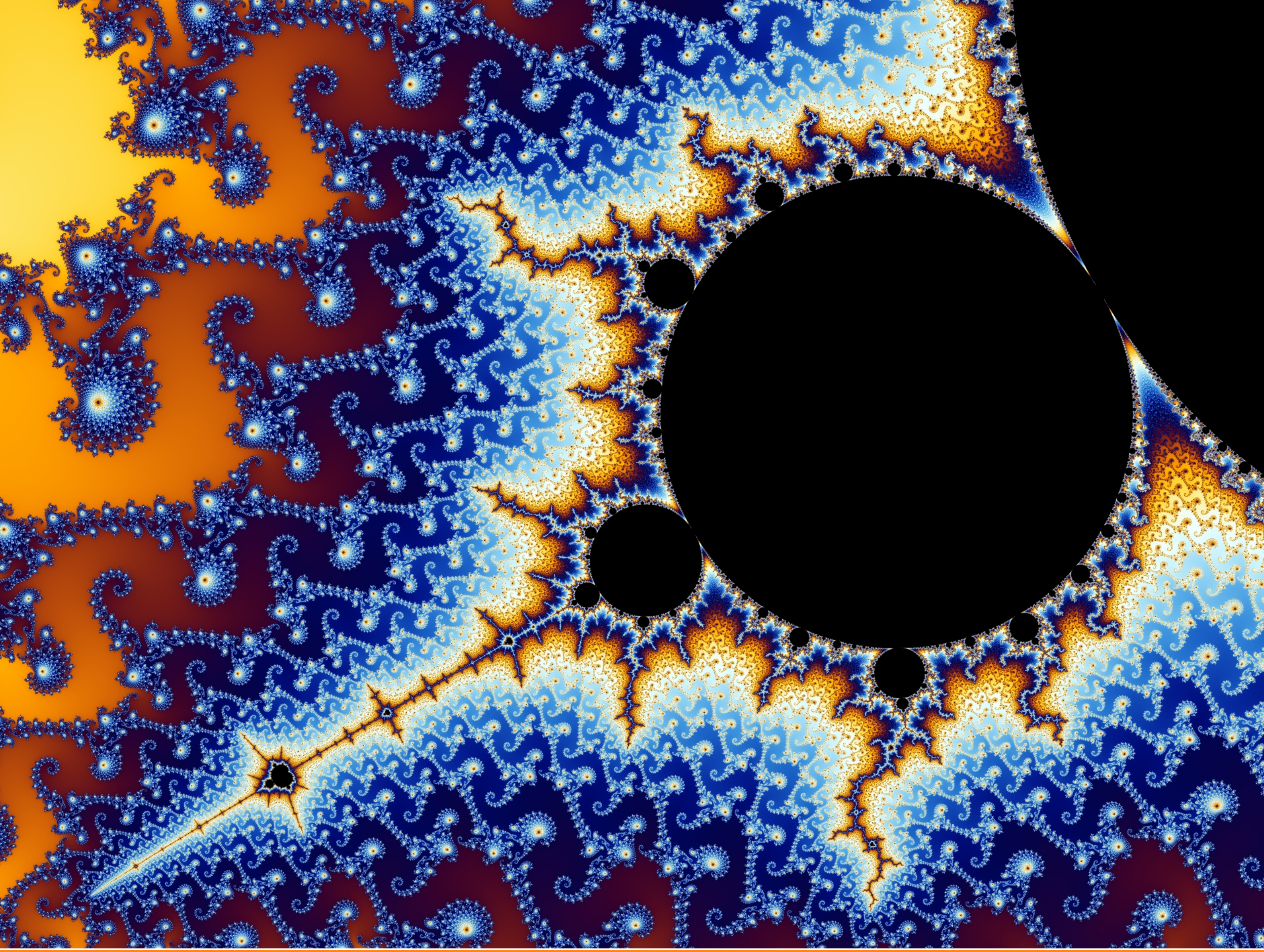

Material complementar para estudo de Física

Capacita-me Pré-Vestibular

Autor: Geferson Lucatelli
Data: Agosto/Setembro de 2019
Aula: 1 – Cinemática

CAPACITA
ME

Sumário

Parte I

Material Referente a Primeira Aula

Capítulo 1 • Introdução

1.1 Objetivo e estrutura desta apostila

Este material é parte do projeto Pré-Vestibular CAPACITA-ME e tem como objetivo explicar alguns conceitos básicos do conteúdo de Física do ensino médio para quem está se preparando para o ENEM. Além disso, haverão vários exercícios resolvidos relacionados a prova do ENEM e vestibulares. Exercícios adicionais resolvidos passo a passo serão enviados posteriormente como anexo deste material.

A apostila como um todo será dividida em três partes (ou módulos). Esta primeira parte (Capítulos 1 e 2) compreende os conceitos básicos iniciais de Física e a Cinemática. Na Parte 2 (Capítulos 3 e 4 e 5) serão expostos as partes da Mecânica, Energia e conceitos de Hidrodinâmica (tal como, densidade, pressão, etc). Na terceira e última parte (Capítulos 6, 7, 8) serão explorados os conceitos de Electromagnetismo, Termodinâmica e Ondulatória.

1.2 Como é a estrutura das questões do ENEM?

Não é na primeira leitura que sabemos se uma questão do ENEM é difícil ou fácil, que tipo de questão é difícil ou fácil (aquela que envolva conceitos ou aquela que envolva cálculos, ou ambas). Apenas depois de uma inspeção cuidadosa é que conseguimos descobrir. No entanto, é possível afirmar que uma das partes difíceis da prova é o fato dela trazer algumas questões com grandes enunciados, em que muitas vezes grande parte dele não traz informação relevante sobre como resolver a questão. Essa grande quantidade de texto ("não útil") no enunciado serve para cansar o estudante e desviar a atenção. Assim sendo, **busque tentar observar qual é a parte do enunciado que é importante e encontre os pontos chaves** que te ajudarão a resolver a questão. Mas cuidado, muitas vezes você pode ser enganado com alguma informação que te levará a uma resposta presente nas alternativas **a), b), c), d), e)** no entanto que está incorreta.

Abaixo, observamos uma exemplo de uma questão do ENEM 2018[1] com um enunciado "longo e cansativo".

Exemplo 1.1

A tecnologia de comunicação da etiqueta RFID (chamada de etiqueta inteligente) é usada há anos para rastrear gado, vagões de trem, bagagem aérea e carros nos pedágios. Um modelo mais barato dessas etiquetas pode funcionar sem baterias e é constituído por três componentes: um microprocessador de silício; uma bobina de metal, feita de cobre ou alumínio, que é enrolada em um padrão circular; e um encapsulador, que é um material de vidro ou polímero envolvendo o microprocessador e a bobina. Na presença de um campo de radiofrequência gerado pelo leitor, a etiqueta transmite sinais. A distância de leitura é determinada pelo tamanho da bobina e pela potência da onda de rádio emitida pelo leitor.

A etiqueta funciona sem pilhas porque o campo

a) elétrico da onda de rádio agita elétrons.
b) elétrico da onda de rádio cria uma tensão na bobina.
c) magnético da onda de rádio induz corrente na bobina.
d) magnético da onda de rádio aquece os fios da bobina.
e) magnético da onda de rádio diminui a ressonância no interior da bobina. ♣

NOTA

O que está destacado em azul são pontos importantes, e o que está em vermelho servem para desviar a atenção.

Como veremos mais adiante, no conteúdo de eletromagnetismo, as únicas informações úteis para se resolver essa questão são: 1) observar que no sistema (etiqueta) existe uma

[1] Questão 97 da prova azul do ENEM 2018.

bobina; 2) observar que um campo de radio frequência é emitido pelo leitor sobre a bobina. Sabendo essas duas informações, podemos descobrir qual é o fenômeno físico que ocorre no sistema: **a presença de um campo magnético em uma bobina induz corrente elétrica (eletricidade)**. Portanto, somente essas duas informações são suficientes para responder a questão: "A etiqueta funciona sem pilhas porque o campo": **"c) magnético da onda de rádio induz a corrente na bobina."** .

Um outro exemplo, de uma questão que pode nos enganar é mostrada a seguir, questão 128 da prova azul do ENEM 2018.

Exemplo 1.2. Uma questão "Pega-Ratão"

Em desenhos animados é comum vermos o personagem tentando impulsionar um barco soprando ar contra a vela para compensar a falta de vento. Algumas vezes usam o próprio fôlego ou ventiladores. Estudantes de um laboratório didático resolveram investigar essa possibilidade. Para isso, usaram dois pequenos carros de plástico, A e B, mostrados na Figura 1.1, instalaram sobre estes pequenas ventoinhas e fixaram verticalmente uma cartolina de curvatura parabólica para desempenhar uma função análoga à vela de um barco. No carro B inverteu-se o sentido da ventoinha e manteve-se a vela, a fim de manter as características físicas do barco, massa e formato da cartolina. As figuras representam os carros produzidos. A montagem do carro A busca simular a situação dos desenhos animados, pois a ventoinha está direcionada para a vela.

Com os carros orientados de acordo com as figuras, os estudantes ligaram as ventoinhas, aguardaram o fluxo de ar ficar permanente e determinaram os módulos das velocidades médias dos carros $A(v_A)$ e $B\,(v_B)$ para o mesmo intervalo de tempo.

A respeito das intensidades das velocidades médias e do sentido de movimento do carro A, os estudantes observaram que:

a) $v_A = 0$; $v_B > 0$; o carro A não se move.
b) $0 < v_A < v_B$, o carro A se move para a direita.
c) $0 < v_A < v_B$; o carro A se move para a esquerda.
d) $0 < v_B < v_A$; o carro A se move para a direita.
e) $0 < v_B < v_A$; o carro A se move para a esquerda.

Muitos alunos forneceram como resposta a alternativa *a*), no entanto está incorreta. A alternativa correta é a letra b) devido ao fato de que o formato da cartolina do carro A é curvada! Ou seja, o carro A se move para a direita. Veja um vídeo neste link: `https://www.youtube.com/watch?v=0CrXv0KPymk` ("Fan on a Sailboat".) Nós vamos entender o porque isso acontece quando estudarmos as Leis de Newton nos próximos capítulos. ♣

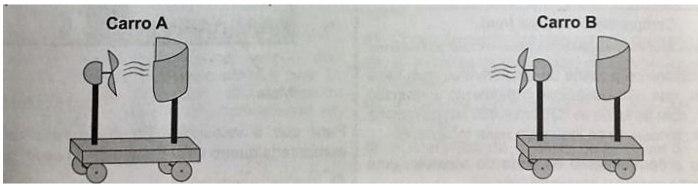

Figura 1.1

Alguns comentários gerais na preparação para a prova são os seguintes:

- Fique atualizado as notícias que surgem no dia a dia, e use seu conhecimento de exatas para estudá-las. Compreenda os pontos básicos, proponha explicações e tente resolver os problemas.
- Ficar atento ao setor ambiental e as suas possíveis relações com a física. Por exemplo, o aquecimento global.

- Interpretação de texto: mesmo na prova de Ciências da Natureza, as questões exigem muita interpretação de texto. Leia as questões com atenção e já se atente aos pontos chaves do enunciado. Se precisar ler duas vezes o enunciado, tudo bem, mas não mais que isso.
- Travou em uma questão, passe adiante, não perca tempo. Resolva primeiro as questões que você tem conhecimento para resolvê-las.
- Além disso, antes de ler o enunciado, procure observar qual a pergunta final da questão e veja as alternativas. Com isso você consegue ter um entendimento mais completo da questão e facilita na eliminação das respostas incorretas.

