9.2.5

Seja $W = \mathbb{F}^m$ e considere $T \in \mathrm{Hom}_{\mathbb{F}}(V, W)$ dado por $T(v) = \sum_{i=1}^m f_i(v)e_i$, onde $\{e_i\}_{i=1}^m$ é a base canônica de W. Suponha por contradição que T não é sobrejetora, de forma que poderíamos escrever $W = U \oplus T(V)$ onde $U \neq \{0\}$. Seja $g \in W^*$ o funcional linear definido por $g(u) = 1$ para todo u em uma base $\{u_i\}_{i \in I}$ de U e $g(w) = 0$ se $w \in T(V)$, ou seja, $g \neq 0$ e $g \circ T = 0$. Então:

$$\begin{aligned}
(g \circ T)(v) &= g\left(\sum_{i=1}^m f_i(v)e_i\right) \\
&= \sum_{i=1}^m g(e_i)f_i(v) \\
\implies g \circ T &= \sum_{i=1}^m g(e_i)f_i = 0
\end{aligned}$$

Mas como $\{e_i\}_{i=1}^m$ é base de W, $g(e_i) \neq 0$ para algum i; ou seja, um dos coeficientes da última combinação linear é diferente de zero, contradizendo a hipótese que $\{f_i\}_{i=1}^m$ é l.i.. Portanto, T é sobrejetora e basta, para cada $1 \leq j \leq m$, escolher v tal que $T(v) = e_j$.