C.Física Moderna: Ejercicios Interesantes
SON OPCIONALES

1. Causalidad

Suponga que usted es el marco de referencia S y usted ve que un evento A ocurre antes que un evento B. Usted mide y estos eventos están separados por un tiempo Δt_{AB} y una distancia Δx_{AB}. Suponga que ambos eventos ocurren sobre el eje x(es decir, olvídese de y y z).

1. Encuentre las condiciones que deben satisfacer Δt_{AB} y Δx_{AB} de tal forma que el evento A ocurre primero que el evento B sin importar el marco de referencia inercial desde el que se observan los eventos.

2. Ahora considere un marco de referencia S', que se mueve con velocidad $\vec{v} = v\hat{x}$ relativa a S. Determine que sería necesario para que ambos eventos sean simultáneos en el marco S'. Por simultaneo se entiende que ocurren al mismo tiempo medido en S'.

3. Nuevamente tiene un marco de referencia S', que se mueve con velocidad $\vec{v} = v\hat{x}$ relativa a S. Determine las condiciones en las que ambos eventos ocurren en el mismo punto para S'.

1.1. "Time-like"

La situación descrita por el inciso 1.1 se le conoce como eventos con una separación "time like". Estos eventos se caracterizan por tener un invariante Δs que satisface la siguiente desigualdad:

$$c^2\Delta t_{AB}^2 - \Delta x_{AB}^2 > 0 \tag{1}$$

Para ver como se obtiene este resultado, considere la transformación de Lorentz temporal:

$$\Delta t'_{AB} = \gamma\left(\Delta t_{AB} - \Delta x_{AB} v/c^2\right) \tag{2}$$

Para que los eventos ocurran uno después del otro se impone $\Delta t'_{AB} > 0$, por lo que se tiene:

$$\Delta t_{AB} - \Delta x_{AB} v/c^2 > 0 \tag{3}$$

Note que si $\Delta x_{AB} v/c^2 \leq 0$, ya se cumple la condición por lo que solo necesitamos una condición que nos asegure el caso $\Delta x_{AB} v/c^2 > 0$. Multiplicando a ambos lados de la desigualdad por $\Delta t_{AB} + \Delta x_{AB} v/c^2$(que es positivo por lo que se preserva la desigualdad):

$$\Delta t_{AB}^2 - \Delta x_{AB}^2 v^2/c^4 > 0 \tag{4}$$

Multiplicando por c^2:

$$c^2\Delta t_{AB}^2 - \Delta x_{AB}^2 v^2/c^2 > 0 \tag{5}$$

Vemos que el caso límite de la desigualdad anterior es para la velocidad relativa máxima, c. Si se satisface para $v = c$ se satisface para cualquier velocidad por lo que obtenemos:

$$c^2\Delta t_{AB}^2 - \Delta x_{AB}^2 > 0 \tag{6}$$

1.2. Eventos simultáneos

Si los eventos fueron simultáneos en S' se tiene que $\Delta t'_{AB} = 0$. Aplicando la transformación de Lorentz para $\Delta t'_{AB}$ tenemos:

$$\Delta t'_{AB} = \gamma(\Delta t_{AB} - v\Delta x_{AB}/c^2) = 0 \tag{7}$$

De donde obtenemos la velocidad que debe tener S':

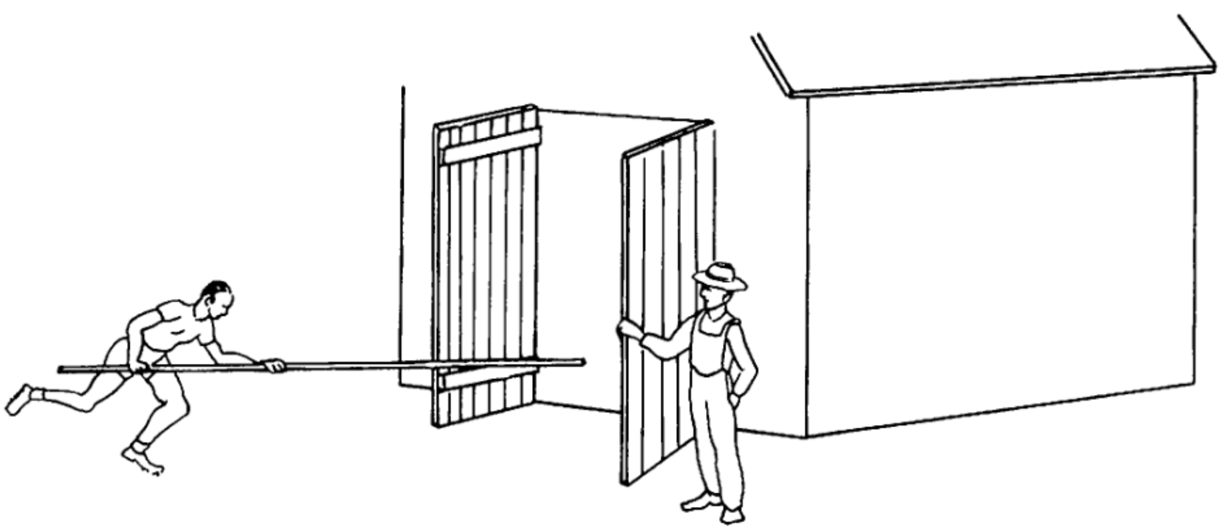
$$v = \frac{\Delta t_{AB}}{\Delta x_{AB}}c^2 \tag{8}$$

1.3. Eventos en el mismo lugar

Siguiendo un procedimiento análogo al inciso anterior se obtiene:

$$v = \frac{\Delta x_{AB}}{c^2\Delta t_{AB}} \tag{9}$$

2. Paradoja de la lanza y el granero



Rafael tiene una lanza de longitud propia l_0 y un granjero tiene un granero de longitud propia $3l_0/4$. El granjero le apuesta a Rafael que puede cerrar la puerta de su granero con la lanza de Rafael completamente contenida en su granero. Rafael acepta la apuesta y el granjero le pide a Rafael que corra y cruce el granero con su lanza a una rapidez de $v = c\sqrt{3}/2$. En esta situación el granjero ve la lanza contraída a una longitud $l_0/2$, por lo que la lanza cabe sin problemas en el granero. El cierra la puerta apenas ve que la lanza está contenida en el interior del granero y le reclama a Rafael su premio. Sin embargo Rafael esta en desacuerdo, para él, el granero se ve contraído a la mitad de su longitud por lo que la lanza no pudo estar contenida en el granero.

¿Cómo resolvería usted esta discusión? ¿Se puede decir que la contracción de Lorentz es ”real” en esta situación?

Ejercicio del libro ”AN INTRODUCTION TO MECHANICS” de Kleppner & Kolenkow