

Proyecto Global Integrador: Control Semi-Automático Coordinado de Grúa Portuaria de Muelle tipo Pórtico

Guarise Renzo
Trubiano Lucas
Profesor: Ing. Gabriel L. Julián

Autómatas y Control Discreto
Ingeniería Mecatrónica
Universidad Nacional de Cuyo - Facultad de Ingeniería

24 de marzo de 2023

Resumen

Este informe presenta el proyecto de un control semi-automático coordinado de una grúa portuaria de muelle tipo pórtico, desarrollado con Matlab, Simulink y CODESYS. El objetivo del proyecto es diseñar un sistema de control multinivel (Nivel 0, 1 y 2) que permita la coordinación entre las distintas funciones de la grúa, mejorando la eficiencia y seguridad en la carga y descarga de contenedores en el puerto.

Para esto consideraremos unas simplificaciones en el sistema físico; en primer lugar vamos a suponer un movimiento en 2 dimensiones x e y , tanto del contenedor como del carro; consideramos que luego este movimiento se replicaría en cada carril; en segundo lugar para moverse en el plano tendremos en cuenta 2 tipos de movimiento uno de avance/retroceso del carro y otro de izaje del cable, lo que un movimiento de tipo péndulo del contenedor. Dichas simplificaciones sirven para el planteo del modelo matemático y físico de la planta.

Las fases de desarrollo del proyecto se dividen en 2, “Model-in-the-loop” y “Software-in-the-loop”. La primera consta de usar Matlab, Simulink y Stateflow para construir un modelo del sistema y el sistema de control, y realizar pruebas y simulaciones para determinar el correcto funcionamiento de los mismos. Luego la segunda etapa consta de llevar la lógica del autómata a un entorno estandarizado como CODESYS (según norma IEC 61131-3) y realizar una prueba conjunta con comunicación por protocolo OPC UA para verificar el correcto funcionamiento del proyecto.

1. Introducción

Una de las formas más comunes de comercializar y mover productos y/o materias primas en grandes cantidades es a través de contenedores en barcos. Esto se ha difundido de tal forma en el mundo que los puertos son muy comunes y claves para las economías de los países. En estos puertos se mueven grandes cantidades de contenedores, en tiempos muy reducidos para aumentar la eficiencia, y teniendo en cuenta que son objetos pesados hay que manipularlos con una precisión y seguridad que no es fácil de lograr. Para esto se utilizan grúas que son semi-automáticas, es decir, tramos con operación manual y tramos con operación automática. A estas grúas se les dota de sistemas de control lo suficientemente robustos o a prueba de fallas.

Para resolver este problema lo primero es realizar el modelado físico que, por simplificación, consta de un carro en la parte superior que se mueve en dirección horizontal. Y del mismo cuelga un cable que sostiene el contenedor, este cable se puede izar, de tal forma que, también simplificando el modelo, el sistema queda como el de un carrito con un péndulo de longitud variable. Del extremo del cable cuelga un “spreader” que sostiene el contenedor y esto conforma la carga del péndulo o del cable.

Luego de resolver el modelado físico-matemático del sistema procedemos a desarrollar un autómatas que tiene funciones de control y seguridad y está formado por 3 niveles:

- **Nivel 2:** Este controlador está compuesto por otros dos controladores de estados continuos en tiempo discretizado (controles de lazo cerrado), reciben las consignas del controlador superior (Nivel 1) separado por 2 consignas, una de izaje y otra de traslación. Y en base a eso hace un control genérico de 4 cuadrantes sobre los accionamientos electromecánicos. Los controles son PID de movimiento con modulador de torque para izaje y traslación, y control tipo PD para el balanceo.
- **Nivel 1:** Es un controlador de estados discretos que es activado por eventos. Su estructura es jerárquica y concurrente para una mejor performance de las trayectorias.
- **Nivel 0:** Este nivel es un control también de estados discretos y activado por eventos, que se encarga de detectar condiciones de operación para proteger al sistema y asegurar la confiabilidad del mismo o actuar en casos de fallas y/o colisiones.

Estos controladores de los 3 niveles fueron desarrollados primero en Stateflow (componente de Matlab) para facilitar el desarrollo, testeo y simulación de su funcionamiento; ya que este es fácil de integrar con Matlab y Simulink en tiempo real. Así cuando se verificó que estaba bien desarrollado y cumplía con los requerimientos se implementó esa misma lógica en el entorno de desarrollo industrial CODESYS, siguiendo la norma IEC61131.

2. Desarrollo

Como se mencionó anteriormente, el desarrollo de cualquier proyecto requiere un enfoque sistemático y riguroso, y este proyecto no es una excepción. Para garantizar un resultado exitoso, lo primero que se debe hacer es obtener un **modelo físico-matemático** preciso y detallado que permita modelar y simular el sistema de la grúa de la forma más exacta posible, teniendo en cuenta las simplificaciones e hipótesis necesarias para hacer el modelo que mejor represente nuestro sistema.

Una vez que se tiene este modelo, es hora de avanzar al siguiente paso crítico: diseñar y optimizar el **sistema de control**. Este sistema de control es el corazón del proyecto, y se encarga de garantizar que la grúa se mueva con precisión y seguridad en todo momento. Para hacer esto, se deben llevar a cabo simulaciones exhaustivas para identificar y resolver cualquier problema potencial antes de pasar al siguiente paso.

Con el sistema de control diseñado y optimizado, es hora de pasar a la fase de prueba. Aquí, el autómata se convierte en código usando la plataforma de programación **CODESYS** y se simula el funcionamiento completo del sistema. Se evalúan el rendimiento y la precisión del sistema en condiciones de operación, y se realiza una evaluación rigurosa para garantizar que el sistema cumpla con todas las especificaciones requeridas.

Finalmente, se presentan los **resultados** obtenidos y las **conclusiones** finales. Aquí se discuten los logros del proyecto, se identifican las lecciones aprendidas y se destacan los aspectos a mejorar.

3. Modelado del sistema

El sistema se compone de dos movimientos fundamentales, el **sistema de traslación horizontal (carro)**, y el **sistema movimiento vertical (izaje)**. Vamos a desarrollar las ecuaciones de ambos sistemas por separado y luego veremos cómo esos movimientos se combinan para dar como resultado las ecuaciones de movimiento del contenedor en el **plano x-y**.

3.1. Hipotesis

El sistema planteado es de una complejidad considerable, por lo cuál, para los fines académicos vamos a plantear una serie de simplificaciones o consideraciones sobre el modelo:

- Consideraremos la estructura del pórtico como completamente rígida.
- El carro que se desliza sobre la estructura, tiene un desplazamiento puramente horizontal y sin resbalamiento.
- Los mecanismos de transmisión del carro se consideran rígidos.
- Un único cable de acero equivalente de carro siempre tensado (tracción), con elasticidad longitudinal amortiguada.
- Asumimos mecanismo equivalente (1 tambor con 1 freno de emergencia, 1 motor con 1 freno) con transmisión rígida.
- Un cable de acero equivalente de izaje, con masa propia despreciable, elástico sólo a tracción (no soporta compresión).
- Vamos a suponer que no existen efectos externos sobre el carro ni la carga. Es decir, no hay efectos aerodinámicos al chocar con el viento.
- El sistema está sometido a la acción de la aceleración de la gravedad, que se aplica verticalmente sobre la carga. Y también a la interacción de contacto o apoyo de la carga o spreader sobre el suelo.

3.2. Sistema de traslación del carro

Comencemos por el primer sistema de movimiento. Respecto del carro que se mueve en dirección horizontal, debemos tener en cuenta las siguientes especificaciones:

- La posición x_t varía desde $-30,0\text{ m}$ (en el muelle) hasta $+50,0\text{ m}$ (en el barco).
- La velocidad máxima v_t es de $4,0\text{ m/s}$ (con o sin carga).
- La aceleración máxima \dot{v}_t es de $0,8\text{ m/s}^2$ (con o sin carga).

El carro se mueve sobre los rieles en la parte superior de la grúa en dirección horizontal, eje x, como se muestra en la figura 1 en donde se esquematizan dichas referencias.



Figura 1: Sistema de referencia de los ejes x e y de la grúa.

Luego si analizamos la siguiente figura 2 donde se esquematiza el sistema del carro, cable de carro y sistema de transmisión. Podemos ver que el carro se mueve sobre los rieles con un movimiento de rodadura pura (rotación sin deslizamiento), y que el sistema de transmisión del carro se compone de un motor, una caja reductora, un tambor y un freno.



Figura 2: Diseño esquemático del sistema del carro.

A partir de esto podemos deducir la siguiente ecuación 1, que representa el movimiento del carro:

$$M_t \cdot \dot{v}_t(t) = F_{tw}(t) - b_t \cdot v_t(t) + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) \quad (1)$$

Donde:

- M_t es la masa equivalente del carro, ruedas, etc.
- b_t es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del carro.
- x_t , v_t y \dot{v}_t son la posición, velocidad y aceleración del carro respectivamente.
- F_{tw} es la fuerza de tracción del cable de carro.
- F_{hw} es la fuerza que ejerce el cable de izaje sobre el carro (por la acción de la gravedad sobre la carga).

Además la fuerza F_{tw} es la que ejerce el cable de carro sobre el carro, y se puede expresar según la ecuación 2:

$$F_{tw}(t) = K_{tw} (x_{td}(t) - x_t(t)) + b_{tw} (v_{td}(t) - v_t(t)) \quad (2)$$

Donde:

- K_{tw} es la rigidez equivalente total a tracción del cable tensado de carro.
- b_{tw} es la fricción interna o amortiguamiento total del cable tensado de carro.

