



UNIVERSIDADE FEDERAL DE SANTA CATARINA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA ELÉTRICA E ELETRÔNICA

# Análise e Projeto de Sistemas de Controle para Reator Químico Continuamente Agitado

*Estudo Comparativo de Técnicas de Controle com Aplicação em  
Processo Industrial*

**Autor:**

Lucas William Junges

**Disciplina:** Sistemas de Controle

7 de julho de 2025

# Sumário

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Parte I: Análise e Controle por Alocação de Polos</b>	<b>4</b>
2.1	Análise do Sistema em Equilíbrio . . . . .	4
2.2	Linearização e Projeto do Controlador PI . . . . .	5
<b>3</b>	<b>Parte II: Controle por Lugar das Raízes e Feedforward</b>	<b>6</b>
3.1	Projeto de Controle por Lugar das Raízes (LR) . . . . .	6
3.2	Melhora com Controle Feedforward . . . . .	6
<b>4</b>	<b>Parte III: Controle com Atraso de Medição</b>	<b>8</b>
4.1	O Desafio do Atraso de Tempo . . . . .	8
4.2	Solução: Preditor de Smith . . . . .	8
4.2.1	Resultados da Simulação . . . . .	9
4.2.2	Análise Gráfica das Simulações . . . . .	9
<b>5</b>	<b>Conclusões Gerais</b>	<b>13</b>

# Lista de Figuras

2.1	Comparação de desempenho: Controlador PI (azul) vs. Controlador por LR (vermelho). . . . .	4
2.2	Resposta do sistema não linear com controlador para pequenas variações. .	5
3.1	Comparação de desempenho: Controlador PI (azul) vs. Controlador por LR (vermelho). . . . .	6
3.2	Comparação da rejeição à perturbação com e sem controle Feedforward. . .	7
4.1	Estrutura conceitual do Preditor de Smith. . . . .	9
4.2	Resposta ao degrau do sistema com Preditor de Smith. . . . .	10
4.3	Diagrama de Bode do controlador discreto $C(z)$ . . . . .	10
4.4	Diagrama de Bode do filtro de referência $F_r(z)$ . . . . .	11
4.5	Margens de ganho e fase do sistema em malha aberta. . . . .	11
4.6	Lugar das raízes do sistema em malha aberta. . . . .	12
4.7	Análise de robustez com variações paramétricas. . . . .	12

# 1 Introdução

Este relatório apresenta um estudo abrangente sobre o projeto e análise de sistemas de controle aplicados a um reator químico continuamente agitado (CSTR) utilizado na produção industrial de cyclopentenol. O trabalho está estruturado em três partes principais que abordam progressivamente técnicas de controle de crescente complexidade e sofisticação.

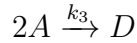
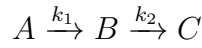
A primeira parte concentra-se na análise fundamental do sistema, incluindo a caracterização do comportamento estático e dinâmico do reator, linearização em torno de um ponto de operação, e o projeto de um controlador PI básico utilizando a técnica de alocação de polos. A segunda parte avança para o projeto de controladores por lugar das raízes, explorando estratégias de controle em malha simples e múltipla, incluindo controle feedforward. A terceira parte aborda o desafio de controle na presença de atrasos de medição, implementando a técnica do Preditor de Smith.

O sistema estudado representa um processo típico da indústria química, onde a concentração do produto B (cyclopentenol) deve ser controlada através da manipulação da vazão de diluição, na presença de perturbações na concentração de alimentação.

## 2 Parte I: Análise e Controle por Alocação de Polos

### 2.1 Análise do Sistema em Equilíbrio

A dinâmica do processo é regida por:



$$\frac{dC_a(t)}{dt} = -k_1 C_a(t) - k_3 C_a(t)^2 + \frac{(C_{af}(t) - C_a(t))F(t)}{V} \quad (2.1)$$

$$\frac{dC_b(t)}{dt} = k_1 C_a(t) - k_2 C_b(t) - \frac{C_b(t)F(t)}{V} \quad (2.2)$$

Com  $u = F/V$ , as equações de equilíbrio ( $\frac{dC}{dt} = 0$ ) são:

$$C_{af}u = C_a^2 k_3 + C_a(k_1 + u) \quad (2.3)$$

$$C_a k_1 = C_b(k_2 + u) \quad (2.4)$$

A análise dessas equações no MATLAB para a faixa de operação de  $u$  e  $C_{af}$  gera os mapas de comportamento estático.