1.3 O que é Física?

Física é a **área do conhecimento** dentro da área **Ciências Exatas e da Natureza** que visa estudar, entender e descrever os **fenômenos da natureza** de uma maneira geral. Analisa desde as propriedades mais fundamentais da matéria até a estrutura do Universo:

- **no mundo microscópico**: propriedades e movimentos de partículas como por exemplo prótons, nêutrons, elétrons, átomos, etc;
- **no mundo intermediário (do cotidiano)**: movimentos de objetos como por exemplo automóveis, problemas de temperatura, questões sobre consumo de energia, etc;
- **no mundo macroscópico**: movimento de satélites artificiais e naturais, movimentos dos planetas, das estrelas, galáxias etc, e a estrutura do Universo como um todo – **De onde viemos?**.

1.4 Conceitos Fundamentais Iniciais

Antes de começarmos a estudar o conteúdo de Física para o ENEM e vestibulares, vamos fixar alguns conceitos inciais importantes que deverão ser lembrados e usados ao longo deste estudo.

1.4.1 Grandezas Físicas, Unidades de Medida e Conversões

Grandezas físicas e suas unidades de medida são todas a quantidades que conectam relações numéricas com as propriedades físicas de um objeto que se quer estudar. Para entender isso, começamos exemplificando a nossa tentativa de medir o comprimento de uma corda. Como podemos fazer isso? No dia a dia é muito comum ouvirmos as palavras **centímetro, metro** ou **quilômetro**. Esses termos se referem a uma forma de medir comprimentos e distâncias e eles são **unidades de medidas de comprimento**. **E o comprimento é uma grandeza física.** Mas ao tentar medir o comprimento de nossa corda, o que vamos usar: centímetros, metros ou quilômetros? Cordas comuns não são tão longas, então provavelmente iremos usar uma trena para medir o comprimento em metros.

O fato é que para medir algo, precisamos escolher uma unidade adequada que nos possibilita realizar a medida. No entanto, depois que a medida é feita, podemos expressá-la em qualquer outra unidade de medida equivalente. Por exemplo, se a nossa corda possui 5 metros, podemos também dizer que ela possui 500 centímetros ou 0.005 quilômetros de comprimento.

Uma outra grandeza física muito comum é a **medida de massa** que quantifica qual é o "peso" de um objeto. A massa tem como unidades de medida **gramas, quilogramas** ou **toneladas**, e essas são as unidades mais usadas. A medida de massa se relaciona com a capacidade que temos em mover um objeto ou modifica-lo de posição – é mais fácil você empurrar uma bicicleta do que um carro pois a bicicleta é menos massiva do que o carro!

> **NOTA**
>
> Foi colocado a palavra "peso" entre aspas pois é uma palavra popular usada no cotidiano, mas iremos ver mais adiante que ela significa outra coisa. O termo correto é massa.

O **tempo** é outra grandeza física e é medida em **segundos, minutos, horas, dias** etc. Ele é a nossa percepção em ver as coisas mudarem e acontecerem. Ele é uma noção de entender o quão rápido as coisas acontecem, quando irão acontecer, quando aconteceram. O tempo é algo incrível no Universo, pois ele é contínuo, "anda para frente" e não podemos controlá-lo!

Podemos ver aqui que grandezas e suas unidades são usadas para descrever diferentes situações físicas. Mas, o que mais podemos fazer com elas? **Combinar diferentes grandezas físicas possibilita a criação ou descrição de novas quantidades físicas**. Uma delas que surge num primeiro momento é a **velocidade**. Estamos acostumados a ouvir no dia a dia frases sobre velocidade de carros, ônibus, etc. A velocidade é uma quantidade física que se relaciona com o comprimento e o tempo. Ela descreve o quanto o comprimento varia com relação ao tempo, isto é, é o comprimento dividido pelo tempo. Ela informa o quão rápido um objeto se move numa certa distância num dado tempo. **Medidas comuns de velocidade são o quilômetro por hora km/h e o metro por segundo m/s**. Observe que a velocidade, que é uma nova grandeza física, é uma combinação entre o comprimento e o tempo. Além dela, existem muitas outras grandezas físicas que são obtidas com outras combinações entre o comprimento, tempo e massa.

Um resumo prático sobre isso pode ser visto na Tabela 1.1, que apresenta algumas grandezas físicas típicas e suas unidades de medidas. Excluindo grandeza física temperatura T, que é medida em Kelvin [K], todas as outras grandezas são uma combinação entre tempo (s), massa (kg) e comprimento (m). Esse conjunto de unidades representam uma parte do **Sistema Internacional de Unidades – SI**. O SI é um sistema padrão de unidades de medida muito utilizado, e ele é baseado em metro-segundo-quilograma.

DICA

É muito importante ter em mente as diferenças entre m/s e km/h no momento de resolver exercícios. De um ponto de vista prático, é melhor resolver os exercícios usando as unidades metro e segundo. Se o problema pedir a resposta em km/h, faça normalmente usando m/s e depois converta para km/h.

Se a questão informar o tempo em horas, verifique se a distância está em km, então resolva a questão usando km/h.

1.4.2 Convertendo unidades de medidas

Diferentes formas de realizar medidas também podem ser relacionadas. Por exemplo, a velocidade pode ser medida ou em km/h ou em m/s. Então, qual é a relação entre ambas? A primeira (km/h) é a variação do quilômetro por cada hora e a segunda (m/s) é a variação do metro por cada segundo. Para relacioná-las, primeiramente temos que **converter a unidade hora para segundo**. Uma hora tem 60 minutos e cada minuto possui 60 segundos. Portanto, uma hora possui $60 \cdot 60 = 3600$s. Já 1 quilômetro possui 1000 metros. Dessa forma a relação entre km/h e m/s é simplesmente

$$[\text{km/h}] = \frac{1000}{3600}[\text{m/s}] = \frac{1}{3,6}[\text{m/s}] \quad \Longleftrightarrow \quad [\text{m/s}] = 3,6 \times [\text{km/h}]. \qquad (1.1)$$

Isso significa que para transformar km/h para m/s, basta multiplicar por 3, 6. Por exemplo, 72km/h equivale a 20m/s.

NOTA

É comum usar os colchetes "[]" para representar as unidades de medida de uma grandeza física. Por exemplo,

$$\text{unidade da velocidade} = [v] = \text{m/s}$$
$$\text{unidade do tempo} = [t] = \text{s}$$

Tabela 1.1: Algumas grandezas físicas muito usadas e suas unidades de medidas. Observe que as três unidades metro, segundo e quilograma são as três principais e com elas é possível formar todas as demais (com exceção da temperatura).

Grandeza	**Unidade**	**Abreviatura**
tempo	segundo	s
comprimento	metro	m
massa	quilograma	kg
temperatura	Kelvin	K
velocidade	metro/segundo	m/s
aceleração	metro/segundo^2	m/s^2
força	Newton	N [kg·m/s^2]
energia	Joule	J [N·m] = [kg·m^2/s^2]
potência	Watts	W [J/s] = [kg·m^2/s^3]

CUIDADO

Não confunda a letra maiúscula K que se refere ao Kelvin da temperatura com a letra minúscula (prefixo) k que se refere ao fator mil vezes (ver a seguir)

Outras relações entre unidades de medidas estão relacionadas de acordo com a ordem de grandeza em que as observações de um fenômeno físico estão sendo feitas. Como já foi visto, 1km possui 1000m. Em um quilograma de massa existem 1000 gramas. Em um dia existem 1440minutos ou 86400 segundos, em um ano existem 365 dias.

Anteriormente foi possível observar que a palavra "quilo" em muitos casos acompanha a palavra base da unidade (metro, grama) quando ela aumenta 1000 vezes: metro $\rightarrow$ mil vezes metro $\rightarrow$ quilômetro. Observe, quilo + metro = quilômetro, quilo + grama= quilograma, e assim por diante. Esta palavra representa 1000 unidades quaisquer e é abreviada com a letra k, por isso o motivo de usarmos km, kg e assim por diante.

Um outro exemplo prático que ouvimos no dia a dia, quando estamos em um computador ou internet, é a palavra **megabyte** ou **gigabyte**. A palavra "byte" é a medida padrão, assim como o grama e o metro. Já a palavra "mega" indica 1 000 000 vezes a mais o byte, isto é um milhão de bytes. A palavra "giga" é 1 bilhão de vezes a mais. Essas diferenças são chamadas de **ordens de grandeza** e os nomes kilo, giga, mega, etc são chamados de **prefixos**. A Tabela 1.2 apresenta exemplos de alguns prefixos.

Tabela 1.2: Alguns prefixos e suas ordens de grandeza.

Nome Prefixo	Abreviatura	Ordem
nano	n	bilionésimo 10^{-9}
micro	μ	milionésimo 10^{-6}
mili	m	milésimo 10^{-3}
cent	c	centésimo 10^{-2}
deci	d	décimo 10^{-1}
deca	da	dezena 10^{1}
hecto	h	centena 10^{2}
kilo	k	milhar 10^{3}
mega	M	milhão 10^{6}
giga	G	bilhão 10^{9}
tera	T	trilhão 10^{12}
peta	P	quadrilhão 10^{15}

Capítulo 2 • Cinemática

2.1 Direção, Módulo e Sentido

Antes de partirmos para o estudo dos movimentos, é importante termos em mente alguns conceitos relacionados a **direção, módulo e sentido**. Para isso, faremos uma revisão matemática de vetores.

No capítulo anterior estudamos algumas **unidades de medidas** típicas juntamente com as **grandezas físicas** a que elas estão associadas. Grandezas físicas descritas por apenas um número são chamadas de **grandezas escalares**. Exemplos de grandezas escalares são: **tempo, temperatura, massa**, entre outras. No entanto, existem grandezas físicas que não podem ser descritas somente por um número e elas são chamadas de **grandezas vetoriais**, como por exemplo, **deslocamento ou posição, velocidade,** entre outras. O motivo delas não serem representadas por um número apenas é porque precisamos de outras informações para entender essas grandezas. Considere por exemplo, que uma pessoa andou por 20 metros. Mas, por onde ela andou, por qual direção, para onde ela foi? Veja que é preciso de mais informações – além dos 20 metros – para explicar o movimento dessa pessoa. Essas grandezas vetoriais são representadas por **vetores**. Vetores possuem tamanho (ou módulo), sentido e direção.

Quando uma quantidade física precisa ser representada por um vetor é porque a ela está atribuída um valor, uma direção e um sentido. Para entender isso, vejamos o seguinte exemplo sobre um deslocamento:

> **NOTA**
>
> Um outro exemplo com respeito da diferença entre direção e sentido são as direções verticais e horizontais. Em uma direção vertical podemos nos mover com sentido para cima ou para baixo.

"*João andou por* 20 *metros pela Rua X*".

Podemos usar um vetor para representar o deslocamento de João, mas para isso precisamos definir uma direção e um sentido na Rua X. Primeiramente, **João andou na direção da Rua X**, mas em qual sentido? Podemos dizer, por exemplo, que se a rua for íngreme ele andou **no sentido para cima da Rua X**. Dessa maneira, o deslocamento de João pode ser descrito da seguinte forma:

"*João andou* 20*m em direção da Rua X no sentido para cima*".