Si tenemos en cuenta el radio primitivo del tambor r_{td} y las relaciones $v_{td}(t) = r_{td} \cdot \omega_{td}(t)$; $F_{tw}(t) \cdot r_{td} = T_{tdl}(t)$. Podemos expresar la ecuación 1 referida al eje lento del tambor, como se muestra en la ecuación 3:

$$J_{td} \cdot \dot{\omega}_{td}(t) = T_{td}(t) - b_{td} \cdot \omega_{td}(t) - T_{tdl}(t) \quad (3)$$

Donde:

- J_{td} es la inercia equivalente del eje lento (tambor y etapa de salida de la caja reductora).
- b_{td} es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje lento.
- T_{td} es el torque de tracción del motor sobre el eje lento (a través de la caja reductora).
- T_{tdl} es el torque que ejerce el cable de carro sobre el tambor del eje lento.

Y teniendo en cuenta la relación de transmisión entre el motor y el tambor, i_t , y también las siguientes relaciones $\omega_{td}(t) \cdot i_t = \omega_{tm}(t)$; $T_{td}(t) = i_t \cdot T_{tml}(t)$. Podemos expresar la ecuación 3 referida al eje rápido del motor, como se muestra en la ecuación 4:

$$J_{tm+tb} \cdot \dot{\omega}_{tm}(t) = T_{tm}(t) + T_{tb}(t, BRK_t) - b_{tm} \cdot \omega_{tm}(t) - T_{tml}(t) \quad (4)$$

Donde:

- J_{tm+tb} es el momento de inercia equivalente del eje rápido (motor, disco de freno de operación y etapa de entrada de la caja reductora).
- b_{tm} es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje rápido.
- T_{tb} es el torque del freno sobre el eje rápido.
- T_{tm} es el torque que ejerce el motor sobre el eje rápido.
- T_{tml} es el torque que ejerce la etapa de salida de la transmisión sobre el eje rápido.

Si tenemos en cuenta las ecuaciones 1, 3 y 4. Y las reemplazamos y operamos algebraicamente, podemos obtener la ecuación 5 que representa el movimiento del carro:

$$M_t \cdot \dot{v}_t(t) = \frac{T_{tm}(t) \cdot i_t}{r_{td}} + \frac{T_{tb}(t, BRK_t) \cdot i_t}{r_{td}} - \frac{(b_{td} + b_{tm} \cdot i_t^2)}{r_{td}^2} \cdot v_{td} - \frac{(J_{td} + J_{tm+tb} \cdot i_t^2)}{r_{td}^2} \cdot \dot{v}_{td} \dots \quad (5)$$

$$\dots - b_t \cdot v_t + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t))$$

En base a las ecuaciones 5 y 2 el diagrama de bloques en Simulink del modelo del carro queda como se aprecia en la siguiente figura 3:

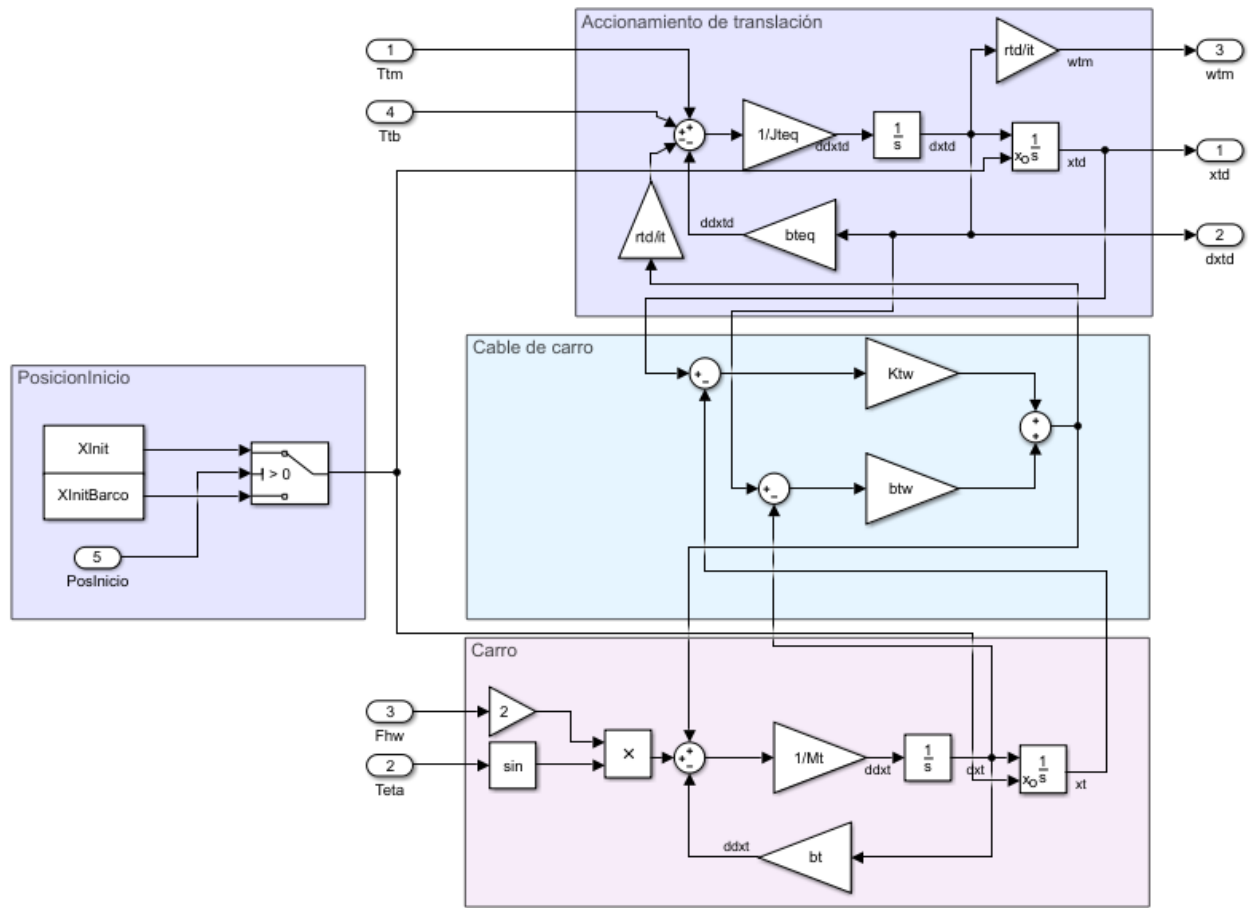


Figura 3: Diagrama de bloques (Simulink) del modelo del carro.

3.3. Sistema de izaje de la carga

Para el modelado del sistema de izaje tenemos que considerar las limitaciones que detallaremos a continuación:

- La posición en $y_h \equiv Y_{t0} - l_h$ varía desde $-20,0 \text{ m}$ (dentro del barco) hasta $+40,0 \text{ m}$ (sobre el barco/muelle).
- La altura del carro y del sistema de izaje es $Y_{t0} = +45,0 \text{ m}$
- El despeje mínimo sobre el borde del muelle (sill beam) es $Y_{sb} = +15,0 \text{ m}$
- Velocidad máxima v_h : $\pm 1,5 \text{ m/s}$ (con carga nominal); $\pm 3,0 \text{ m/s}$ (sin carga). Esto es para mantenerse dentro de la curva de potencia constante durante el izaje. Ver figura 4.
- Aceleración máxima \dot{v}_h : $\pm 0,75 \text{ m/s}^2$ cargado o sin carga.

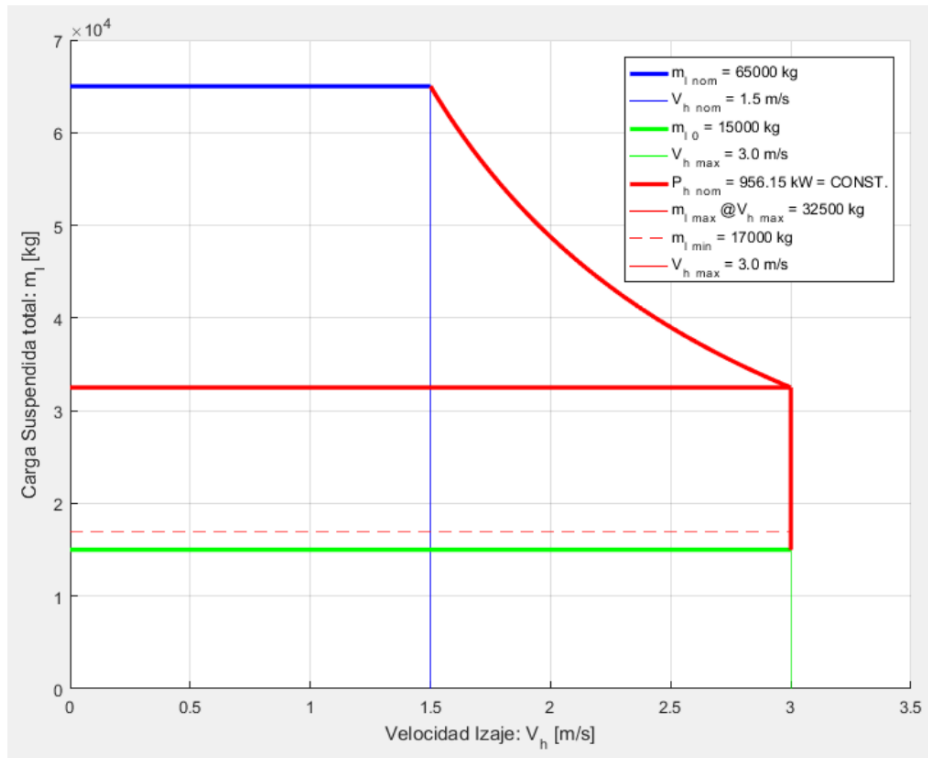


Figura 4: Característica de Potencia Constante - Carga suspendida vs. velocidad izaje.

