# Proyecto Global Integrador: Control Semi-Automático Coordinado de Grúa Portuaria de Muelle tipo

Guarise Renzo Trubiano Lucas Profesor: Ing. Gabriel L. Julián

**Pórtico** 

Autómatas y Control Discreto Ingeniería Mecatrónica Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería

20 de marzo de 2023

## Resumen

Este informe presenta el proyecto de un control semi-automático coordinado de una grúa portuaria de muelle tipo pórtico, desarrollado con Matlab, Simulink y CODESYS. El objetivo del proyecto es diseñar un sistema de control multinivel (Nivel 0, 1 y 2) que permita la coordinación entre las distintas funciones de la grúa, mejorando la eficiencia y seguridad en la carga y descarga de contenedores en el puerto.

Para esto consideraremos unas simplificaciones en el sistema físico; en primer lugar vamos a suponer un movimiento en 2 dimensiones x e y, tanto del contenedor como del carro; consideramos que luego este movimiento se replicaría en cada carril; en segundo lugar para moverse en el plano tendremos en cuenta 2 tipos de movimiento uno de avance/retroceso del carro y otro de izaje del cable, lo que un movimiento de tipo péndulo del contenedor. Dichas simplificaciones sirven para el planteo del modelo matemático y físico de la planta.

Las fases de desarrollo del proyecto se dividen en 2, "Model-in-the-loop" y "Software-in-the-loop". La primera consta de usar Matlab, Simulink y Stateflow para construir un modelo del sistema y el sistema de control, y realizar pruebas y simulaciones para determinar el correcto funcionamiento de los mismos. Luego la segunda etapa consta de llevar la lógica del autómata a un entorno estandarizado como CODESYS (según norma IEC 61131-3) y realizar una prueba conjunta con comunicación por protocolo OPC UA para verificar el correcto funcionamiento del proyecto.

# 1. Introducción

Una de las formas más comunes de comercializar y mover productos y/o materias primas en grandes cantidades es a través de contenedores en barcos. Esto se ha difundido de tal forma en el mundo que los puertos son muy comunes y claves para las economías de los países. En estos puertos se mueven grandes cantidades de contenedores, en tiempos muy reducidos para aumentar la eficiencia, y teniendo en cuenta que son objetos pesados hay que manipularlos con una precisión y seguridad que no es fácil de lograr. Para esto se utilizan grúas que son semi-automáticas, es decir, tramos con operación manual y tramos con operación automática. A estas grúas se les dota de sistemas de control lo suficientemente robustos o a prueba de fallas.

Para resolver este problema lo primero es realizar el modelado físico que, por simplificación, consta de un carro en la parte superior que se mueve en dirección horizontal. Y del mismo cuelga un cable que sostiene el contenedor, este cable se puede izar, de tal forma que, también simplificando el modelo, el sistema queda como el de un carrito con un péndulo de longitud variable. Del extremo del cable cuelga un "spreader" que sostiene el contenedor y esto conforma la carga del péndulo o del cable.

Luego de resolver el modelado físico-matemático del sistema procedemos a desarrollar un autómata que tiene funciones de control y seguridad y está formado por 3 niveles:

- Nivel 2: Este controlador está compuesto por otros dos controladores de estados continuos en tiempo discretizado (controles de lazo cerrado), reciben las consignas del controlador superior (Nivel 1) separado por 2 consignas, una de izaje y otra de traslación. Y en base a eso hace un control genérico de 4 cuadrantes sobre los accionamientos electromecánicos. Los controles son PID de movimiento con modulador de torque para izaje y traslación, y control tipo PD para el balanceo.
- Nivel 1: Es un controlador de estados discretos que es activado por eventos. Su estructura es jerárquica y
  concurrente para una mejor performance de las trayectorias.
- Nivel 0: Este nivel es un control también de estados discretos y activado por eventos, que se encarga de detectar condiciones de operación para proteger al sistema y asegurar la confiabilidad del mismo o actuar en casos de fallas y/o colisiones.

