu + g_W(\boldsymbol{W}_\mu\wedge\boldsymbol{W}_\nu)\,. \tag{X.41}$$

Le lagrangien pour $SU(2)$ s'écrit alors

$$\mathcal{L}_{SU(2)} = \bar{\psi}(\mathrm{i}\not{D} - m)\psi - \frac{1}{4}\boldsymbol{G}_{\mu\nu}\cdot\boldsymbol{G}^{\mu\nu} \tag{X.42}$$

Une nouvelle différence notable et importante vis-à-vis de $\mathcal{L}_{QCD}$ est la non linéarité de $\boldsymbol{G}_{\mu\nu}$ par rapport à $\boldsymbol{W}$. Cette composante non linéaire ouvre la porte aux interactions directes entre les champs W^i_μ, c'est-à-dire entre les bosons, ce qui était impossible avec QED. De nouveaux types de vertex, comme celui de la figure X.6, sont donc possibles dans une théorie de jauge avec une symétrie locale $SU(2)$.

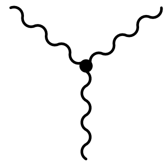


Figure X.6 – *Diagramme de Feynman correspondant à l'interaction entre trois bosons.*

2.3.3 Symétrie $SU(2)_L \times U(1)_Y$ et unification électrofaible

Dans la notation $U(1)_Y$, Y est l'*hypercharge*, reliée à Q la charge électrique et à I_3 la projection de l'isospin faible par la relation de Gell-Mann–Nishijima,

$$Q = I_3 + \frac{Y}{2}\,, \tag{X.43}$$

dont les résultats pour les différents leptons sont présentés dans la table X.2.

Champ	ν_e	e_L	e_R
Y	-1	-1	-2
I	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
I_3	$\frac{1}{2}$	$-\frac{1}{2}$	0
Q	0	-1	-1

Tableau X.2 – *Valeurs des hypercharges, isospins et charges électriques pour les leptons.*

Mettons ici à profit les raisonnements réalisés précédemment. En effet, nous avons traité dans la section 2.2 de $U(1)_{em}$. Il est possible d'obtenir directement les mêmes résultats pour $U(1)_Y$ en procédant à l'analogie $U(1)_{em} \leftrightarrow U(1)_Y$, avec

$$A_\mu \leftrightarrow B_\mu\,, \quad F_{\mu\nu} \leftrightarrow F^{(B)}_{\mu\nu}\,, \quad e \leftrightarrow g'\,, \quad Q \leftrightarrow \frac{1}{2}Y\,. \tag{X.44}$$

De plus, en sachant que $SU(2)_L$ couple les fermions de chiralité gauche et anti-fermions de chiralité droite, les résultats pour $SU(2)$ sont directement utilisables en ajoutant les projections décrites par les équations (X.28) et (X.29).

Nous arrivons donc à la définition de la dérivée covariante pour $SU(2)_L \times U(1)_Y$,

$$D_\mu = \partial_\mu - \mathrm{i} g_W I \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{W}_\mu - \frac{\mathrm{i}}{2} g' Y B_\mu \tag{X.45}$$

pouvant agir sur un doublet d'isospin faible, noté L, ou un singlet d'isospin faible, noté R, selon

$$D_\mu L = \left[\partial_\mu - \frac{\mathrm{i}}{2} g_W \boldsymbol{\tau} \cdot \boldsymbol{W}_\mu + \frac{\mathrm{i}}{2} g' B_\mu\right] L\,, \tag{X.46}$$

$$D_\mu R = \left[\partial_\mu + \mathrm{i} g' B_\mu\right] R\,, \tag{X.47}$$

compte-tenu des différentes valeurs de Y et I données dans la table X.2.

Nous pouvons alors écrire un lagrangien invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$,

$$\mathcal{L}_{SU(2)_L \times U(1)_Y} = \mathrm{i}\bar{\psi} \not{D} \psi - \frac{1}{4} \boldsymbol{G}_{\mu\nu} \cdot \boldsymbol{G}^{\mu\nu} - \frac{1}{4} F^{(B)}_{\mu\nu} \cdot F^{(B)\mu\nu}\,, \tag{X.48}$$

et nous pourrions imaginer que le champ B_μ correspond au photon, et les champs W^i_μ aux bosons $W^\pm$ et Z. Comme nous allons le voir, ces quatre bosons sont en fait des combinaisons de ces quatre champs. De plus, il n'y a aucun terme de masse dans le lagrangien de l'équation (X.48). En effet, un terme de masse pour les fermions serait de la forme

$$-m\bar{\psi}\psi = -m(\bar{\psi}_R + \bar{\psi}_L)(\psi_R + \psi_L) = -m(\bar{\psi}_R\psi_R + \bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R + \bar{\psi}_L\psi_L) = -m(\bar{\psi}_R\psi_L + \bar{\psi}_L\psi_R)\,. \tag{X.49}$$

Or, ce terme n'est pas invariant sous $SU(2)_L \times U(1)_Y$. Pour les champs W^i_μ et B_μ, des termes de masse violeraient également la symétrie de jauge. Dès lors, il semble difficile pour un tel lagrangien de décrire les forces électromagnétiques et faible.