En base a dichas especificaciones y en la siguiente figura 5 que muestra el modelo físico del sistema de izaje.

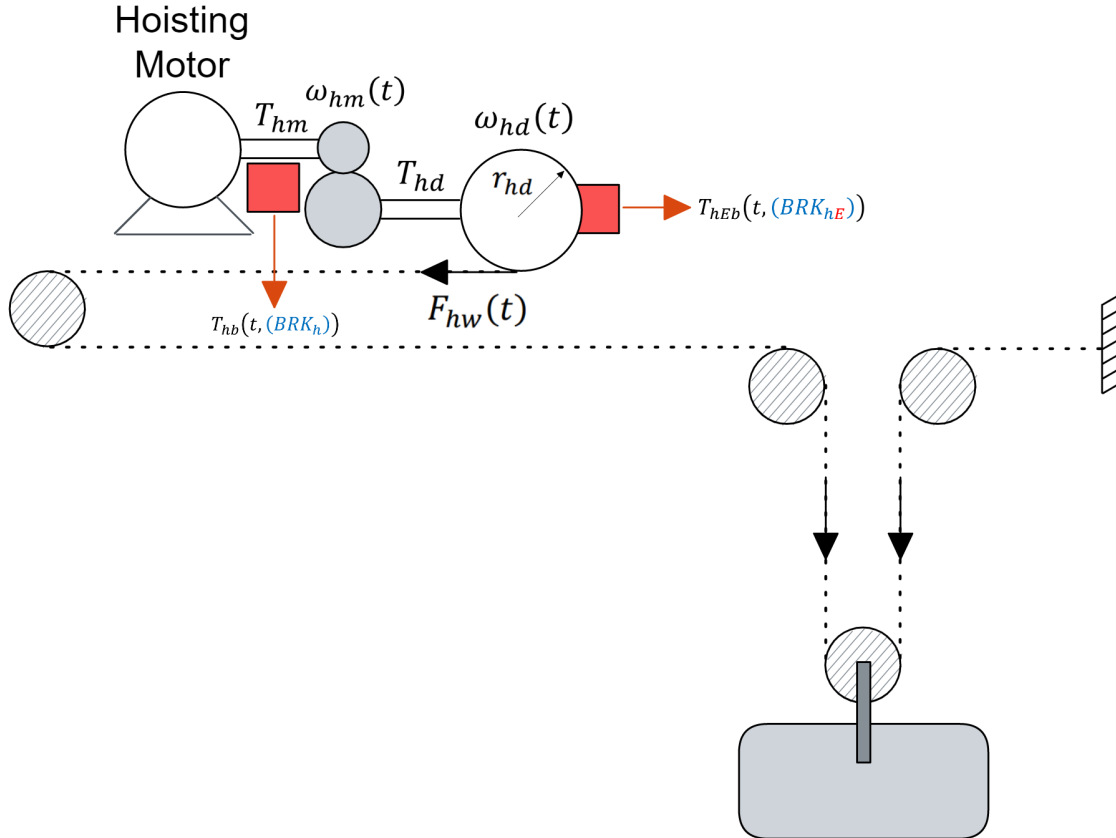


Figura 5: Diseño esquemático del sistema de izaje y frenos.

Si aplicamos la segunda ley de newton para sistemas rotacionales, se obtiene la siguiente ecuación para el eje del motor (eje rápido):

$$J_{hm+hb} \cdot \dot{\omega}_{hm}(t) = T_{hm}(t) + T_{hb}(t, BRK_h) - b_{hm} \cdot \omega_{hm}(t) - T_{hml}(t) \quad (6)$$

Donde:

- J_{hm+hb} es el momento de inercia equivalente del eje rápido (motor, disco de freno de operación y etapa de entrada de la caja reductora).
- b_{hm} es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje rápido.
- T_{hm} es el torque que ejerce el motor sobre el eje rápido. Torque de motorización o frenado regenerativo.
- T_{hb} es el torque que ejerce el disco de freno de operación sobre el eje rápido.
- T_{hml} es el torque que ejerce la etapa de salida de la transmisión y las cargas referidas al eje rápido.

De forma equivalente, podemos plantear el modelo referido al eje del tambor (eje lento). Teniendo en cuenta que i_h es la relación de reducción entre el eje rápido y el eje lento, podemos decir que $\omega_{hd} \cdot i_h = \omega_{hm}$ y que $T_{hd} = i_h \cdot T_{hml}$. Así obtenemos la siguiente ecuación 7:

$$J_{hd+hEb} \cdot \dot{\omega}_{hd}(t) = T_{hd}(t) + T_{hEb}(t, BRK_{hE}) - b_{hd} \cdot \omega_{hd}(t) - T_{hdl}(t) \quad (7)$$

Donde:

- J_{hd+hEb} es el momento de inercia equivalente del eje lento (tambor, disco de freno de emergencia y etapa de salida de la caja reductora).
- b_{hd} es el coeficiente de fricción viscosa equivalente del eje lento.
- T_{hd} es el torque que mueve el tambor, referido al eje lento.
- T_{hEb} es el torque que ejerce el disco de freno de emergencia sobre el eje lento.
- T_{hdl} es el torque de carga referido al eje lento.

Además considerando la siguiente ecuación 8 que relaciona la posición ideal que tendría el extremo $x_h(t)$ en función de la longitud de cable desenrollada $l_h(t)$:

$$Y_{t0} - l_h(t) \equiv x_h(t) \Rightarrow -\dot{l}_h(t) = \dot{x}_h(t) \equiv v_h(t) \quad (8)$$

Y si además tenemos en cuenta el radio primitivo del tambor de izaje r_{hd} , podemos decir que:

$$2 \cdot v_h(t) = r_{hd} \cdot \omega_{hd}(t) \quad ; \quad F_{hw}(t) \cdot r_{hd} = T_{hdl}(t) \quad (9)$$

Si operamos algebraicamente con las ecuaciones 6, 7, 8 y 9. Reemplazando y acomodando términos podemos llegar a la siguiente ecuación 10:

$$2 \left(\frac{i_h^2 J_{hm+hb} + J_{hd+HEb}}{r_{hd}^2} \right) \ddot{l}_h = - \frac{i_h (T_{hm}(t) + T_{hb}(t, BRK_h)) + T_{HEb}(t, BRK_{hE})}{r_{hd}} \dots$$

$$\dots - 2 \left(\frac{i_h^2 b_{hm} + b_{hd}}{r_{hd}^2} \right) \dot{l}_h + F_{hw}$$
(10)

En base a esta ecuación 10 el sistema del izaje queda como se aprecia en la siguiente figura 6:

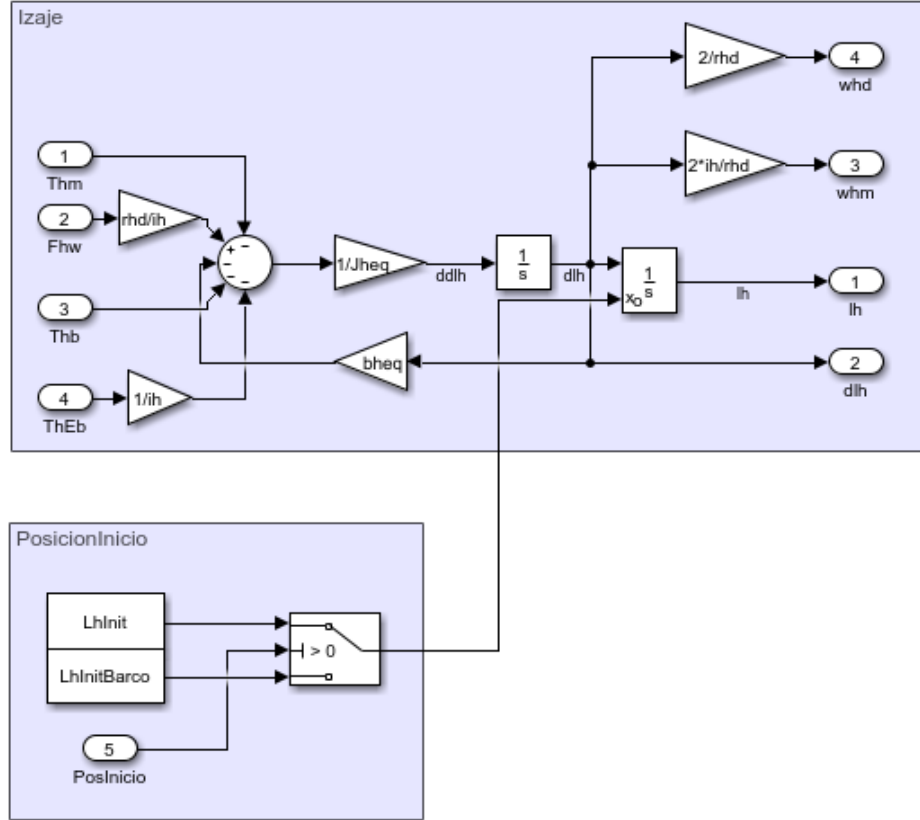


Figura 6: Diagrama de bloques (Simulink) del modelo del izaje.