Estos controladores de los 3 niveles fueron desarrollados primero en Stateflow (componente de Matlab) para facilitar el desarrollo, testeo y simulación de su funcionamiento; ya que este es fácil de integrar con Matlab y Simulink en tiempo real. Así cuando se verificó que estaba bien desarrollado y cumplía con los requerimientos se implementó esa misma lógica en el entorno de desarrollo industrial CODESYS, siguiendo la norma IEC61131.

# 2. Desarrollo

Como se mencionó anteriormente, el desarrollo de cualquier proyecto requiere un enfoque sistemático y riguroso, y este proyecto no es una excepción. Para garantizar un resultado exitoso, lo primero que se debe hacer es obtener un **modelo físico-matemático** preciso y detallado que permita modelar y simular el sistema de la grúa de la forma más exacta posible, teniendo en cuenta las simplificaciones e hipótesis necesarias para hacer el modelo que mejor represente nuestro sistema.

Una vez que se tiene este modelo, es hora de avanzar al siguiente paso crítico: diseñar y optimizar el **sistema** de **control**. Este sistema de control es el corazón del proyecto, y se encarga de garantizar que la grúa se mueva con precisión y seguridad en todo momento. Para hacer esto, se deben llevar a cabo simulaciones exhaustivas para identificar y resolver cualquier problema potencial antes de pasar al siguiente paso.

Con el sistema de control diseñado y optimizado, es hora de pasar a la fase de prueba. Aquí, el autómata se convierte en código usando la plataforma de programación **CODESYS** y se simula el funcionamiento completo del sistema. Se evalúan el rendimiento y la precisión del sistema en condiciones de operación, y se realiza una evaluación rigurosa para garantizar que el sistema cumpla con todas las especificaciones requeridas.

Finalmente, se presentan los **resultados** obtenidos y las **conclusiones** finales. Aquí se discuten los logros del proyecto, se identifican las lecciones aprendidas y se destacan los aspectos a mejorar.

## 3. Modelado del sistema

El sistema se compone de dos movimientos fundamentales, el **sistema de traslación horizontal (carro)**, y el **sistema movimiento vertical (izaje)**. Vamos a desarrollar las ecuaciones de ambos sistemas por separado y luego veremos cómo esos movimientos se combinan para dar como resultado las ecuaciones de movimiento del contenedor en el **plano x-y**.

## 3.1. Hipotesis

El sistema planteado es de una complejidad considerable, por lo cuál, para los fines académicos vamos a plantear una serie de simplificaciones o consideraciones sobre el modelo:

- Consideraremos la estructura del pórtico como completamente rígida.
- El carro que se desliza sobre la estructura, tiene un desplazamiento puramente horizontal y sin resbalamiento.
- Los mecanismos de transmisión del carro se consideran rígidos.
- Un único cable de acero equivalente de carro siempre tensado (tracción), con elasticidad longitudinal amortiguada.
- Asumimos mecanismo equivalente (1 tambor con 1 freno de emergencia, 1 motor con 1 freno) con transmisión rígida.
- Un cable de acero equivalente de izaje, con masa propia despreciable, elástico sólo a tracción (no soporta compresión).
- Vamos a suponer que no existen efectos externos sobre el carro ni la carga. Es decir, no hay efectos aerodinámicos al chocar con el viento.
- El sistema está sometido a la acción de la aceleración de la gravedad, que se aplica verticalmente sobre la carga. Y también a la interacción de contacto o apoyo de la carga o spreader sobre el suelo.

## 3.2. Sistema de traslación del carro

Comencemos por el primer sistema de movimiento. Respecto del carro que se mueve en dirección horizontal, debemos tener en cuenta las siguientes especificaciones:

- La posición  $x_t$  varía desde -30.0 m (en el muelle) hasta +50.0 m (en el barco).
- La velocidad máxima  $v_t$  es de 4,0 m/s (con o sin carga).
- La aceleración máxima  $\dot{v_t}$  es de  $0.8~m/s^2$  (con o sin carga).

