C.Física Moderna: Solución Taller 5

Radiación de cuerpo negro y función de trabajo

1. Radiación de cuerpo negro

Una bombilla incandescente de 40 W irradia debido a un filamento de tungsteno operando a 3300 K. Asumiendo que la bombilla irradia como un cuerpo negro, responda las siguientes preguntas:

1. ¿Cuáles son la frecuencia $\nu_{\max}$ y la longitud de onda máxima $\lambda_{\max}$ en el máximo de la distribución espectral $u(\lambda, T)$?*
2. Si suponemos que $\nu_{\max}$ es una buena aproximación de la frecuencia promedio de los fotones emitidos por la bombilla, ¿cuántos fotones está radiando la bombilla por segundo?
3. ¿Si usted está observando la bombilla a 5 m de distancia, cuántos fotones entran a su ojo por segundo? (El diámetro de su pupila es aproximadamente de 5.0 mm.)

Solución

1.1 Usando la ley de Wien se obtiene la longitud de onda $\lambda_{\max} = 878nm$. La frecuencia es entonces $\nu = c/\lambda$. Por lo que $\nu_{\max} = 3.42 \times 10^{14}\text{Hz}$.
1.2 La energía promedio por fotón es:

$$E = hf = 2.27 \times 10^{-19}\text{J}$$

Dividimos la potencia entre la energía promedio para obtener el número promedio de fotones por segundo:

$$\frac{P}{E} = 1.76 \times 10^{20}\text{s}^{-1}$$

1.3 La bombilla irradia uniformemente. Por lo que queremos saber que proporción de los fotones emitidos cae sobre el ojo. Para ello se calcula la razón entre el área del ojo y la esfera de radio 5m:

$$\begin{aligned}
\frac{A_{\text{ojo}}}{A_{5\text{cm}}} &= \frac{\pi r^2}{4\pi R^2} \\
&= \frac{1}{4}\left(\frac{r}{R}\right)^2 \\
&= \frac{1}{4}\left(\frac{2.5 \times 10^{-3}}{5}\right)^2 \\
&= \frac{10^{-6}}{16}
\end{aligned}$$

Y con esto la cantidad de fotones que llegan al ojo es:

$$N = \frac{A_{\text{ojo}}}{A_{5\text{cm}}} \frac{P}{E} = 1.1 \times 10^{13} \text{s}^{-1}$$

---

2. Función de trabajo

Una superficie de potasio se ilumina con luz ultravioleta de longitud de onda $\lambda = 2500\text{Å}$. Si la función trabajo del potasio es 2.21 eV, calcular la máxima rapidez que logran los electrones emitidos.

Solución

La ecuación relevante es:

$$K_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda} - \phi$$

Al calcular se obtiene $K_{\text{max}} = 2.75$ eV. Ahora usando la definición de energía cinética, obtenemos la siguiente expresión para la velocidad:

$$\begin{aligned} v_{\text{max}} &= \sqrt{\frac{2K_{\text{max}}}{m}} \\ &= 9.84 \times 10^5 \frac{\text{m}}{\text{s}} \end{aligned}$$

---

3. Efecto fotoeléctrico

El emisor de un tubo fotoeléctrico tiene una longitud de onda umbral $\lambda_0 = 6000\text{Å}$. Calcular la longitud de onda de la luz incidente sobre el tubo si el potencial de frenado para esta luz es 2.5 V.

Solución

De acuerdo a la teoría del efecto fotoeléctrico. La longitud de onda umbral me permite calcular la función trabajo del material:

$$K_{\text{max}} = \frac{hc}{\lambda} - \phi_0$$

Si $K_{\text{max}} = 0$, entonces los fotoelectrones apenas se desprenden de la superficie del metal y $\lambda = \lambda_0$ (Longitud de onda Umbral). Por lo tanto podemos calcular la función trabajo mediante:

$$\phi_0 = \frac{hc}{\lambda_0} = 2.068eV$$

Dado que el potencial de frenado es una medida de la energía cinética máxima de los fotoelectrones, tenemos que $K_{\max} = e\Delta V$ (donde e es la carga de un electrón). Con esto tenemos la ecuación para la longitud de onda dada por:

$$e\Delta V = \frac{hc}{\lambda} - \phi_0$$

Despejando se obtiene:

$$\lambda = \frac{hc}{e\Delta V + \phi_0} = 2716.3\text{Å}$$

Fórmulas útiles

Ley de Wien:

$$\lambda_{\max} T = 2.9 \times 10^{-3} \text{m} \cdot \text{K}$$

Energía de un fotón con frecuencia ν:

$$E = h\nu$$

Función de trabajo

$$K_{\max} = h\nu - \phi$$

*Note que si le pidieran la frecuencia para la cuál la distribución de frecuencias $u(\nu, T)$ tiene su máximo, la respuesta cambiaría.