3.4. Análisis de tipos de carga

Previamente vimos que en la ecuación 10, hay un término $F_{hw}(t)$ que representa la fuerza que experimenta el cable. El sistema de izaje está formado por 4 cables (1 por cada esquina del headblock) pero vamos a considerarlo como uno sólo con un modelo equivalente elástico-amortiguado dado por la siguiente ecuación 11:

$$\begin{cases} F_{hw}(t) = 2 \cdot K_w(l_h(t)) \cdot (l(t) - l_h(t)) + 2 \cdot b_w(l_h(t)) \cdot (\dot{l}(t) - \dot{l}_h(t)) & \Leftrightarrow l(t) \geq l_h(t) \\ F_{hw}(t) = 0 & \Leftrightarrow l(t) < l_h(t) \end{cases} \quad (11)$$

Donde:

$$K_w(l_h(t)) = \frac{K_{wu}}{2 \cdot l_h(t) + 110 \text{ m}} \quad ; \quad b_w(l_h(t)) = b_{wu} \cdot (2 \cdot l_h(t) + 110 \text{ m}) \quad (12)$$

Si tenemos en cuenta el tipo de carga al que puede estar sometido el cable, podemos tener en consideración 3 casos con diferentes límites. Los mismos son:

- **Vacío:** sólo se considera la masa de Spreader + Headblock (sin container). $m_{l0} = 15000 \text{ Kg}$
- **Carga suspendida:** esto es la masa m_{l0} más el peso del contenedor. La masa total varía según el peso del contenedor entre:
 - Máxima o nominal:** $m_l = 65000 \text{ Kg}$.
 - Mínima:** Con contenedor vacío de 2000 Kg . Masa total $m_{min} = 17000 \text{ Kg}$.
 - Intermedio:** Es un estado intermedio entre los anteriores $m_{min} < m_x < m_{max}$.
- **Carga apoyada:** Este es un caso particular que representa el estado de operación con carga no suspendida.

Algo más a tener en cuenta es que cuando la carga está apoyada hay una reacción de vínculo elástico (sin deformación plástica), entre la carga y el suelo. Osea hay una compresión debido a la gravedad $g = 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Para modelar este comportamiento se consideraron los siguientes parámetros:

- Rigidez y coeficiente de fricción vertical (compresión): $K_{cy} = 1,8 \cdot 10^9 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ y $b_{cy} = 1,0 \cdot 10^7 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$
- Coeficiente de fricción horizontal (arrastre): $b_{cx} = 1,0 \cdot 10^6 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}$

3.4.1. Análisis con carga suspendida

Con lo visto previamente ya sabemos que, el cable equivalente no soporta compresión. Ya que en tal caso se doblaría. Por ende, si se denomina $l(t)$ a la longitud del cable fuera del tambor estirado y $l_h(t)$ a la longitud del cable desenrollado sin estar sometido a ninguna fuerza.

Además si consideramos pequeñas deformaciones, dentro del límite elástico. Es válida la Ley de Hooke para sistemas amortiguados. Es decir, que la fuerza que experimenta el cable es proporcional a la deformación del mismo según la ecuación 11.

Entonces, si analizamos la siguiente imagen 7 podemos ver que la longitud del cable $l(t)$ es mayor que la longitud del cable desenrollado $l_h(t)$ cuando la carga está suspendida. Por lo tanto, la fuerza que experimenta el cable es positiva y el sistema de izaje se estira. En el caso contrario, la fuerza del cable es nula.

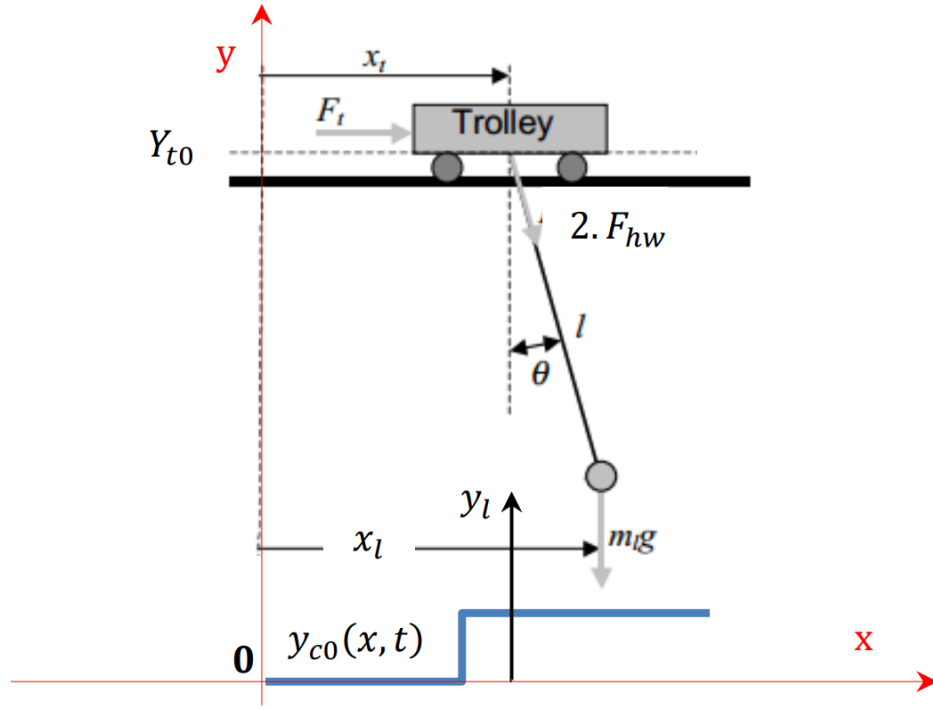


Figura 7: Sistema de izaje con carga suspendida.

En base a este modelo podemos plantear la siguiente ecuación 13 que representa un cambio de coordenadas globales a locales de movimiento.

$$\begin{cases} x_l(t) = x_t(t) + l(t) \cdot \sin(\theta(t)) \\ y_l(t) = Y_{t0} - l(t) \cdot \cos(\theta(t)) \end{cases} \quad (13)$$

Dicha ecuación también se puede expresar como:

$$\begin{cases} l(t) = \sqrt{(x_l(t) - x_t(t))^2 + (Y_{t0} - y_l(t))^2} \\ \theta(t) = \arctan\left(\frac{x_l(t) - x_t(t)}{Y_{t0} - y_l(t)}\right) \end{cases} \quad (14)$$

Y cuyo gráfico se muestra en la figura 8.

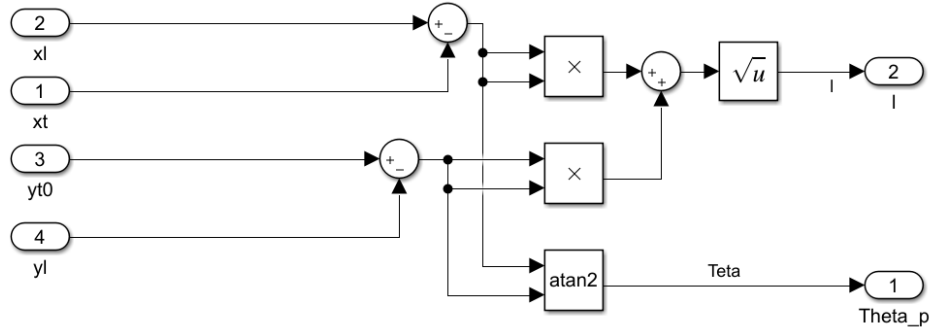


Figura 8: Gráfico de la ecuación 14.

La dinámica del sistema se puede expresar como la siguiente ecuación 15, sólo para carga suspendida donde $y_l(t) - h_c(TLK) > y_{c0}(x, y)$:

$$\begin{cases} m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{xl}(t) = -2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) \\ m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{yl}(t) = 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \cos(\theta(t)) - m_l(TLK) \cdot g \end{cases} \quad (15)$$

3.4.2. Análisis con carga apoyada

Si en cambio no encontramos en la condición de la carga apoyada, es decir, $y_l(t) - h_c(TLK) \geq y_{c0}(x, y)$, entonces la ecuación 15 queda como la siguiente ecuación 16:

$$\begin{cases} m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{xl}(t) = -2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) - b_{cx} \cdot v_{xl}(t) \\ m_l(TLK) \cdot \dot{v}_{yl}(t) = 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \cos(\theta(t)) - m_l(TLK) \cdot g + K_{cy} (y_{c0}(x, t) - y_l(t) + h_c(TLK)) - b_{cy} \cdot v_{yl}(t) \end{cases} \quad (16)$$

De esta forma, obtenemos que el diagrama que representa las ecuaciones 15, 16, 11 y 12 es el siguiente:

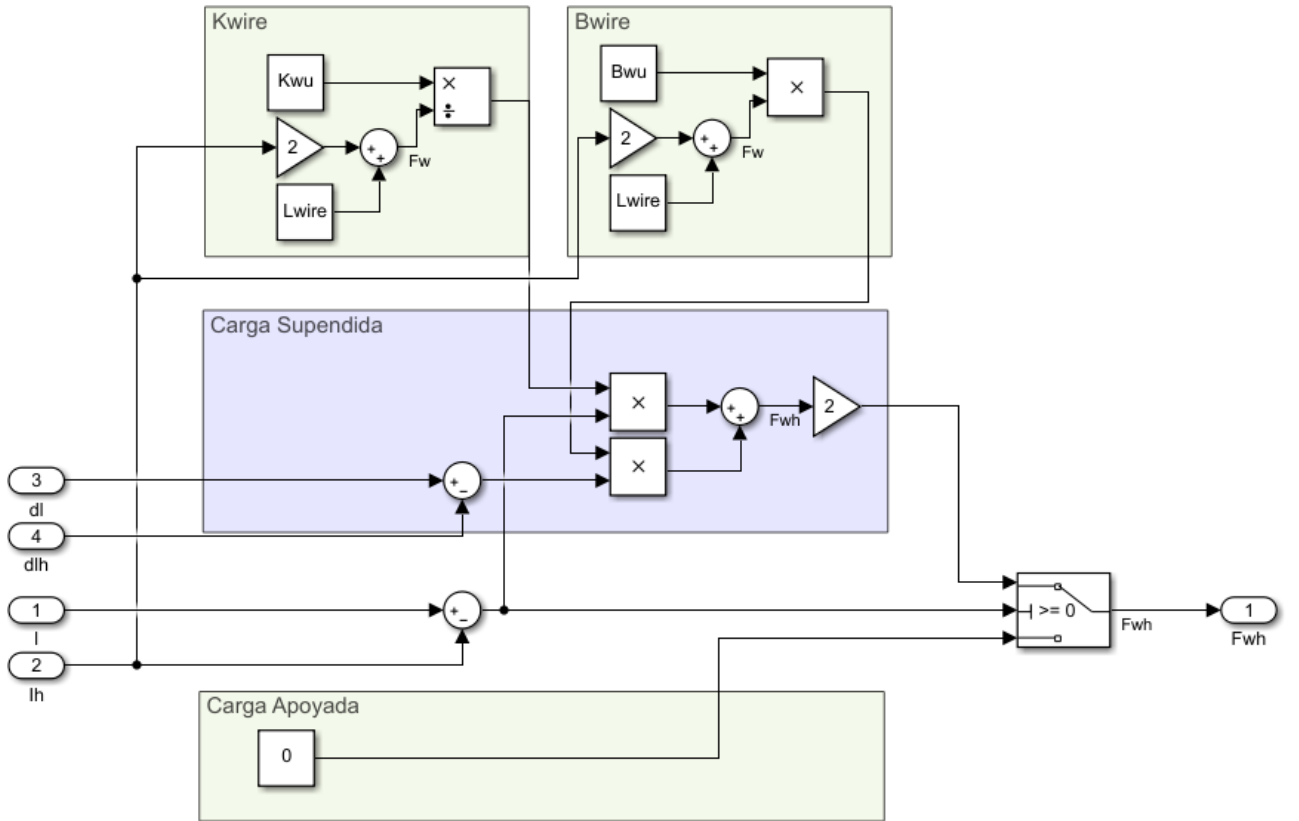


Figura 9: Diagrama de la dinámica del sistema.

Donde si además consideramos las ecuaciones 13 y 14, obtenemos el siguiente diagrama:

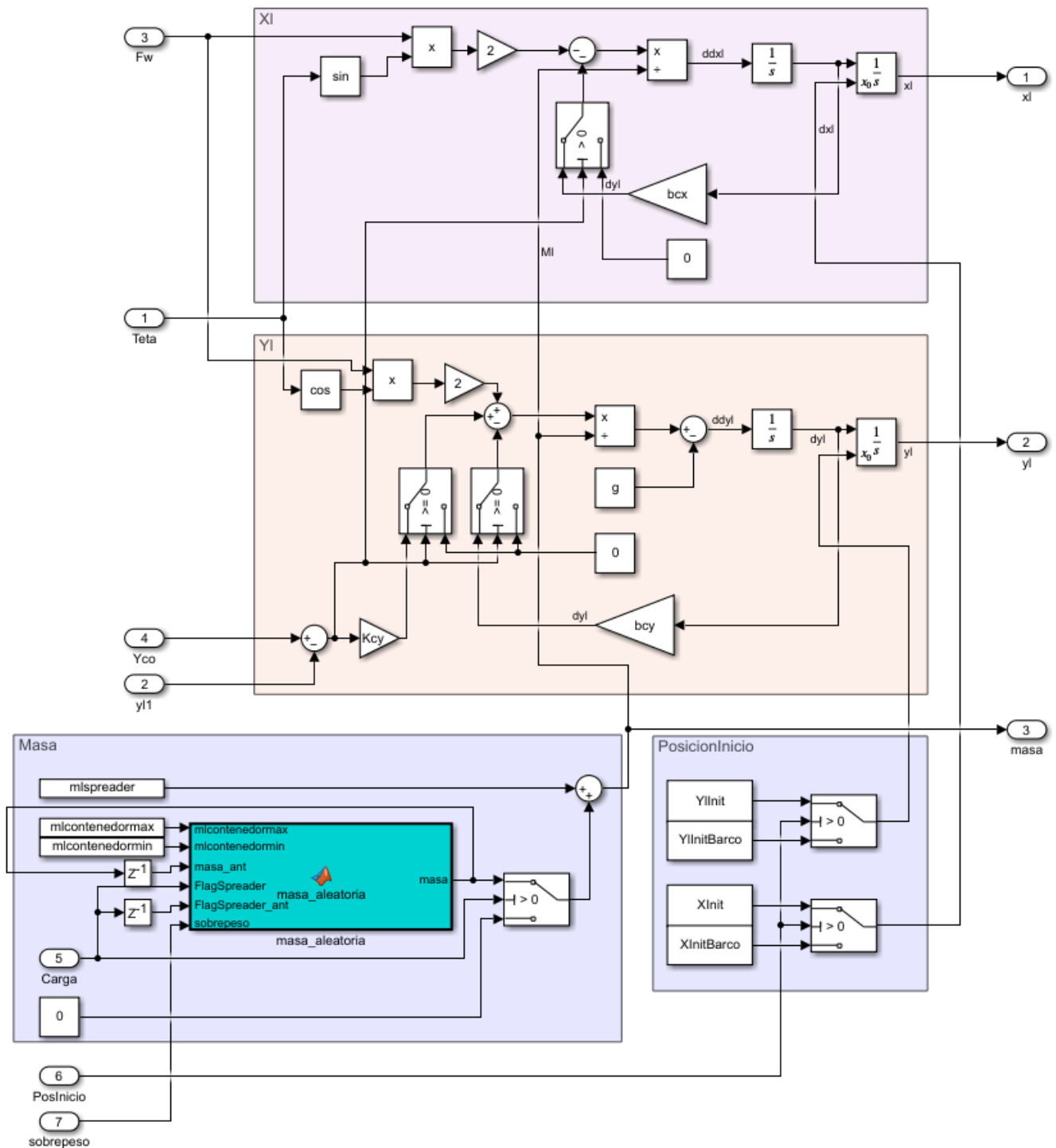


Figura 10: Diagrama en Simulink del modelo completo del pendulo.

Llegados a este punto, procedemos a unir los siguientes modelos físicos dando lugar al modelo de la planta que se muestra en la figura 11.

- Carro [3.2](#)
- Izaje [3.3](#)
- Carga [3.4](#)

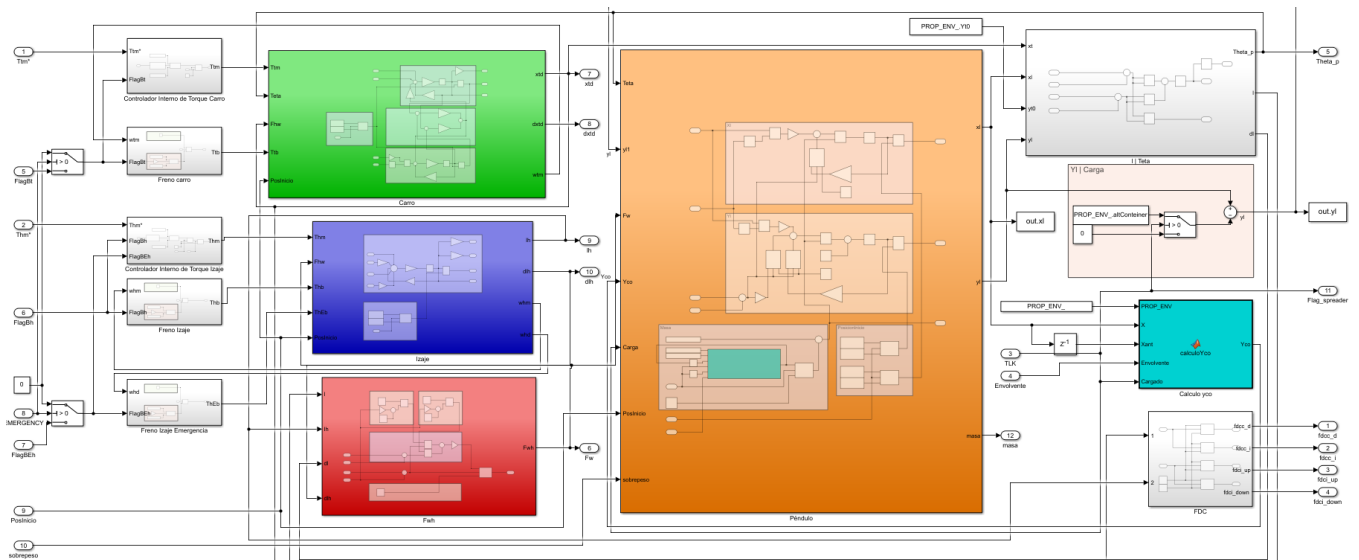


Figura 11: Diagrama en Simulink del modelo completo del pendulo.

4. Sistemas de control

Tal como se explicó anteriormente, el sistema físico a controlar consta de 2 movimientos principales: el de traslación del carro (horizontal, eje x) y el de izaje de la carga (vertical, eje y). Hay que tener en cuenta que ambos movimientos están acoplados ya que el sistema de izaje se desplaza junto con el movimiento del carro. Y además la carga (spreader y contenedor) se balancea, suspendida del carro que la traslada mediante los cables de izaje. Para poder controlar de forma eficiente estos movimientos se consideran los siguientes niveles de control para un autómata híbrido de control:

- **Nivel 0:** Este es el control de seguridad que consiste en un autómata reducido y confiable, que es el encargado de actuar o accionar ante falla crítica de niveles inferiores y/o riesgo de seguridad.
- **Nivel 1:** Este es el control supervisor global y es un control de estados discretos activados por eventos, con estructura jerárquica y/o concurrencia, para una operación suave y eficiente con coordinación y optimización de trayectorias, es un control de operación global del sistema que además cuenta con diagnóstico (alarmas y fallas).
- **Nivel 2:** Acá se encuentran los controladores de movimiento de estados continuos en tiempo discreto. Son los que reciben las consignas de movimiento individuales del control supervisor para el control de cada uno de los movimientos principales.

