C.Física Moderna: Taller 13

Ecuación de Schrödinger en 3D

1 Pozo de potencial infinito en 3D

Considere un pozo infinito $V(\boldsymbol{r})$ con profundidad infinita de lados L_x, L_y y L_z.

$$V(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} 0 & \text{si } \boldsymbol{r} \in [0, L_x] \times [0, L_y] \times [0, L_z] \\ \infty & \text{de lo contrario} \end{cases}$$

El objetivo de este ejercicio es encontrar los estados estacionarios para una partícula confinada en dicho pozo y sus energías permitidas. Planteé un ansatz para la solución de la ecuación de Schrödinger de la forma

$$\Psi(\boldsymbol{r}, t) = \psi(\boldsymbol{r}) \mathrm{e}^{-iEt/\hbar}$$

donde

$$\psi(\boldsymbol{r}) = X(x)Y(y)Z(z)$$

1. Calcule $X(x), Y(y)$ y $Z(z)$.
2. Usando las condiciones de frontera apropiadas encuentre las energías propias para el sistema.
3. Calcular la constante de normalización para los funciones de onda de los estados estacionarios.
4. Encuentre la condición que deben cumplir L_x, L_y y L_z para que las energías no sean degeneradas.

---

2 Estado degenerados

Una partícula de masa m se mueve en una caja tridimensional cuyas dimensiones son $L_x = L, L_y = 2L$ y $L_z = 2L$.

1. Encuentre las primeras seis energías más bajas.
2. Diga cuales de esas energías son degeneradas.
3. Escriba las funciones de onda de los estados de la primera energía degenerada. Estas deben quedar únicamente en términos de L y la posición.

FORMULAS ÚTILES

Ecuación de Schrödinger independiente del tiempo:

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\nabla^2\psi(\boldsymbol{r}) + V(\boldsymbol{r})\psi(\boldsymbol{r}) = E\psi(\boldsymbol{r})$$