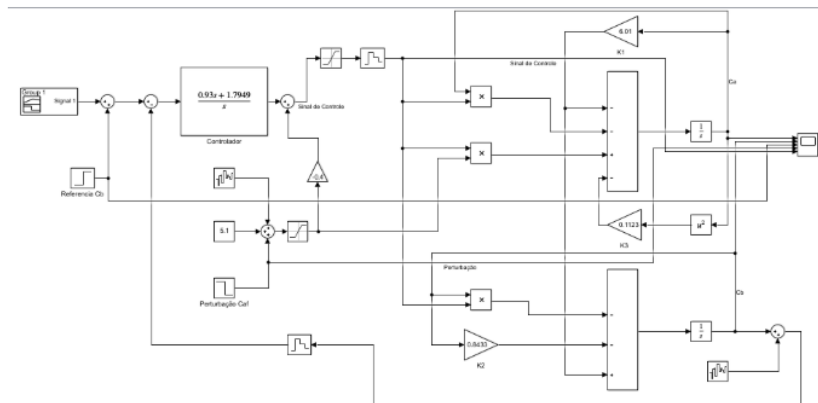


Figura 2.1: Comparação de desempenho: Controlador PI (azul) vs. Controlador por LR (vermelho).

## 2.2 Linearização e Projeto do Controlador PI

Para o ponto de operação  $C_{af} = 5.1 \text{ mol/L}$  e  $u = 1 \text{ min}^{-1}$ , as concentrações de equilíbrio são  $\bar{C}_a = 0.719$  e  $\bar{C}_b = 2.345 \text{ mol/L}$ . O modelo linearizado em torno deste ponto é:

$$\Delta \frac{dC_a}{dt} = -7.171\Delta C_a + \Delta C_{af} + 4.381\Delta u \quad (2.5)$$

$$\Delta \frac{dC_b}{dt} = 6.01\Delta C_a - 1.843\Delta C_b - 2.354\Delta u \quad (2.6)$$

Com base neste modelo, um controlador PI  $C(s)$  e um filtro de referência  $F_r(s)$  foram projetados por alocação de polos para atender  $t_{5\%} \in [1.5, 1.7] \text{ min}$  e pico  $< 5\%$ .

$$C(s) = 1.85162 \frac{s + 1.91627}{s} \quad (2.7)$$

$$F_r(s) = \frac{1.91627}{s + 1.91627} \quad (2.8)$$

A simulação do sistema não linear com o controlador projetado mostra que as especificações são atendidas perto do ponto de operação, mas o desempenho degrada ao se afastar dele.

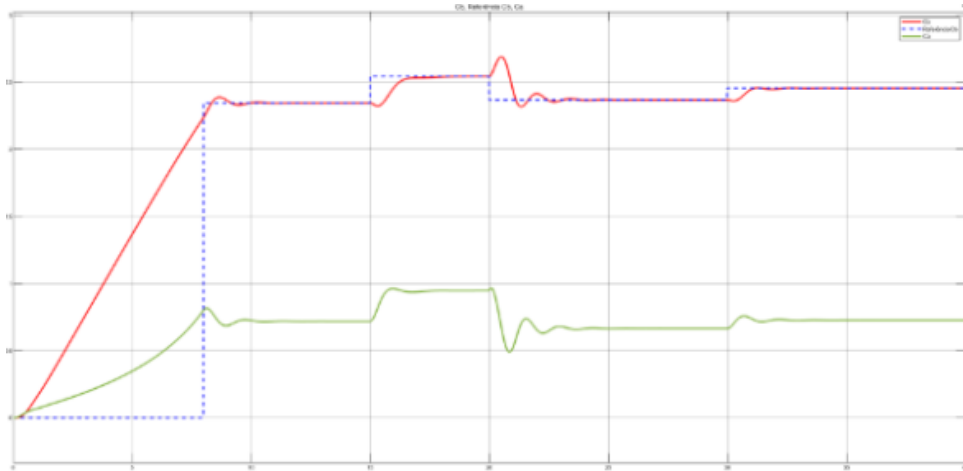


Figura 2.2: Resposta do sistema não linear com controlador para pequenas variações.