4.1. Nivel 2 - Controladores de movimiento

Los controladores de este nivel son del tipo PID para los movimientos de traslación del carro y de izaje de la carga, y además también tienen en cuenta el modelo de balanceo de la carga.

Para cada uno de estos plantearemos transformadas de Laplace para luego obtener las funciones de transferencia del sistema. Una vez conocidas dichas funciones de transferencia, se procederá a obtener los polos y ceros del sistema, para así poder obtener los parámetros óptimos de los controladores PID.

4.1.1. Controlador de posición del carro

Recordando la ecuación 5, ecuación final que modela el movimiento del carro, si la expresamos en función de su velocidad. Teniendo en cuenta la simplificación $v_{td}(t) \simeq v_t(t)$ obtenemos la siguiente ecuación 17:

$$\left(M_t + \frac{J_{td} + J_{tm+tb} \cdot i_t^2}{r_{td}^2} \right) \cdot \dot{v}_t(t) = \frac{T_{tm}(t) \cdot i_t}{r_{td}} - \left(b_t + \frac{b_{td} + b_{tm} \cdot i_t^2}{r_{td}^2} \right) \cdot v_t + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) \quad (17)$$

Donde vamos a decir que:

$$M_{eqt} = \left(M_t + \frac{J_{td} + J_{tm+tb} \cdot i_t^2}{r_{td}^2} \right) \quad (18)$$

y

$$b_{eqt} = b_t + \frac{b_{td} + b_{tm} \cdot i_t^2}{r_{td}^2} \quad (19)$$

Así podemos reescribir la ecuación 17 como:

$$M_{eqt} \cdot \dot{v}_t(t) = \frac{T_{tm}(t) \cdot i_t}{r_{td}} - b_{eqt} \cdot v_t + 2 \cdot F_{hw}(t) \cdot \sin(\theta(t)) \quad (20)$$

Con esto ahora podemos decir que la ecuación 20, aplicando además transformada de Laplace. Y aplicando el cambio de $F_l(s) = F_{hw}(s) \cdot \sin(\theta(s))$ se puede escribir como:

$$M_{eqt} \cdot s \cdot V_t(s) = \frac{T_{tm}(s) \cdot i_t}{r_{td}} - b_{eqt} \cdot V_t(s) + 2 \cdot F_l(s) \quad (21)$$

Reordenando la ecuación 21 obtenemos:

$$(M_{eqt} \cdot s + b_{eqt}) \cdot V_t(s) = \frac{T_{tm}(s) \cdot i_t}{r_{td}} + 2 \cdot F_l(s) \quad (22)$$

Donde $V_t(t)$ es la velocidad del carro. Y como se puede apreciar en la ecuación 22 se tienen 3 entradas del sistema: el torque del motor del carro $T_{tm}(s)$, el torque del freno de operación del carro T_{tb} y la fuerza que ejerce la carga sobre el carro $2 \cdot F_l(s)$. Así, se tiene una función de transferencia para cada una de ellas:

$$G_{1t}(s) = \frac{V_t(s)}{T_{tm}(s)} = \frac{i_t}{r_{td} \cdot (M_{eqt} \cdot s + b_{eqt})} \quad (23)$$

$$G_{2t}(s) = \frac{V_t(s)}{F_l(s)} = \frac{2}{M_{eqt} \cdot s + b_{eqt}} \quad (24)$$

Como las entradas de control son de torque, las ecuaciones de interés son $G_{1t}(s)$. Los polos de dichas ecuaciones se ubican en:

$$\omega_{G1t} = -\frac{b_{eqt}}{M_{eqt}} \quad (25)$$

Siempre buscamos tener una respuesta del controlador óptima por lo cuál la misma debe ser más rápida que la velocidad de respuesta de la planta. Para esto aplicamos el método de sintonía serie y definimos que la frecuencia del controlador $\omega_{post} = 10 \cdot \omega_{G1t}$ y para tener un sistema subamortiguado se adopta un factor $n_t = 2,5$ correspondiente a un factor de amortiguamiento de $\xi = 0,75$. De esa forma obtenemos con el método las siguientes ganancias del controlador:

- Proporcional $\rightarrow K_{pc} = M_{eqt} \cdot n_t \cdot \omega_{post}^2 = 1,961 \cdot 10^6$
- Integral $\rightarrow K_{ic} = M_{eqt} \cdot \omega_{post}^3 = 7,089 \cdot 10^6$
- Derivativo $\rightarrow K_{dc} = M_{eqt} \cdot n_t \cdot \omega_{post} = 5,42 \cdot 10^5$

Así llegamos a la ecuación genérica del control PID de movimiento horizontal que nos queda de la siguiente forma:

$$T_{mc}^*(s) = G_T(s) \left[K_{dc} + \frac{1}{s} \cdot K_{pc} + \frac{1}{s^2} \cdot K_{ic} \right] e_{dxt}(s) \quad (26)$$

Podemos observar que el error a medir es de velocidad, no de posición. Esto se debe a que el controlador planteado utiliza 2 integradores para evitar el uso de derivadores, que amplifican el ruido. El diagrama de bloques nos queda:

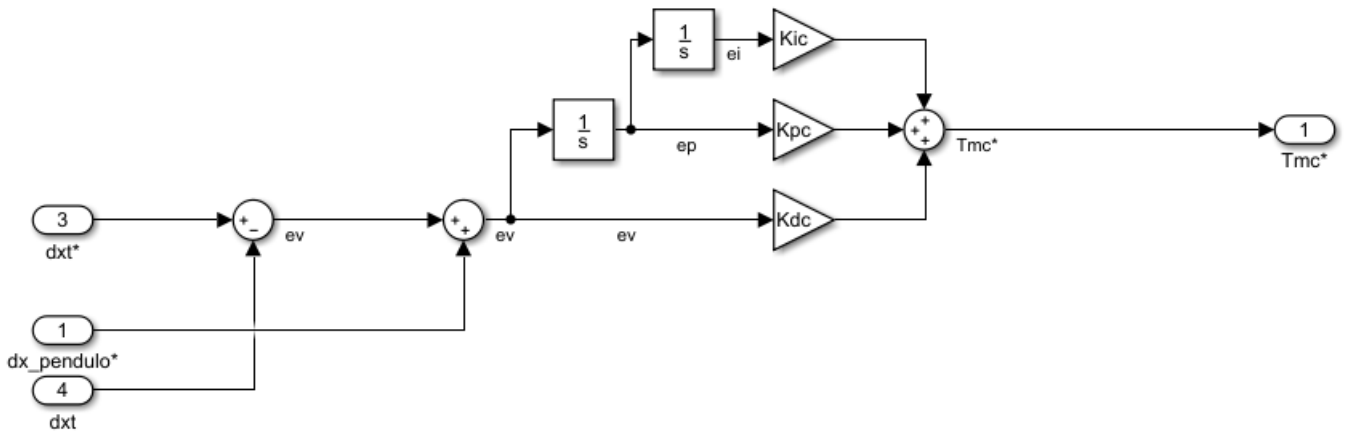


Figura 12: Diagrama en Simulink del controlador del carro.

4.1.2. Controlador del izaje de la carga

Si analizamos ahora el sistema de izaje de la carga y tomando el modelo dinámico dado por la ecuación 10. Reescribiendo M_{eqh} y b_{eqh} :

$$M_{eqh} = \frac{i_h^2 J_{hm+hb} + J_{hd+hb}}{r_{hd}^2} \quad (27)$$

$$b_{eqh} = \frac{i_h^2 b_{hm} + b_{hd}}{r_{hd}^2} \quad (28)$$

Así despejando la ecuación 10 junto con las que acabamos de mencionar. Si la expresamos en función de su velocidad (para evitar usar un derivador) y se trata a la fuerza de la carga como una perturbación del sistema. Podemos aplicar transformada de Laplace y obtener las siguientes ecuaciones:

$$2 \cdot s M_{eqh} V_{lh}(s) = -\frac{T_{hm}(s) \cdot i_h}{r_{hd}} - 2 b_{eqh} V_{lh}(s) + F_{hw}(s) \quad (29)$$

Reagrupando:

$$2 \cdot (M_{eqh} \cdot s + b_{eqh}) \cdot V_{lh}(s) = \frac{T_{hm}(s) \cdot i_h}{r_{hd}} + F_{hw}(s) \quad (30)$$

Donde $V_{lh}(t)$ representa a la velocidad del izaje. Y como podemos ver en la ecuación 30 se tienen 2 entradas del sistema: el torque $T_{hm}(s)$ y la tensión a la que se somete el cable $F_{hw}(s)$. Donde esto se puede expresar según las siguientes ecuaciones las funciones de transferencia para cada entrada:

$$G_{1h}(s) = \frac{V_{lh}(s)}{T_{hm}(s)} = \frac{i_h}{r_{hd} \cdot (M_{eqh} \cdot s + b_{eqh})} \quad (31)$$

$$G_{2h}(s) = \frac{V_{lh}(s)}{F_{hw}(s)} = \frac{2}{M_{eqh} \cdot s + b_{eqh}} \quad (32)$$

Como la entrada de control es de torque, la ecuación de interés es $G_{1h}(s)$. Que tiene un polo que está ubicado en:

$$\omega_{G1h} = -\frac{b_{eqh}}{M_{eqh}} \quad (33)$$

Nuevamente tenemos que asegurar que la respuesta del controlador sea más rápida que la de la planta por lo cuál aplicando el método de sintonía serie con una frecuencia del controlador de $\omega_{posh} = 10 \cdot \omega_{G1h}$. Y para obtener un sistema subamortiguado tomaremos un factor $n_h = 2,5$ correspondiente a un factor de amortiguamiento de $\xi = 0,75$. Así obtenemos las siguientes ganancias del controlador:

- Proporcional $\rightarrow K_{pi} = M_{eqh} \cdot n_h \cdot \omega_{posh}^2 = 1,2577 \cdot 10^5$
- Integral $\rightarrow K_{ii} = M_{eqh} \cdot \omega_{posh}^3 = 2,3947 \cdot 10^5$
- Derivativo $\rightarrow K_{di} = M_{eqh} \cdot n_h \cdot \omega_{posh} = 2,6424 \cdot 10^4$

Quedando entonces, la ecuación genérica del PID del izaje como:

$$T_{mi}^*(s) = G_T(s) \left[K_{di} + \frac{1}{s} \cdot K_{pi} + \frac{1}{s^2} \cdot K_{ii} \right] e_{dlh}(s) \quad (34)$$

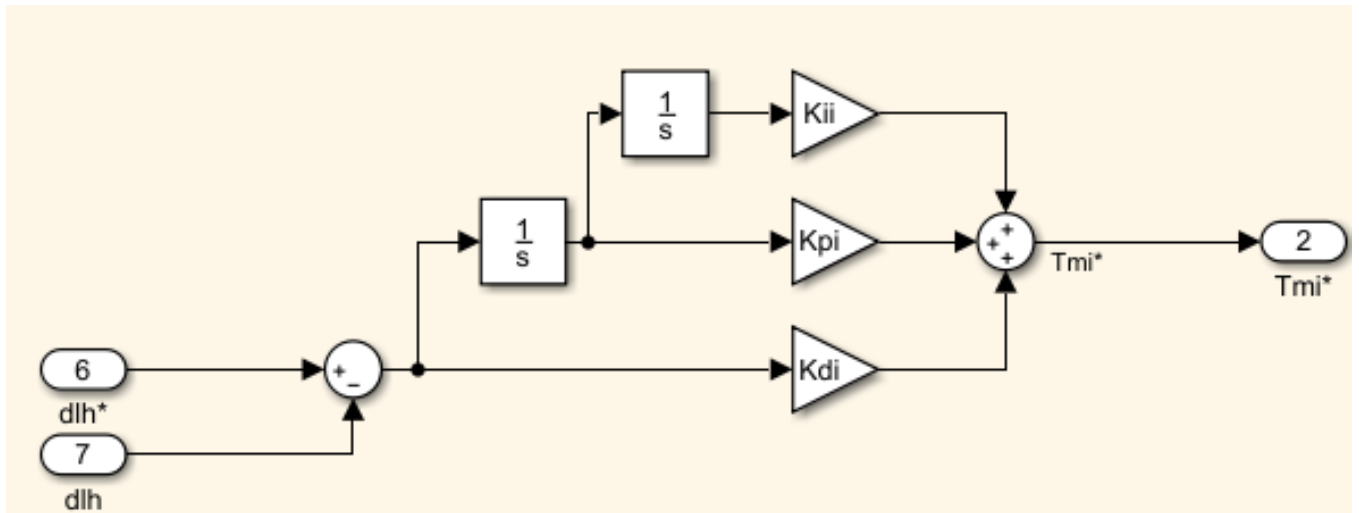


Figura 13: Diagrama en Simulink del controlador de izaje.

4.1.3. Controlador del péndulo (ángulo de balanceo de la carga)

Durante la operación de traslación de la carga se tienen desplazamientos no deseados como consecuencia del balanceo y la inercia que lleva la misma carga que transportamos. Por esto se incluye un control automático realimentado para controlar dicho balanceo de la carga durante la operación. Con esto esperamos amortiguar las oscilaciones en la trayectoria alrededor del punto de equilibrio dinámico. Las especificaciones de desempeño del controlador son:

- Ángulo máximo aceleración/desaceleración = $\pm 20^\circ$
- Ángulo máximo trayectoria a velocidad “constante” = $\pm 5^\circ$
- Ángulo residual movimiento completado y carro detenido = $\pm 1^\circ$

Para compensar el error de este ángulo vamos a implementar un control del tipo PD con ganancias ajustadas en función de la altura de izaje (longitud del péndulo equivalente). Vamos a partir de un sistema carro-péndulo como el que se puede apreciar en la siguiente figura 14:

Ahora necesitamos expresar esto como ecuaciones matemáticas, por lo cuál es necesario determinar las entradas (medidas con sensores) y salidas (acciones de control) del sistema. Las mismas son:

- **Entrada:** $\theta(t)$ ángulo entre la carga y el carro.
- **Salida:** $\dot{x}_t(t)$ velocidad del carro, como debería moverse para evitar el balanceo, que a su vez corresponde a la entrada del controlador PID utilizado para el movimiento horizontal.

Así procedemos a determinar la función de transferencia del sistema basados en la entrada y salida elegidas. También como se trata de un pseudo péndulo simple una forma de calcular el sistema es con un enfoque energético basado en la formulación de Lagrange. Para obtener el Lagrangiano hay que aplicar la siguiente expresión:

$$L(t) = K(t) - U(t) \quad (35)$$

Donde, K es la energía cinética del sistema, y U es la energía potencial del sistema. En primer lugar, la energía cinética total del sistema está dada por la suma de la energía del carro K_t y de la carga K_l quedando como:

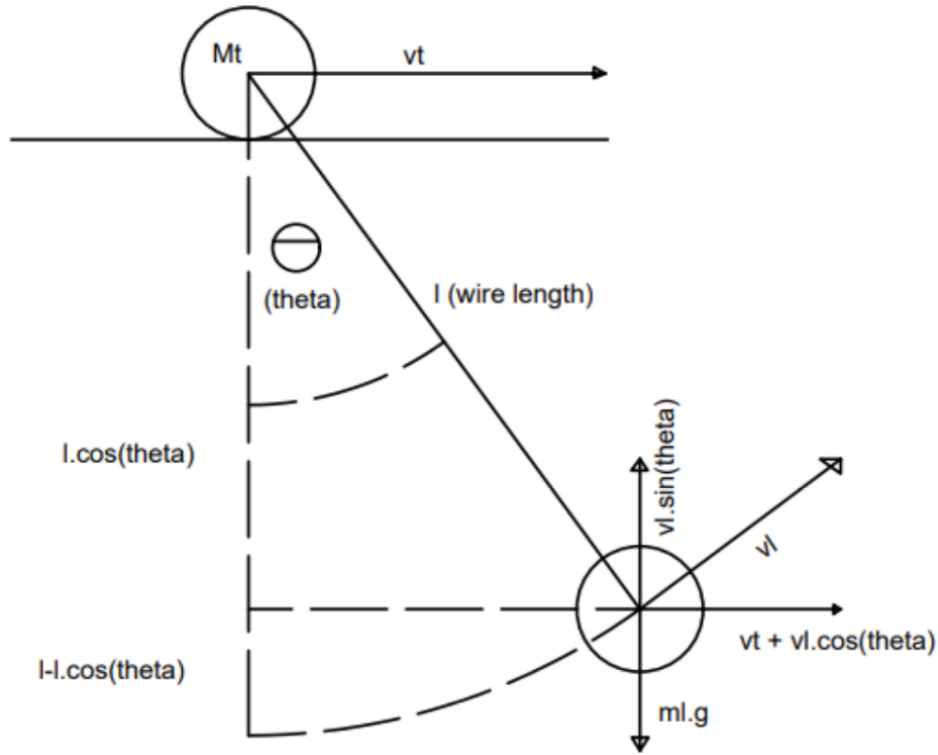


Figura 14: Diagrama del sistema carro péndulo.

$$K(t) = K_t(t) + K_l(t) = \frac{1}{2} (m_t \cdot v_t^2(t) + m_l \cdot v_l^2(t)) \quad (36)$$

Donde, $v_l(t)$ es la velocidad de la carga. Observando la figura 14, la masa (carga) tiene una velocidad $v_l(t)$ que es perpendicular al cable. Entonces podemos proceder a descomponer esta velocidad en $v_x(t)$ y $v_y(t)$ (donde x es el eje horizontal e y es el eje vertical), con esto vamos a poder simplificar las funciones trigonométricas. Quedando las ecuaciones como:

$$\begin{aligned} v_\theta(t) &= \dot{\theta}(t) \cdot l \quad ; \quad v_t(t) = \dot{x}_t(t) \\ v_l^2(t) &= \left[\dot{x}_t(t) + \dot{\theta}(t) \cdot l \cdot \cos(\theta(t)) \right]^2 + \left[\dot{\theta}(t) \cdot l \cdot \sin(\theta(t)) \right]^2 \\ v_l^2(t) &= \dot{x}_t^2(t) + 2\dot{x}_t(t)\dot{\theta}(t) l \cos(\theta(t)) + \dot{\theta}^2(t)l^2 \cos^2(\theta(t)) + \dot{\theta}^2(t)l^2 \sin^2(\theta(t)) \\ v_l^2(t) &= \dot{x}_t^2(t) + 2\dot{x}_t(t)\dot{\theta}(t) l \cos(\theta(t)) + \dot{\theta}^2(t)l^2 \end{aligned} \quad (37)$$

Quedando así, la energía cinética completa del sistema como:

$$K(t) = \frac{1}{2} \left[m_t \cdot \dot{x}_t^2(t) + m_l \left(\dot{x}_t^2(t) + 2 l \dot{x}_t(t) \dot{\theta}(t) \cos(\theta(t)) + l^2 \dot{\theta}^2(t) \right) \right] \quad (38)$$