En réalité, ce lagrangien décrit l'interaction *électrofaible*. Les interactions électromagnétique et faible résultent d'un mécanisme de brisure spontanée de symétrie, qui se trouve dans ce cas être le mécanisme de Higgs. Dans la section suivante, nous allons voir comment l'introduction du champ de Higgs amène cette brisure de symétrie et comment nous retrouvons des fermions massifs, le photon et les bosons $W^\pm$ et Z.

2.4 Mécanisme de Higgs

2.5 Interaction forte

3 Succès et limites du modèle standard

3.1 Succès

3.2 Limites

Gravitation

Masse des neutrinos

Matière noire bullet cluster ![1]

Énergie noire

Asymétrie matière-antimatière

4 Au-delà du modèle standard

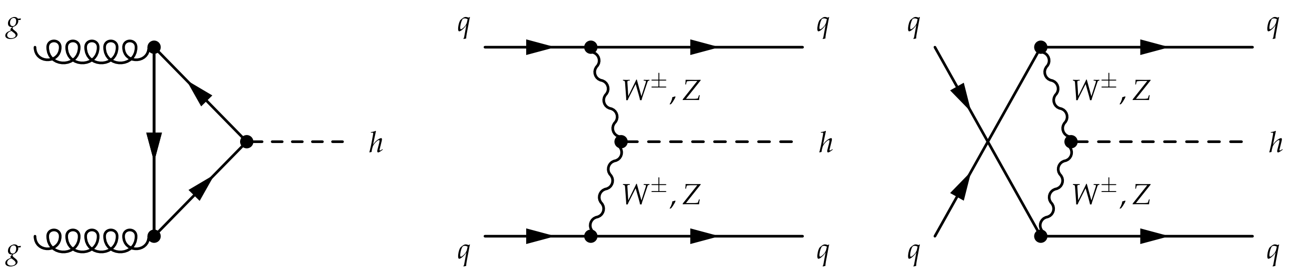
4.1 Modèles à deux doublets de Higgs

4.2 La supersymétrie

4.3 L'extension supersymétrique minimale du modèle standard ou MSSM

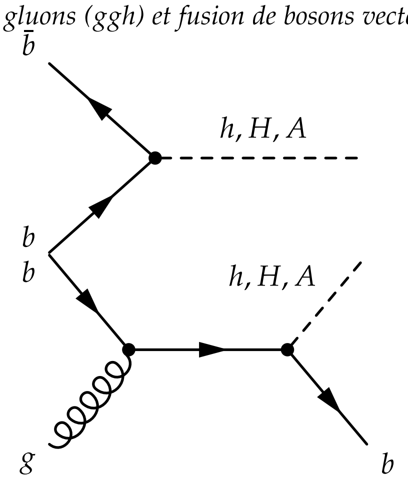
5 Phénoménologie des bosons de Higgs du MSSM

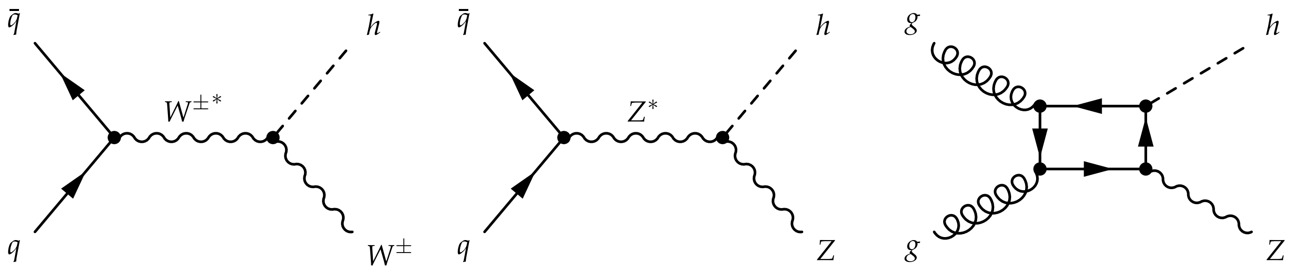
5.1 Production de bosons de Higgs



(a) *Production par fusion de gluons.* **(b)** *Production par fusion de bosons vecteurs en voie t.* **(c)** *Production par fusion de bosons vecteurs en voie u.*