## 3 Parte II: Controle por Lugar das Raízes e Feedforward

### 3.1 Projeto de Controle por Lugar das Raízes (LR)

Nesta parte, um controlador mais complexo é projetado usando a técnica do Lugar das Raízes para o modelo de segunda ordem. A função de transferência de interesse é:

$$\frac{C_b(s)}{u(s)} = \frac{-2.354(s - 4.013)}{(s + 1.843)(s + 7.171)} \quad (3.1)$$

O controlador projetado, que tem uma estrutura PID, é:

$$C(s) = \frac{5.2946(s + 3.835)^2}{s(s + 20)} \quad (3.2)$$

Este controlador, quando comparado ao PI da Parte I, oferece uma resposta mais suave e menos oscilatória, sendo mais adequado para a dinâmica de segunda ordem do sistema.

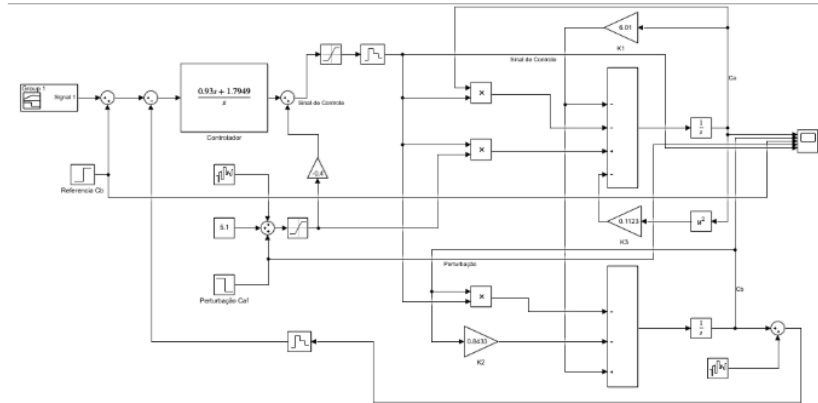


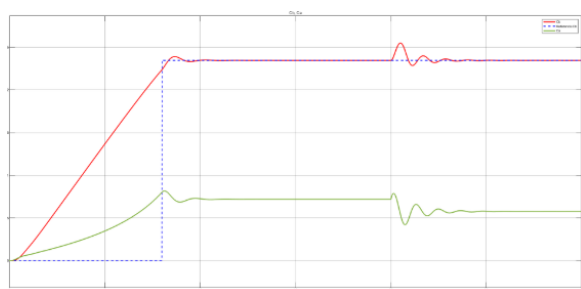
Figura 3.1: Comparação de desempenho: Controlador PI (azul) vs. Controlador por LR (vermelho).

### 3.2 Melhora com Controle Feedforward

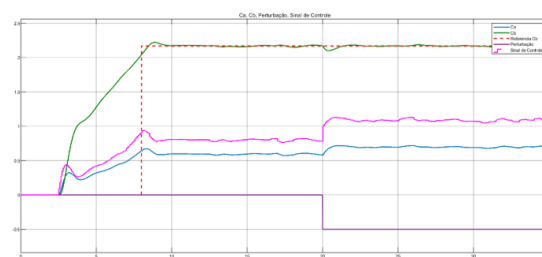
Para melhorar a rejeição à perturbação  $C_{af}$ , uma estratégia de controle Feedforward é implementada. O controlador feedforward ideal é instável, então uma aproximação por ganho estático é utilizada:

$$C_{ff} \approx -0.4 \quad (3.3)$$

A simulação mostra uma melhoria drástica na rejeição à perturbação.



(a) Sem Feedforward



(b) Com Feedforward

Figura 3.2: Comparação da rejeição à perturbação com e sem controle Feedforward.



## 4 Parte III: Controle com Atraso de Medição

### 4.1 O Desafio do Atraso de Tempo

Esta seção aborda um cenário mais realista onde a medição da concentração  $C_b$  possui um atraso de transporte de 3 minutos. Este atraso, modelado como  $e^{-3s}$ , degrada severamente o desempenho de controladores convencionais.

### 4.2 Solução: Preditor de Smith

A estrutura do Preditor de Smith é utilizada para compensar o atraso. Ela funciona utilizando um modelo matemático do processo para "prever" a saída futura, removendo o efeito do atraso da malha de realimentação. Isso permite que o controlador principal, projetado para o processo sem atraso, opere de forma eficaz.