La energía potencial se puede expresar de la siguiente forma:

$$U(t) = m_l g l (1 - \cos(\theta(t))) \quad (39)$$

Si reemplazamos en la ecuación de Lagrange obtenemos:

$$L(t) = \frac{1}{2} \left[m_t \cdot \dot{x}_t^2(t) + m_l \left(\dot{x}_t^2(t) + 2 l \dot{x}_t(t) \dot{\theta}(t) \cos(\theta(t)) + l^2 \dot{\theta}^2(t) \right) \right] - m_l g l (1 - \cos(\theta(t))) \quad (40)$$

El siguiente paso es obtener las fuerzas que intervienen en el sistema, por esto planteamos la siguiente ecuación de la formulación de Lagrange:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = F_i - b_i \cdot \dot{q}_i \quad (41)$$

Si evaluamos esta ecuación respecto de las coordenadas generalizadas, $x_t(t)$ posición del carro, y $\theta(t)$ el ángulo de balanceo. Obtenemos:

$$\begin{cases} (m_t + m_l) \ddot{x}_t(t) + m_l l \cos(\theta(t)) \ddot{\theta}(t) - \sin(\theta(t)) \dot{\theta}^2(t) = F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t(t) \\ \ddot{x}_t(t) \cos(\theta(t)) + l \ddot{\theta}(t) + g \sin(\theta(t)) = 0 \end{cases} \quad (42)$$

Si consideramos pequeños desplazamientos, ángulos menores a 22° , podemos considerar que $\sin(\theta) = \theta$ y de esta forma simplificar considerablemente las ecuaciones que quedan de la siguiente forma:

$$\begin{cases} (m_t + m_l) \ddot{x}_t(t) + m_l l \ddot{\theta}(t) = F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t(t) \\ \ddot{x}_t(t) + l \ddot{\theta}(t) + g \theta(t) = 0 \end{cases} \quad (43)$$

Si tenemos en cuenta la ecuación del modelo dinámico del carro, ecuación 20, despejando la aceleración y despreciando la fuerza de la carga, obtenemos:

$$\ddot{x}_t(t) = \frac{F_t(t) - b_{eqt} \dot{x}_t(t)}{M_{eqt}} \quad (44)$$

Reemplazando la ecuación 44 en la segunda ecuación de 43 y despejando $F_t(t)$ obtenemos:

$$F_t(t) = -M_{eqt} (l \ddot{\theta}(t) + g \theta(t)) + b_{eqt} \dot{x}_t(t) \quad (45)$$

Si despejamos $F_t(t)$ de la primera ecuación de 43 y la igualamos con la ecuación 45, operando se obtiene:

$$(m_t + m_l) \ddot{x}_t(t) = -(M_{eqt} + m_l) l \ddot{\theta}(t) - M_{eqt} g \theta(t) \quad (46)$$

Si expresamos dicha ecuación en función de la velocidad del carro y aplicamos transformada de Laplace, obtenemos:

$$(m_t + m_l) s V_t(s) = -(M_{eqt} + m_l) l s^2 \theta(s) - M_{eqt} g \theta(s) \quad (47)$$

De esta ecuación podemos obtener la función de transferencia si obtenemos la relación entre la salida del sistema $\theta(s)$ y la entrada del sistema $V_t(s)$. Así llegamos a la ecuación:

$$G_{bc}(s) = \frac{\theta(s)}{V_t(s)} = \frac{-(m_t + m_l) s}{(M_{eqt} + m_l) l s^2 + M_{eqt} g} \quad (48)$$

Y además de esta ecuación podemos obtener la frecuencia natural del sistema dada por:

$$\omega_n = \sqrt{\frac{M_{eqt} \cdot g}{(M_{eqt} + m_l) \cdot l}} \quad (49)$$

Si vemos la expresión de un controlador PD en el dominio de la variable “s”tenemos que:

$$G_{PD}(s) = K_p + K_d \cdot s \quad (50)$$

Recordemos que lo que buscamos con este controlador es regular el balanceo de la carga con lo cuál si acción de control impacta en el movimiento del carro. Este controlador PD va en serie con el controlador PID del carro y con la planta. Así la función de transferencia nos queda como:

$$G_t = \frac{G_{bc}(s)G_{PD}(s)}{1+G_{bc}(s)G_{PD}(s)}$$

$$G_{bc}(s)G_{PD}(s) = \frac{-K_d s^2(m_t+m_l)-K_p s(m_t+m_l)}{(M_{eqt}+m_l) l s^2+M_{eqt} g} \quad (51)$$

$$G_t = \frac{-K_d s^2(m_t+m_l)-K_p s(m_t+m_l)}{[(M_{eqt}+m_l) l -K_d(m_t+m_l)]s^2-K_p(m_t+m_l)s+M_{eqt} g}$$

Si operamos algebraicamente, podemos llegar a que en el denominador tenemos una ecuación de segundo orden, del estilo $s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2 = 0$ obteniendo así:

$$s^2 - \frac{K_p(m_t+m_l)}{(M_{eqt}+m_l) l - K_d(m_t+m_l)} s + \frac{M_{eqt} g}{(M_{eqt}+m_l) l - K_d(m_t+m_l)} = 0 \quad (52)$$

Si comparamos la ecuación anterior con $s^2 + 2\xi\omega s + \omega^2 = 0$ obtenemos que las ganancias son:

$$\omega^2 = \frac{M_{eqt} g}{(M_{eqt}+m_l) l - K_d(m_t+m_l)} \Rightarrow K_d = \frac{-\frac{M_{eqt} g}{\omega^2} + (M_{eqt}+m_l) l}{m_t+m_l} \quad (53)$$

$$2\xi\omega = \frac{K_p(m_t+m_l)}{(M_{eqt}+m_l) l - K_d(m_t+m_l)} s \Rightarrow K_p = 2\xi\omega \left(-l \frac{M_{eqt}+m_l}{m_t+m_l} + K_d \right)$$

Quedando así el controlador en función de la masa de la carga y la longitud del cable (que varía cada vez que enrollamos o desenrollamos el cable). La velocidad de salida del controlador es:

$$v_t^* = e_\theta(t) \cdot K_p + \dot{e}_\theta(t) \cdot K_d \quad (54)$$

Donde $e_\theta(t)$ es el error entre la consigna y el ángulo real de la carga. A continuación vemos como nos queda el diagrama en Simulink de este controlador:

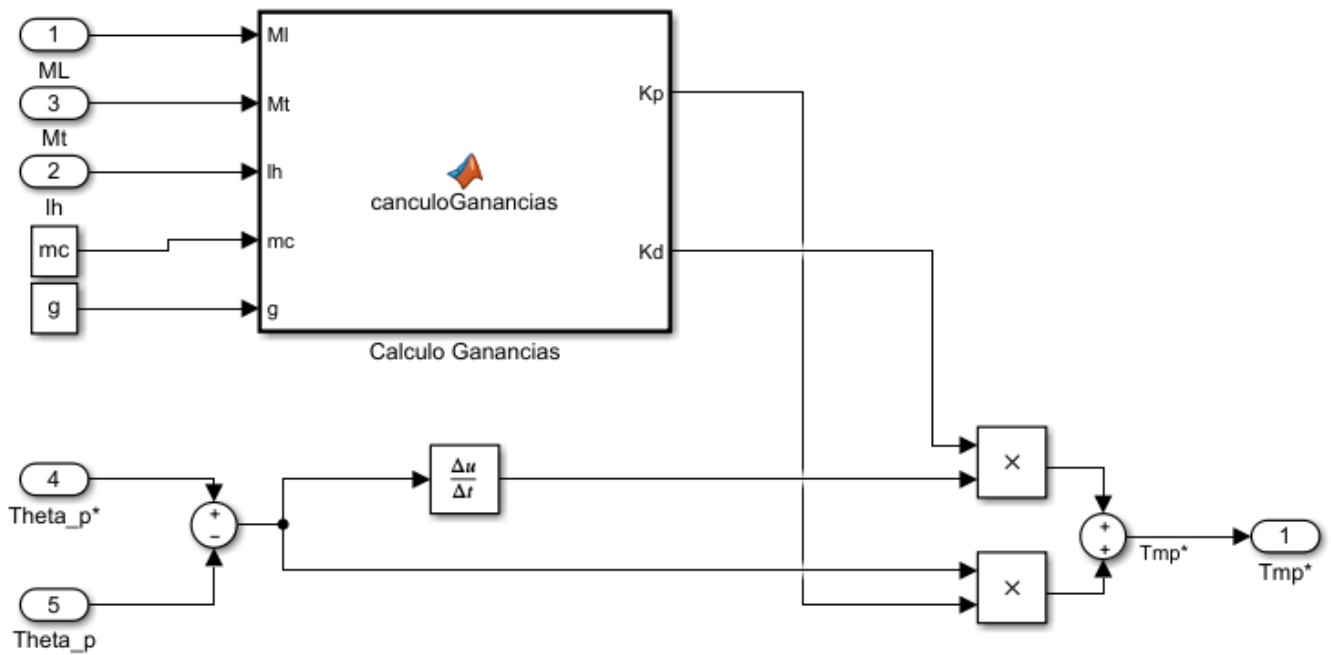


Figura 15: Diagrama de Simulink del controlador del péndulo.

4.2. Nivel 1 - Control supervisor

4.3. Nivel 0 - Control de seguridad

5. Simulación

6. Implementación en CODESYS

7. Pruebas finales. Servidor OPC UA.

8. Resultados

9. Conclusiones

10. Referencias

FIN DOCUMENTO

11. Referencias

- [1] Apuntes de cátedra. Automática y Maquinas Eléctricas. Profesor Ing. Gabriel Julián.
- [2] Ingeniería de Control Moderna, 5ta edición, Katsuhiko Ogata, 2010.
- [3] Analysis of Electric Machinery and Drive Systems, 3° Ed. Krause, P. et al.
- [4] Guía del Proyecto Global Integrador. Automática y Maquinas Eléctricas. Profesor Ing. Gabriel Julián