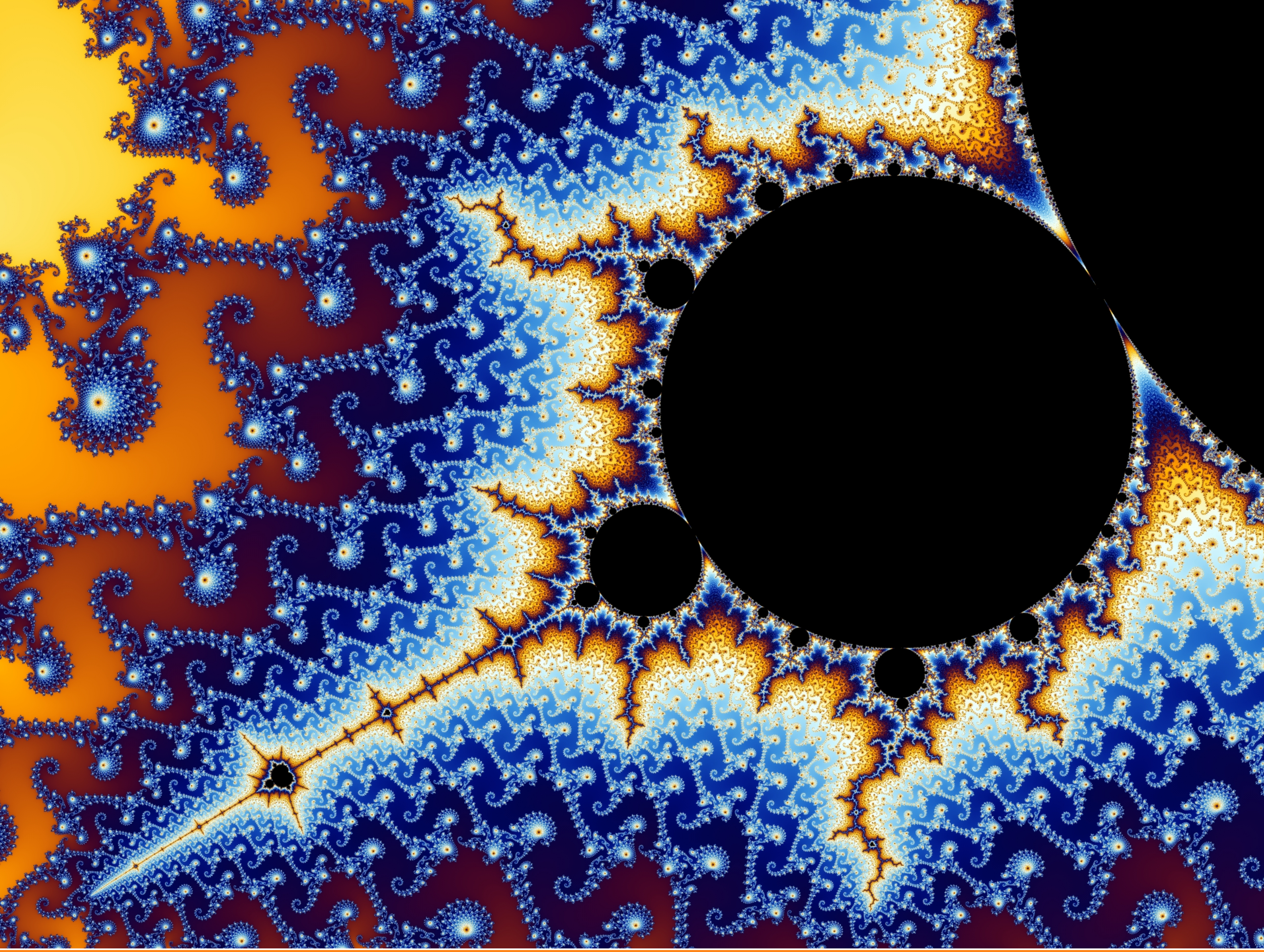


Material complementar para estudo de Física

Capacita-me Pré-Vestibular

Autor: Geferson Lucatelli
Data: Setembro/Outubro de 2019
Aula: 2 – Mecância: Leis de Newton e Energia

Sumário

II Material Referente à Segunda Aula 1

3 As Leis de Newton 2

3.1 Um pouco sobre vetores . . . 2

3.2 O que é Mecânica? . . . 2

3.3 Leis de Newton . . . 2

3.4 Alguns Tipo de Forças (em detalhe) . . . 9

3.5 Plano Inclinado . . . 13

4 Energia, Trabalho, Potência e Leis de Conservação 15

4.1 Energia Cinética . . . 15

4.2 Energia Potencial . . . 15

4.3 Energia Mecânica: Princípio de conservação de energia . . . 16

4.4 Trabalho . . . 19

4.5 Potência e Eficiência . . . 21

Parte II

Material Referente à Segunda Aula

Capítulo 3 • As Leis de Newton

3.1 Um pouco sobre vetores

Além da cinemática escalar estuda anteriormente, na física precisamos lidar com movimentos em diferentes direções, além de apenas uma. No entantom, não se trata de apenas movimento, mas de outros conceitos que serão introduzidos aqui.

3.2 O que é Mecânica?

Anteriormente estudamos a cinemática, **mas o que causa os movimentos dos corpos?** Qual é a razão por trás de seus deslocamentos, velocidades de acelerações? A **Dinâmica** dentro da física é a área que busca estudar o movimento de corpos levando em conta que existem forças atuando sobre e considerando ainda os conceitos de energia.

O primeiro passo para esse caminho é estudar as Leis de Newton, que compõe a **Mecânica**, ou **Mecânica Newtoniana**.

3.3 Leis de Newton

As Leis de Newton foram formuladas por Sir Isaac Newton ($1642 - 1727$**)** em seu livro chamado *Philosophiæ Naturalis Principia Mathematica* (*Princípios Matemáticos da Filosofia Natural*) primeiramente publicado em 1687. Essas leis permitem **descrever uma grande quantidade de situações físicas** associada ao movimento e evolução do movimento dos corpos. Agora, **esses corpos não se movimentam mais livremente, e existem forças influenciando seus movimentos.** A mecânica é a união entre a cinemática e a dinâmica.