Então o vetor que descreve o deslocamento de João tem valor em módulo de 20m, direção da Rua X e sentido para cima.

Geometricamente, vetores podem ser definidos com uma seta. Em texto, costuma-se representar um vetor adicionando uma seta em cima da letra, por exemplo $\vec{A}$. Na Figura (2.1) temos exemplos de alguns vetores. Os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ estão na mesma direção e no mesmo sentido; os vetores $\vec{C}$ e $\vec{D}$ estão na mesma direção, mas em sentidos opostos. **Vetores que possuem mesma direção são chamado de paralelos**. Portanto os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, $\vec{D}$ são **paralelos**. Os vetores $\vec{E}$ e $\vec{F}$ possuem sentidos e direções diferentes e são **perpendiculares**. Vetores perpendiculares são aqueles que possuem um ângulo de 90 graus entre si.

> **NOTA**
>
> Um círculo tem 360 graus.

Recapitulando, **vetores paralelos** possuem mesma direção, podem possuir **mesmo sentido ou sentido opostos**. **Vetores perpendiculares** possuem um ângulo de 90 entre

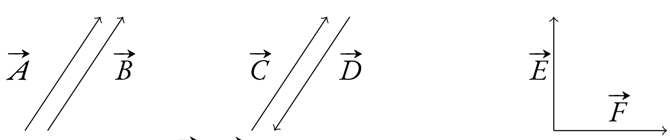

Figura 2.1: Exemplo de vetores. $\vec{A}$ e $\vec{B}$ possuem mesma direção e sentido e são paralelos. $\vec{C}$ e $\vec{D}$ possuem mesma direção mas sentidos opostos e são paralelos. $\vec{E}$ e $\vec{F}$ possuem direção e sentidos diferentes e são perpendiculares.

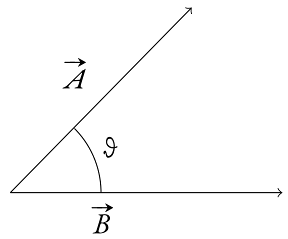

Figura 2.2: Um caso em que os vetores $\vec{A}$ e $\vec{B}$ possuem um ângulo $\vartheta = 45°$ entre si.

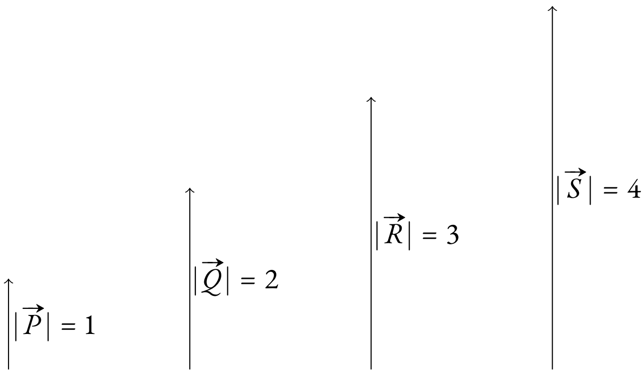

Figura 2.3: Vetores que possuem módulos (comprimentos) diferentes.

eles. No entanto, existem outras possibilidades de orientações de vetores: eles não são perpendiculares e nem paralelos, mas possuem um ângulo ϑ entre si, como mostrado na Figura (2.2).

Agora, **como atribuir o termo "valor" ou "módulo" a um vetor?** Ele está associado ao tamanho ou comprimento do vetor. Então o módulo de um vetor é o seu comprimento total e é uma grandeza escalar. Simbolicamente, o módulo é denotado pelo símbolo $||$. Por exemplo, o módulo do vetor $\vec{A}$ é $A = |\vec{A}|$. Retornamos ao exemplo de João. Seja $\vec{J}$ o vetor que descreveu o deslocamento de João pela Rua X, o módulo desse vetor é $J = |\vec{J}| = 20$m. O módulo de um vetor não informa nada sobre sua direção e sentido, por isso é escalar. Na Figura (2.3) há alguns exemplos de vetores com módulos diferentes.

O tamanho ou módulo de um vetor não está somente associado ao sentido de comprimento em metro, ele pode representar qualquer grandeza vetorial. Por exemplo, se João andava pela Rua X com uma velocidade escalar de 2m/s, o seu vetor velocidade $\vec{V}$ possui mesma direção e sentido que $\vec{J}$, no entanto o módulo de $\vec{V}$ resulta em sua velocidade escalar, isto é $|\vec{V}| = 2$m/s.

Para finalizar este tópico, é importante saber como se somam vetores, operação que é chamada de **soma vetorial**. A maneira mais prática de entender isso é analisando eles graficamente, como mostrado na Figura 2.4 e na Figura 2.5. Vamos conhecer mais sobre vetores nos próximos capítulos quando iremos estudar as Leis de Newton.

2.2 Referencial

O conceito de **movimento** está atribuído a tudo o que se move. **O movimento é algo que varia de posição no espaço na medida que o tempo passa**. Mas para que possamos definir o movimento de um objeto, **é preciso comparar como esse objeto se move em relação a um local conhecido**. Esse local se chama **referencial**. Quando você está caminhando por uma calçada, você está em movimento em relação a ela, e para você ela está parada. Então se seu referencial for a calçada, existe um movimento relativo entre você e a calçada. Agora, se uma pessoa caminha ao seu lado com a mesma velocidade que você, e você escolher ela como sendo o seu referencial, não há movimento entre você e a pessoa ao

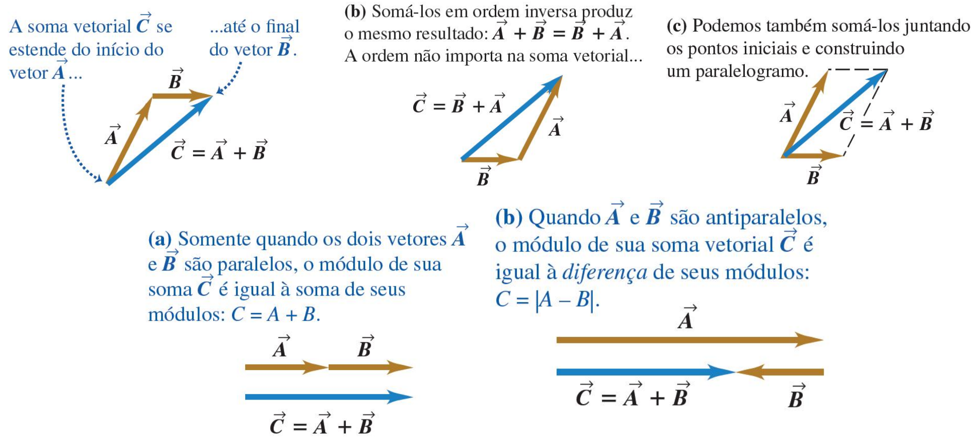

Figura 2.4: Exemplo de somas de vetores.

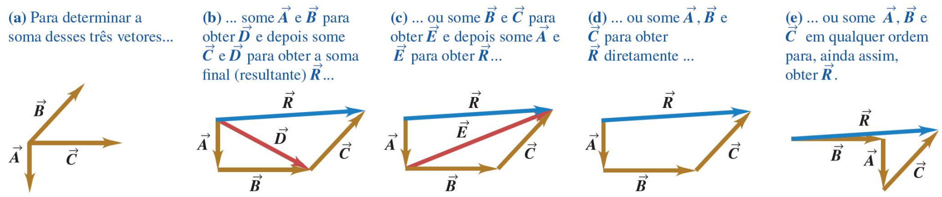

Figura 2.5: Diversas maneiras para se somar os vetores $\vec{A}$, $\vec{B}$ e $\vec{C}$, isto é $\vec{R} = \vec{A} + \vec{B} + \vec{C}$.

seu lado. Vocês sempre irão caminhar lado a lado e não haverá movimento relativo. **Então se você medir a sua velocidade ou o seu deslocamento no referencial dessa pessoa, obterá a resposta que sua velocidade e deslocamento é zero!**

Vamos imaginar outra situação. Você tem uma corda esticada no chão e a segura em uma das extremidades. Na outra extremidade há um objeto amarrado. Vamos estudar a situação por duas maneiras diferentes:

1 - Em uma primeira situação, você acompanha a corda para chegar até o objeto, mas em momento algum puxa a corda;
2 - Em uma segunda situação, você fica parado no mesmo local, puxa a corda e o objeto vai chegar até você.

Para ambos os casos, o resultado final é o mesmo: **você terá o objeto em mãos.** Qual é o referencial? Na primeira situação, a corda é seu referencial, e você se move em relação a ela para chegar até o objeto. Na segunda situação, você é o referencial, e a corda se move em relação a você. Mas a questão importante em tudo isso é que há um movimento relativo entre

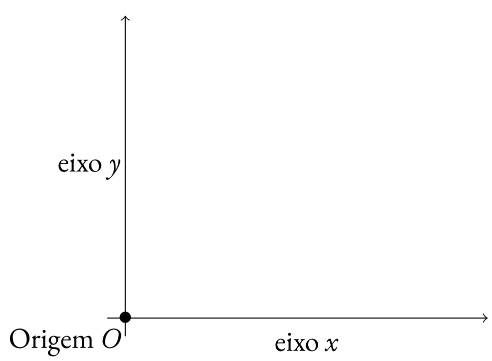

Figura 2.6: O sistema de coordenadas cartesiano representado pelos eixos x e y. A Origem O fica em $x = 0$ e $y = 0$. Podemos usar esse sistema de coordenadas (especialmente a origem) como sendo o nosso referencial.

você e o objeto, independente situação (escolha do referencial). **O que precisa ser feito, é escolher um referencial para saber se um objeto está em movimento em relação a você ou você em relação a ele.**

Para lidar com as questões que iremos resolver, precisamos definir um referencial, representado por um **sistemas de coordenadas**. Um que usamos muito em cinemática é o **sistema cartesiano** (x, y), representado na Figura 2.6. Usamos esse sistemas de coordenadas para representar o nosso referencial. Iremos estudar como os objetos se movem em relação aos eixos x e y. É prático assumirmos que esse referencial está em repouso. A Origem O com $x = 0, y = 0$ é a origem do sistema de coordenadas de nosso referencial.

2.3 Tempo, Deslocamento e Velocidade

No dia a dia, estamos acostumados a ouvir frases do tipo "O carro estava a 80km/h". Mas o que esses números e letras significam? Isso significa que se o carro manter sempre esta velocidade, ele vai percorrer 80 quilômetros em uma hora. Dessa forma, podemos observar que a velocidade é a distância percorrida por tempo.

Na Física, quando queremos expressar o movimento, usamos **variações de quantidades**. **Uma variação qualquer é representada pela letra grega Delta Δ.** Imagine que em um certo intervalo de tempo Δt você se deslocou uma distância Δx, dessa maneira a sua velocidade v é representada simplesmente por

$$\boxed{v = \frac{\text{distância}}{\text{tempo}} = \frac{\Delta x}{\Delta t}}. \tag{2.1}$$

> **NOTA**
>
> O símbolo Δ é a letra grega "delta maiúscula". Ela é usada para representar a variação de uma quantidade. Por exemplo $\Delta x = x_f - x_i$ é o deslocamento do objeto; Δt é a variação temporal, é o tempo que o objeto ficou se deslocando.

A velocidade introduzida anteriormente expressa a o quanto a posição variou (Δx) em relação a quanto tempo levou para isso acontecer (Δt), que é o intervalo de tempo decorrido.

