C.Física Moderna: Taller 11
Átomo de Hidrógeno

1 Ecuación de Schrödinger vs modelo de Bohr

Una de las funciones posibles para el estado $2p$ ($n = 2$, $\ell = 1$) del átomo de hidrógeno es:

$$\psi_{210} = \frac{Are^{-\frac{r}{2a_0}}}{a_o}\cos\theta$$

Calcular para ese estado:

1. La constante de normalización A en términos de a_0.
2. El valor esperado $\langle r\rangle$ en términos de a_0.
3. La incertidumbre Δr en la posición del electrón en términos de a_0.
$$\Delta r = \sqrt{\langle r^2\rangle - \langle r\rangle^2}$$
4. De acuerdo a la teoría de Bohr, el valor de los radios de las órbitas permitidas viene dada por $r_n = n^2 a_0$, siendo n el número cuántico y a_0 el radio del estado base. ¿El radio para $n = 2$ se encuentra dentro del intervalo establecido por el valor esperado y la incertidumbre (el intervalo $[\langle r\rangle - \Delta r, \langle r\rangle + \Delta r]$)?

Ayuda: $\int_0^\infty x^n e^{-ax}\, dx = n!/a^{n+1}$

---

2 Cuantización del momento angular

Para un estado excitado del átomo de hidrógeno.

1. Demuestre que el ángulo mínimo que puede formar el vector momento angular $\vec{L}$ con el eje z es:
$$(\theta_L)_{min} = \arccos\left(\frac{n-1}{\sqrt{n(n-1)}}\right)$$
2. ¿Cuál es la ecuación correspondiente para $(\theta_L)_{max}$, el mayor ángulo posible entre $\vec{L}$ y el eje z?

FORMULAS ÚTILES

: Condición de Normalización: $\int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty}\psi^*\psi r^2 dr\sin\theta d\theta d\phi = 1$

: Valores esperados: $\langle\hat{\mathcal{O}}\rangle = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi}\int_0^{\infty}\psi^*\hat{\mathcal{O}}\psi\ \underbrace{r^2 dr\sin\theta d\theta d\phi}_{dV}$

: Energias Permitidas: $E_n = -\frac{13.6}{n^2}\ eV$

: Momento Angular: $L = \sqrt{\ell(\ell+1)}\hbar \quad L_z = m_\ell\hbar \quad \cos\theta = \frac{L_z}{L}$

Número Cuántico	Símbolo	Posibles Valores
Principal	n	1,2,3,...
Orbital	ℓ	0,1,2,...., n-1
Magnético	m_ℓ	$0, \pm1, \pm2, ..., \pm\ell$