A origem das Leis de Newton partiram dos estudos realizados sobre as órbitas dos planetas em torno do Sol. Os principais cientistas responsáveis foram (em ordem cronológica):

- Tycho Brahe (1546 – 1601): fez muitas observações sobre os movimentos dos planetas, construindo assim uma grande quantidade de informações;
- Galileu Galilei ($1564 - 1642$): estudou e formulou os princípios da cinemática, os quais foram fundamentais para Newton posteriormente dar a razão do motivo que os corpos se movimentam.
- Johannes Kepler (1571 – 1630): usou todas as observações de Tycho Brahe e formulou explicações matemáticas e geométricas para os movimentos dos planetas. Essas são conhecidas como "Leis de Kepler";
- Isaac Newton ($1642 - 1727$): partindo dos trabalhos de Kepler, Newton provou matematicamente as proposições de Kepler e elaborou uma nova ferramenta matemática, chamada de Cálculo. A partir disso, Newton formulou a teoria da gravitação e fundamentou as suas três Leis, chamadas hoje de Leis de Newton. Observe que essas leis foram inicialmente formuladas para os movimentos dos planetas, mas hoje elas são usadas em inúmeras situações da sociedade.

3.3.1 Força

O que é força? Qual é a relação entre força e movimento? Que tipo de grandeza ela é? Vamos buscar responder essas perguntas neste capítulo.

O conceito de força se origina das Leis de Newton.

- **Força é uma grandeza vetorial e é geralmente representada pelo símbolo** $\vec{F}$

Figura 3.1: A força normal $\vec{n}$ exercida por uma superfície sobre um objeto. O vetor é sempre normal a superfície.

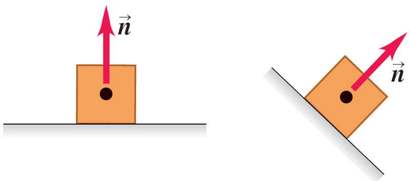


Figura 3.2: A força de atrito $\vec{f}$, que atua em impedir (apresenta uma resistência) o objeto de se movimentar. Nessa imagem, o objeto se move na direção horizontal com sentido para a direita, e a força de atrito tem sentido contrário, para a esquerda.

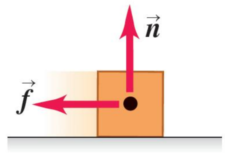


Figura 3.3: A força peso, $\vec{p}$, é a força da gravidade que puxa os objetos.

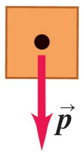
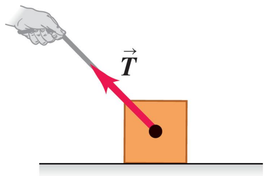


Figura 3.4: A força de tensão $\vec{T}$ existente em uma corda que liga um objeto e algo que puxa a corda amarrada ao objeto.



> **NOTA**
>
> Talvez a força seja a maneira mais intuitiva de entender o conceito de um vetor.
>
> Lembre que um vetor possui, módulo (que é um valor único, escalar), direção e sentido. Assim, considere um vetor força $\vec{F}$. O módulo deste vetor é simplesmente o valor absoluto da força (o valor bruto). Quanto maior o tamanho deste vetor (maior é seu módulo), maior é a força. Agora, esse valor de força é aplicado em alguma direção e sentido. Por exemplo, você pode empurrar uma cadeira e está aplicando um certo valor de força na direção horizontal com um sentido para frente, ou positivo se você considerar que para frente é um movimento positivo.
>
> Então a força possui um módulo, sentido e direção.

- **A força é uma ação sobre um objeto**
- **A força precisa de alguém que a faça (um agente)**
- **A força está associada a um empurrão ou puxão**
- **A força é uma ação de contato direto ou a distância**
- **As unidades de medida da força é o Newton [N]=[kg· m/s^2]**

A força é uma grandeza vetorial, por isso ela possui módulo, direção e sentido.

Na mecânica, existem basicamente 5 tipos de forças:

- **Força Agente**: A força externa que influencia o movimento.
- **Força Normal**: Força normal, representada por $\vec{n}$, é uma força exercida por qualquer superfície que mantém um objeto sobre si. A força normal é sempre normal (perpendicular) a superfície. Veja a Figura 3.1;
- **Força de Atrito**: Força de atrito, representada por $\vec{f}$, é uma força que atua em impedir o movimento de um objeto, é uma força de resistência do objeto em se mover. Essa força é sempre paralela a superfície, portanto, perpendicular ao vetor normal. Veja a Figura 3.2. Uma superfície lisa apresenta uma força de atrito menor do que uma superfície irregular.
- **Força Peso**: A força peso, representada por $\vec{p}$, é a força exercida pela gravidade, é a força que puxa os objetos para a Terra. Veja a Figura 3.3;
- **Força de Tensão**: A força de tensão, representada por $\vec{T}$, é uma força existente entre um objeto, um cabo (corda, ...) e o agente que puxa o cabo (corda...). Veja a Figura 3.4.

3.3.2 O que é vácuo?

Quando estudamos o movimento de um objeto, é comum considerar o caso hipotético em que ele está isolado, ou no vácuo. Ou seja, é o movimento de um objeto em um local do espaço em que não há nenhuma força de resistência que se opõe ao movimento. Neste caso, dizemos que o objeto se movimenta no vácuo. O vácuo é uma propriedade do espaço em que não há energia nem matéria. Assim, quando falamos que um corpo se movimenta no vácuo é para estudar o seu movimento levando em conta apenas as forças que estão em favor ao seu movimento.

3.3.3 As Três leis de Newton

Porque os objetos se movimentam? E porque eles caem quando largados a partir de uma certa altura? Essas perguntas foram partes dos grandes pensamentos filosóficos existentes desde centenas de anos atrás, principalmente entre os anos de 1500 e 1700. Hoje, algumas das resposta as essas perguntas (nem todas foram respondidas) são a base fundamental para toda ciência e tecnologia que existe no mundo, mas também para o desenvolvimento filosófico e o pensamento crítico.

Para começarmos e estudar as leis de Newton, vamos imaginar algumas situações. Se um objeto está em **movimento constante** (no vácuo, onde não há forças de resistência), **existe alguma outra força sobre ele que o ajuda a se movimentar?** E se o objeto **está em repouso**, existe alguma força sobre ele? A resposta a essas duas questão é fornecida pela **primeira lei de Newton**. E se o objeto se movimenta com uma **velocidade variável**, é uma **força** que está **causando isso**? A resposta a essa questão é dada pela **segunda lei de Newton**. E se você estiver **em um piso muito liso** e tentar empurrar algum objeto sobre ele, o que acontecerá? Você pode correr o risco de ir para trás e cair? **Qual é a força por traz disso?** A resposta a essa pergunta se encontra na **terceira lei de Newton**.

Então vamos às três leis de Newton.

1ª Lei de Newton

Todo corpo permanece em seu estado de repouso ou movimento uniforme em linha reta, a menos que seja obrigado a mudar seu estado por forças impressas nele.

A primeira Lei de Newton quer dizer então que um objeto sempre permanecerá em seu estado natural (de movimento constante ou de repouso) se não houver alguma força sobre ele. Dizer que a força sobre um objeto é zero é o mesmo que dizer que a **força resultante é nula**. A força resultante é a soma de todas as forças aplicadas ao objeto, e se essa soma der zero, então o objeto fica em seu estado natural.

