

MinMax

Minmax (ou minimax) é um método usado em diversas áreas com a finalidade de minimizar a perda máxima possível. Este método é usado em jogos em que há dois jogadores, onde uma profundidade de níveis é definida e cada nível descido, o algoritmo vai realizando um MIN ou um MAX alternadamente. Após a profundidade chegar a 0 ou até um estado terminal ser encontrado, o valor do nó final é calculado. A jogada MAX encontra sua melhor jogada e a jogada MIN encontra a melhor jogada do adversário, assim minimizando a máxima perda possível. A logica utilizada no algoritmo MinMax é apresentada na figura X:

```
ROTINA minimax(nó, profundidade)
  SE nó é um nó terminal OU profundidade = 0 ENTÃO
    RETORNE o valor da heurística do nó
  SENÃO SE o nó representa a jogada de algum adversário ENTÃO
     $\alpha \leftarrow +\infty$ 
    PARA CADA filho DE nó
       $\alpha \leftarrow \min(\alpha, \text{minimax}(\text{filho}, \text{profundidade}-1))$ 
    FIM PARA
    RETORNE  $\alpha$ 
  SENÃO
     $\alpha \leftarrow -\infty$ 
    PARA CADA filho DE nó
       $\alpha \leftarrow \max(\alpha, \text{minimax}(\text{filho}, \text{profundidade}-1))$ 
    FIM PARA
    RETORNE  $\alpha$ 
  FIM SE
FIM ROTINA
```

Figura X: Lógica do algoritmo MinMax

A lógica do algoritmo MinMax pode ser representada para análise como uma árvore, onde os nós são expandidos até a profundidade desejada (ou até um estado terminal), e então as heurísticas são calculadas nos nós folhas, como mostrado na figura X:

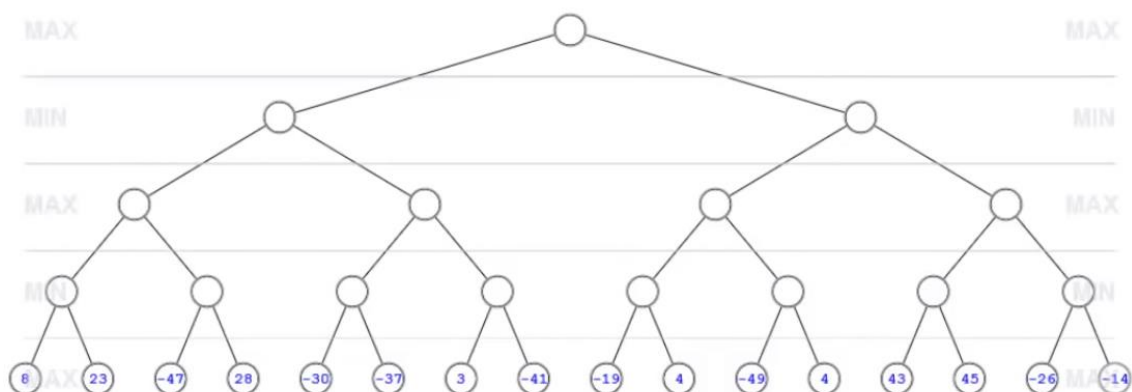


Figura X: Exemplo de execução parcial do algoritmo MinMax

Então, é aplicado um MIN ou um MAX em cada ramificação, até o nó raiz receber a pontuação do nó filho que minimiza a máxima perda possível. Um exemplo de árvore com os valores em cada nó, após a execução do algoritmo MinMax é mostrado na figura X:

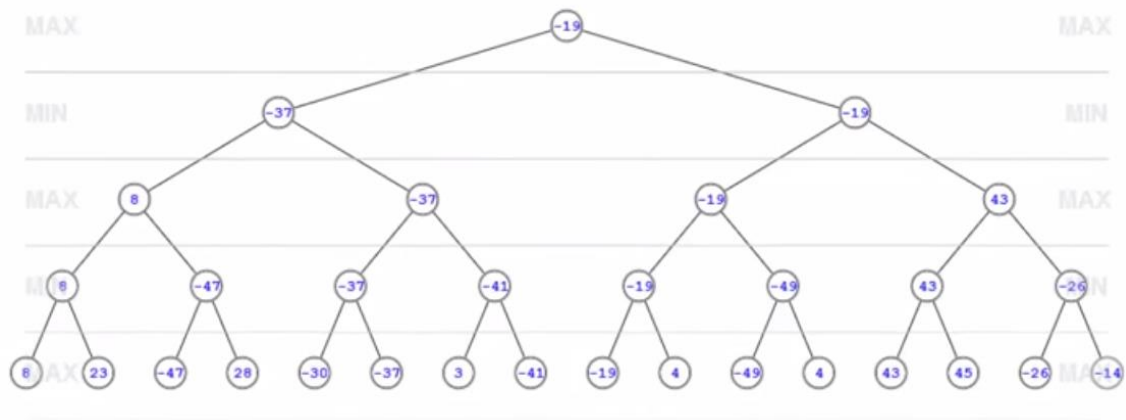


Figura X: Exemplo de árvore gerada após a execução do algoritmo MinMax

Poda alfa-beta

A poda alfa-beta é uma variação do algoritmo Minmax que faz com que nós desnecessários não sejam avaliados na árvore de busca. Isto não faz com que o algoritmo tenha resultados melhores, pois estes são os mesmos, o algoritmo apenas faz com que o esforço computacional seja menor devido a não visitação de estados inúteis. Esta variação para de avaliar um nó quando é comprovado que o valor associado a um nó será pior que um nó previamente avaliado. Um exemplo é mostrado a seguir:

$$\text{MinMax} = \text{Min}\{ \text{Max}\{12, 7, 18\}, \text{Max}\{25, A, B\} \}$$

Chamando o resultado de X o resultado de $\text{Max}\{25, A, B\}$, sabemos que X será maior ou igual a 25 e também sabemos que o resultado de $\text{Max}\{12, 7, 18\}$ é 18, portanto temos que:

$$\text{MinMax} = \text{Min}\{ 18, X \}, \text{ com } X \geq 25$$

Onde antes mesmo de verificar o valor de A e de B já sabemos que o resultado da função Min será 18, devido ao valor de X ser maior ou igual a 25. Deste modo, várias ramificações podem ser cortadas. O exemplo anterior usado na explicação do MinMax, agora com a poda alfa-beta é mostrado na figura X:

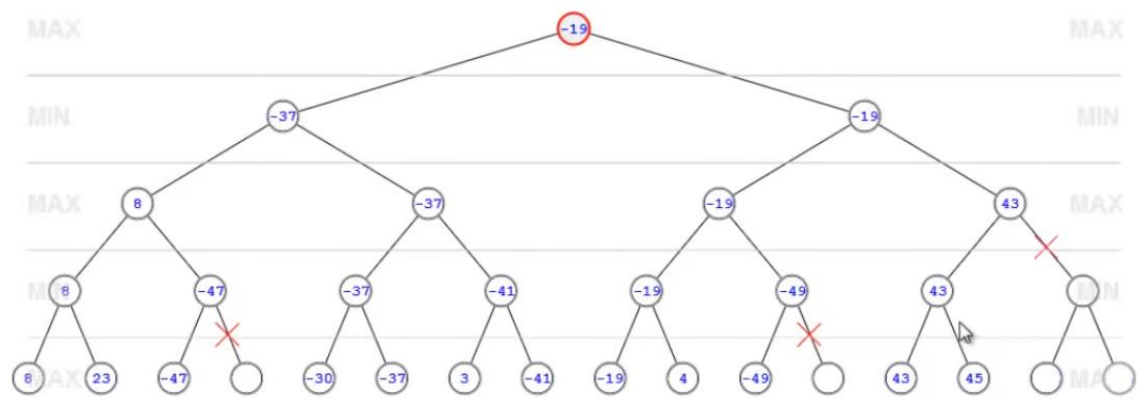


Figura X: Exemplo de árvore do MinMax com a poda alfa-beta

Heurística - Posicional

Cada casa possui uma importância diferente de acordo com sua posição no tabuleiro, deste modo cada posição recebeu um peso baseado em sua importância no jogo. O tabuleiro com os pesos em suas respectivas posições é mostrado na figura X.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	99	-8	8	6	6	8	-8	99
1	-8	-24	-4	-3	-3	-4	-24	-8
2	8	-4	7	4	4	7	-4	8
3	6	-3	4	0	0	4	-3	6
4	6	-3	4	0	0	4	-3	6
5	8	-4	7	4	4	7	-4	8
6	-8	-24	-4	-3	-3	-4	-24	-8
7	99	-8	8	6	6	8	-8	99

