



SCC-223 Estruturas de Dados I

Árvores AVL – Parte 2

Profa. Elaine Parros Machado de Sousa



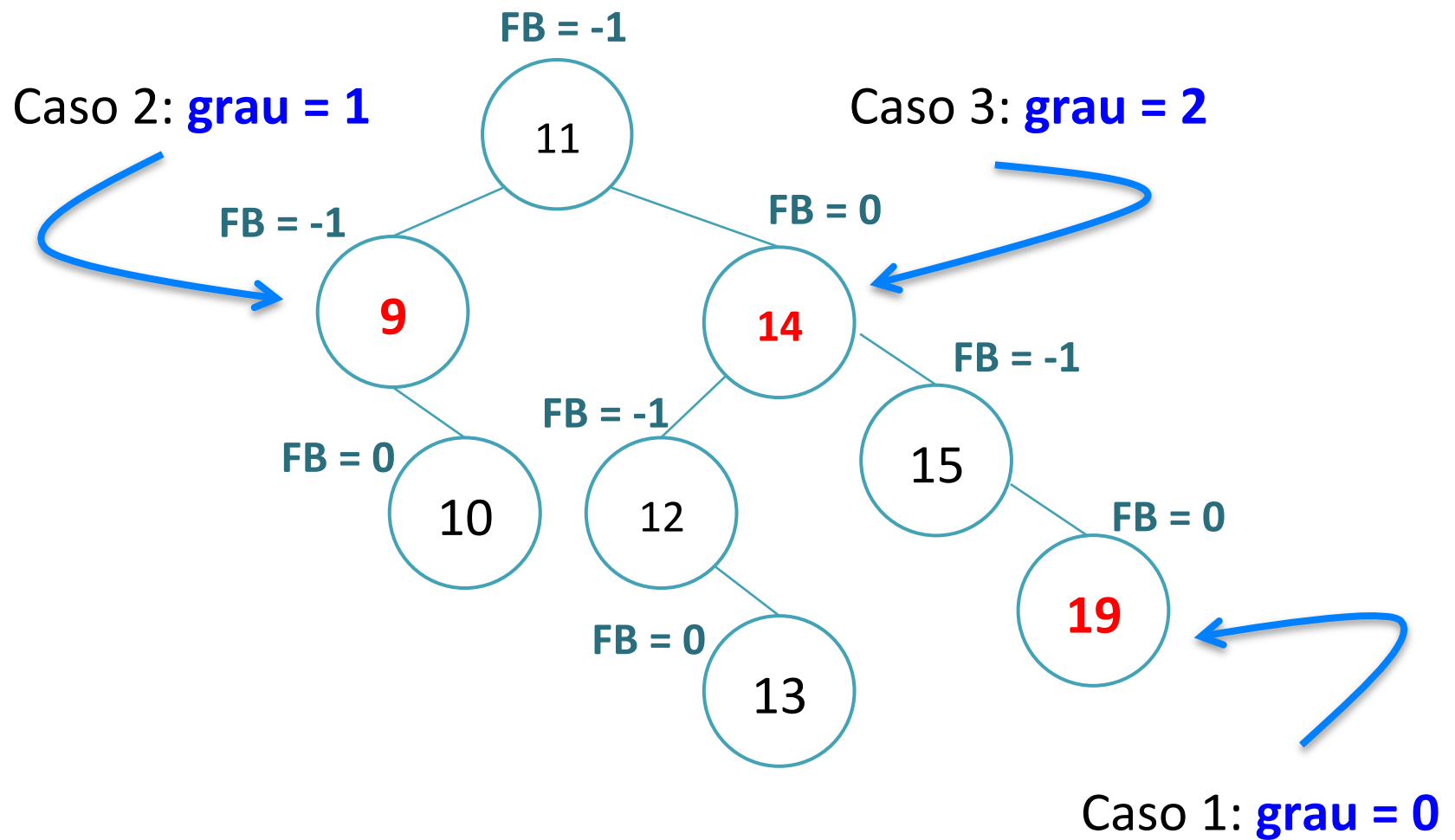
Na aula anterior...