A primeira Lei de Newton é também conhecida como Lei da inércia. Inércia é a capacidade que temos de manter parado um corpo que está parado, ou manter a velocidade constante de um objeto que está em movimento, ou seja, é a capacidade de não alterarmos a sua velocidade. Um corpo em movimento com força resultante igual a zero permanece-rá em seu estado de inércia (parado ou em movimento constante) perpetuamente.

Vamos entender um pouco melhor o que é essa força resultante. Imagine que você empurra um objeto para a direita com uma força $\vec{F}_{\text{você}}$ e outra pessoa também empurra o objeto mas para a esquerda (vocês estão um em cada lado) com uma força $\vec{F}_{\text{pessoa}}$. As forças são as mesmas, mas em sentidos opostos, então $\vec{F}_{\text{pessoa}} = -\vec{F}_{\text{você}}$. Neste caso, a força resultante $\vec{F}_{\text{resultante}}$ é a soma das duas forças, que é igual a zero,

$$\vec{F}_{\text{resultante}} = \vec{F}_{\text{você}} + \vec{F}_{\text{pessoa}} = \vec{F}_{\text{você}} + (-\vec{F}_{\text{você}}) = 0.$$

O objeto ficará parado e o esforço dos dois não valerá por nada, pois as duas forças se cancelam.

Para entender um pouco mais sobre inércia, pergunta-se: **porque somos jogados para frente num ônibus (se não nos segurarmos direito) quando ele freia bruscamente?** Primeiramente, o ônibus está se movimentando em relação ao solo com uma velocidade v e você também pois você está dentro do ônibus!. Mas a velocidade entre você e o ônibus é zero, pois você está parado dentro do ônibus. Quando ele freia bruscamente, a inércia diz que você deve continuar com a velocidade v em relação ao solo (pois é a velocidade que você está em relação ao solo), então se o ônibus está freando e diminuindo sua velocidade e você não se segurar, vai ser jogado para frente por conta de sua inércia – o movimento entre você e o solo. O ato de se segurar é uma força que o corrimão do ônibus faz em sua mão, portanto modificará seu estado de inércia (sua velocidade v) em relação ao asfalto, e te fará acompanhar o movimento do ônibus. Além disso, preste atenção em outro ponto nessa situação: em relação ao ônibus, se você se segurar, o seu estado de inércia também se mantém, pois assim como o corrimão exerce uma força sobre sua mão no sentido contrário ao do movimento (você tende a ir para a frente), existe uma força de tensão em seu braço com sentido contrário a força do corrimão, assim a força resultante entre sua mão o corrimão é igual a zero e você não se move dentro do ônibus (ver continuação dessa explicação na 3ª lei de Newton).

2ª Lei de Newton

A mudança do movimento é proporcional à força resultante impressa, e se faz segundo a linha reta pela qual se imprime a força.

Se a força resultante sobre um corpo é diferente de zero, então o corpo se movimenta com uma velocidade variável. Se o objeto estava inicialmente em repouso e a força é aplicada sobre ele, ele começa a se movimentar aumentando sua velocidade. Lembre que movimentos com velocidade variável está associado a uma aceleração. Dessa maneira a força aplicada ao objeto resulta em uma aceleração.

Agora pense o seguinte, aplicando uma força pequena a um objeto pequeno de pouca massa, provavelmente iremos conseguir movimentá-lo, portanto ele terá uma aceleração e uma velocidade. Mas usando a mesma força para movimentar um objeto grande e massivo, será que é possível movimentá-lo e ele ter a mesma aceleração e velocidade que o objeto pequeno? Com certeza não.

A segunda lei de Newton expressa, além dos conceitos anteriores, a relação matemática entre força $\vec{F}$, massa m e aceleração $\vec{a}$, que é

$$\boxed{\vec{F} = m\vec{a} \qquad \text{ou} \qquad |\vec{F}| = m|\vec{a}|}\,. \tag{3.1}$$

As unidades da força são medidas em newton, abreviada com a letra N,

$$\boxed{[F] = \text{newton} = \text{N} = \text{kg}\cdot\text{m/s}^2}\,. \tag{3.2}$$

Uma força aplicada a um objeto gera uma aceleração, e todo o movimento acelerado é devido a uma força resultante. **Mas quando a aceleração tem um valor alto ou baixo?** Para entender isso, da fórmula (3.1), isolamos $\vec{a}$,

$$\boxed{\vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}}\,. \tag{3.3}$$

Assim, **quanto maior a força, maior a aceleração. Mas, quanto maior a massa, menor a aceleração.** Essas duas fórmulas da força e aceleração são vetoriais (vetores $\vec{F}$ e $\vec{a}$). Mas, quando estudamos problemas simples ou separamos os movimentos em partes, podemos escrevê-las simplesmente como equações escalares – que significa que os valores de força e aceleração são apenas um número, isto é, o módulo dos vetores. Assim, essas fórmulas são

$$F = ma \qquad \text{e} \qquad a = \frac{F}{m}. \tag{3.4}$$

Retornemos ao caso de empurrar um objeto grande e um pequeno. Considere que o objeto pequeno possui $m_p = 1\text{kg}$ e o objeto grande possui $m_g = 100\text{kg}$. Considere também que ele é empurrado sobre uma superfície lisa, sem qualquer atrito (forças de resistência nulas), e com uma força de $F = 10\text{N}$. A aceleração do objeto pequeno será

$$a_\text{p} = \frac{10}{1} = 10\text{m/s}^2 \tag{3.5}$$

e para o objeto grande

$$a_\text{g} = \frac{10}{100} = 0,1\text{m/s}^2 \tag{3.6}$$

Então, você irá conseguir empurrar com facilidade o objeto com massa de 1kg mas terá dificuldade com o de 100kg. Lembre que a relação entre velocidade e aceleração é $v_f = v_i + at$.

É importante deixar claro aqui, que F é na verdade uma força resultante aplicada sobre o objeto. Então, vamos retornar à aquele exemplo em que você e outra pessoa empurram a mesma caixa, mas cada uma com sentido oposto. Suponha que você empurra para a direita com uma força de $F_\text{você} = 30\text{N}$ (em módulo) e a outra pessoa empurra para a esquerda com uma força de $F_\text{pessoa} = 10\text{N}$ (em módulo). Qual é a força resultante? Note que as forças estão em sentidos opostos, então se adotarmos o sentido da direita como positivo, o que estiver para esquerda deverá ser negativo, então a força que a outra pessoa imprime é negativa. Dessa forma, a força resultante sobre o objeto é

$$F = 30 + (-10) = 20\text{N}.$$

Se a caixa tiver $m = 10\text{kg}$, a aceleração será

$$a = \frac{20}{10} = 2\text{m/s}^2. \tag{3.7}$$

com sentido para a direita.

