
Table of Contents

.....	1
1 - Estimar o valor da integral de dx/x de 3 a 3.6 com 6 subintervalos	1
2 - Estimar o valor da integral de 0 a 4 de $(1+x^2)^{-0.5}$	2
(a) Primeiro caso - 2 pontos	2
(b) Segundo caso - 3 pontos	3
(c) Terceiro caso - 9 pontos	4
3 - Resolver o problema 1) pela regra 1/3 de Simpson, com 2 subintervalos	5
4 - Calcular a integral de 1 a 5 de $\ln(x)$ por 1/3 de Simpson usando 10 subintervalos	5
5 - Calcular a área definida por $f(x)$ pela regra 1/3 de Simpson	7
6 - Determinar o número mínimo de subintervalos necessários para precisão de $e \leq 1e-5$	8
(a) Integral de e^{-x} de 1 a 2	8
(b) Integral de $x^{0.5}$ de 1 a 4	10
(c) Integral de $1/x^{0.5}$ de 2 a 5	12
7 - Considerando o PVI, calcular a solução em $x=1$	14
(a) Método de Euler	14
(b) Método de Euler Aperfeiçoado (Heun de 2ª ordem)	14
8 - Considerando a EDO, resolver por Heun de 2ª ordem	15
9 - Resolver a EDO de ordem superior	16
(a) Método de Euler	16
(b) Método de Euler Aperfeiçoado	18

```
% Resolução - Lista para P2
% Cálculo Numérico Computacional
% Prof. Lucas Zanovello Tahara
```

```
clear all; close all; clc
format long g
warning off
```

1 - Estimar o valor da integral de dx/x de 3 a 3.6 com 6 subintervalos

```
% A função f(x) é 1/x

h = (3.6-3)/6
x = 3:h:3.6
f = 1./x

Itr = (h/2)*(f(1)+2*(sum(f(2:end-1)))+f(end))

h =
```

0.1

x =

Columns 1 through 3

	3	3.1
3.2		

Columns 4 through 6

	3.3	3.4
3.5		

Column 7

3.6

f =

Columns 1 through 3

0.3333333333333333	0.32258064516129
0.3125	

Columns 4 through 6

0.303030303030303	0.294117647058824
0.285714285714286	

Column 7

0.277777777777778

Itr =

0.182349843652026

2 - Estimar o valor da integral de 0 a 4 de $(1+x^2)^{-0.5}$

(a) Primeiro caso - 2 pontos

```
clear all
```

```
h = (4-0)/1
```

```
x = 0:h:4
```

```
f = (1+x.^2).^(-0.5)
```

```
It = (h/2)*(f(1)+f(2))
```

```
h =  
    4  
  
x =  
    0    4  
  
f =  
  
    1    0.242535625036333  
  
It =  
  
    2.48507125007267
```

(b) Segundo caso - 3 pontos

```
clear all  
  
h = (4-0)/2  
x = 0:h:4  
f = (1+x.^2).^(-0.5)  
  
Itr = (h/2)*(f(1)+2*(f(2))+f(end))  
  
h =  
    2  
  
x =  
    0    2    4  
  
f =  
  
    1    0.447213595499958  
    0.242535625036333  
  
Itr =  
  
    2.13696281603625
```

(c) Terceiro caso - 9 pontos

```
clear all

h = (4-0)/8
x = 0:h:4
f = (1+x.^2).^(-0.5)

Itr = (h/2)*(f(1)+2*(sum(f(2:end-1)))+f(end))

h =

    0.5

x =

Columns 1 through 3

    0    0.5

    1

Columns 4 through 6

    1.5    2

    2.5

Columns 7 through 9

    3    3.5

    4

f =

Columns 1 through 3

    1    0.894427190999916

0.707106781186547

Columns 4 through 6

    0.554700196225229    0.447213595499958

0.371390676354104

Columns 7 through 9

    0.316227766016838    0.274721127897378

0.242535625036333

Itr =
```

3 - Resolver o problema 1) pela regra 1/3 de Simpson, com 2 subintervalos

```
clear all

% Para 2 subintervalos, temos 3 pontos
% A função f(x) é 1/x

h = (3.6-3)/2
x = 3:h:3.6
f = 1./x

Is = (h/3)*(f(1)+4*f(2)+f(3))

h =

    0.3

x =

    3.0000    3.3000

f =

    0.333333333333333    0.303030303030303
    0.277777777777778

Is =

    0.182323232323232
```