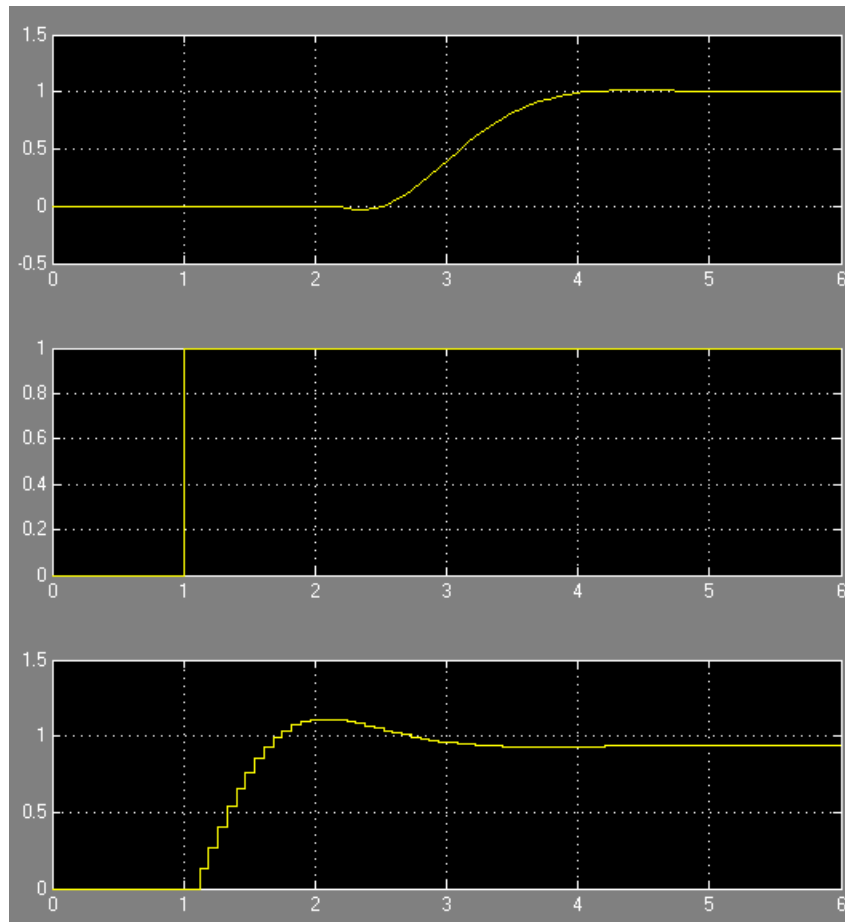


Figura 4.1: Estrutura conceitual do Preditor de Smith.

O controlador  $C(s)$  é o mesmo projetado na Parte II. O bloco  $G_p(s)$  é o modelo do processo sem atraso, e  $e^{-Ls}$  é o modelo do atraso. A diferença entre a saída real do processo e a saída do modelo ( $\epsilon$ ) corrige erros de modelagem.

#### 4.2.1 Resultados da Simulação

A simulação do sistema com o Preditor de Smith mostra que o desempenho desejado (tempo de acomodação e sobressinal) é recuperado, apesar do grande atraso. A análise de robustez, no entanto, mostra que o desempenho é sensível a erros na estimativa do atraso. Uma variante, o Preditor de Smith filtrado, pode ser usada para melhorar a robustez, ao custo de uma maior complexidade.

#### 4.2.2 Análise Gráfica das Simulações

Os gráficos a seguir, gerados via Octave, detalham o comportamento do sistema com o Preditor de Smith e os componentes do controlador.

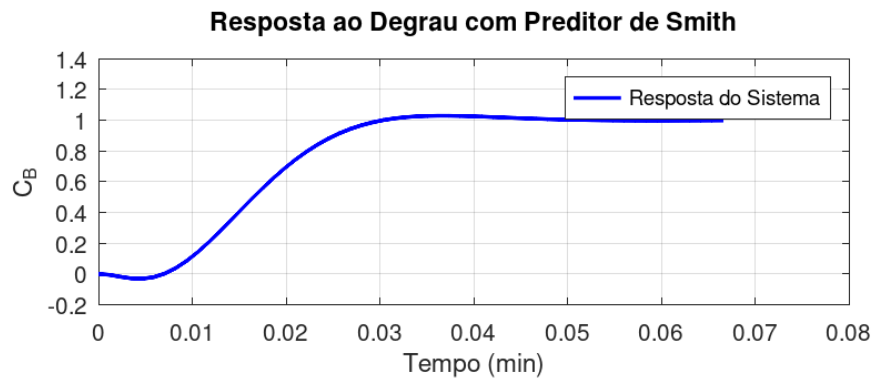


Figura 4.2: Resposta ao degrau do sistema com Preditor de Smith.