A variação de posição pode ser escrita da seguinte maneira. Seja x_i a posição inicial de algum objeto e x_f sua posição final, então a variação total de sua posição é a diferença entre a posição final e a posição inicial,

$$\Delta x = x_f - x_i. \tag{2.2}$$

Com relação ao tempo, se o instante de tempo em que o objeto estava em x_i é t_i e o instante de tempo em que o objeto estava em x_f é t_f, então o intervalo de tempo é simplesmente

$$\Delta t = t_f - t_i. \tag{2.3}$$

Com essas equações, podemos representar a velocidade média do objeto como sendo

$$\boxed{v_m = \frac{x_f - x_i}{t_f - t_i}}. \tag{2.4}$$

Com esses conceitos simples de deslocamento, velocidade e tempo, é possível estudar uma grande quantidade de situações físicas. Isto é o conteúdo de **cinemática escalar** e é o que iremos estudar a seguir. Antes disso, um exemplo simples.

Exemplo 2.1. Um caso simples.

Um carro parte de uma cidade A até outra cidade B. O tempo de percurso total entre as cidades é de $t = 1000$ segundos. Sendo que a distância total percorrida é de 20km, qual é a velocidade média v_m do carro durante seu percurso (em metros por segundo)?

a) 72m/s;
b) 20m/s;
c) 16.6m/s;
d) 50m/s;
e) 13.8m/s;

Solução:
As informações dadas no enunciado estão relacionadas a um deslocamento e a um tempo. Consideremos que a cidade A fica na origem, então $x_i = 0$ e $x_f = 20$km, assim $\Delta x = x_f - x_i = 20$km ou 20000m. Para o intervalo de tempo, inicialmente temos $t_i = 0$ e o tempo final é $t_f = 1000$s, logo $\Delta t = t_f - t_i = 1000$s. Com isso podemos calcular a velocidade média,

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{20000}{1000} = 20\text{m/s}. \tag{2.5}$$

A alternativa é a letra b), em m/s. Apenas tome cuidado com o seguinte. A velocidade em km/h é $20 \cdot 3.6 = 72$km/h. Observe que a alternativa a) possui o valor 72, mas é em m/s, no entanto incorreta. ♣

2.4 Cinemática Escalar

Dentro da **cinemática escalar**, existem basicamente dois tipos de movimentos: 1) os movimentos em que a velocidade é constante, ou seja, ela não muda com o tempo (iremos ver que para esses casos a aceleração é zero); 2) e os movimentos em que a velocidade muda com o tempo (neste caso a aceleração é diferente de zero).

2.4.1 Movimento Retilíneo Uniforme – MRU

O movimento retilíneo uniforme é caracterizado por qualquer tipo de movimento constante em linha reta. Isso significa que a **velocidade** de um objeto qualquer **não muda com o tempo**, é sempre **constante**.

Vamos pensar que um objeto se move ao longo de uma linha representada por um eixo x. Aquim, **o nosso referencial é o eixo x, e o objeto se move em relação e ele**. Para uma melhor visualização da situação, veja a Figura 2.7. Se a velocidade média (constante) do objeto é v_m, qual será a sua posição no eixo x depois que passar um intervalo de tempo $t_f - t_i$? Nós sabemos qual é a posição inicial, que é x_i, mas queremos descobrir quem é x_f, a posição final. Para isso, podemos usar a equação (2.4), da seguinte maneira. Isolamos o termo $x_f - x_i$ do lado direito da igualdade, passando o denominador $t_f - t_i$ para o lado esquerdo,

$$v_m(t_f - t_i) = x_f - x_i$$

A variação temporária é arbitrária, então podemos simplesmente manter o tempo $t_f - t_i = \Delta t$ explícito,

$$v_m \Delta t = x_f - x_i.$$

Ao isolar x_f, nós encontramos

$$\boxed{x_f = x_i + v_m \Delta t}\,. \tag{2.6}$$

Essa expressão matemática nos informa qual é a posição x_f do objeto depois que se passou um intervalo de tempo Δt, se esse objeto partiu inicialmente de x_i com velocidade média v_m.

DICA

Lembre que a variável x é usada para representar deslocamentos no eixo x. Tome cuidado pois as vezes também se usa a letra S. A variável v é usada para velocidades e t para tempo.

Memorize também os índices "i", tal como x_i e v_i, que são usadas para denotar tais quantidades "iniciais" de um objeto, e o índice "f", tal como x_f e v_f que é usado para denotar as quantidades "finais" do objeto.

No entanto, preste atenção que as vezes também se usa o índice "zero" "0", tal como x_0 e v_0, que está associado ao instante "zero" do objeto, para denotar as condições iniciais do movimento. E se as variáveis x e v não possuírem índices, ela estão associadas as condições finais do movimento.

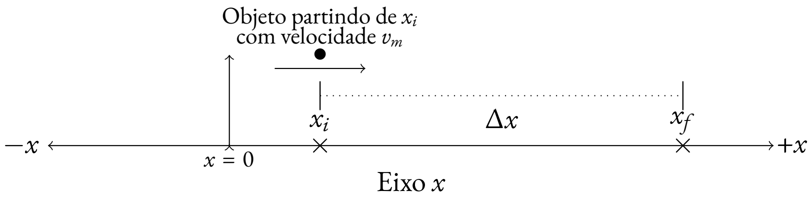

Figura 2.7: Representação gráfica mostrando a partida do objeto em x_i com velocidade v_m.

Exemplo 2.2. Movimento em sentidos opostos

Um carro A sai de um ponto A as 9h e viaja para leste (direita) com uma velocidade constante $v_A = 60\text{km/h}$. Um carro B que está em um ponto B a 400km a leste de A sai no mesmo horário e viaja para oeste (esquerda) com uma velocidade constante $v_B = 40\text{km/h}$. Em que ponto da linha que liga os dois pontos os carros A e B irão se encontrar?

Solução:
Para resolver essa questão, vamos primeiramente observar com quem os valores mencionados anteriormente estão relacionados à Equação (2.4). Fazemos isto para descobrir quais variáveis da nossa equação nós conhecemos e não conhecemos. Para denotar os carros A e B, vamos escrever duas expressões iguais à Equação (2.4), uma para o carro A e a outra para o carro B:

$$x_f^A = x_i^A + v_m^A \Delta t^A, \tag{2.7}$$

$$x_f^B = x_i^B + v_m^B \Delta t^B. \tag{2.8}$$

Observe que o nosso referencial é o eixo x e um carro se move no sentido negativo de x e o outro no sentido positivo de x.
Nós vamos considerar que o carro A parte da origem, isto é a inicial $x = 0$, então $x_i^A = 0$. Agora, como o carro B está inicialmente à 400km à direita do carro A, teremos que $x_i^B = 400\text{km}$. Sabemos também que A se movimenta para a direita com velocidade de 60km/h. Consideraremos que todo movimento para a direita do eixo x é positivo, teremos então $v_m^A = +60\text{km/h}$. Mas o carro B se move para a esquerda, logo ele tem uma velocidade com sentido negativo em relação ao eixo x, portanto $v_m^B = -40\text{km/h}$. Até aqui tudo bem, né?
O que ainda não conhecemos, são as posições x_f^A e x_f^B assim como os intervalos de tempo Δt^A e Δt^B.
Vamos por parte. Agora, com relação ao tempo, ambos os carros ficaram em movimento por um período igual, pois ambos partiram num mesmo horário e irão se encontrar num local em comum (vamos chamar de ponto C). Assim, os intervalos de tempo de A e B são iguais, $\Delta t^A = \Delta t^B$, porém ainda não sabemos quanto. Além disso, nos resta saber quem é as posições x_f^A e x_f^B. Mas repare que os carros A e B irão se encontrar num mesmo local final, e no mesmo tempo, logo $x_f^A = x_f^B$. Como essas posições finais são iguais, vamos simplesmente representa-las pelo símbolo x_f, assim como o tempo por apenas Δt. Dessa maneira, as equações (2.7) e (2.8) podem ser reescritas como (levando em conta que $x_i^A = 0$)

$$x_f = v_m^A \Delta t, \tag{2.9}$$

$$x_f = x_i^B + v_m^B \Delta t \tag{2.10}$$

Agora, vamos usar essas duas equações para resolver nossa questão. Como ambos os lados esquerdos são iguais, então os lados direitos também são, logo

$$(x_f)_{\text{esquerdo}} = (x_f)_{\text{direito}} \quad \rightarrow \quad v_m^A \Delta t = x_i^B + v_m^B \Delta t$$

e assim podemos isolar Δt,

$$\Delta t \left(v_m^A - v_m^B \right) = x_i^B$$

nos fornecendo

$$\Delta t = \frac{x_i^B}{v_m^A - v_m^B}. \tag{2.11}$$

Todas essas variáveis nós conhecemos, então podemos determinar Δt,

$$\Delta t = \frac{400\text{km}}{60\text{km/h} - (-40\text{km/h})} = \frac{400\text{km}}{60\text{km/h} + 40\text{km/h}} = \frac{400\text{km}}{100\text{km/h}} = 4\text{h} \tag{2.12}$$

Ou seja, depois de 4h os carros A e B irão se encontrar. Finalmente, podemos encontrar quem é x_f, usando qualquer uma das equações (2.9) ou (2.10),

$$x_f = 60\text{km/h} \times 4\text{h} = 240\text{km}, \tag{2.13}$$

$$x_f = 400\text{km} - 40\text{km/h} \times 4\text{h} = 400\text{km} - 160\text{km} = 240\text{km}. \tag{2.14}$$

Assim, os carros irão se encontrar um ponto x_f que fica a 240km à direita de $x = 0$ (ou à direita de A). ♣

Exemplo 2.3. Duas velocidades

(FEI-1996) Um automóvel percorre 300km. Na primeira metade desse percurso, sua velocidade é de 75km/h, e na segunda metade, sua velocidade é o dobro da velocidade da primeira metade. Quanto tempo ele levará para realizar todo o percurso?

a) 2, 5h
b) 3, 0h
c) 3, 5h
d) 4, 5h
e) 2, 0h

Solução:
O movimento do carro é dividido em duas partes. Na parte 1, sua velocidade é de $v_1 = 75$km/h e o deslocamento é a metade do total, portanto $\Delta x_1 = 150$km. Na parte 2, sua velocidade é o dobro, isto é $v_2 = 2 \cdot v_1 = 2 \cdot 75 = 150$km/h, e o deslocamento é a outra metade, $\Delta x_2 = 150$km. Temos dois tempos associados, o tempo da primeira parte, Δt_1 e o tempo da segunda parte, Δt_2. A partir de $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ temos

$$\Delta t = \frac{\Delta x}{v}.$$

Portanto, para a parte 1

$$\Delta t_1 = \frac{\Delta x_1}{v_1} = \frac{150}{75} = 2\text{h} \tag{2.15}$$

e para a parte 2,

$$\Delta t_2 = \frac{\Delta x_2}{v_2} = \frac{150}{150} = 1\text{h}. \tag{2.16}$$

O tempo total é a soma de ambos, que é $\Delta t = 1 + 2 = 3$h. Portanto, a letra b). ♣

2.4.2 Movimento Retilíneo Uniformemente Variado – MRUV

Vimos anteriormente exemplos de movimentos com velocidade constante. E se a velocidade mudar, o que acontece? **As fórmulas mudam, e existe uma aceleração**.

DICA

Vamos entender um pouco melhor o porque podemos igualar duas equações quando elas possuem uma informação em comum, como no caso do tempo ao lado.