El carro se mueve sobre los rieles en la parte superior de la grúa en dirección horizontal, eje x, como se muestra en la figura 1 en donde se esquematizan dichas referencias.



Figura 1: Sistema de referencia de los ejes x e y de la grúa.

Luego si analizamos la siguiente figura 2 donde se esquematiza el sistema del carro, cable de carro y sistema de transmisión. Podemos ver que el carro se mueve sobre los rieles con un movimiento de rodadura pura (rotación sin deslizamiento), y que el sistema de transmisión del carro se compone de un motor, una caja reductora, un tambor y un freno.



Figura 2: Diseño esquemático del sistema del carro.

A partir de esto podemos deducir la siguiente ecuación 1, que representa el movimiento del carro:

$$M_t \cdot \dot{v}_t(t) = F_{tw}(t) - b_t \cdot v_t(t) + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t))$$
(1)

## Donde:

- $M_t$  es la masa equivalente del carro, ruedas, etc.
- $b_t$  es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del carro.
- $x_t$ ,  $v_t$  y  $\dot{v}_t$  son la posición, velocidad y aceleración del carro respectivamente.
- $F_{tw}$  es la fuerza de tracción del cable de carro.
- $F_{hw}$  es la fuerza que ejerce el cable de izaje sobre el carro (por la acción de la gravedad sobre la carga).

Además la fuerza  $F_{tw}$  es la que ejerce el cable de carro sobre el carro, y se puede expresar según la ecuación 2:

$$F_{tw}(t) = K_{tw} \left( x_{td}(t) - x_t(t) \right) + b_{tw} \left( v_{td}(t) - v_t(t) \right) \tag{2}$$

## Donde:

- $K_{tw}$  es la rigidez equivalente total a tracción del cable tensado de carro.
- $b_{tw}$  es la fricción interna o amortiguamiento total del cable tensado de carro.

Si tenemos en cuenta el radio primitivo del tambor  $r_{td}$  y las relaciones  $v_{td}(t) = r_{td} \cdot \omega_{td}(t)$ ;  $F_{tw}(t) \cdot r_{td} = T_{tdl}(t)$ . Podemos expresar la ecuación 1 referida al eje lento del tambor, como se muestra en la ecuación 3:

$$J_{td} \cdot \dot{\omega}_{td}(t) = T_{td}(t) - b_{td} \cdot \omega_{td}(t) - T_{tdl}(t)$$
(3)

#### Donde:

- $J_{td}$  es la inercia equivalente del eje lento (tambor y etapa de salida de la caja reductora).
- $b_{td}$  es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje lento.
- $T_{td}$  es el torque de tracción del motor sobre el eje lento (a través de la caja reductora).
- $T_{tdl}$  es el torque que ejerce el cable de carro sobre el tambor del eje lento.

Y teniendo en cuenta la relación de transmisión entre el motor y el tambor,  $i_t$ , y también las siguientes relaciones  $\omega_{td}(t) \cdot i_t = \omega_{tm}(t)$ ;  $T_{td}(t) = i_t \cdot T_{tml}(t)$ . Podemos expresar la ecuación 3 referida al eje rápido del motor, como se muestra en la ecuación 4:

$$J_{tm+tb} \cdot \dot{\omega}_{tm}(t) = T_{tm}(t) + T_{tb}(t, BRK_t) - b_{tm} \cdot \omega_{tm}(t) - T_{tml}(t)$$

$$\tag{4}$$

#### Donde:

- $J_{tm+tb}$  es el momento de inercia equivalente del eje rápido (motor, disco de freno de operación y etapa de entrada de la caja reductora).
- $b_{tm}$  es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje rápido.
- $T_{tb}$  es el torque del freno sobre el eje rápido.
- $T_{tm}$  es el torque que ejerce el motor sobre el eje rápido.
- $T_{tml}$  es el torque que ejerce la etapa de salida de la transmisión sobre el eje rápido.