4 - Calcular a integral de 1 a 5 de $\ln(x)$ por 1/3 de Simpson usando 10 subintervalos

```
clear all

h = (5-1)/10
x = 1:h:5
f = log(x)

Isr = (h/3)*(f(1)+4*(f(2)+f(4)+f(6)+f(8)+f(10))+...
```

+2*(f(3)+f(5)+f(7)+f(9))+f(11))

h =

0.4

x =

Columns 1 through 3

1.8	1	1.4
-----	---	-----

Columns 4 through 6

3	2.2	2.6
---	-----	-----

Columns 7 through 9

4.2	3.4	3.8
-----	-----	-----

Columns 10 through 11

4.6	5
-----	---

f =

Columns 1 through 3

0.587786664902119	0	0.336472236621213
-------------------	---	-------------------

Columns 4 through 6

1.09861228866811	0.78845736036427	0.955511445027436
------------------	------------------	-------------------

Columns 7 through 9

1.43508452528932	1.22377543162212	1.33500106673234
------------------	------------------	------------------

Columns 10 through 11

1.52605630349505	1.6094379124341
------------------	-----------------

Isr =

5 - Calcular a área definida por $f(x)$ pela regra 1/3 de Simpson

```
clear all

x = [2 4 6 8 10 12 14 16 18]
f = [0.5 0.9 1.1 1.3 1.7 2.1 1.5 1.1 0.6]

figure
plot(x,f,'b-^');
hold on
xlabel('$x$', 'interpreter','latex','fontsize',18);
ylabel('$f(x)$', 'interpreter','latex','fontsize',18);
set(gca, 'TicklabelInterpreter','latex','fontsize',18);
grid minor

% Temos, neste caso, 9 pontos, o que significa 8 subintervalos

h = (18-2)/8

Isr = (h/3)*(f(1)+4*(f(2)+f(4)+f(6)+f(8))+...
          +2*(f(3)+f(5)+f(7))+f(9))

x =

     2     4     6     8    10    12    14    16    18

f =

Columns 1 through 3

     0.5     0.9

     1.1

Columns 4 through 6

     1.3     1.7

     2.1

Columns 7 through 9

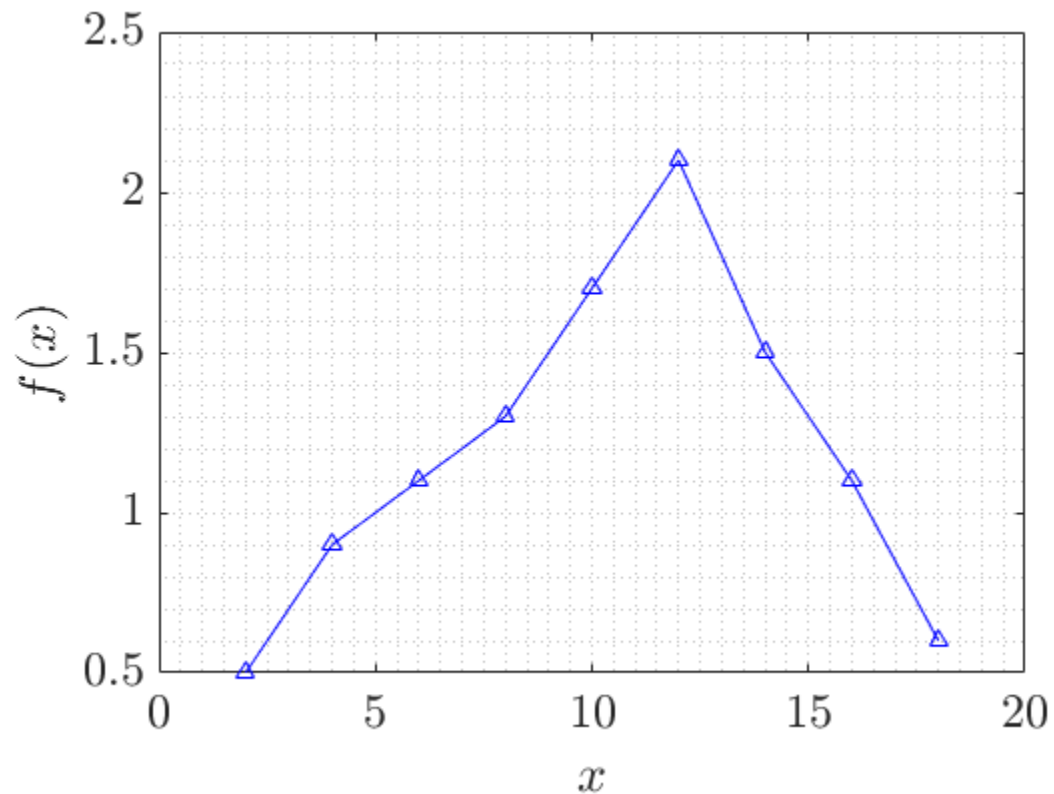
     1.5     1.1

     0.6

h =
```