3ª Lei de Newton

A uma força sempre se opõe uma reação igual, ou seja, as ações de dois corpos – uma sobre o outro – são iguais e se dirigem em partes contrárias.

A Terceira Lei Newton é conhecida como a lei da Ação e Reação. Uma força atuando sobre um corpo é sempre o resultado de uma interação com outro corpo. Essas duas forças sempre ocorrem em pares, na mesma direção mas em sentidos opostos.

Na prática isso acontece da seguinte maneira. Imagine que você e um objeto estão em uma superfície muito lisa, uma pista de gelo ou ou piso ensaboado, de tal forma que deslizem com muita facilidade. Considere também que inicialmente vocês estão parados. Se você tentar empurrar o objeto para frente na direção horizontal você vai ser empurrado para traz por uma força igual com sentido contrário aquela que aplicou, e você e o objeto irão se movimentar em direções opostas. Entre outras palavras, a força que você exerceu sobre o objeto irá ser "devolvida" para você – ação e reação – você agiu e o objeto reagiu. Se você e o objeto tiverem a mesma massa, ambos se deslocarão com a mesma velocidade em sentidos opostos. Se o objeto for mais massivo que você, você irá se deslocar com uma velocidade maior, pois lembre que a aceleração diminui com a massa, $a = \frac{F}{m}$.

É importante deixar claro que a força existe durante o contato, depois que você e o objeto se desencostam, a força deixa de existir, assim como a aceleração. A velocidade aumenta durante o contato (o momento que você está empurrando), depois disso a velocidade se mantém constante.

Retornando ao caso da explicação do ônibus freando anteriormente. A força que você aplica sobre o corrimão é a mesma que o corrimão aplica sobre você. Portanto, existe uma ação e reação, e essas forças se cancelam, assim você fica parado em relação ao ônibus.

Vamos agora responder a questão colocada no teste inicial do Pré-Vestibular.

CURIOSIDADE

Você sabia que se você estivar na ausência de gravidade (no espaço) e jogar um objeto, você será empurrado na mesma direção mas no sentido oposto? Isso é a terceira Lei de Newton – ação e reação.

Exemplo 3.1. Aplicação 1ª Lei de Newton

De acordo com uma das leis de Newton, um trem em movimento em uma ferrovia deveria permanecer em movimento permanente, mesmo que o motor fosse desligado. Qual é a Lei de Newton que permitiria isso e porque não observamos na vida real?

a) 1ª Lei de Newton: lei da inércia; porque o trem se move muito devagar;
b) 1ª Lei de Newton: lei da inércia; porque o trem é muito "pesado";
c) 2ª Lei de Newton: lei das forças; porque o trem se move muito devagar;
d) 3ª Lei de Newton: lei da ação e reação; porque existem forças de resistência que se opõem ao movimento do trem;
e) 1ª Lei de Newton: lei da inércia; porque existem forças de resistências que se opõem ao movimento do trem;

Solução:
A resposta é a alternativa e). Se não existissem forças de resistência, o trem iria se mover perpetuamente (ele mantém seu estado de movimento constante). Mas por conta do atrito entre os trilhos e as rodas do trem, existe uma força de resistência que tende a parar o trem . Ele continua seu movimento por conta de uma força que é continuamente impressa pelo motor, de forma a balançar as forças de atrito e preservar o seu movimento ♣

3.3.4 Gravidade: Massa e Peso

Qual é a diferença entre massa e peso? Anteriormente, já foi comentado sobre a aceleração da gravidade g. Mas o que é essa aceleração? Pelas leis de Newton, observa-se que a uma força está associada uma aceleração. Então deve existir uma força que origine a aceleração g. Essa força é chamada de **força da gravidade**, que muitas vezes é conhecida também como **força peso**. A fórmula é

$$\vec{P} = m\vec{g}. \tag{3.8}$$

É essa força que nos puxa para baixo na Terra e nos mantém fixos a ela. A queda dos objetos também é uma consequência dessa força. A força da gravidade não é uma força de contato, é uma força que age a distância e continuamente, ela está sempre presente, assim como no planeta Terra, nos outros planetas do sistema solar e no próprio Sol. De fato, é por causa desta força que a Lua está presa a Terra e gira ao seu entorno, e a Terra está presa ao Sol e gira ao seu entorno.

A força peso mede o peso de um objeto, é a nossa sensação de massa, "o quão pesados nós somos". Na Terra, a aceleração da gravidade é $g = 10\text{m/s}^2$, então o peso de uma pessoa de 70kg é de

$$P = 70 \cdot 10 = 700\text{N}.$$

Imagine agora que você estivesse na Lua, qual é a sua massa lá e o seu peso? A massa é independente do local onde você está, ou seja, ela é independente da força da gravidade. O que muda é o peso, pois a aceleração da gravidade é que depende da força e portanto elas mudam. Na Lua, a aceleração da gravidade é igual à $g_{\text{Lua}} = 1,60\text{m/s}^2$. Portanto, o peso de uma pessoa de 70kg na lua será de

$$P_{\text{Lua}} = 70 \cdot 1,60 = 112\text{N}.$$

Observe que isso é intrigante, pois para essa pessoa de 70**kg na Lua, sua "peso" seria o mesmo que se ela tivesse** $11,2$**kg na Terra!** Então nos sentiríamos muito mais leves na Lua.

Por outro lado, suponha que uma pessoa conseguisse ficar sobre a superfície do Sol. Lá a aceleração da gravidade é de 273m/s^2, isto é $27,3$ maior que na Terra. Portanto lá, uma pessoa de 70kg teria uma sensação de massa de 1900kg – quase 2 toneladas! Na verdade, as pernas dessa pessoa iria ser esmagada pelo próprio peso acima da cintura!

Para finalizar esse tópico pergunta-se: desconsiderando todas as forças de resistência ao movimento, se um carro e um prego forem largados em queda livre de uma altura de 100 metros ao mesmo tempo, quem chega no chão primeiro? Lembre que a massa real independe da força da gravidade e da aceleração, portanto a aceleração é a mesma para o prego e o carro. Assim, ambos irão chegar ao chão ao mesmo tempo! Mas lembre que foi ignorado qualquer força de resistência ao movimento. Você pode fazer isso com duas pedras quase esféricas, uma maior e outra menor. Largue as duas ao mesmo tempo e veja o que acontece. Elas irão chegar no chão praticamente ao mesmo tempo.