Imagine a seguinte situação: você precisa encher uma caixa C de maçãs. Para isso, você pode usar, ou baldes B ou panelas P. Você é informado que na caixa cabem: ou i) 2 baldes e 1 panela; ou ii) 1 Balde e 3 panelas. Matematicamente, isso é:

$$\text{i)} \rightarrow \quad C = 2B + 1P$$
$$\text{ii)} \rightarrow \quad C = 1B + 3P$$

Então pergunta-se, quantas panelas cabem em um balde? E qual é a capacidade da caixa?

Primeiramente, as duas fórmulas representam a mesma coisa, logo $C = C$. Isso é o mesmo que igualar i) com ii),

$$\text{i)} = \text{ii)} \rightarrow \quad 2B + 1P = 1B + 3P$$

Rearranjando P com P e B com B em lados separados da igualdade, teremos

$$1B = 2P$$

logo 2 panelas equivalem a um balde ou 1 panela é meio (1/2) balde. Assim, em uma caixa cabem $C = 2B+1P = 2B+1/2B = 5/2B = 2.5B$, isto é, dois baldes e meio. Ou ainda, 5 panelas.

Nas duas equações do exemplo ao lado, (2.9) e (2.10), x_f é igual para ambas, e o tempo Δt também, então igualamos x_f com x_f para encontrar o tempo.

O **movimento retilíneo uniforme variado** é todo tipo de movimento em linha reta mas com **velocidade variável**. Nesse tipo de situação física introduzimos pela primeira vez o **conceito de aceleração**.

Mas o que é a aceleração? Para explicar isso intuitivamente, vamos lembrar o que é velocidade. A velocidade de um corpo especifica como a posição varia com o tempo, isto é, é a taxa de variação da distância percorrida enquanto o tempo passa. A **aceleração** é em sua essência análoga, mas ela especifica **como a velocidade varia com o tempo**, isto é, é a taxa de variação da velocidade de um corpo enquanto o tempo passa.

Essas são as três quantidades enquadradas no movimento de um objeto na medida que o tempo passa: **se a posição varia com o tempo, é porque existe uma velocidade; se a velocidade varia, é porque existe uma aceleração.**

Vamos supor que em um ponto e instante inicial existe um objeto em repouso, isto é $v_i = 0$ e $t_i = 0$. A partir disso ($t > t_i$) o objeto começa a se movimentar com uma aceleração a. Agora queremos entender como a velocidade do objeto muda conforme o tempo aumenta, isto é, qual será a velocidade final v_f em um tempo final t_f. E qual a sua distância percorrida durante este tempo?

De maneira análoga à equação (2.1), a aceleração pode ser escrita como a variação da velocidade pelo tempo, isto é, como a variação da velocidade $\Delta v = v_f - v_i$ muda com o intervalo de tempo $\Delta t = t_f - t_i$, assim temos a aceleração média

$$a = \frac{\text{velocidade}}{\text{tempo}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i}. \tag{2.17}$$

As unidades de aceleração são

$$[a] = \left[\frac{\text{m/s}}{\text{s}}\right] = \left[\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right] \tag{2.18}$$

ou seja, a proporção de m/s que o objeto ganha por cada segundo. Por exemplo, se um carro tem uma aceleração de 10m/s^2 isso significa que sua velocidade vai aumentar 10m/s a cada segundo, por exemplo, depois de 5 segundos que ele começou a se movimentar, ele terá uma velocidade de 50m/s. Como sua velocidade inicial é zero, a variação total de sua velocidade será também de 50m/s.

Da mesma forma que manipulamos a equação (2.4) para chegar no resultado (2.6), podemos escrever a equação da aceleração e velocidades (2.17) como

$$v_f - v_i = a\Delta t$$

ou

$$\boxed{v_f = v_i + a\Delta t} \tag{2.20}$$

Essa equação nos mostra que a velocidade do objeto em aceleração aumenta linearmente conforme o tempo passa.

É importante deixar claro aqui que a aceleração vista anteriormente é uma **aceleração média** e é constante, isto é não varia com o tempo. Um exemplo de aceleração constatante é a **aceleração da gravidade** g, que iremos estudar mais adiante.

Além disso, tome cuidado para não confundir a velocidade média v_m, que é uma constante, com a velocidade v_f que muda devido a uma aceleração. Para aceleração constante, a velocidade média é definida como sendo a média entre as velocidades inicias v_i e final v_f,

$$\boxed{v_m = \frac{v_i + v_f}{2}}. \tag{2.21}$$

Agora podemos fazer a seguinte pergunta: como relacionar a aceleração e a velocidade com o deslocamento de um corpo? Podemos usar o resultado de que $v_f = v_i + at$ na equação

CUIDADO

Existe uma diferença fundamental entre as velocidades, média v_m da equação (2.6) e final v_f da equação (2.20). A velocidade média é uma medida de velocidade calculada sobre todo o percurso, e não possui informação sobre momentos intermediários do movimento. Já a velocidade v_f é uma velocidade temporal, ela depende de cada variação do tempo Δt. De fato, ela é uma velocidade instantânea, do instante t. Para vizualisar isso melhor, considere que o termo t_i em $\Delta t = t_f - t_i$ é sempre zero (você sempre marca zero no seu cronômetro antes de qualquer medida), então $\Delta t = t_f$ ou simplesmente $\Delta t = t$, logo

$$v(t) = v_i + at, \tag{2.19}$$

isto é, a velocidade é uma função do tempo em que a aceleração atua.

NOTA

O fator 2 no denominador é devido ao fato que estamos somando duas velocidades. A média aritmética de uma certa quantidade é a soma das quantidades dividido pelo número de quantidades.

da média acima e a fórmula que se obtém é

$$\boxed{x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2}\,. \tag{2.22}$$

que é a função horária da posição para um movimento acelerado. Essa fórmula relaciona a aceleração e o tempo com a posição x_f percorrida. E ela nos diz o seguinte: x_f é a distância percorrida durante o tempo Δt por um corpo que estava inicialmente na posição x_i com uma velocidade inicial v_i, e este corpo estava sendo influenciado por uma aceleração a. Essa equação é uma função de segundo grau na variável Δt e a função é x_f. Sempre lembre também que o deslocamento total (ou variação da posição) é $\Delta x = x_f - x_i$.

Com isso que foi apresentado acima, vamos estudar um exemplo prático, a questão 131 da prova azul do ENEM de 2017.

Exemplo 2.4. Questão 131 prova azul ENEM 2017

Um motorista que atende a uma chamada de celular é levado à desatenção, aumentando a possibilidade de acidentes ocorrerem em razão do aumento de seu tempo de reação. Considere dois motoristas, o primeiro atento e o segundo utilizando o celular enquanto dirige. Eles aceleram seus carros inicialmente a $1,00\text{m/s}^2$. Em resposta a uma emergência, freiam com uma desaceleração igual a $5,00\text{m/s}^2$. O motorista atento aciona o freio à velocidade de $14,0\text{m/s}$, enquanto o desatento, em situação análoga, leva $1,00$ segundo a mais para iniciar a freagem.
Que distância o motorista desatento percorre a mais do que o motorista atento, até a parada total dos carros?

a) $2,90$m
b) $14,0$m
c) $14,5$m
d) $15,0$m
e) $17,4$m

Resolução:

Para resolver esse problema, vamos inicialmente anotar as informações úteis que o enunciado nos da.
Primeiramente, a conexão chave é relação entre uma distância percorrida com uma desaceleração (aceleração negativa). Além disso, o problema menciona algo sobre uma velocidade de $14,00$m/s. Essas informações implicam que a equação a ser usada é (2.22),

$$x_f = x_i + v_i\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t^2.$$

Agora vamos por partes. Para cada motorista precisamos usar essa equação separadamente, x_f para o motorista atento, x_f^{at}, e x_f para o motorista desatento, x_f^{des},

$$x_f^{at} = x_i^{at} + v_i^{at}\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t_{at}^2, \tag{2.23}$$

$$x_f^{des} = x_i^{des} + v_i^{des}\Delta t + \frac{1}{2}a\Delta t_{des}^2. \tag{2.24}$$

Vamos primeiramente calcular o deslocamento do motorista atento após a freagem. Sua velocidade inicial é de $v_i^{at} = 14$m/s. Para encontrar o tempo de parada, basta usar

NOTA

O que sabemos:

$$v_i^{at} = 14\text{m/s}$$
$$v_f^{at} = 0\text{m/s}$$
$$v_f^{des} = 0\text{m/s}$$
$$x_i^{at} = 0\text{m}$$

O que não sabemos:

$$x_f^{at} = ?$$
$$x_f^{des} = ?$$
$$x_i^{des} = ?$$
$$v_i^{des} = ?$$
$$\Delta t_{at} = ?$$
$$\Delta t_{des} = ?$$

$v_f^{at} = v_i^{at} + at^{at}$, observando que $v_f^{at} = 0$, logo

$$v_f^{at} = 0 = v_i^{at} + a\Delta t_{at} \quad \rightarrow \quad \Delta t_{at} = -\frac{v_i^{at}}{a} = -\frac{14}{-5} = 2,8\text{s}$$

Agora, vamos substituir o resultado Δt_{at}^2 na equação (2.23) para encontrar x_f^{at}. Lembre ainda que $x_i^{at} = 0$.

$$\begin{aligned} x_f^{at} &= 0 + v_i^{at}\left(-\frac{v_i^{at}}{a}\right) + \frac{1}{2}a\left(-\frac{v_i^{at}}{a}\right)^2 \\ &= -\frac{(v_i^{at})^2}{a} + \frac{1}{2}\frac{(v_i^{at})^2}{a} \\ x_f^{at} &= -\frac{1}{2}\frac{(v_i^{at})^2}{a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{14^2}{-5}\right) = \frac{196}{10} = 19,6\text{m} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Agora vamos para o carro desatento. Sabe-se que ele continua acelerando por 1s após o carro atento começar a frear, então sua velocidade inicial não será de 14m/s, mas de

$$v_i^{des} = v_i^{at} + at = 14 + 1 \times 1 = 15\text{m/s}.$$

Então teremos da mesma forma que o tempo de desaceleração do motorista desatento é

$$\Delta t_{des} = -\frac{v_i^{des}}{a} = -\frac{15}{-5} = 3\text{s}.$$

Agora, voltamos a equação para x_f^{des}, que nos fornece

$$x_f^{des} = -\frac{1}{2}\frac{(v_i^{des})^2}{a} = -\frac{1}{2}\left(\frac{15^2}{-5}\right) = \frac{225}{10} = 22,5\text{m}. \tag{2.26}$$

Agora, preste muita atenção, x_f^{des} não é a distância total percorrida pelo motorista desatento, mas sim a distância percorrida durante o freamento. Lembre, que ele ficou andando por 1s a mais do que o carro atento. A distância percorrida nesse intervalo é dada pela expressão (2.6) (com $x_i = 0$), $x_f = v_m\Delta t$. Cuide ainda que a velocidade muda nesse intervalo, e a velocidade média v_m é dada pela equação (2.21), logo a distância percorrida nos 1s de aceleração é

$$x_f = \frac{v_i + v_f}{2}\Delta t = \frac{14 + 15}{2} \times 1 = \frac{29}{2} = 14,5\text{m}. \tag{2.27}$$

Esse valor na verdade á a posição inicial do motorista desatento, x_i^{des}, é a posição em que ele começa a frear.