$I_{sr} =$

20.8666666666667



6 - Determinar o número mínimo de subintervalos necessários para precisão de $e \leq 1e-5$

```
% Temos que usar a fórmula do erro para verificar este número mínimo
% Para a regra dos trapézios, temos:
% |Etr| <= (h^2/12)*(b-a)*máx|f''(x)|
% Para 1/3 de Simpson, temos:
% |Esr| <= ((b-a)*h^4)/180*máx(|f(iv)(x)|
```

(a) Integral de e^{-x} de 1 a 2

```
% Trapézios:
```

```
% f''(x) = e^-x

clear all

a = 1
b = 2

max = exp(-1)
Etr = 1e-5

h = sqrt((Etr*12)/((b-a)*abs(max)))
n = (b-a)/h

% Simpson

% f(iv)(x) = e^-x

clear all

a = 1
b = 2

max = exp(-1)
Esr = 1e-5

h = ((Esr*180)/((b-a)*abs(max)))^(1/4)
n = (b-a)/h

a =

    1

b =

    2

max =

    0.367879441171442

Etr =

    1e-05

h =

    0.0180608366200208
```

```
n =  
  
55.3684206905165  
  
a =  
  
1  
  
b =  
  
2  
  
max =  
  
0.367879441171442  
  
Esr =  
  
1e-05  
  
h =  
  
0.264479336523506  
  
n =  
  
3.78101371980387
```

(b) Integral de $x^{0.5}$ de 1 a 4

```
% Trapézios:  
  
% f''(x) = -1/(4*x^1.5)  
  
clear all  
  
a = 1  
b = 4  
  
max = -1/(4*1^1.5)  
Etr = 1e-5  
  
h = sqrt((Etr*12)/((b-a)*abs(max)))  
n = (b-a)/h
```

```
% Simpson

% f(iv)(x) = -15/(16*x^3.5)
clear all

a = 1
b = 4

max = -15/(16*1^3.5)
Esr = 1e-5

h = ((Esr*180)/((b-a)*abs(max)))^(1/4)
n = (b-a)/h

a =

    1

b =

    4

max =

    -0.25

Etr =

    1e-05

h =

    0.0126491106406735

n =

    237.170824512628

a =

    1

b =

    4
```

```
max =  
  
-0.9375  
  
Esr =  
  
1e-05  
  
h =  
  
0.15905414575341  
  
n =  
  
18.861501445244
```

(c) Integral de $1/x^{0.5}$ de 2 a 5

```
% Trapézios:  
  
% f''(x) = 0.75/x^2.5  
  
clear all  
  
a = 2  
b = 5  
  
max = 0.75/2^2.5  
Etr = 1e-5  
  
h = sqrt((Etr*12)/((b-a)*abs(max)))  
n = (b-a)/h  
  
% Simpson  
  
% f(iv)(x) = 6.5625/x^4.5  
clear all  
  
a = 2  
b = 5  
  
max = 6.5625/2^4.5  
Esr = 1e-5  
  
h = ((Esr*180)/((b-a)*abs(max)))^(1/4)  
n = (b-a)/h
```

$a =$
 2

$b =$
 5

$max =$
 0.132582521472478

$Etr =$
 $1e-05$

$h =$
 0.0173694816648701

$n =$
 172.716725684884

$a =$
 2

$b =$
 5

$max =$
 0.290024265721045

$Esr =$
 $1e-05$

$h =$
 0.213269734657332

$n =$

14.066693545712

7 - Considerando o PVI, calcular a solução em $x=1$

$$y' = -2*y$$

(a) Método de Euler

```
y(1) = 1
x = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1];
h = 0.2

for i = 1:5
    y(i+1) = y(i)+h*(-2*y(i));
end

fprintf('\nSolução: \n')
y(end)
```

