Cálculo Númerico Computacional

Lista para a P2

Matemática - Prof. Lucas Zanovello

RA:____

1) Estime o valor de:

$$I = \int_{3,0}^{3,6} \frac{dx}{x} \tag{1}$$

pela **regra dos trapézios repetida**, subdividindo o intervalo em 6 subintervalos.

Solução: $I_{TR} = 0,18235$.

2) Estimar o valor de:

$$\int_{0}^{4} (1 + x^2)^{-1/2} dx \tag{2}$$

Para:

(a) 2 pontos (Trapézio Simples) Solução: $I_T = 2,48508$;

(b) 3 pontos Solução: $I_{TR} = 2,1369$;

(c) 9 pontos Solução: $I_{TR} = 2,0936$.

OBS: O valor real é: $I = 2,0947$.

3) Resolva o problema 1) por meio da **Regra 1/3 de Simpson**, mas com dois intervalos apenas e compare com o valor exato da integral, a saber $I = 0,18232$.

4) Calcule:

$$\int_{1}^{5} ln(x) dx \tag{3}$$

usando a **regra 1/3 de Simpson** com 10 subintervalos.

Solução: $I_{SR} = 4,0470$.

5) Calcule a área definida por $f(x)$ pela **regra 1/3 de Simpson**:

x	2	4	6	8	10	12	14	16	18
$f(x)$	0.5	0.9	1.1	1.3	1.7	2.1	1.5	1.1	0.6

Solução: $I_S = 20,8667$.

6) Determine o número mínimo de subintervalos necessários para que a integral, em cada caso, tenha precisão $\epsilon \leq 1.10^{-5}$:

(a) $\int_1^2 e^{-x}dx$

(b) $\int_1^4 \sqrt{x}dx$

(c) $\int_2^5 \frac{1}{\sqrt{x}}dx$

Considere em cada caso tanto a **regra dos trapézios** quanto a **regra 1/3 de Simpson**, e compare os resultados obtidos.

7) Para o seguinte P.V.I.:

$$y'(x) + 2y(x) = 0 \tag{4}$$
$$y(0) = 1 \tag{5}$$

considerando $h = 0,2$, calcule:

(a) A solução em $x = 1$ pelo **método de Euler** Solução: $y_5 = 0,07776$;

(b) A solução em $x = 1$ pelo **método de Euler Aperfeiçoado (Heun de 2ª Ordem)** Solução: $y_5 = 0,145393356$;

(c) Sabendo que a solução exata da equação é $y(x) = e^{-2x}$, compare com as soluções aproximadas obtidas nos itens anteriores. $y(1) = 0,135335283$.

8) Considere e equação diferencial ordinária, dada por:

$$xy'(x) - x^2y(x) - 2 = 0 \tag{6}$$
$$y(1) = 3 \tag{7}$$

Fazendo $h = 0,1$, determine a solução aproximada no ponto $x = 1,5$, usando o **método de Heun de 2ª ordem (RK de 2ª ordem)**.

OBS: Lembre-se de trabalhar a equação para ficar na forma correta antes de iniciar o exercício. Queremos integrar $y'(x)$!

9) Este exercício é bem parecido com o trabalho que vocês devem entregar (a lógica é parecida)...

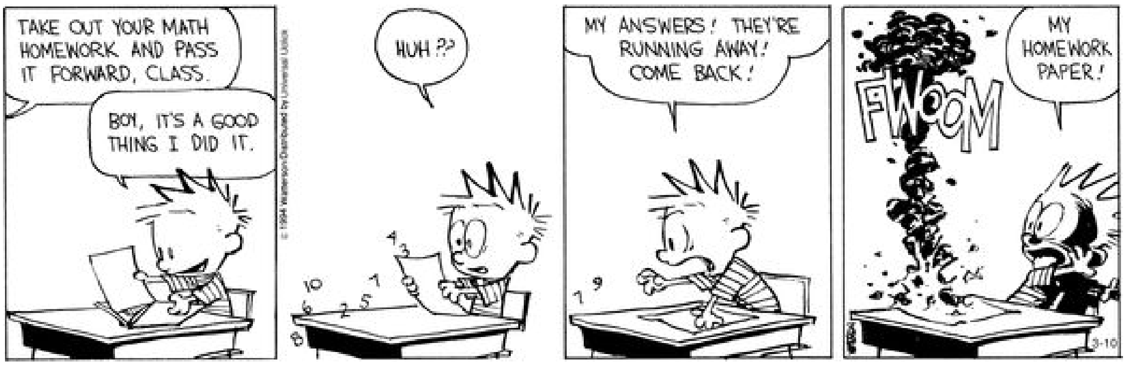
Determine a solução numérica aproximada em $x = 1$ da seguinte Equação Diferencial Ordinária, de segunda ordem, com o passo $h = 0,2$:

$$y''(x) + y(x) = 0 \tag{8}$$
$$y(0) = 0 \tag{9}$$
$$y'(0) = \frac{1}{\pi} \tag{10}$$

usando (a) o **método de Euler** e (b) **Euler Aperfeiçoado**. Sabendo que a solução exata da equação é $y(x) = (1/\pi^2)sen(\pi x)$, compare com as soluções aproximadas obtidas anteriormente.

OBS: Lembre-se de fazer a mudança de variáveis que foi discutida na aula prática envolvendo métodos de Runge-Kutta.

(a) Euler: $y(1) \approx 0,292946952$



____

Assinatura