Dessa forma, o carro desatento percorreu uma distância total de 14,5m + 22,5m= 37m. Assim, a distância que ele percorreu a mais que o carro atento foi de $37 - 19,6 = 17,4$m. Portanto a resposta correta é a letra e). ♣

CUIDADO

É muito fácil de se confundir com esse tipo de questão, pelo seguinte motivo: observe que se você subtrair as distâncias percorridas de freamento de ambos os motoristas, $x_f^{des} - x_f^{at}$, você obterá um valor de $22,5 - 19,6 = 2,9$m, que é exatamente a resposta da alternativa a), no entanto incorreta. É muito comum as questões trazerem como alternativas valores que são encontrados em cálculos intermediários da sua resolução.

2.4.2.1 Fórmula da velocidade para quando não se souber o tempo

É muito comum encontrarmos **questões** que **não** nos **informam** nada sobre **tempo**, e geralmente trazem informações entre velocidade, deslocamento e aceleração. Então como podemos resolver esse tipo de questão? Existe uma fórmula que será mostrada a seguir que é obtida eliminando o tempo nas fórmulas (2.20) e (2.22). O resultado é a **equação de Torricelli**, escrita como

$$\boxed{v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x}. \tag{2.28}$$

Observe que a variável tempo não está presente nessa equação, pois ele está implícito nas variáveis v_f e Δx. Para entender como usar essa equação vamos para um exemplo.

Exemplo 2.5. UNICAMP/2016

A demanda por trens de alta velocidade tem crescido em todo o mundo. Uma preocupação importante no projeto desses trens é o conforto dos passageiros durante a aceleração. Sendo assim, considere que, em uma viagem de trem de alta velocidade, a aceleração experimentada pelos passageiros foi limitada a $a_{\text{max}} = 0,09 \times g$ onde $g = 10\text{m/s}^2$ é a aceleração da gravidade. Se o trem acelera a partir do repouso com aceleração constante igual a a_{max}, a distância mínima percorrida pelo trem para atingir uma velocidade de 1080km/h corresponde a

a) 10km
b) 20km
c) 50km
d) 100km
e) 648km

Solução:
Primeiramente identificamos as informações que temos e a situação do problema.

- O trem está inicialmente em repouso: $v_i = 0$; considere também $x_i = 0$;
- sabe-se que $v_f = 1080\text{km/h}$, então $v_f = 300\text{m/s}$;
- ele começa a se deslocar aceleradamente com $a_{\text{max}} = 0,1\text{g} = 0.9\text{m/s}^2$;
- incógnita: Δx;

Olhando para a equação de Torricelli, concluímos que a única variável desconhecida é Δx, as outras nós sabemos. Dessa forma ela pode ser usada diretamente para encontrar o deslocamento.
Segue que

$$v_f^2 = 0 + 2a\Delta x \quad \rightarrow \quad \Delta x = \frac{v_f^2}{2a}$$

então

$$\Delta x = \frac{300^2}{2 \times 0.9} = \frac{90000}{1,8} = 50000\text{m} = 50\text{km}$$

Portanto ele se deslocou 50km até atingir a velocidade máxima. O gabarito é c). ♣

NOTA

O que sabemos:

$$x_i = 0\text{m}$$
$$v_i = 0$$
$$v_f = 300\text{m/s}$$
$$a = 0,9\text{m/s}^2$$

O que não sabemos:

$$\Delta x = ?$$

Exemplo 2.6. UNICAMP/2016

O desrespeito às leis de trânsito, principalmente àquelas relacionadas à velocidade permitida nas vias públicas, levou os órgãos regulamentares a utilizarem meios eletrônicos de fiscalização: os radares capazes de aferir a velocidade de um veículo e capturar sua imagem, comprovando a infração ao Código de Trânsito Brasileiro.
Suponha que um motorista trafegue com seu carro à velocidade constante de 30m/s em uma avenida cuja velocidade regulamentar seja de 60km/h. A uma distância de 50m,o motorista percebe a existência de um radar fotográfico e, bruscamente, inicia a frenagem com uma desaceleração de 5m/s^2.
Sobre a ação do condutor, é correto afirmar que o veículo

a) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 50km/h.
b) não terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 60km/h.

NOTA

O que sabemos:

$$v_i = 30\text{m/s}$$
$$\Delta x = 50\text{m}$$
$$a = -5\text{m/s}^2$$

O que não sabemos:

$$v_f = ?$$

c) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 64km/h.
d) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 66km/h.
e) terá sua imagem capturada, pois passa pelo radar com velocidade de 72km/h.

Solução:
Primeiramente identificamos as informações que temos e a situação do problema.
- carro inicialmente em movimento com $v_i = 30\text{m/s}$;
- o deslocamento até chegar no radar é de $\Delta x = 50\text{m}$;
- a aceleração se refere a desaceleração, portanto $a = -5\text{m/s}^2$
- incógnita: v_f;

Precisamos encontrar qual é a velocidade do carro depois que ele freou/desacelerou por 50 metros. Usamos diretamente a equação de Torricelli:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2a\Delta x$$
$$v_f^2 = 30^2 + 2 \times (-5) \times 50 = 900 - 500 = 400$$
$$v_f = \sqrt{400} = 20\text{m/s}$$

ou em km/h $v_f = 72\text{km/h}$. Dessa forma o carro não vai conseguir reduzir sua velocidade a tempo de baixar dos 60km/h sem que o radar capture uma imagem. Portanto a resposta é e). ♣

2.4.3 Entendendo gráficos de Posição e Velocidade

Para finalizar este tópico, vamos entender como são os gráficos da posição, velocidade e aceleração em função do tempo para os movimentos MRU e MRUV. Veja a Figura 2.8. Gráficos que representam como a posição muda com o tempo são chamados **gráficos** xt e aqueles que representam como a velocidade muda em relação ao tempo são chamados **gráficos** vt.

DICA

É muito importante entender os gráficos da posição x e velocidade v em função do tempo, pois, em alguns casos, com eles é possível de se resolver problemas sem fazer o uso de equações.

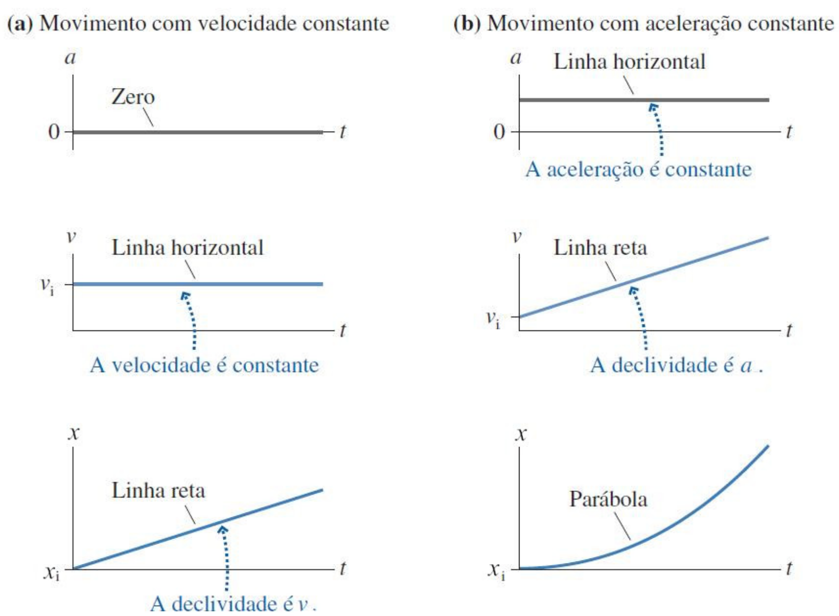

Figura 2.8: Gráficos mostrando a posição, velocidade e aceleração como funções do tempo. Os gráficos da esquerda são para o MRU (sem aceleração e com velocidade constante) e os gráficos da direita são para o MRUV (com aceleração constante e velocidade variável).

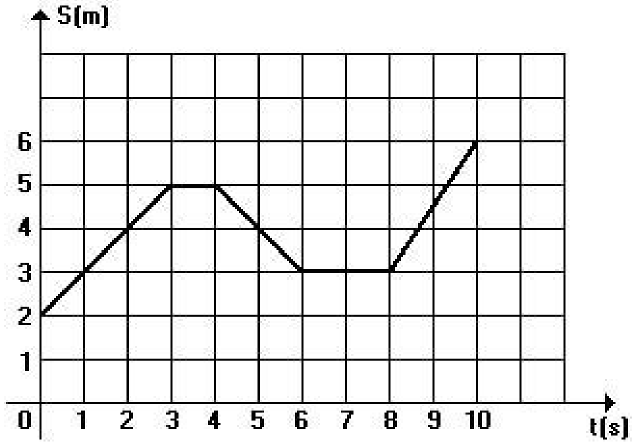

Figura 2.9

Exemplo 2.7. Análise de Gráfico

(UEL-1998) O gráfico da Figura 2.9 representa o movimento de uma partícula. Analise as afirmativas a seguir:

I) A velocidade escalar média entre $t = 4$s e $t = 6$s é de -1m/s.

II) O módulo do deslocamento entre $t = 4$se $t = 10$s é de $1m$.

III) A distância total percorrida desde $t = 0$ até $t = 10$s vale 8m.

a) Somente I é correta.

b) Somente I e II são corretas.

c) Somente I e III são corretas.

d) Somente II e III são corretas.

e) I, II e III são corretas.

Solução:

Uma primeira dica é que cada complemento de quadrado na linha vertical simboliza 1m. Então, uma maneira para determinar os deslocamentos é contar os quadrados em cada intervalo de tampo. Então vamos lá.

Para I), entre 4 e 6 segundos. Em $t = 4$ a partícula está na posição $x = 5$ e no tempo $t = 6$ ela estava em $x = 3$. O deslocamento total é $\Delta x = 3 - 5 = -2$m. E o tempo decorrido é $\Delta t = 6 - 4 = 2$s, logo $v = -2/2 = -1$m/s. Portanto, I) é verdadeira.

Para II), entre 4s e 10s. Entre $t = 4$ e $t = 6$, a partícula se deslocou em módulo 2m, entre 6s e 8s ficou parada, mas em 8s e $10s$ se deslocou mais 3m em módulo, totalizando $3 + 2 = 5$m, portanto II) é falsa.

Para III), entre 0 e 10s. Basta somar todos os quadrados. De 0s para 3s foram 3 quadrados (3 metros), de 4s para 6s mais 2 quadrados (2m) e de 8s para 10s foram mais 3 quadrados (3m). Portanto, somando tudo obtemos $3 + 2 + 3 = 8$m. Assim III) é verdadeira. Dessa maneira, alternativa correta é c) II e III são corretas. ♣

2.4.4 Queda livre

No ENEM também costumam cair exercícios de queda livre. Queda livre é um **movimento retilíneo acelerado**, isto é, um movimento retilíneo uniformemente variado, pois existe uma aceleração presente, **a aceleração da gravidade** g, que faz com que a velocidade de um objeto aumente quando for largado de uma certa altura. O caso mais simples é o movimento vertical.