Figura X – Tabuleiro com os pesos para as casas

Os pesos das casas levam em consideração os seguintes fatores:

- Os quatro cantos possuem o maior peso, já que são posições que não podem ser tomadas e que são cruciais para a vitória.
- O centro do tabuleiro muda frequentemente seu valor, não possuindo base para construir um jogo, porém não são posições ruins, portanto não receberam valor algum.
- Para pegar um canto é necessário ter uma peça do adversário em uma casa adjacente a este, portanto estas casas recebem uma posição ruim. As casas vizinhas aos cantos na vertical e na horizontal possuem certa estabilidade por estarem nas bordas, portanto recebem um valor maior que as vizinhas da diagonal.
- As demais casas das bordas possuem certa estabilidade, portanto receberam um valor positivo, sendo que as que receberam 8 tem um valor maior devido ao fato de que para estas serem tomadas, uma posição de valor ruim deverá ser preenchida.
- As posições em torno das bordas recebem um valor ruim, pois a partir destas uma borda pode ser capturada.

- As posições em torno das quatro do meio recebem um valor positivo, pois estas dão acesso às peças adjacentes as bordas, sendo que as diagonais recebem um valor um pouco maior, pois para serem tomadas, sempre uma posição ruim deve ser tomada pelo oponente.

Para o calculo da heurística é somado todos os pontos correspondentes às casas do jogador e então é subtraindo a soma de todos os valores correspondentes as casas do adversário.

$$\text{Valor} = \sum \text{Posições ocupadas pelo player} - \sum \text{Posições ocupadas pelo oponente}$$

Sub-Heurística – Acessos as laterais

Depois que um canto foi tomado, o jogo está em uma fase que as laterais já estão tomadas em alguns casos, ou então, deixar com que o adversário pegue as laterais não é ruim, desde que o canto não seja do oponente. Portanto peças que são acesso aos cantos deixam de serem posições ruins para realizar jogadas.

	0	1	2	3	4	5	6	7
0	99	-8	8	6	6	8	-8	99
1	-8	-24	0	1	1	0	-24	-8
2	8	0	7	4	4	7	0	8
3	6	1	4	1	1	4	1	6
4	6	1	4	1	1	4	1	6
5	8	0	7	4	4	7	0	8
6	-8	-24	0	1	1	0	-24	-8
7	99	-8	8	6	6	8	-8	99

Sub-Heurística – Adjacentes dos cantos

As casas adjacentes aos cantos são os piores lugares em que jogadas podem ser efetuadas, porém depois que o canto foi pego, elas tornam-se lugares bons, principalmente pela estabilidade. Portanto toda vez que um canto for pego, a pontuação das casas adjacentes devem receber um valor bom, para que sua captura seja incentivada. As figuras X e X ilustram este caso.

	0	1	2
0	99	-8	
1	-8	-24	
2			

Figura X: Pontuação das casas adjacentes ao canto antes da captura


	0	1	2
0		12	
1	12	8	
2			

Figura X: Pontuação das casas adjacentes ao canto depois da captura

Heurística - Mobilidade

Quanto mais opções de jogas possíveis, maior a liberdade do jogador para a escolha da próxima jogada, sendo que poucas jogadas podem obrigar um jogador a realizar jogadas em casa indesejadas e consequentemente em lugares ruins. Portanto, quanto mais opções de movimento para o jogador e menos para o adversário, melhor será a jogada. Para o cálculo desta heurística, é calculado o numero de jogadas possíveis para o jogador e então é subtraído o número de jogadas do adversário, como mostrado abaixo:

$$\text{Valor} = \sum \text{Jogadas possíveis player} - \sum \text{Jogadas possíveis oponente}$$

Heurística - Estabilidade

Os quatro cantos são os únicos pontos do jogo que não podem ser tomados, porém durante o jogo, outras posições a partir dos cantos que não podem ser tomadas vão surgindo. Ao pegar uma destas posições, já é garantido que estas durarão até o final do jogo. Portanto capturar peças para conseguir posições permanentes é uma ótima opção de jogada a ser feita.