Si tenemos en cuenta las ecuaciones 1, 3 y 4. Y las reemplazamos y operamos algebraicamente, podemos obtener la ecuación 5 que representa el movimiento del carro:

$$M_{t} \cdot \dot{v}_{t}(t) = \frac{T_{tm}(t) \cdot i_{t}}{r_{td}} + \frac{T_{tb}(t, BRK_{t}) \cdot i_{t}}{r_{td}} - \frac{\left(b_{td} + b_{tm} \cdot i_{t}^{2}\right)}{r_{td}^{2}} \cdot v_{td} - \frac{\left(J_{td} + J_{tm + tb} \cdot i_{t}^{2}\right)}{r_{td}^{2}} \cdot \dot{v}_{td} \dots$$

$$\dots - b_{t} \cdot v_{t} + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t))$$
(5)

En base a las ecuaciones 5 y 2 el diagrama de bloques en Simulink del modelo del carro queda como se aprecia en la siguiente figura 3:



Figura 3: Diagrama de bloques (Simulink) del modelo del carro.

# 3.3. Sistema de izaje de la carga

Para el modelado del sistema de izaje tenemos que considerar las limitaciones que detallaremos a continuación:

- La posición en  $y_h \equiv Y_{t0} l_h$  varía desde -20.0 m (dentro del barco) hasta +40.0 m (sobre el barco/muelle).
- La altura del carro y del sistema de izaje es  $Y_{t0} = +45,0 \ m$
- ullet El despeje mínimo sobre el borde del muelle (sill beam) es  $Y_{sb}=+15,0~m$
- Velocidad máxima  $v_h$ :  $\pm 1.5 \ m/s$  (con carga nominal);  $\pm 3.0 \ m/s$  (sin carga). Esto es para mantenerse dentro de la curva de potencia constante durante el izaje. Ver figura 4.
- Aceleración máxima  $\dot{v}_h$ :  $\pm 0.75~m/s^2$  cargado o sin carga.

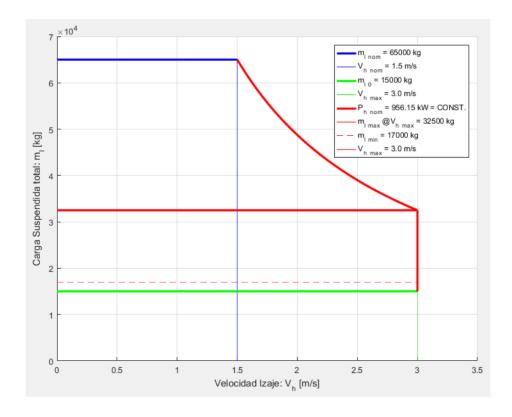


Figura 4: Característica de Potencia Constante - Carga suspendida vs. velocidad izaje.

En base a dichas especificaciones y en la siguiente figura 5 que muestra el modelo físico del sistema de izaje.

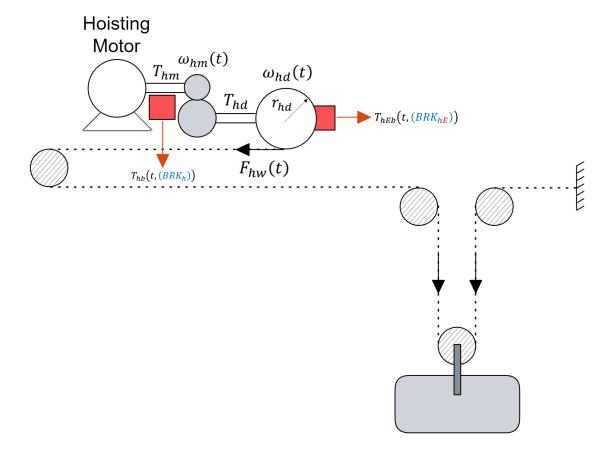


Figura 5: Diseño esquemático del sistema de izaje y frenos.