$y =$

1

$h =$

0.2

Solução:

ans =

0.07776

(b) Método de Euler Aperfeiçoado (Heun de 2ª ordem)

```
clear all

y(1) = 1
x = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1];
h = 0.2
```

```

for i = 1:5
    y(i+1) = y(i)+(h/2)*(-2*y(i) + -2*(y(i)+h*(-2*y(i))));
end

fprintf('\nSolução: \n')
y(end)

y =

    1

h =

    0.2

Solução:

ans =

    0.1453933568

```

8 - Considerando a EDO, resolver por Heun de 2ª ordem

```

clear all

y(1) = 3
x = [1 1.1 1.2 1.3 1.4 1.5];
h = 0.1

for i = 1:5
    f = (2+x(i)^2*y(i))/x(i);
    y(i+1) = y(i)+(h/2)*((2+x(i)^2*y(i))/x(i) + (2+x(i+1)^2*(y(i)+h*f))/x(i));
end

fprintf('\nSolução: \n')
y(end)

y =

    3

h =

    0.1

```

Solução:

ans =

6.99101602112624

9 - Resolver a EDO de ordem superior

(a) Método de Euler

```
clear all

% Vamos fazer a mudança de variáveis na forma:

% z = y'
% z' = y'' = -y

% E assim devemos integrar estas duas equações simultaneamente

h = 0.2
x = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1]
y(1) = 0
z(1) = 1/pi

for i = 1:5
    y(i+1) = y(i)+h*(z(i));
    z(i+1) = z(i)+h*(-y(i));
end

fprintf('\nSolução: \n')
fprintf('\ny(1): \n')
y(end)
fprintf('\ny''(1): \n')
z(end)

figure
plot(x,y,'b-o'); hold on

h =

0.2

x =

Columns 1 through 3

0.4 0 0.2
```

Columns 4 through 6

	0.6	0.8
1		

$y =$

0

$z =$

0.318309886183791

Solução:

$y(1):$

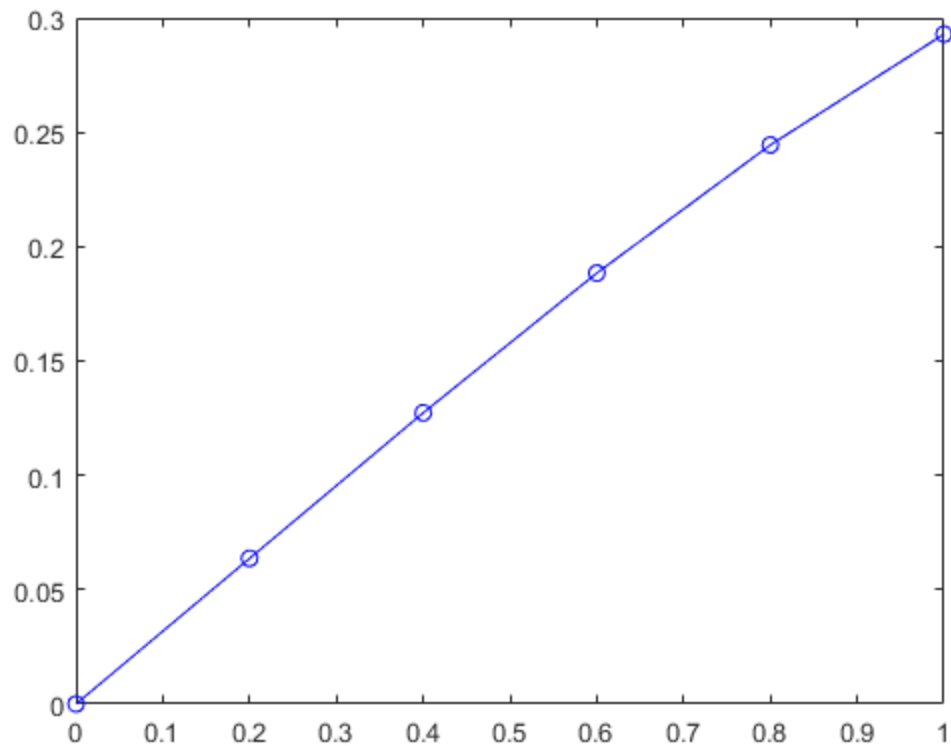
$ans =$

0.292946954452666

$y'(1):$

$ans =$

0.193532410799745



(b) Método de Euler Aperfeiçoado

```
clear all
% Aqui mantemos a mudança de variáveis, apenas trocamos o método

h = 0.2
x = [0 0.2 0.4 0.6 0.8 1]
y(1) = 0
z(1) = 1/pi

for i = 1:5
    f = z(i)
    g = -y(i)
    y(i+1) = y(i)+(h/2)*(z(i) + z(i)+h*g);
    z(i+1) = z(i)+(h/2)*(-y(i) + (-(y(i)+h*f)));
    clear f
    clear g
end

fprintf('\nSolução: \n')
fprintf('\ny(1): \n')
y(end)
fprintf('\ny''(1): \n')
z(end)
```

```

plot(x,y,'r-^')
xlabel('$x$', 'interpreter','latex','fontsize',18);
ylabel('$y$', 'interpreter','latex','fontsize',18);
set(gca, 'TicklabelInterpreter','latex','fontsize',18);
grid minor
legend('Euler','Euler
Aperfeiçoado','fontsize',18, 'location','northwest');

```

$h =$

0.2

$x =$

Columns 1 through 3

0.4 0 0.2

Columns 4 through 6

1 0.6 0.8

$y =$

0

$z =$

0.318309886183791

$f =$

0.318309886183791

$g =$

0

$f =$

0.311943688460115

$g =$

-0.0636619772367581

$f =$

0.292972419243561

$g =$

-0.124777475384046

$f =$

0.262157475781881

$g =$

-0.180876409725077

$f =$

0.220739044321228

$g =$

-0.229690376686952

Solução:

$y(1):$

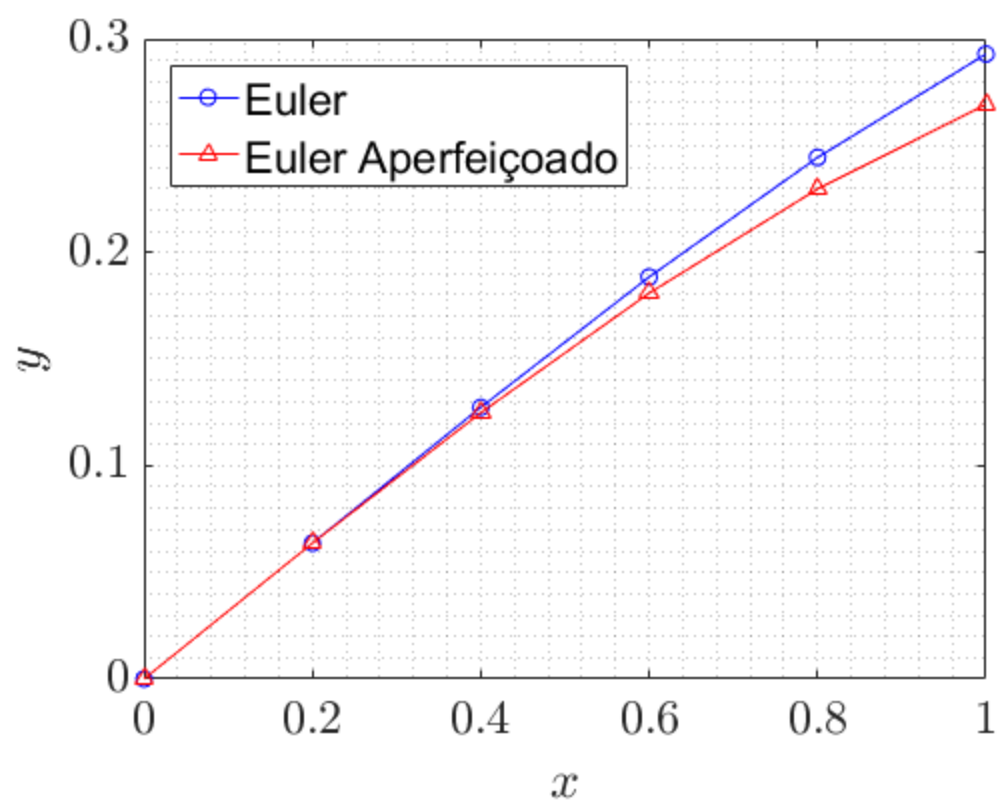
$ans =$

0.269244378017458

$y'(1):$

$ans =$

0.170386188097413



Published with MATLAB® R2016a