O modo encontrado para saber se uma peça não pode ser tomada é exemplificado na figura X.

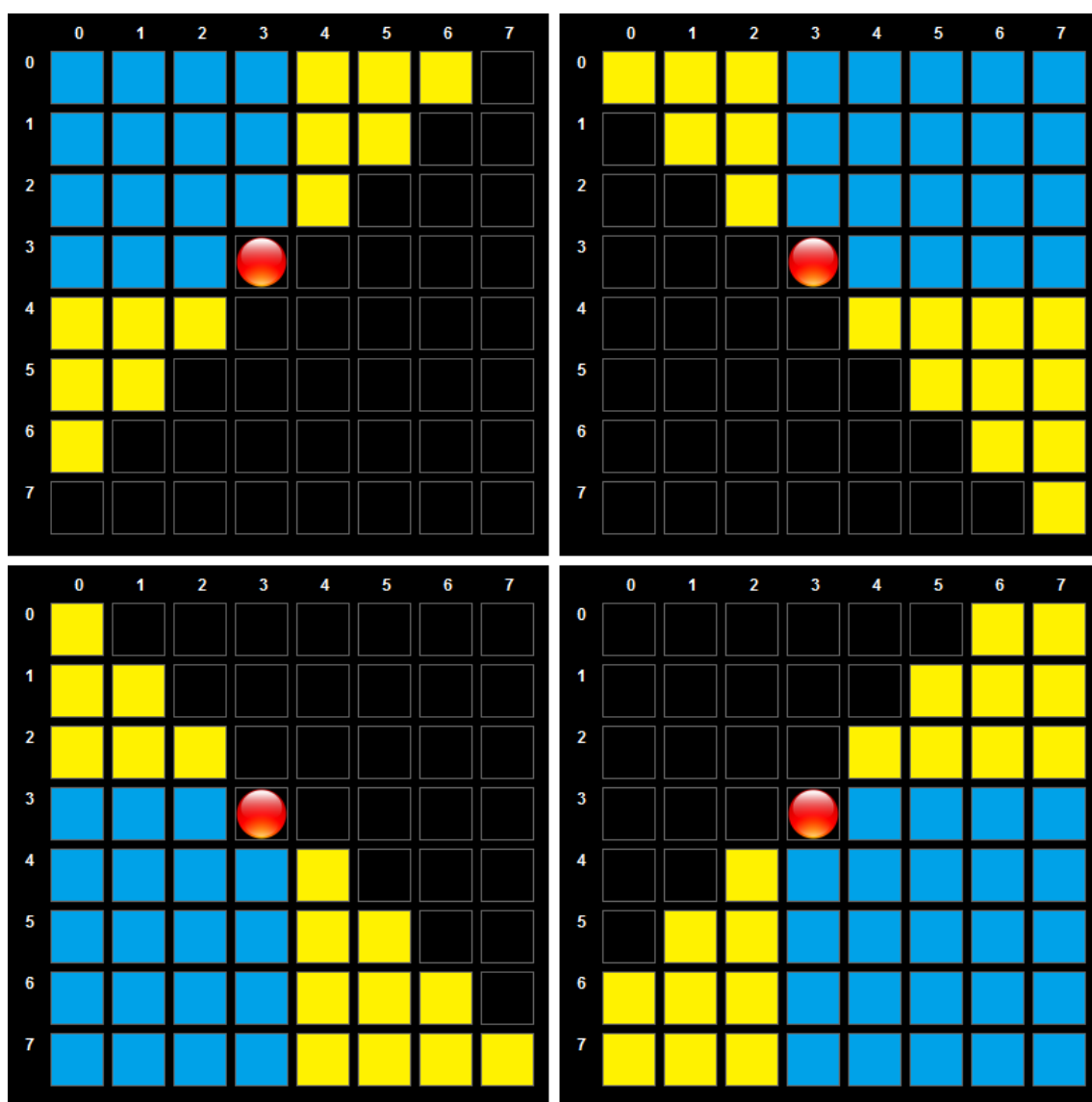


Figura X – Todas as situações analisadas

Neste exemplo, para que a peça não possa ser tomada, ao menos uma das quatro situações mostradas acima deve ser verdadeira, onde:

- Todos os espaços azuis devem conter peças do player que possui a peça que está sendo analisada.
- Todos os espaços de pelo menos uma das duas áreas amarelas devem conter peças do player que possui a peça que está sendo analisada.

Então, após verificar todo o tabuleiro, soma-se o número de peças de player e subtrai-se o total de peças do oponente, como mostrado abaixo:

$$\text{Valor} = \sum \text{Peças estáveis player} - \sum \text{Peças estáveis oponente}$$

Heurística - Peças de vantagem

No final, ganha o jogo quem possui mais peças, portanto uma jogada que toma mais peças vale mais do que uma que toma poucas peças. Os pontos desta heurística são calculados somando a quantidade de peças do jogador e subtraindo pelo somatório de peças do adversário. Essa função de avaliação não é boa quando utilizada fora do algoritmo Min-Max, pois mesmo que uma jogada gere grande quantidade de pontos, o oponente pode igualmente reverter o jogo na próxima jogada dependendo do caso. Além disso, a jogada que gera mais pontos pode ser em uma posição que deixa pontos estratégicos do tabuleiro vulneráveis.

$$\text{Valor} = \sum \text{Peças player} - \sum \text{Peças oponente}$$

Jogadas especialistas

Pelo fato de um tabuleiro de Othello possuir inúmeras combinações, não é possível fazer um especialista levando em conta todas as posições do tabuleiro, pois muito dificilmente um estado seria atingido. O método encontrado para aplicar jogadas especialistas foi analisar subdivisões do tabuleiro e aplicar as jogadas especialistas baseando-se nestas.

Especialista – Tomar cantos diretamente

Os quatro cantos são as melhores posições do jogo, pois além de não podem ser tomadas, é a partir destas que a estabilidade de outras peças são criadas, sendo assim posições cruciais para a vitória. Este especialista apenas tenta capturar um canto diretamente quando possível.

Especialista – Tática tomar cantos

Este especialista verifica se no tabuleiro há uma disposição das peças semelhante à mostrada na figura X:



Figura X:

Caso haja, é verificado se a seguinte jogada é possível:



Figura X:

Se a jogada mostrada acima for possível, ela garante que o jogador vermelho conseguirá o canto, pois qualquer jogada que o jogador azul faça não a evitará, já que existem apenas dois casos possíveis.

No primeiro caso o jogador toma a peça lateral que está ameaçando o canto:

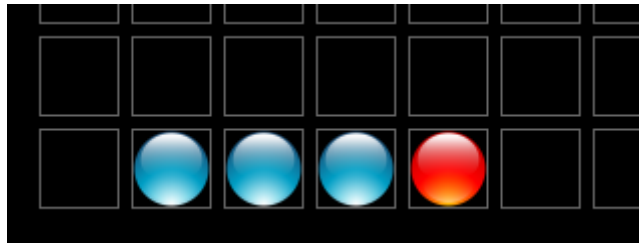


Figura X: Tentativa de proteção do canto

Então o vermelho consegue tomar o canto através das 3 peças como mostrado na figura abaixo:

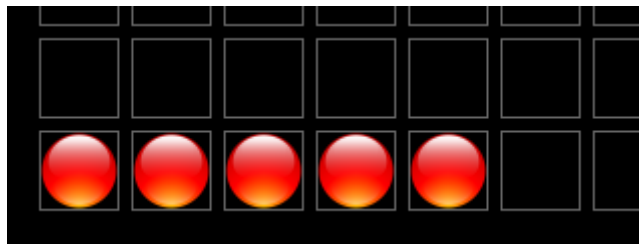


Figura X: Tomada de canto através do primeiro caso

No segundo caso o jogador ignora esta a peça que está ameaçando o canto, pois verifica que este já não pode ser protegido e se preocupa em encontrar outra jogada para dar sequencia ao seu jogo. Então o vermelho consegue tomar o canto diretamente através da peça lateral como mostrado na figura abaixo:

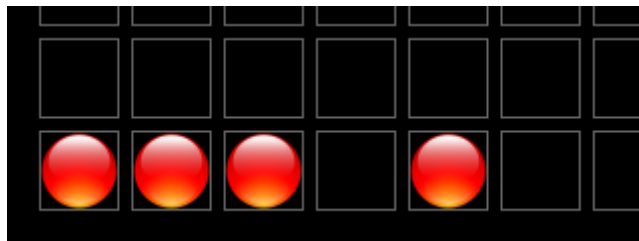


Figura X: Tomada de canto sem tentativa de proteção

Especialista – Prepara tomar cantos

Através das heurísticas usadas, foi observado que muito dificilmente aconteceria no tabuleiro a disposição de peças necessárias para que o especialista TaticaTomarCantos acontecesse. Portanto este especialista realiza a jogada que prepara para o segundo especialista aconteça quando possível. Um exemplo ilustrado é mostrado na figura X:

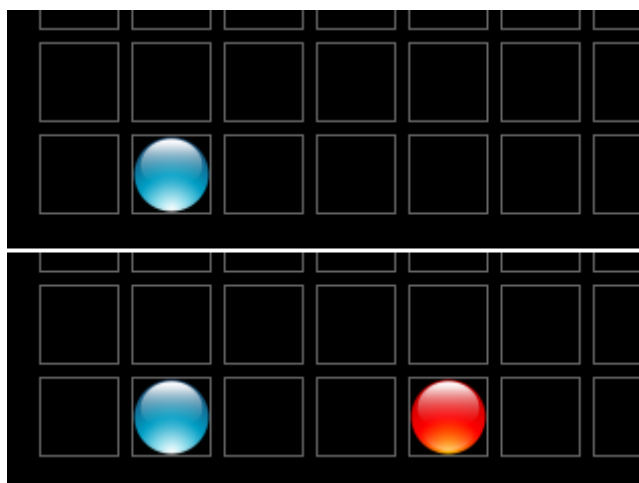


Figura X: Exemplo da jogada especialista

Especialista – Meios

As vezes quando o adversário começa a tomar as laterais, ele acaba deixando uma única posição livre entre suas peças e tomar esta posição pode ser crucial para um jogo, pois esta não pode ser tomada e a medida que o adversário se obriga a tomar mais laterais devido ao decorrer do jogo, este pode ser obrigado a tomar uma posição vizinha do canto como melhor jogada e então o canto será capturado devido a esta peça entre as do adversário.

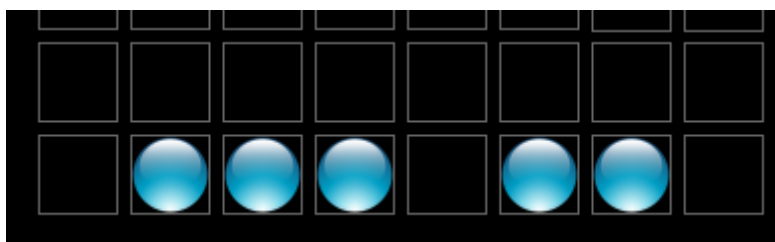


Figura X: Exemplo de situação onde ocorre a jogada especialista

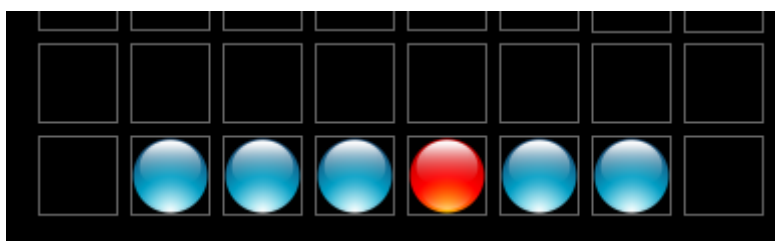


Figura X: Jogada especialista efetuada