Em vez de usar a letra x para representar o deslocamento, vamos usar a letra y (a mesma

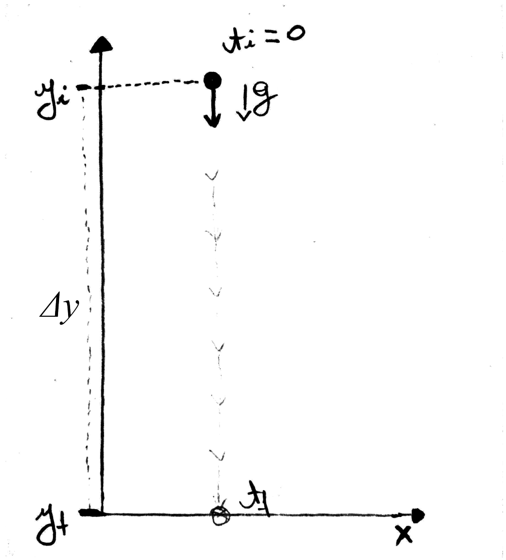

Figura 2.10: Um objeto é largado a partir do repouso de uma altura h. Você pode adotar que $y_i = 0$, $y_f = h$ e que o deslocamento em y que é a distância percorria (ou altura) até chegar ao chão, assim a distância aumenta para baixo. Nesse caso, use que $g = +10\text{m/s}^2$, ou seja, a aceleração da gravidade é positiva.

que representa o eixo y vertical de um gráfico). As equações de movimento são as mesmas que usamos antes para x_f, v_f e a equação de Toricelli. Aqui vamos apenas trocar a letra x por y,

$$y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2} g\, t^2 \tag{2.29}$$

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g\,\Delta y, \qquad \Delta y = y_f - y_i \tag{2.30}$$

$$v_f = v_i + g\, t. \tag{2.31}$$

Assim a letra y denota a distância vertical, com y_i sendo a distância vertical inicial (semelhante a x_i) e y_f é a distância vertical final (semelhante a x_f). O esquema representando o movimento de um objeto largado livremente de uma altura y_i é mostrado na Figura 2.10.

Para começar a descrever a situação de um corpo em queda livre, primeiramente devemos escolher um sistema referencial, isto é, escolher se o sentido da distância aumenta ou diminui conforme um corpo cai. Considere então que um objeto é largado de uma certa altura h e após um tempo atinge o chão, como mostrado na Figura 2.10. Precisamos definir quem é y_i e y_f além do sentido da aceleração.

Para isso, podemos adotar o seguinte referencial:

- y_i é igual a zero;
- y_f é a distância vertical percorrida até chegar no chão, ou seja $y_f = h$;
- assim, devemos assumir que a distância aumenta na medida que o corpo cai, dessa forma a aceleração "ajuda" a aumentar a distância. Portanto, $\Delta y = y_f - y_i = y_f - 0 = y_f$, é positivo. Além disso, o sinal da aceleração deve ser positivo, $g = +10\text{m/s}^2$, assim como o da velocidade, que aumenta conforme o corpo cai.

Para deixar essas ideias claras, vamos a um exemplo simples.

CUIDADO

Quando você for resolver o problema, preste atenção no sentido dos movimentos, e estabeleça uma referência: onde é o ponto vertical inicial y_i e final y_f, para usar o sentido correto do valor da aceleração. Observe que a escolha dos pontos iniciais e do sentido do movimento estão relacionados com o sinal da aceleração. Então cuide para não se confundir e usá-los invertidos.

Exemplo 2.8. Lançamento e queda livre

Uma bola é largada do repouso de uma altura h de 77 metros. Quanto tempo ela leva para atingir o chão? Adote que o módulo da aceleração é $|g| = 10\text{m/s}^2$.

Solução

Sabemos que a altura é $h = 77\text{m}$. Vamos adotar que a distância percorrida diminui na medida que o corpo cai, que é o primeiro caso sugerido na página anterior. Assim, devemos usar:

- $y_i = 0\text{m}$;
- $y_f = 77\text{m}$;
- $\Delta y = 77 - 0 = +77\text{m}$
- $v_i = 0\text{m/s}$;
- $g = +10\text{m/s}^2$.

sendo que a aceleração é positiva.

Agora, temos três fórmulas para resolver esse problema, e podemos resolvê-lo de duas maneiras diferentes.
Maneira 1: Usar a expressão $v_f^2 = v_i^2 + 2g\Delta y$ para encontrar a velocidade final (no momento que atinge o chão) e usar esse valor encontrado para encontrar o tempo usando a fórmula $v_f = v_i + gt$:

$$v_f^2 = 0^2 + 2 \cdot (+10) \cdot (+77) = 2 \cdot (770) = 1540$$

$$v_f = \sqrt{1540} = 39.37\text{m/s} \tag{2.32}$$

Então usamos v_f na segunda expressão mencionada acima,

$$v_f = v_i + gt \quad \rightarrow \quad t = \frac{v_f - v_i}{g} = \frac{39.37 - 0}{10} \approx 3.9\text{segundos}. \tag{2.33}$$

Ou seja, a bola demora aproximadamente 3.9 segundos para chegar ao chão e chega com uma velocidade de aproximadamente 39 metros por segundo ou 141 quilômetros por hora.
Maneira 2: A outra maneira de resolver essa questão é usando a equação de segundo grau da posição, $y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}gt^2$. Não sabemos a velocidade final, mas usando que $v_i = 0$ e $y_i = 0$, obtemos $y_f = \frac{1}{2}gt^2$, ou seja apenas o tempo é a incógnita, assim

$$t^2 = \frac{2y_f}{g} = \sqrt{\frac{2y_f}{g}}$$

$$t = \sqrt{\frac{2 \cdot 77}{10}} = \sqrt{\frac{154}{10}} = \sqrt{15.4} \approx 3.9 \text{ segundos}. \tag{2.34}$$

Veja que essa última maneira é mais direta. ♣

NOTA

O que sabemos:

$$y_i = h = 77\text{m}$$
$$y_f = 0$$
$$v_i = 0\text{m/s}$$
$$|g| = 10\text{m/s}^2$$

O que não sabemos:

$$v_f = ?$$
$$t = ? \tag{2.35}$$

Exemplo 2.9. Lançamento e queda livre

Uma pedra é jogada verticalmente para cima a partir do topo de uma árvore de 18m de altura. A velocidade inicial de lançamento é de 9m/s. Qual é o tempo que a pedra leva para atingir o chão após ser lançada? Despreze qualquer efeito de forças de resistências. Adote também que o módulo da aceleração da gravidade é 10m/s^2.

a) 3s
b) 0, 9s

c) $2,1$s
d) $1,8$s
e) $4,2$s

Solução:
Para resolver esse problema, temos que separar o movimento em duas partes: 1) o momento de subida; 2) o momento de descida.
Inicialmente, vamos calcular a distância que a pedra percorre para cima. As informações que temos são a aceleração $a = g$, velocidade inicial $v_i = 9$m/s e velocidade final $v_f = 0$m/s que é o momento em que a pedra para de subir. É importante entender que no momento de subida, a aceleração da gravidade atua de tal forma a reduzir a velocidade da pedra, até pará-la, logo $g = -10$m/s^2.
O tempo de subida é dado por

$$v_f = v_i + g\, t_{\text{subida}} \quad \rightarrow \quad t_{\text{subida}} = \frac{v_f - v_i}{g} = \frac{0-9}{-10} = 0.9\text{s}. \tag{2.36}$$

Agora, usamos a equação de Torricelli para encontrar o deslocamento de subida:

$$v_f^2 = v_i^2 + 2g\Delta x = 0 \quad \rightarrow \quad \Delta x = -\frac{v_i^2}{2g} = -\frac{9^2}{2\times(-10)} = \frac{81}{20} = 4.05\text{m}. \tag{2.37}$$

Note que esse é o deslocamento vertical a partir do topo da árvore. Já a altura máxima que a pedra irá chegar é a soma desse descolamento com a altura da árvore, que é de onde ela foi lançada para cima, isto é

$$h = 4.05 + 18 = 22.05\text{m} \tag{2.38}$$

Agora, vamos ir para a segunda parte. A pedra começa a cair, a partir da altura h. Vamos adotar as mesmas referências que o exemplo anterior (a aceleração atua no mesmo sentido do movimento), isto é que $y_f = h$ e $y_i = 0$, com $g = +10$m/s^2. Para encontrar o tempo de queda, vamos usar a equação $y_f = y_i + v_i t + \frac{1}{2}gt^2$, então

$$h = 0 + 0t_{\text{decida}} + \frac{1}{2}gt_{\text{decida}}^2 \quad \rightarrow \quad t_{\text{decida}}^2 = \frac{2h}{g}$$

$$t_{\text{decida}} = \sqrt{\frac{2\cdot 22.05}{10}} = 2.1\text{s} \tag{2.39}$$

Dessa forma, o tempo total t_{total} que a pedra permaneceu no ar foi de

$$t_{\text{total}} = t_{\text{subida}} + t_{\text{decida}} = 0.9 + 2.1 = 3\text{s}. \tag{2.40}$$

Portanto, o gabarito é a).
Quando você for resolver o problema, preste atenção no sentido dos movimentos, e estabeleça uma referência, onde é o ponto inicial e final, para usar o sentido correto do valor da aceleração. Observe que a escolha dos pontos iniciais e do sentido do movimento estão relacionados com o sinal da aceleração, cuide para não invertê-los e cometer erros. ♣

2.5 Movimento em mais de uma dimensão

Tudo o que estudamos até aqui foram situações de movimentos em uma dimensão. Agora vamos estudar um tipo de movimento em duas dimensões, **o movimento circular**.

2.5.1 Cinemática Circular

Outro problema físico importante e que também aparece nas questões de provas é o **movimento circular**. Vamos estudar aqui sistemas que apresentam **movimento circular uniforme – MCU**. Quantidades físicas a prestar atenção neste tópico são:

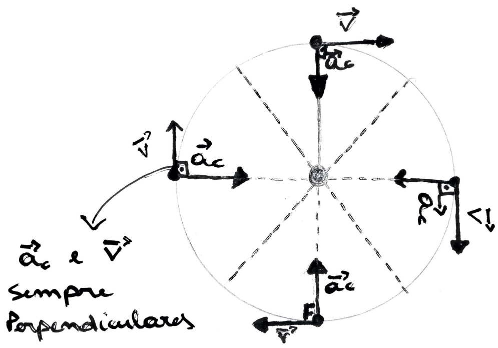

Figura 2.11

- velocidade circular escalar v_c;
- velocidade angular ω_ϑ;
- aceleração centrípeta a_c;

No movimento circular estudamos objetos que se movem em círculos, como por exemplo o movimento de uma pedra amarrada a um barbante, uma roda de um veículo, etc. Além disso, é possível entender porque, quando estamos em um ônibus ou carro, somos pressionados para as laterais quando uma curva brusca é realizada.

Um **movimento circular uniforme** é caracterizado por todo tipo de movimento ao longo de uma circunferência com **velocidade circular escalar constante**. Em tal movimento, o corpo sofre uma aceleração com direção radial e com sentido para o centro do círculo, ou seja, é uma **aceleração radial**. Observe que agora essa aceleração é **vetorial**, assim como a velocidade. Com relação a esses vetores de aceleração e velocidade, preste atenção à:

- os módulos da aceleração e da velocidade são sempre os mesmos, $a_c = |\vec{a}_c|$ e $v_c = |\vec{v}_c|$, isto é, são constantes durante o movimento;
- o vetor velocidade é sempre tangente ao vetor aceleração e à a circunferência, isto é, sua direção muda continuamente. Mas seu sentido é sempre o mesmo que o sentido do movimento;
- a direção da aceleração está sempre na direção radial e o seu sentido é para o centro da circunferência
- a velocidade é sempre perpendicular à aceleração (tangencial a circunferência), isto é, possuem um ângulo de 90 graus;

A Figura 2.11 deixa isso esclarecido e facilita na visualização. Essa aceleração é chamada de **aceleração centrípeta $\vec{a}_c$. A velocidade do corpo $\vec{v}$ é sempre perpendicular à trajetória, ou seja, possui uma direção tangencial**.