Si aplicamos la segunda ley de newton para sistemas rotacionales, se obtiene la siguiente ecuación para el eje del motor (eje rápido):

$$J_{hm+hb} \cdot \dot{\omega}_{hm}(t) = T_{hm}(t) + T_{hb}(t, BRK_h) - b_{hm} \cdot \omega_{hm}(t) - T_{hml}(t) \tag{6}$$

Donde:

- $J_{hm+hb}$  es el momento de inercia equivalente del eje rápido (motor, disco de freno de operación y etapa de entrada de la caja reductora).
- $b_{hm}$  es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje rápido.
- $T_{hm}$  es el torque que ejerce el motor sobre el eje rápido. Torque de motorización o frenado regenerativo.
- $T_{hb}$  es el torque que ejerce el disco de freno de operación sobre el eje rápido.
- $T_{hml}$  es el torque que ejerce la etapa de salida de la transmisión y las cargas referidas al eje rápido.

De forma equivalente, podemos plantear el modelo referido al eje del tambor (eje lento). Teniendo en cuenta que  $i_h$  es la relación de reducción entre el eje rápido y el eje lento, podemos decir que  $\omega_{hd} \cdot i_h = \omega_{hm}$  y que  $T_{hd} = i_h \cdot T_{hml}$ . Así obtenemos la siguiente ecuación 7:

$$J_{hd+hEb} \cdot \dot{\omega}_{hd}(t) = T_{hd}(t) + T_{hEb}(t, BRK_{hE}) - b_{hd} \cdot \omega_{hd}(t) - T_{hdl}(t)$$

$$\tag{7}$$

Donde:

- $J_{hd+hEb}$  es el momento de inercia equivalente del eje lento (tambor, disco de freno de emergencia y etapa de salida de la caja reductora).
- $b_{hd}$  es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje lento.
- $T_{hd}$  es el torque que mueve el tambor, referido al eje lento.
- $T_{hEb}$  es el torque que ejerce el disco de freno de emergencia sobre el eje lento.
- $T_{hdl}$  es el torque de carga referido al eje lento.

Además considerando la siguiente ecuación 8 que relaciona la posición ideal que tendría el extremo  $x_h(t)$  en función de la longitud de cable desenrollada  $l_h(t)$ :

$$Y_{t0} - l_h(t) \equiv x_h(t) \Rightarrow -\dot{l_h}(t) = \dot{x}_h(t) \equiv v_h(t) \tag{8}$$

Y si además tenemos en cuenta el radio primitivo del tambor de izaje  $r_{hd}$ , podemos decir que:

$$2 \cdot v_h(t) = r_{hd} \cdot \omega_{hd}(t) \quad ; \quad F_{hw}(t) \cdot r_{hd} = T_{hdl}(t) \tag{9}$$

Si operamos algebraicamente con las ecuaciones 6, 7, 8 y 9. Reemplazando y acomodando términos podemos llegar a la siguiente ecuación 10:

$$2\left(\frac{i_{h}^{2}J_{hm+hb}+J_{hd+hEb}}{r_{hd}^{2}}\right)\ddot{l}_{h} = -\frac{i_{h}(T_{hm}(t)+T_{hb}(t,BRK_{h}))+T_{hEb}(t,BRK_{hE})}{r_{hd}} \dots -2\left(\frac{i_{h}^{2}b_{hm}+b_{hd}}{r_{hd}^{2}}\right)\dot{l}_{h} + F_{hw}$$
(10)

En base a esta ecuación 10 el sistema del izaje queda como se aprecia en la siguiente figura 6:

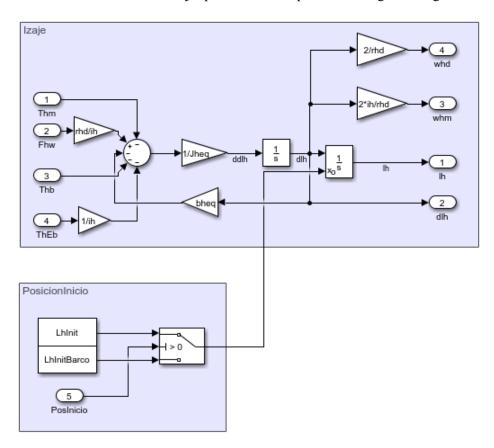


Figura 6: Diagrama de bloques (Simulink) del modelo del izaje.

# 3.4. Análisis de tipos de carga

Previamente vimos que en la ecuación 10, hay un término  $F_{hw}(t)$  que representa la fuerza que experimenta el cable. El sistema de izaje está formado por 4 cables (1 por cada esquina del headblock) pero vamos a considerarlo como uno sólo con un modelo equivalente elástico-amortiguado dado por la siguiente ecuación 11:

$$\begin{cases}
F_{hw}(t) = 2 \cdot K_w \left( l_h(t) \right) \cdot \left( l(t) - l_h(t) \right) + 2 \cdot b_w \left( l_h(t) \right) \cdot \left( \dot{l}(t) - \dot{l}_h(t) \right) & \Leftrightarrow \quad l(t) \ge l_h(t) \\
F_{hw}(t) = 0 & \Leftrightarrow \quad l(t) < l_h(t)
\end{cases}$$
(11)

Donde:

$$K_w(l_h(t)) = \frac{K_{wu}}{2 \cdot l_h(t) + 110 \, m} \quad ; \quad b_w(l_h(t)) = b_{wu} \cdot (2 \cdot l_h(t) + 110 \, m) \tag{12}$$

Si tenemos en cuenta el tipo de carga al que puede estar sometido el cable, podemos tener en consideración 3 casos con diferentes límites. Los mismos son:

- Vacío: sólo se considera la masa de Spreader + Headblock (sin container).  $m_{l0}=15000\ Kg$
- Carga suspendida: esto es la masa  $m_{l0}$  más el peso del contenedor. La masa total varía según el peso del contenedor entre:

Máxima o nominal:  $m_l = 65000 \ Kg$ .

**Mínima:** Con contenedor vacío de 2000 Kg. Masa total  $m_{min} = 17000 \ Kg$ .

**Intermedio:** Es un estado intermedio entre los anteriores  $m_{min} < m_x < m_{max}$ .

• Carga apoyada: Este es un caso particular que representa el estado de operación con carga no suspendida.

Algo más a tener en cuenta es que cuando la carga está apoyada hay una reacción de vínculo elástico (sin deformación plástica), entre la carga y el suelo. Osea hay una compresión debido a la gravedad  $g=9,80665~\frac{m}{s^2}$ . Para modelar este comportamiento se consideraron los siguientes parámetros:

- Rigidez y coeficiente de fricción vertical (compresión):  $K_{cy}=1.8\cdot 10^9 \, \frac{N}{m} \, \mathrm{y} \, b_{cy}=1.0\cdot 10^7 \, \frac{N}{m/s}$
- Coeficiente de fricción horizontal (arrastre):  $b_{cx} = 1.0 \cdot 10^6 \, \frac{N}{m/s}$

## 3.4.1. Análisis con carga suspendida

Con lo visto previamente ya sabemos que, el cable equivalente no soporta compresión. Ya que en tal caso se doblaría. Por ende, si se denomina l(t) a la longitud del cable fuera del tambor estirado y  $l_h(t)$  a la longitud del cable desenrollado sin estar sometido a ninguna fuerza.