NOTA

As forças de resistência irão ser maior para o objeto maior, pois ele tem uma área maior de contato. Assim mais ar vai colidir com ele a fim de impedir o aumento de sua velocidade. No fim das contas, o que influência é o formato do objeto.

Exemplo 3.2. ENEM 2016 (segunda aplicação) - Questão 79 Prova Rosa

A Figura 3.5 mostra uma balança de braços iguais, em equilíbrio, na Terra, onde foi colocada uma massa e a indicação de uma balança de força na Lua, onde a aceleração da gravidade é igual a $1,6\text{m/s}^2$ sobre o qual foi colocada uma massa M. A razão das massas $\frac{M}{m}$ é

a) $4,0$

b) $2,5$

c) $0,4$

d) $1,0$

e) $0,25$

Solução:

Se a balança está em equilíbrio, quer dizer que a massa em ambos os lados deve ser igual. Como no lado esquerdo temos duas peças de $0,5$kg cada, a peça da direita tem $m = 1$kg. Na lua, sabendo que $g_{\text{Lua}} = 1,6\text{m/s}^2$, e vendo que a força peso sobre M é $P_{\text{Lua}} = 4$N, podemos determinar a massa de M por meio de $P_{\text{Lua}} = Mg_{\text{Lua}}$,

$$M = \frac{P_{\text{Lua}}}{g_{\text{Lua}}} = \frac{4}{1,6} = 2,5\text{kg}.$$

Portanto, a razão entre M e m é

$$\frac{M}{m} = \frac{2,5}{1} = 2,5. \tag{3.9}$$

A alternativa é a letra b). ♣

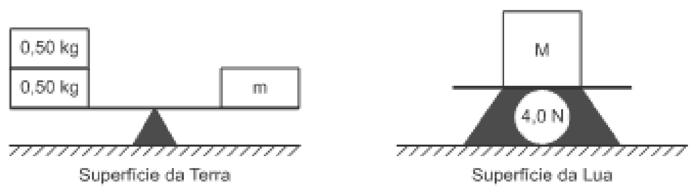


Figura 3.5

Exemplo 3.3. ENEM 2016 (segunda aplicação) - Questão 76 Prova rosa

Para um salto no Grand Canyon usando motos, dois paraquedistas vão utilizar uma moto cada, sendo que uma delas possui massa três vezes maior. Foram construídas duas pistas idênticas até a beira do precipício, de forma que no momento do salto as motos deixem a pista horizontalmente e ao mesmo tempo. No instante em que saltam, os paraquedistas abandonam suas motos e elas caem praticamente sem resistência do ar.

As duas motos atingem o solo simultaneamente porque:

a) possuem a mesma inércia

b) estão sujeitas à mesma força resultante
c) têm a mesma quantidade de movimento inicial
d) adquirem a mesma aceleração durante a queda
e) são lançadas com a mesma velocidade horizontal

Solução:
Vamos lembrar que quando desprezamos qualquer força de resistência ao movimento, o tempo de queda de um objeto é independente de sua massa, pois a mesma aceleração atua em ambos – a aceleração da gravidade g. E a aceleração da gravidade atua na vertical, ou seja, qualquer velocidade inicial na posição horizontal não vai influenciar no tempo de queda. Lembre que $\Delta y = \frac{gt^2}{2} \quad \rightarrow \quad t = \sqrt{\frac{2\Delta y}{g}}$, onde v_i na direção vertical é zero.
Com isso em mente, vamos analisar as alternativas. a) é incorreta, pois a massa depende da inércia (massa diferentes possuem diferentes inércias); b) está incorreta, a força é proporcional a massa do objeto, $F = ma$; c) é incorreto pois como veremos adiante, a quantidade de movimento também depende da massa; d) é correta, pois a aceleração vertical é a mesma para ambas as motos, que é a aceleração da gravidade. e) como foi explicado no parágrafo anterior, qualquer movimento horizontal não influencia no movimento vertical (queda livre), e o tempo de queda é o mesmo.
Dessa maneira, a alternativa é d). ♣

3.4 Alguns Tipo de Forças (em detalhe)

Foi mencionado anteriormente alguns tipos de forças, como força de atrito, força peso, etc. Vamos ver agora alguns exemplos mais detalhados de alguns tipos de forças e como elas atuam sobe um objeto.

Força de Atrito
A força de atrito, identificada por $\vec{f}$, representa aqueles tipos de força que impõem resistência por contato ao movimento de um objeto. Existem dois tipos de forças de atrito:

- **atrito cinético** $\vec{f_c}$: é a força de atrito atuando sobre um objeto em movimento. Essa força é aquela que faz um objeto parar de se movimentar.
- **atrito estático** $\vec{f_e}$: é a força de atrito atuando sobre um objeto enquanto ele está em repouso. Essa força indica a dificuldade inicial em começar a mover um objeto.

Essas duas forças dependem do material por onde um objeto se move. Para ambas, a força de atrito será superior para uma superfície irregular e menor para uma superfície lisa.

A força de atrito cinético é escrita (em módulo) como

$$f_c = \mu_c n \tag{3.10}$$

em que n é a força normal a superfície e μ_c é o coeficiente de atrito cinético. É nele que estão contidas as propriedades da superfície. Por exemplo, para um material feito de Teflon e aço, o coeficiente é bem baixo, $\mu_c = 0,04$. Já para uma superfície composta de borracha e concreto seco o coeficiente é alto, $\mu_c = 0,8$.

NOTA

Não é preciso decorar nenhum valor sobre os coeficientes de atrito.

Da mesma forma que o atrito cinético, o atrito estático é fornecido pela fórmula

$$f_e = \mu_e n \tag{3.11}$$

em que μ_e é o coeficiente de atrito estático. Para o Teflon, $\mu_e = 0,04$ e para borracha com concreto seco $\mu_e = 1,0$.

NOTA

Os coeficiente de atrito não possuem unidades, ou seja, são adimensionais.