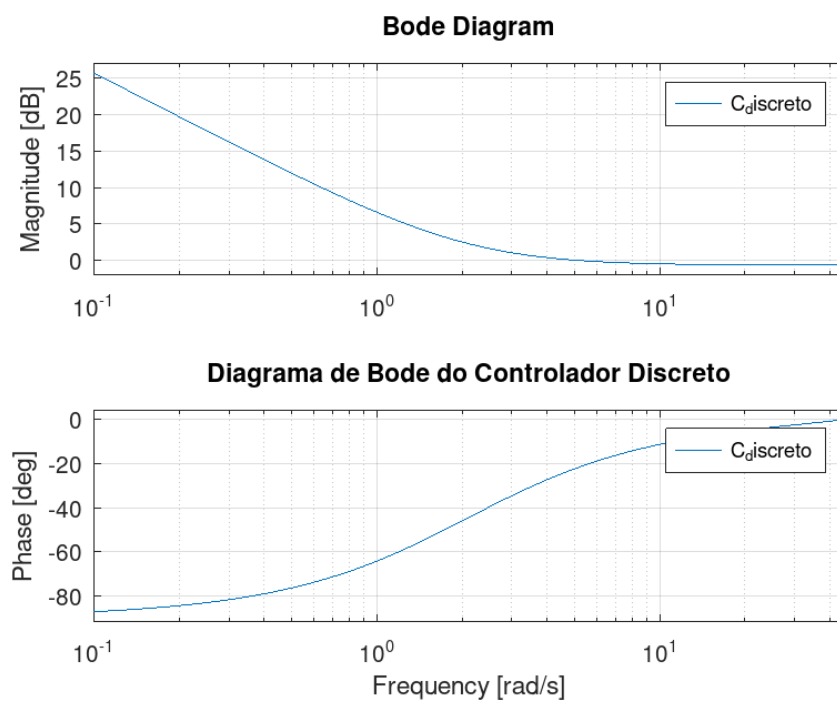


Figura 4.3: Diagrama de Bode do controlador discreto  $C(z)$ .

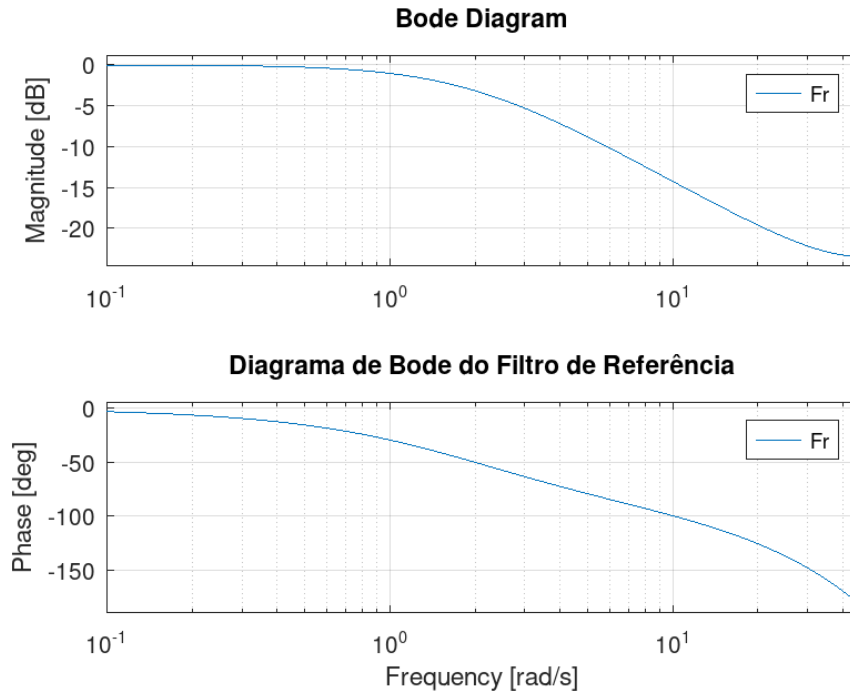


Figura 4.4: Diagrama de Bode do filtro de referência  $Fr(z)$ .