- AVL
 - definição
 - fator de balanceamento
- Rotações garantem balanceamento:
 - rotação esquerda
 - rotação direita
 - rotação esquerda/direita
 - rotação direita/esquerda
- Inserção
- Exercícios

Remoção em AVL

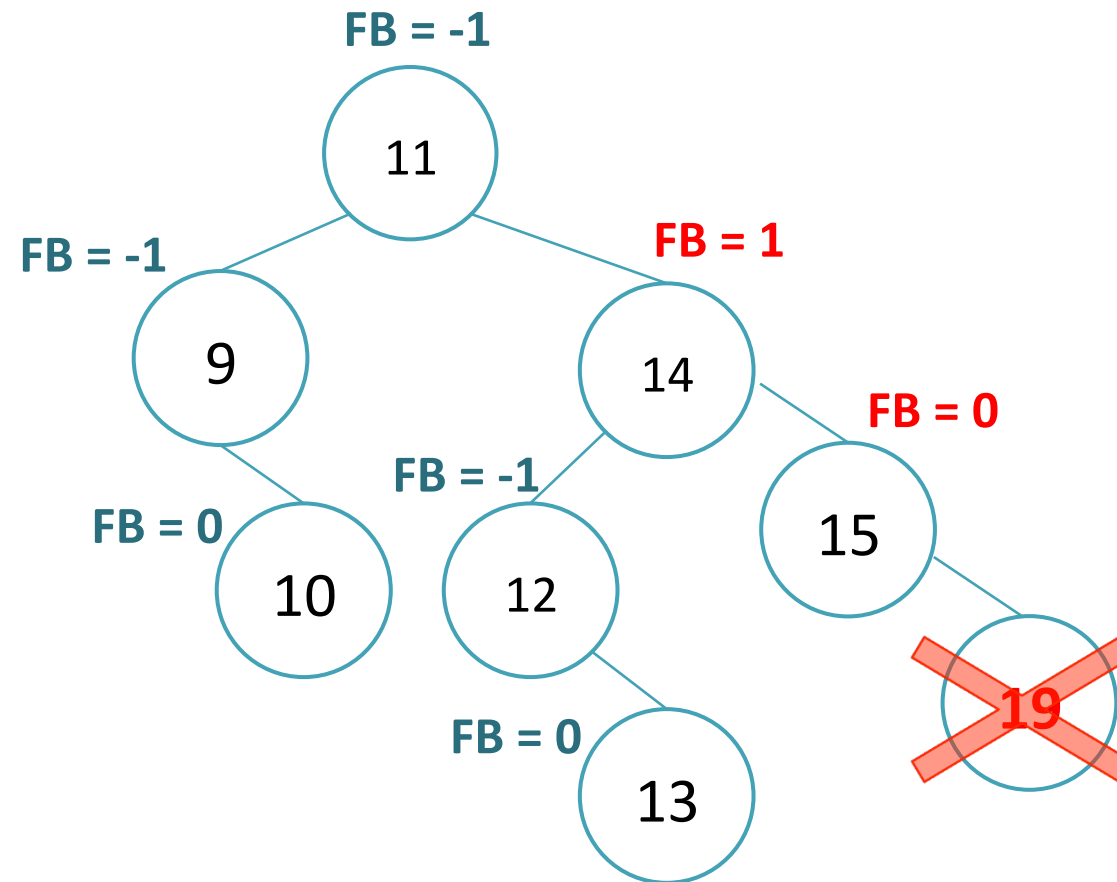
- Procedimento dividido em duas partes:
 - **Parte 1** => similar à remoção em uma ABB
 - **Parte 2** => rebalanceamento => rotação