Exemplo 3.4. Atrito em um movimento horizontal

Você está tentando mover um engradado de 500N sobre um piso plano. Para iniciar o movimento, você precisa aplicar uma força horizontal de módulo igual a 230N. Depois que o movimento inicia (o engradado começa a se mover), você precisa de apenas 200N para manter o movimento, com velocidade constante. Quais são os valores de atrito estático e cinético?

a) $\mu_e = 0,46$ e $\mu_c = 2.5$
b) $\mu_e = 2,17$ e $\mu_c = 0.4$
c) $\mu_e = 0,46$ e $\mu_c = 0.4$
d) $\mu_e = 0,06$ e $\mu_c = 0.5$
e) $\mu_e = 0,1$ e $\mu_c = 1.0$

Solução:
Para começar, quando for tido que um objeto possui 500N, se refere ao seu peso. Num movimento horizontal, a força normal à superfície possui mesma direção que a força peso, mas sentido contrário. Considerando que a força peso é negativa para baixo, a normal será positiva, pois tem sentido para cima.
Agora, se força de atrito máxima que deve ser aplicada ao objeto para ele começar a se mover é de 230N, então

$$f_e = \mu_e n \quad \rightarrow \quad \mu_e = \frac{f_e}{n} = \frac{230}{500} = 0,46 \tag{3.12}$$

Depois que o movimento inicia, é preciso apenas de uma força de 200N para manter o engradado em movimento constante, portanto

$$f_c = \mu_c n \quad \rightarrow \quad \mu_c = \frac{f_c}{n} = \frac{200}{500} = 0,40. \tag{3.13}$$

Assim, a alternativa é c). ♣

Força de Arrasto e Viscosidade

A força de arrasto $\vec{f_a}$ é a força de resistência que um gás exerce sobre o movimento de um objeto. Por exemplo, quando um objeto cai existe uma força de arrasto que dificulta o aumento da velocidade durante a queda. Quando estudamos queda livre, não consideramos nenhuma força de resistência. Isso quer dizer que o objeto iria aumentar a velocidade infinitamente se fosse largado de uma altura muito grande. Mas isso não acontece de fato. **Quando uma pessoa pula de paraquedas, antes dela abri-lô, sua velocidade não vai aumentar muito mais que os 200km/h**. Essa velocidade é a **velocidade terminal**, e é limitada devido à **força de arraste do ar**. Um outro exemplo do dia a dia é quando você anda contra um vento muito forte. Você sente uma resistência ao se movimentar para frente, e é devido a força de resistência causada pela pressão do ar sobre você.

A viscosidade $\vec{\tau}$ é muito semelhante a força de arraste, mas é atribuída especialmente a um fluído. **Todo fluído, como a água, óleo, tinta, etc, apresenta uma viscosidade**. Ela descreve quão difícil é um objeto se mover neste fluído ou o fluído se mover em uma superfície. Um barco em em navegação sente uma força de resistência devido à viscosidade que a água aplica sobre o casco. Uma outra situação é você tentar derramar diferentes fluídos em uma superfície vertical e observar a velocidade com que ele escorre. É possível observar por exemplo, que o óleo escorre mais lentamente que a água, pois o óleo é mais viscoso, já que ele possui uma força de resistência de viscosidade maior sobre a superfície vertical.

Força Elástica: Lei de Hook

A força elástica F_{el} é uma força existente em sistemas tal como molas, amortecedores e elásticos. Esse tipo de força é responsável por trazer ao estado natural um desses sistemas quando deformado elasticamente. **Se esticamos ou comprimimos uma mola, a força elástica fará com que ela retorne ao seu estado natural**. Você em algum momento parou para observar que quanto mais você tenta esticar uma mola ou elástico, mais difícil fica? **A força elástica é proporcional ao comprimento que a mola é esticada a partir do seu estado natural**: quando mais se puxa, maior é a força de restauração.

Matematicamente, a força elástica é descrita por

$$\boxed{F_{el} = -k\Delta x}, \tag{3.14}$$

onde **Δx é comprimento da deformação da mola** (o quanto ela é esticada a partir do seu estado natural). k se chama **constante da mola**, e á uma propriedade do material com que ela é feita. **Quanto mais dura é a mola, maior é o valor de k.** As unidades de k são $[k]$ =newton/metro= N/m. A fórmula (3.14) é chamada de **Lei de Hooke**. Questões envolvendo a Lei de Hooke surgem com bastante frequência nas provas de vestibulares.

Voltando ao valor da deformação Δx, precisamos sempre lembrar que essa deformação é igual a diferença entre o comprimento natural da mola e o comprimento esticado. Isto é, se a mola em seu estado natural tiver 0.1m e depois de esticada tiver 0.15m, sua deformação será de $\Delta x = 0.15 - 0.10 = 0.05$m. É comum representarmos o comprimento natural da mola pela letra L_0 e o comprimento esticada por L. Assim, a deformação será

$$\boxed{\Delta x = L - L_0.}. \tag{3.15}$$

Observe que existe um sinal negativo na fórmula da força elástica. Isso porque se você esticar a mola, o deslocamento Δx é positivo, assim a força faz com que o comprimento diminua – **a força atua em diminuir o comprimento até o seu estado natural**. Se você comprimir a mola, a deformação Δx será negativa, e o sinal $-$ com $-$ se transforma em positivo, logo a força será positiva fazendo com que a mola aumente de tamanho até o seu estado natural.

É muito comum encontrarmos questões de física que associam molas e objetos pendurados nelas. Vale lembrar que a uma aceleração está associada uma a força (e vice-versa), logo é possível entender qual é a aceleração que uma mola provoca sobre um objeto quando ela é deformada. Veja os dois exemplos a seguir.

Exemplo 3.5. Corpo suspenso em uma mola

Um corpo de 10kg, em equilíbrio, está preso à extremidade de uma mola, cuja constante elástica é $k = 150$N/m. Considerando $g = 10\text{m/s}^2$, qual será a deformação da mola?

a) $1,5$m
b) $1,0$m
c) $0,66$m
d) $0,50$m
e) $0,75$m

Solução:
Nessa questão, duas forças estão associadas. A força da gravidade e a força da mola. Inicialmente, a mola está em seu estado natural. Depois que a o objeto é pendurado, existe um alongamento da mola Δx devido à força da gravidade sobre objeto. Assim, a gravidade puxa o objeto para baixo até a mola atingir a deformação Δx e ficar parada novamente – este ponto é a deformação máxima e onde as forças da mola e da gravidade se equilibram.
Sabemos que a força da gravidade é

$$F = mg$$

e a força elástica é

$$F_{el} = -kx$$

e ambas estão em sentidos opostos. Dessa forma a deformação máxima ocorre quando uma for o oposto da outra, isto é

$$F = -F_{el} \quad \rightarrow \quad mg = -(-k\Delta x)$$

então

$$mg = k\Delta x. \tag{3.16}$$

Como conhecemos $k = 150\text{N/m}$, $m = 10\text{kg}$ e $g = 10\text{m/s}^2$, basta isolarmos Δx e obter

$$\Delta x = \frac{mg}{k} \tag{3.17}$$

portanto, substituindo os valores,

$$\Delta x = \frac{10 \cdot 10}{150} = \frac{100}{150} = 0.66\text{m}. \tag{3.18}$$

Portanto a alternativa é c). ♣

Exemplo 3.6. Lançamento de bodoque

Um bodoque é feito com uma borracha de soro de constante elástica de 500N/m. Nele, uma pedra de 0.05kg é lançada. Para lançar, você deforma a borracha num comprimento de 0.15m. Qual será o módulo da velocidade em m/s da pedra depois que a borracha retornar ao seu estado natural? Despreze a resistência do ar.