Además si consideramos pequeñas deformaciones, dentro del límite elástico. Es válida la Ley de Hooke para sistemas amortiguados. Es decir, que la fuerza que experimenta el cable es proporcional a la deformación del mismo según la ecuación 11.

Entonces, si analizamos la siguiente imagen 7 podemos ver que la longitud del cable l(t) es mayor que la longitud del cable desenrollado  $l_h(t)$  cuando la carga está suspendida. Por lo tanto, la fuerza que experimenta el cable es positiva y el sistema de izaje se estira. En el caso contrario, la fuerza del cable es nula.

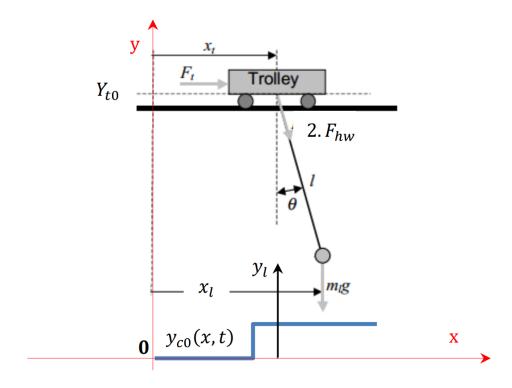


Figura 7: Sistema de izaje con carga suspendida.

En base a este modelo podemos plantear la siguiente ecuación 13 que representa un cambio de coordenadas globales a locales de movimiento.

$$\begin{cases} x_l(t) = x_t(t) + l(t) \cdot \sin(\theta(t)) \\ y_l(t) = Y_{t0} - l(t) \cdot \cos(\theta(t)) \end{cases}$$
(13)

Dicha ecuación también se puede expresar como:

$$\begin{cases} l(t) = \sqrt{(x_l(t) - x_t(t))^2 + (Y_{t0} - y_l(t))^2} \\ \theta(t) = \arctan\left(\frac{x_l(t) - x_t(t)}{Y_{t0} - y_l(t)}\right) \end{cases}$$
(14)

Y cuyo gráfico se muestra en la figura 8.

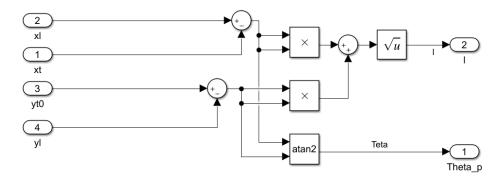


Figura 8: Gráfico de la ecuación 14.

La dinámica del sistema se puede expresar como la siguiente ecuación 15, sólo para carga suspendida donde  $y_l(t) - h_c(TLK) > y_{c0}(x, y)$ :

$$\begin{cases} m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{xl}(t) = -2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) \\ m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{yl}(t) = 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \cos(\theta(t)) - m_l(TLK) \cdot g \end{cases}$$
(15)

#### 3.4.2. Análisis con carga apoyada

Si en cambio no encontramos en la condición de la carga apoyada, es decir,  $y_l(t) - h_c(TLK) \ge y_{c0}(x, y)$ , entonces la ecuación 15 queda como la siguiente ecuación 16:

$$\begin{cases}
m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{xl}(t) = -2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) - b_{cx} \cdot v_{xl}(t) \\
m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{yl}(t) = 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \cos(\theta(t)) - m_l(TLK) \cdot g + K_{cy} \left( y_{c0}(x, t) - y_l(t) + h_c(TLK) \right) - b_{cy} \cdot v_{yl}(t)
\end{cases}$$
(16)

De esta forma, obtenemos que el diagrama que representa las ecuaciones 15, 16, 11 y 12 es el siguiente:



Figura 9: Diagrama de la dinámica del sistema.