Vamos estabelecer agora a fórmula que conecta a velocidade, a aceleração e o tamanho do círculo. Seja R o raio do círculo e v_c a velocidade circular escalar, então a trajetória do objeto no círculo é dada por

$$\boxed{a_c = \frac{v_c^2}{R}}\,, \qquad [\mathrm{m/s^2}]\,. \tag{2.41}$$

em que a_c é o módulo do vetor aceleração, isto é $a_c = |\vec{a}_c|$.

A velocidade circular escalar v_c se relaciona com o comprimento de arco S e o período de revolução T da trajetória. Lembre que uma revolução é uma volta em torno do círculo. Da matemática, o comprimento de arco S de um círculo de raio R é dado por

$$\boxed{S = \vartheta R}\,, \qquad [\mathrm{m}]\,. \tag{2.42}$$

onde ϑ é o ângulo em radianos. Veja um esquema na Figura 2.12. Para um círculo completo, $\vartheta_{\text{completo}} = 2\pi$. Veja que S possui como unidades o metro [m].

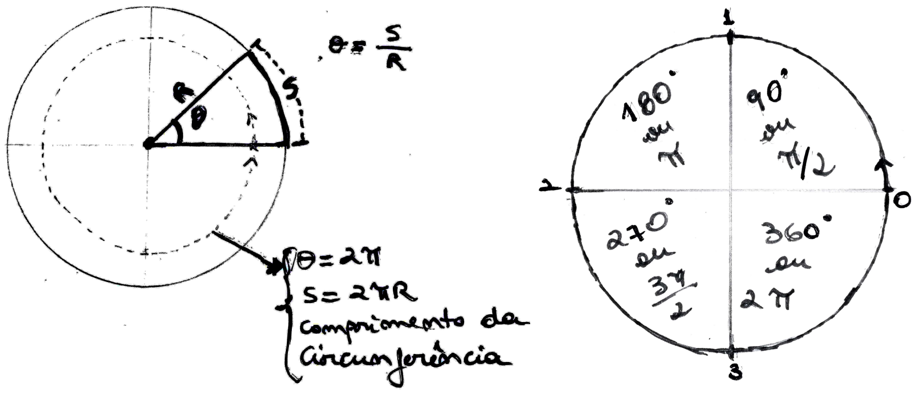

Figura 2.12

No início deste estudo, vimos que velocidade é a razão entre distância dividida pelo tempo, então velocidade escalar circular é dada pela razão entre o comprimento de arco S e o período de revolução T, ou seja

$$\boxed{v_c = \frac{S}{T} = \frac{2\pi R}{T}}, \qquad [\text{m/s}]\,. \tag{2.43}$$

NOTA

O período de revolução é tempo que o objeto demora para completar uma volta.

NOTA

A letra grega π representa o número Pi, que é aproximadamente igual à $\pi \approx 3.14$.

Uma última informação útil é a relação dessas quantidades com a **velocidade angular média** ω_ϑ. Essa velocidade descreve o quanto o ângulo ϑ varia com o período T. Sua fórmula é

$$\omega_\vartheta = \frac{\text{variação do ângulo}}{\text{variação do tempo}} = \frac{\Delta\vartheta}{\Delta T}.$$

A variação do ângulo em um círculo é $\Delta\vartheta = \vartheta_{\text{completo}} = 2\pi$, assim a velocidade angular média é

$$\boxed{\omega_\vartheta = \frac{2\pi}{T}}, \qquad [\text{radianos/s}] \tag{2.44}$$

NOTA

Para um período fixo, quanto maior o raio do círculo, maior a velocidade escalar. É por isso que quando você movimentar uma pedra amarrada à uma corda, ela terá mais velocidade quando você aumentar o tamanho da corda.

NOTA

A velocidade angular não depende do tamanho do círculo. Isto é, para um período fixo, ela vai ser sempre independente de R.

Assim, a relação entre a velocidade angular média ω_ϑ e a velocidade escalar média v_c é

$$\boxed{v_c = \omega_\vartheta R}. \tag{2.45}$$

Se for perguntado sobre a **frequência de revolução** f, lembre que ela é o número de voltas por unidade de tempo. Para uma volta a frequência de revolução é

$$\boxed{f = \frac{1}{T}.}, \qquad [\text{Hertz}] \tag{2.46}$$

A unidade de frequência é Hertz, abreviado por Hz. O Hz é o inverso do período, $\text{Hz} = \text{s}^{-1}$.

As duas fórmulas (2.41) e (2.43) conectam aceleração, tamanho do círculo, tempo e velocidade, assim os problemas são diretamente resolvidos. Mas caso a questão informe algo sobre a velocidade angular, use as fórmulas (2.44) e (2.45).

Vamos ver alguns exemplos práticos para entender um pouco melhor sobre este conteúdo.

Exemplo 2.10. Número de Voltas

Um atleta corre em uma pista circular, e a cada 10 minutos completa 12 voltas. Qual é a frequência (em Hertz) e o período (em segundos)?

a) 0.01Hz e 100s
b) 0.02Hz e 50s
c) 0.04Hz e 25s
d) 0.08Hz e 12, 5s
e) 0.16Hz e 6, 25s

Solução:

A primeira coisa a observar nessa questão é entender que o atleta tem uma velocidade constante e o raio do círculo não muda, portanto sua velocidade angular ω_ϑ é sempre a mesma. Então, para uma volta, a velocidade angular é

$$\omega_\vartheta = \frac{2\pi}{T_1},$$

com T_1 sendo o período de uma revolução. Mas para 12 voltas, que é $12\cdot(2\pi)$ radianos em um tempo de 12 revoluções $T_{12} = 600\text{s}$, ω_ϑ também é a mesma, isto é

$$\omega_\vartheta = \frac{12 \cdot 2\pi}{T_{12}}.$$

Logo pela igualdade de ambas, teremos

$$\frac{24\pi}{T_{12}} = \frac{2\pi}{T_1} \quad \rightarrow \quad T_1 = \frac{2\pi T_{12}}{24\pi} = \frac{T_{12}}{12} = \frac{600}{12} = 50 \text{ segundos}. \tag{2.47}$$

Ou seja, o período de uma revolução é 50 segundos. Já a frequência é número de voltas por unidade de tempo. Se para uma volta é 50 segundos, então

$$f = \frac{1}{50} = 0.02 \text{ Hz}. \tag{2.48}$$

A resposta é a letra b). ♣

Exemplo 2.11. Número de Voltas

Um ciclista percorre uma pista circular de raio $R = 20\text{m}$, fazendo um quarto de volta a cada 5 segundos. Para esse movimento, a velocidade circular escalar é (em m/s):

a) πm/s
b) 2πm/s
c) 3πm/s
d) 4πm/s
e) 5πm/s

Solução:

Se para cada quarto de círculo o ciclista leva 5 segundos, um círculo completo ele demora quatro vezes mais, isto é $T = 5 \cdot 4 = 20$ segundos. Agora, para calcular a velocidade circular escalar, primeiro calculamos a velocidade angular ω_ϑ, que é

$$\omega_\vartheta = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20} = \frac{\pi}{10} \text{ rads/s}.$$

A relação entre a velocidade angular ω_ϑ e a velocidade circular escalar v_c é $v_c = \omega_\vartheta R$, portanto

$$v_c = \frac{\pi}{10} \cdot 20 = 2\pi \text{ m/s}$$

A resposta é a letra b). Observe que não precisamos usar o valor de π, apenas deixamos seu símbolo. ♣

Exemplo 2.12. Raio da Roda

Uma roda d'água efetua 8 voltas em 25 segundos. Sabendo que a velocidade linear da roda é de $0,96\text{m/s}$ e utilizando $\pi = 3$, qual é o raio da roda?

a) $0,25\text{m}$
b) $0,1\text{m}$
c) $0,5\text{m}$
d) $1,0\text{m}$
e) $1,25\pi\text{m}$

Solução:
Primeiramente vamos determinar o tempo de uma revolução. 25 segundos são 8 voltas, portanto o tempo de uma volta é

$$T = \frac{25}{8} = 3,2\text{s}.$$

Assim, usando a expressão

$$v_c = \frac{2\pi R}{T}$$

conseguimos encontrar o raio da roda,

$$R = \frac{v_c T}{2\pi}.$$

Substituindo os valores obteremos

$$R = \frac{0,96 \cdot 3,2}{2 \cdot 3} = 0,5\text{m}.$$

Portanto, a alternativa é c). ♣

Exemplo 2.13. (Fuvest) Gravidade Artificial

Uma estação espacial foi projetada com formato cilíndrico, de raio R igual a 100m, como ilustra a Figura 2.13. Para simular o efeito gravitacional e permitir que as pessoas caminhem na parte interna da casca cilíndrica, a estação gira em torno de seu eixo, com velocidade angular constante ω_9. As pessoas terão sensação de peso, como se estivessem na Terra, se a velocidade angular ω_9 for de, aproximadamente,

a) $0,1$ rad/s
b) $0,3$ rad/s
c) $1,0$ rad/s
d) $3,0$ rad/s
e) $10,0$ rad/s

Adote que a aceleração da gravidade é $g = 10\text{m/s}^2$.
Solução:
O problema pede qual será a velocidade angular da estação para que a aceleração centrípeta a_c seja igual a aceleração da gravidade $g = 10\text{m/s}^2$. Primeiramente, usamos a expressão que relaciona a_c e R com a velocidade, $a_c = g = \frac{v_c^2}{R}$, logo

$$v_c = \sqrt{gR}.$$

Substituindo os valores obtemos

$$v_c = \sqrt{10 \cdot 100} = \sqrt{1000} = 31,6\text{m/s}.$$

Agora sabemos que a velocidade circular escalar v_c se relaciona com a velocidade angular ω_ϑ por meio de $v_c = \omega_\vartheta R$, logo

$$\omega_\vartheta = \frac{v_c}{R} = \frac{31,6}{100} = 0,3\text{rad/s}.$$

Assim a alternativa é b). ♣

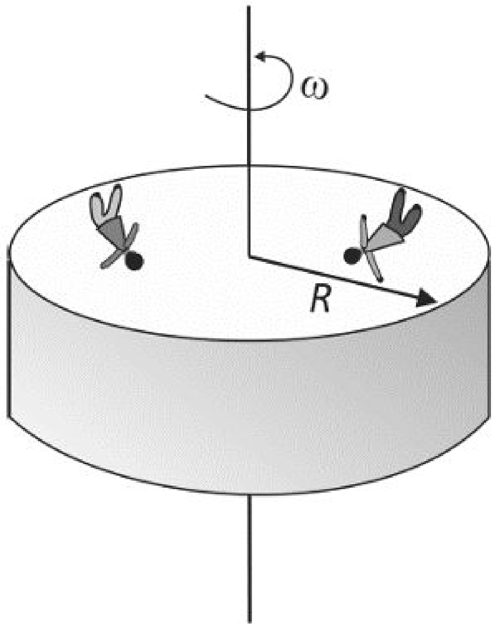

Figura 2.13