a) $21,2\text{m/s}$
b) 10m/s
c) 225m/s
d) 15m/s
e) $76,3\text{m/s}$

Solução:
Quando a borracha é puxada, uma elástica força começa a existir a fim de retornar a borracha ao seu estado natural. Quando a você solta a pedra, durante a restauração da borracha, essa existe a força elástica e origina uma aceleração na pedra ao longo dos 15cm fazendo sua velocidade aumentar. Depois disso, a pedra deixa a borracha e segue com velocidade constante pois já não existe mais a força elástica. (já que não existe mais contato). A força elástica é $F_{el} = -k\Delta x$, e para um movimento acelerado a velocidade se associa com o deslocamento por meio de $v_f^2 = v_i^2 + 2a_m\Delta x$, que é a fórmula de Toricelli estuda na primeira parte deste material, e a_m é a aceleração média. Neste caso, a velocidade inicial v_i é zero e quem queremos encontrar é v_f, a velocidade depois do deslocamento de $\Delta x = 0,15\text{cm}$. Nesse intervalo, aceleração imposta na pedra vai ser dada por $a = \frac{F_{el}}{m}$ no início do movimento, onde $|F_{el}| = k\Delta x$. No entanto a aceleração será zero no ponto em que $\Delta x = 0$. Portanto, a aceleração que provoca o movimento é a aceleração média $a_m = \frac{a-0}{2} = \frac{a}{2}$.
Então vamos lá. Primeiro calculamos a força:

$$|F_{el}| = 500 \cdot 0.15 = 75\text{N} \tag{3.19}$$

assim a aceleração inicial e a aceleração média sentida pela pedra será

$$a = \frac{|F_{el}|}{m} = \frac{75}{0.05} = 1500\text{m/s}^2, \qquad a_m = 750\text{m/s}^2 \tag{3.20}$$

Agora, basta calcularmos v_f:

$$v_f^2 = 2a_m \Delta x = 2 \cdot 750 \cdot 0.15 = 225$$
$$v_f = \sqrt{225} = 15\text{m/s} = 76,3\text{km/h}. \qquad (3.21)$$

Portanto, a alternativa é d).
Observe que o valor da aceleração é incrivelmente alto! ♣

3.5 Plano Inclinado

Noções sobre ângulos e Teorema de Pitágoras

O **plano inclinado** não é muito comum de surgir nas provas, mas pode aparecer. Apesar disso, ele é uma **ótima maneira para fixar o entendimento sobre ângulos entre vetores e o Teorema de Pitágoras** – que frequentemente caem nas provas, tanto de física como de matemática.

O **Teorema de Pitágoras descreve as relações entre os comprimento dos lados de um triângulo, e as relações trigonométricas entre esses lados com o ângulo ϑ entre eles**. Veja a Figura 3.6. Seja a hipotenusa representada por c, o cateto adjacente por a e o cateto oposto por b. O teorema de Pitágoras nos diz que

$$\boxed{c^2 = a^2 + b^2} \qquad (3.22)$$

então o comprimento da hipotenusa é dada por

$$\boxed{c = \sqrt{a^2 + b^2}}. \qquad (3.23)$$

O **ângulo** ϑ indicado na figura é o ângulo entre o lado da hipotenusa e o lado do cateto adjacente. Com esse ângulo, é possível **saber o comprimento dos outros lados se é conhecido o comprimento de apenas um lado**.

Se soubermos quem é o ângulo e a hipotenusa, podemos encontrar quem é a e b por meio das funções cosseno e seno do ângulo ϑ, isto é $\cos\vartheta$ e sen ϑ:

$$a = c\cos(\vartheta) \qquad (3.24)$$
$$b = c\,\text{sen}\,(\vartheta). \qquad (3.25)$$

Esses lados dos triângulo também podem ser pensados como sendo vetores. É isso que será usado para estudarmos um pouco do plano inclinado. As relações entre o ângulo ϑ e os lados do triângulo pelas funções matemáticas seno e cosseno, são chamadas de **relações trigonométricas**.

Figura 3.6: Triângulo representando o teorema de Pitágoras e as relações trigonométricas. O lado c é a hipotenusa, o lado a é o cateto oposto e o lado b é o cateto adjacente. O teorema de Pitágoras nos diz que o comprimento do lado c é $c = \sqrt{a^2 + b^2}$.

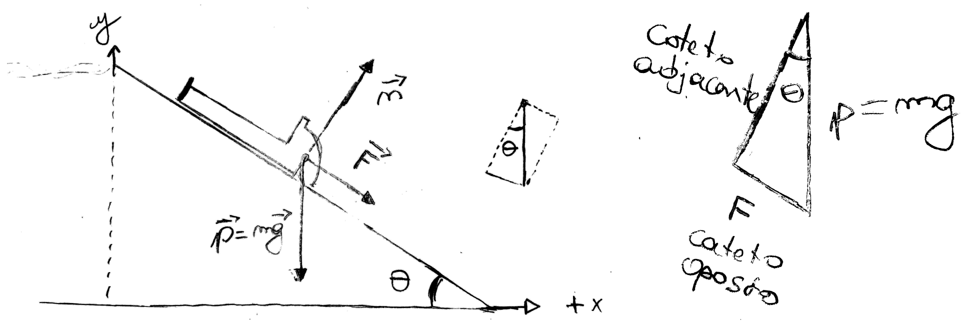


Figura 3.7

Exemplo 3.7. Descendo a montanha

Um escorregador com pessoas nele está começa a descer por uma montanha. A superfície (estrada) por onde o escorregador passa possui um ângulo de $\vartheta = 30$ com relação direção horizontal. A massa total do escorregador e as pessoas é de $m = 200$kg. Qual é força e a aceleração sentida pelo conjunto no sentido do movimento? **Solução**:
Para começar, vamos relembrar alguns pontos: i) a aceleração da gravidade atua na vertical. ii) No movimento do escorregador, ele se move tanto na direção vertical como horizontal, pois ele anda para frente mas ao mesmo tempo ele desce o morro; iii) vamos identificar as forças que atuam no escorregador, como mostrado na Figura 3.7
Na direção do movimento, existe uma força resultante que atua para movimentar o escorregador ladeira abaixo. Observe que a força normal $\vec{n}$ é normal a superfície mas não possui o mesmo sentido que a força peso $\vec{p} = m\vec{g}$. A força resultante $\vec{F}$ é exatamente a diferença entre essas duas forças, $\vec{p}$ e $\vec{n}$. Para encontrar quem é $\vec{F}$, basta usarmos o Teorema de Pitágoras,

$$F = p\,\text{sen}\,(\vartheta) = mg\,\text{sen}\,(\vartheta) \tag{3.26}$$

Assim, a força que impulsiona o movimento do escorregador será

$$F = 200 \cdot 10 \cdot \text{ sen}\,(30) = 2000 \cdot 0.5 = 1000\text{N}$$

Agora, para toda força, existe uma aceleração a, isto é $a = \frac{F}{m}$, portanto a aceleração do escorregador é

$$a = \frac{F}{m} = \frac{1000}{200} = 5\text{m/s}^2$$

♣

Capítulo 4 • Energia, Trabalho, Potência e Leis de Conservação

Na Física, o conceito de Energia é fundamental para entender vários e diferentes processos físicos. **O uso dos conceitos de energia são uma alternativa eficaz para o entendimento dos fenômenos físicos que já foram estudados por meio da força e aceleração. Uma grande vantagem da energia é que ela é uma grandeza física escalar.**