Donde si además consideramos las ecuaciones 13 y 14, obtenemos el siguiente diagrama:

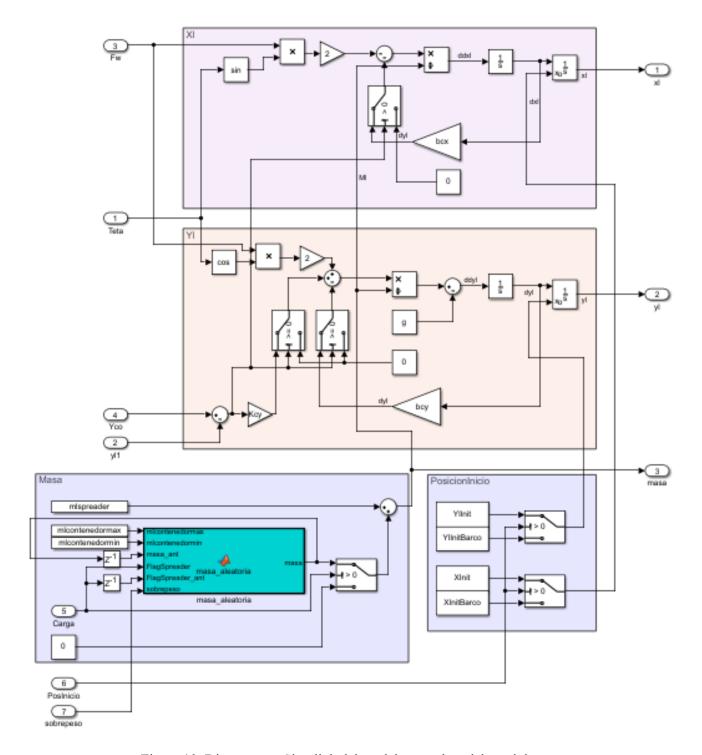


Figura 10: Diagrama en Simulink del modelo completo del pendulo.

Llegados a este punto, procedemos a unir los siguientes modelos físicos dando lugar al modelo de la planta que se muestra en la figura 11.

- Carro 3.2
- Izaje 3.3
- Carga 3.4

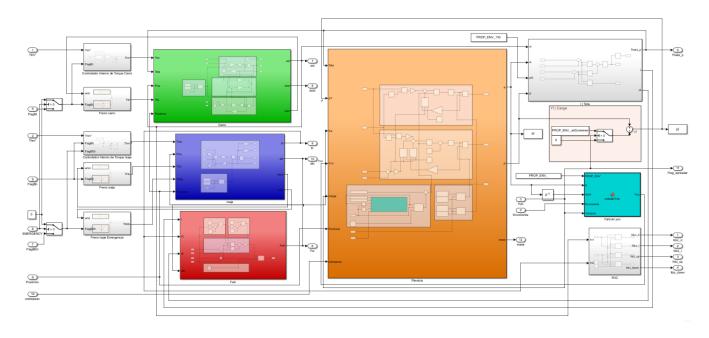


Figura 11: Diagrama en Simulink del modelo completo del pendulo.

# 4. Sistemas de control

- 4.1. Nivel 2 Controladores de movimiento
- 4.1.1. Controlador de posición del carro
- 4.1.2. Controlador del izaje de la carga
- 4.1.3. Controlador del péndulo (ángulo de balanceo de la carga)
- 4.2. Nivel 1 Control supervisor
- 4.3. Nivel 0 Control de seguridad
- 5. Simulación
- 6. Implementación en CODESYS
- 7. Pruebas finales. Servidor OPC UA.
- 8. Resultados
- 9. Conclusiones
- 10. Referencias

# FIN DOCUMENTO

# 11. Referencias

- [1] Apuntes de cátedra. Automática y Maquinas Eléctricas. Profesor Ing. Gabriel Julián.
- [2] Ingeniería de Control Moderna, 5ta edición, Katsuhiko Ogata, 2010.
- [3] Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, 3° Ed. Krause, P. et al.
- [4] Guía del Proyecto Global Integrador. Automática y Maquinas Eléctricas. Profesor Ing. Gabriel Julián