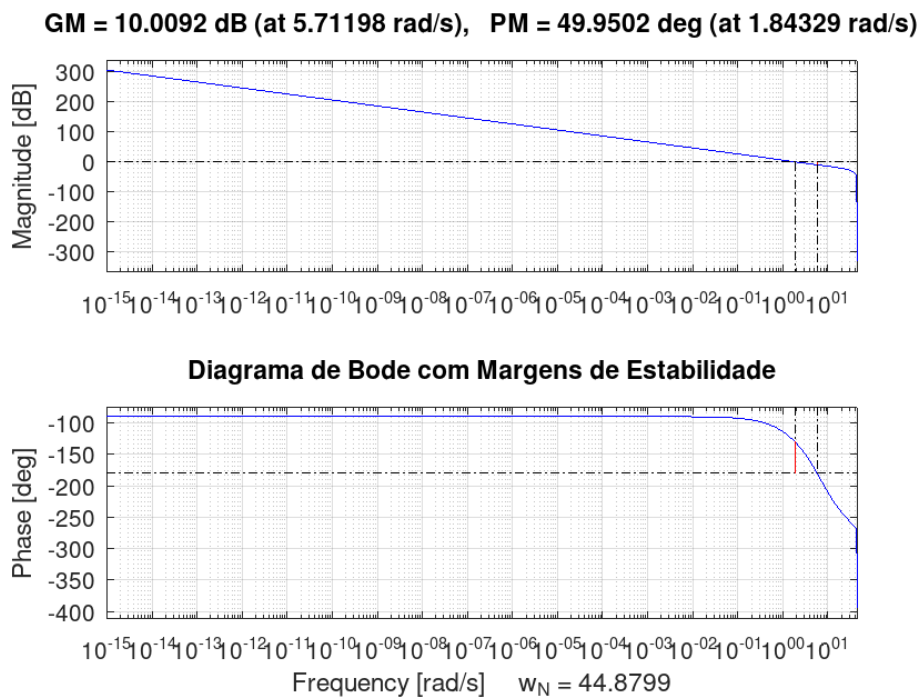


Figura 4.5: Margens de ganho e fase do sistema em malha aberta.

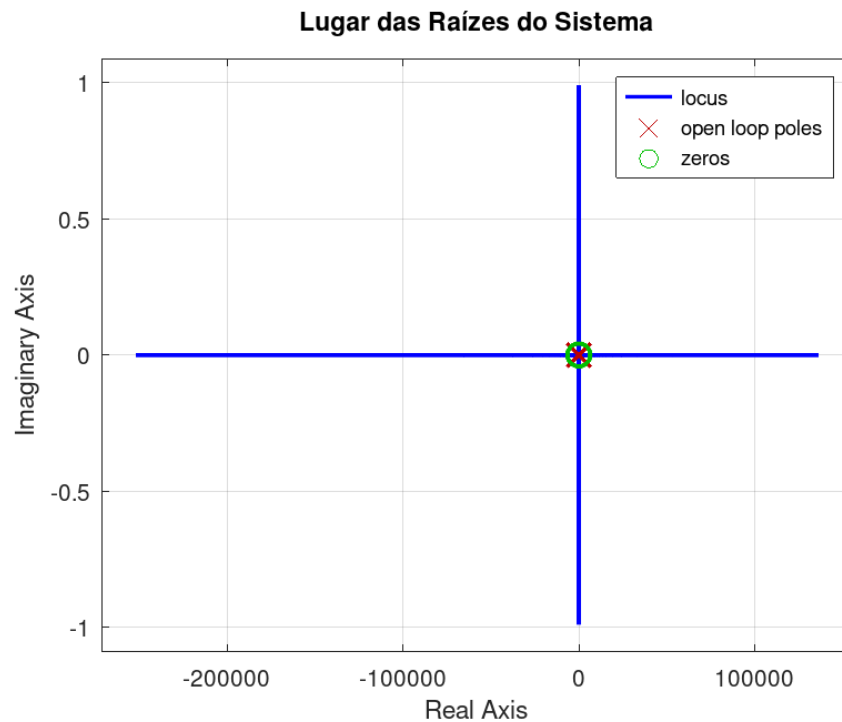


Figura 4.6: Lugar das raízes do sistema em malha aberta.