Remoção em AVL



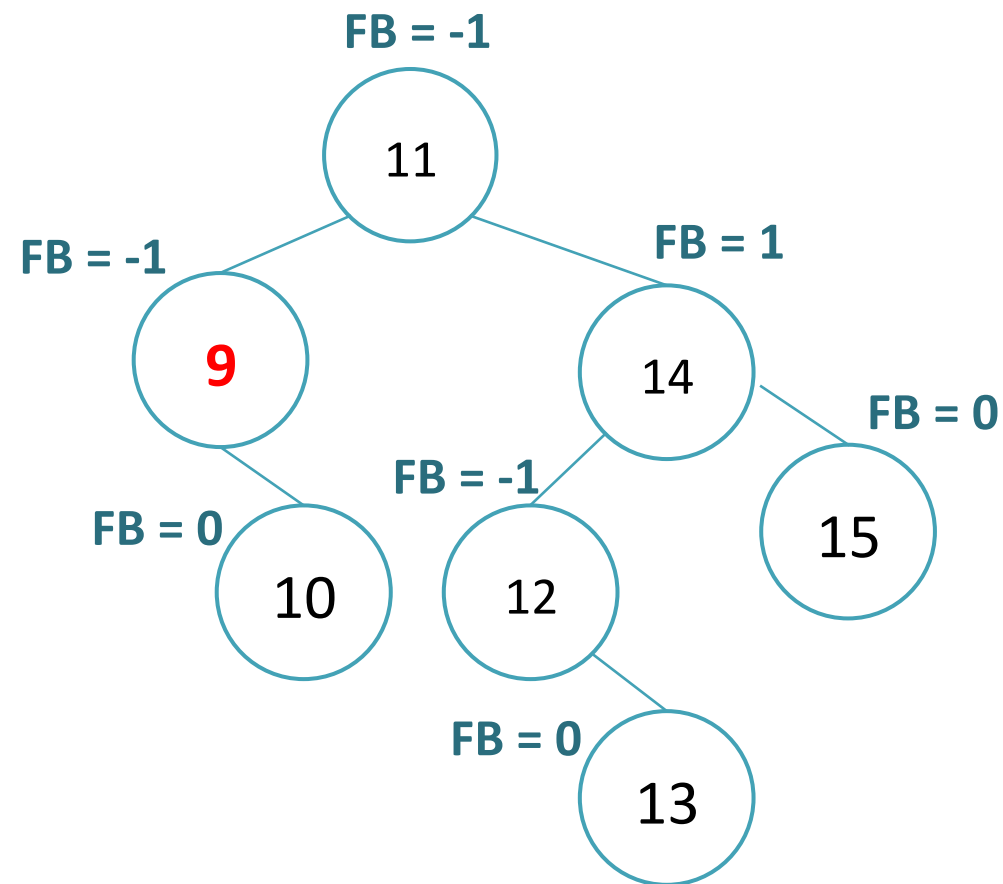
Remoção em AVL

Caso 1: grau = 0



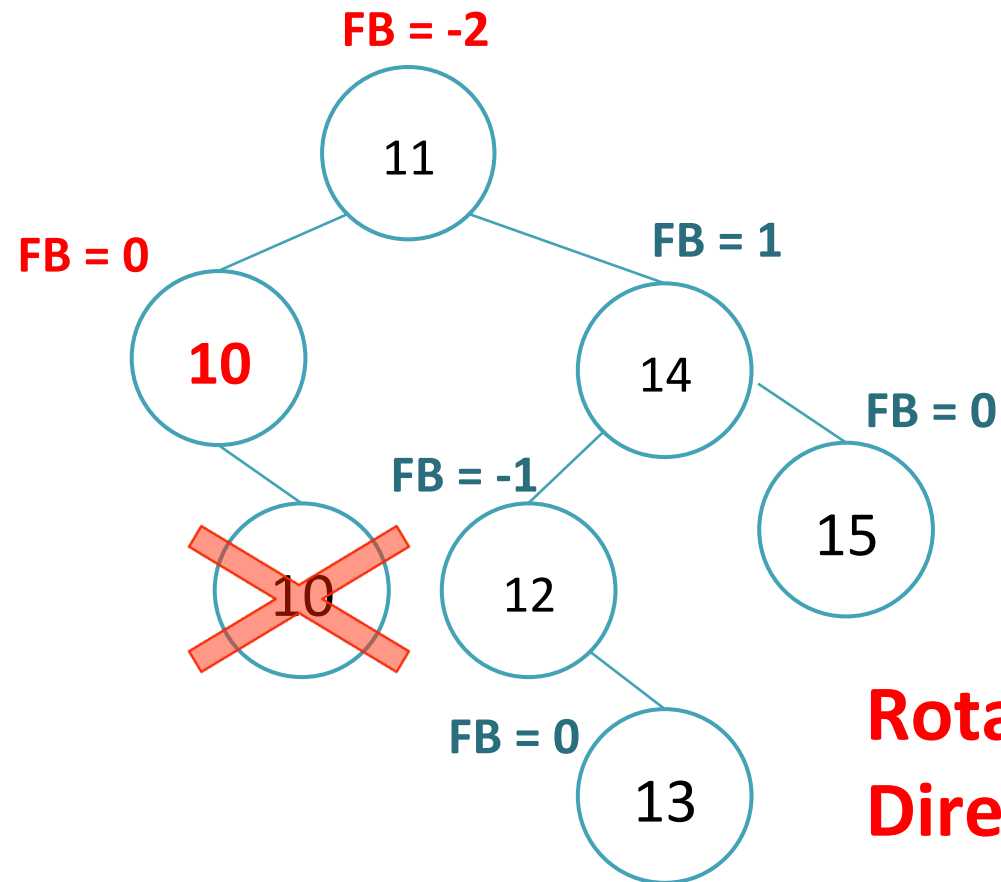
Remoção em AVL

Caso 2: grau = 1



Remoção em AVL

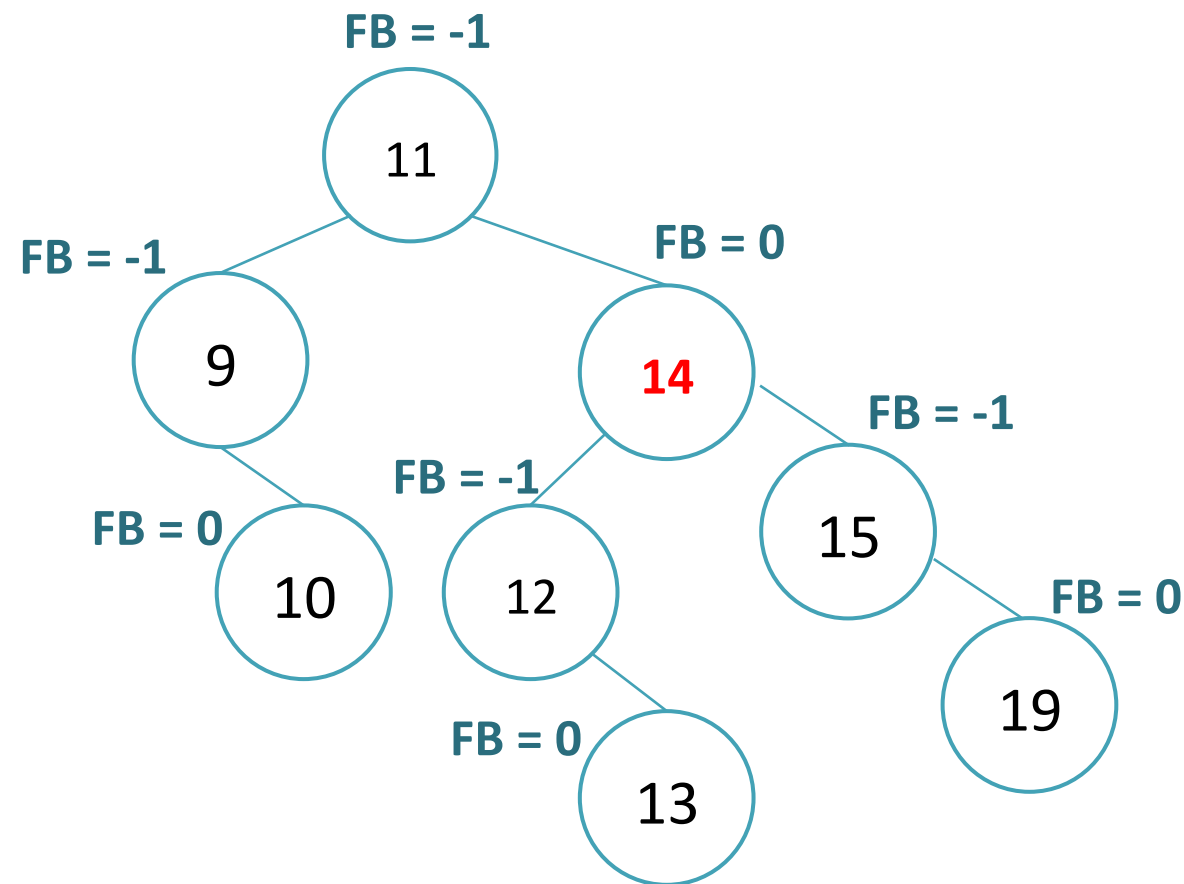
Caso 2: grau = 1



**Rotação:
Direita/Esquerda**

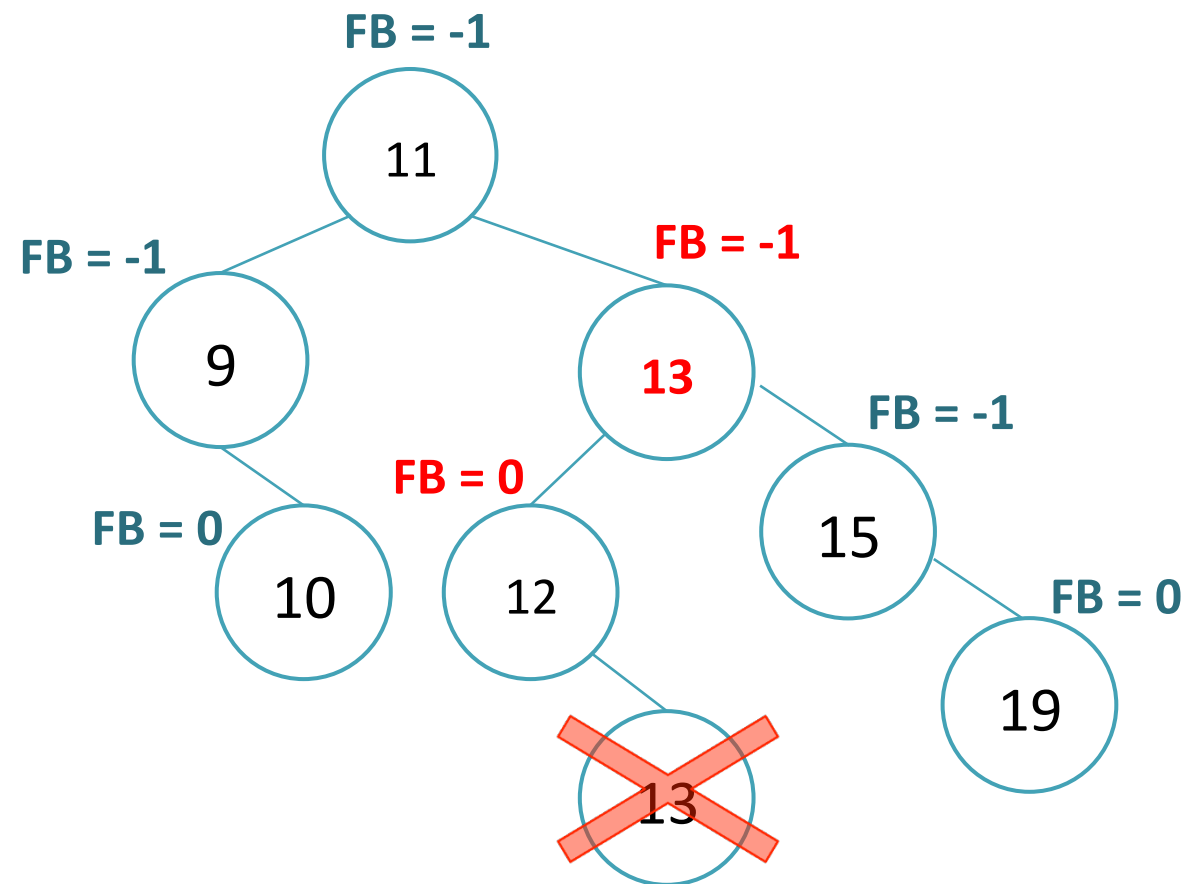
Remoção em AVL

Caso 3: grau = 2



Remoção em AVL

Caso 3: grau = 2



Remoção em AVLs


- **Parte 1** => similar à remoção em uma ABB
 - Três casos possíveis:
 - 1) o nó tem **grau 0** => já é uma folha;
 - remove o nó
 - 2) o nó tem **grau 1** => pela propriedade da AVL sua única subárvore é necessariamente uma folha, cuja chave é copiada para o pai
 - remove a folha
 - 3) o nó tem **grau 2** => sua chave é substituída pelo maior valor contido na subárvore esquerda (ou pelo menor da direita);
 - o nó que continha a maior (menor) chave copiada tem necessariamente grau 0 ou 1, caindo em um dos casos anteriores.

Remoção em AVLs

- **Parte 1** =>
- **Parte 2** => rebalanceamento
 - rotação

AVL - Complexidade

- Complexidade das operações?
 - Busca – $O(\log_2 n)$
 - Inserção – $O(\log_2 n)$
 - Remoção – $O(\log_2 n)$
- A altura máxima de uma AVL?
 - $1,44 \log_2 n$
 - uma busca nunca exige mais do que 44% mais comparações que uma ABB perfeitamente balanceada.



Exercício Extra – para entrega individual – somente presentes na aula...

- Faça as seguintes operações em AVL, na ordem especificada:
 - **Inserção:** 11 8 21 16 18 26 31 6
 - **Remoção:** 31 21 6 11 18