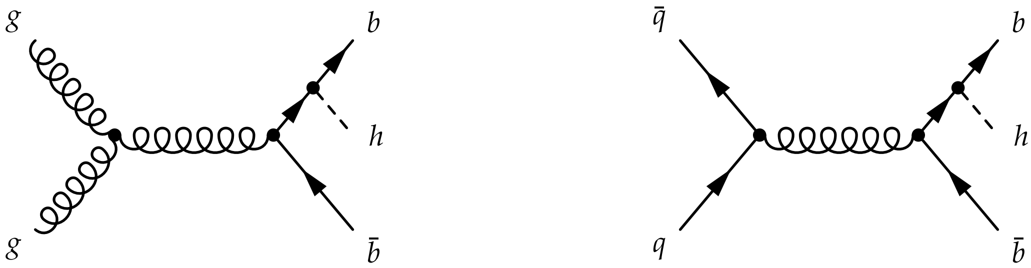
Figure X.7 – *Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard par fusion de gluons (ggh) et fusion de bosons vecteurs (VBF).*



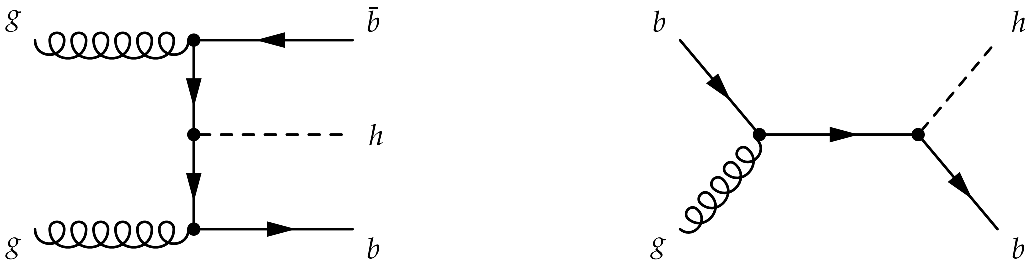


(a) *Production en association avec un boson W.* **(b)** *Production en association avec un boson Z.* **(c)** *Production par fusion de gluons associée à un boson Z.*

Figure X.8 – *Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard en association avec un boson.*

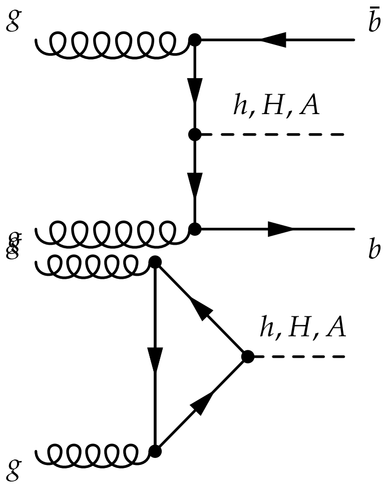


(a) **(b)**

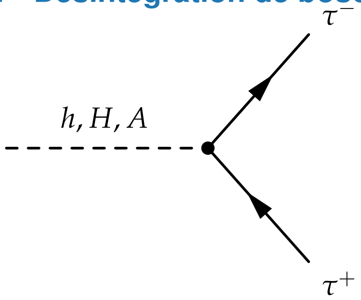


(c) **(d)**

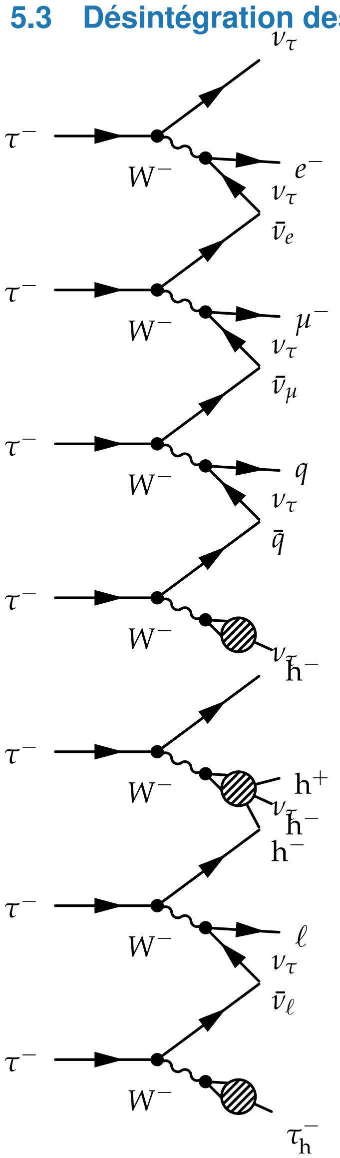
Figure X.9 – *Diagrammes de Feynman de production de boson de Higgs dans le cadre du modèle standard en association avec un quark b.*



5.2 Désintégration de bosons de Higgs



5.3 Désintégration des leptons tau



6 Conclusion

Références

[1] D. Clowe & coll. « A Direct Empirical Proof of the Existence of Dark Matter ». *The Astrophysical Journal* **648**.2 (août 2006). doi : 10.1086/508162. url : http://dx.doi.org/10.1086/508162.