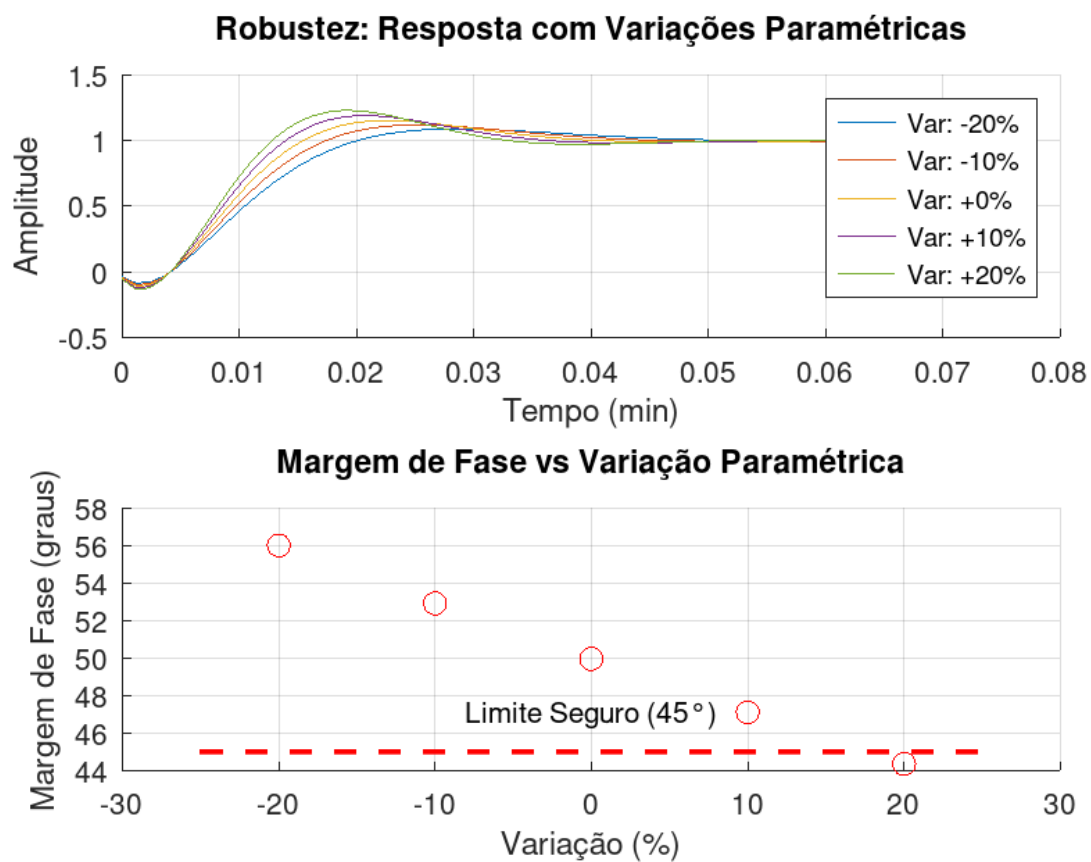


Figura 4.7: Análise de robustez com variações paramétricas.

## 5 Conclusões Gerais

Este trabalho demonstrou a aplicação progressiva de técnicas de controle a um reator químico.

- **Parte I (PI):** Solução simples e robusta, adequada para controle básico, mas com desempenho limitado para dinâmicas complexas.
- **Parte II (LR + FF):** Oferece desempenho superior, com resposta mais suave e excelente rejeição a perturbações, mas exige um projeto mais complexo e sensores adicionais.
- **Parte III (Preditor de Smith):** Essencial para processos com atrasos significativos, restaurando o desempenho do controle, mas sensível a erros de modelagem.

A escolha da estratégia de controle em um cenário industrial dependerá de um trade-off entre o desempenho desejado, a complexidade da implementação e os custos associados (sensores, poder computacional).

# Referências Bibliográficas

- [1] Ogata, K. *Engenharia de Controle Moderno*. 5<sup>a</sup> edição. Pearson Prentice Hall, 2010.
- [2] Dorf, R. C.; Bishop, R. H. *Sistemas de Controle Modernos*. 12<sup>a</sup> edição. LTC, 2013.
- [3] Seborg, D. E.; Edgar, T. F.; Mellichamp, D. A. *Process Dynamics and Control*. 3<sup>a</sup> edição. Wiley, 2010.