Assim como a força, existem vários tipos de energia, por exemplo:

- energia cinética;
- energia potencial (elástica, gravitacional);
- energia elétrica;
- etc...;

Neste capítulo, vamos começar estudando alguns tipos de energia no contexto da mecânica e posteriormente entender como ocorrem os processos de transformação de energia, por meios dos princípios de conservação.

4.1 Energia Cinética

Todo corpo em movimento possui uma energia cinética. O valor da energia descreve como o objeto se move, sua velocidade, seu deslocamento, sua aceleração. Para um corpo de velocidade v e massa m, a sua energia cinética – designada pela letra E_c – é dada por

$$\boxed{E_c = \frac{mv^2}{2}.} \quad . \tag{4.1}$$

As unidades de energia são o joule = J,

$$[E_c] = \text{joule} = \text{J} \tag{4.2}$$

Observe que para obter as unidades da energia em termos do sistema metro-segundo-quilograma –, basta multiplicarmos as unidades de $[m]\cdot[v]\cdot[v]$, isto é

$$\boxed{\text{J} = \text{kg}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}}\cdot\frac{\text{m}}{\text{s}} = \frac{\text{kg}\cdot\text{m}^2}{\text{s}^2}.} \quad . \tag{4.3}$$

4.2 Energia Potencial

A **energia potencial** representa a chance ou possibilidade de um corpo entrar em movimento devido a uma influência externa. A energia potencial é uma propriedade externa em que atua sobre um corpo e está relacionada a possibilidade de uma força atuar sobre um corpo a fim de fazê-lo se movimentar. Mas como assim? Bom, **sabemos que a força gravitacional faz os corpos caírem se largados em queda livre. A energia potencial está relacionada a essa força**, e é uma outra maneira de descrever como o corpo cai. Existem variados tipos de energias potenciais, e vamos vê-las a seguir.

4.2.1 Energia Potencial Gravitacional

A **energia potencial gravitacional** E_p está associada a possibilidade que um corpo possui para se movimentar quando influenciado por um campo gravitacional gerado por uma aceleração g. A expressão é

$$\boxed{E_p = mgh} \tag{4.4}$$

em que m é a massa do corpo, g aceleração da gravidade e h a altura em que o objeto se encontra em relação ao solo.

4.2.2 Energia Potencial Elástica

A energia potencial elástica E_{el} está associada a possibilidade que um corpo possui para se movimentar quando influenciado por uma força elástica. **A energia potencial elástica é a energia armazenada na mola de constante elástica** k. A relação matemática é

$$\boxed{E_{el} = \frac{k\Delta x^2}{2}.}. \tag{4.5}$$

Quanto maior é a deformação Δx, maior energia potencial fica armazenada na mola.

4.3 Energia Mecânica: Princípio de conservação de energia

A energia mecânica E_m é a energia total que influencia no movimento de um corpo. Ela é a combinação entre as energias cinética e potencial. **O conceito de energia mecênica está associado as transformações entre energias. Imagine a seguinte situação.**

Quando um objeto está a uma altura h do solo, existe uma energia potencial gravitacional atribuída a ele. Quando ele é largado o movimento começa dando origem a uma energia cinética. No entanto, como a altura diminui, a energia potencial também diminui. Nesse processo há uma transformação de energia potencial em energia cinética. Quando o objeto atinge o chão a energia potencial é nula e a energia cinética é máxima, dissipando-se totalmente após o impacto.

A expressão matemática que expressa essas transformações é

$$\boxed{E_m = E_p + E_c}. \tag{4.6}$$

$$\boxed{E_m = mgh + \frac{mv^2}{2}, \quad \text{Corpo em queda.}} \tag{4.7}$$

Agora, imagine novamente a situação de um objeto preso a uma mola. Na deformação máxima da mola, o corpo está parado – portanto a energia cinética é zero. Já a energia potencial elástica é máxima, pois a mola está completamente deformada. Se a mola for desprendida, o movimento começa havendo a transformação entre a energia potencial elástica e energia cinética. Dessa forma, a energia mecânica E_m é a soma das energias potencial elástica e cinética,

$$\boxed{E_m = E_c + E_{el}}. \tag{4.8}$$

$$\boxed{E_m = \frac{mv^2}{2} + \frac{k\Delta x^2}{2}, \quad \text{Corpo em movimento preso a uma mola.}} \tag{4.9}$$

O ponto importante para fixar aqui é o seguinte: não decorre as fórmulas, mas primeiramente entenda que esses conceitos acima estabelecem relações de transformação entre energias.

Agora enunciamos o princípio de conservação de energia:

Princípio de Conservação de Energia

A energia mecânica do estante inicial do movimento é igual a energia mecânica do instante final do movimento. Tal sistema é chamado de Sistema Conservativo. Nesse tipo de sistema não existem forças de atrito em que causam a perda de energia.

Isto é, na ausência de dissipação (efeitos de resistência) a energia mecânica total não muda e é sempre a mesma. Entre outras palavras, ela é conservada. O que ocorre é a transformação entre as energias, potencial e cinética.

Para fixar melhor esses conceitos, vamos ver dois exemplos.

Exemplo 4.1. Resolver o Exemplo 3.4 utilizando o conceito de energia.

Resolva o Exemplo 3.4 utilizando os conceitos de energia potencial elástica e cinética.

Solução:

No exemplo do bodoque, a borracha é deformada por um comprimento de $\Delta x = 0.15\text{m}$, dessa forma ela armazena uma energia potencial elástica. No momento de deformação máxima, a energia cinética é zero, pois você está segurando a borracha/pedra, pronto para soltá-la. Quando a solta, o movimento começa. Quando a borracha se restaura ao seu comprimento natural, a energia potencial é zero pois não há mais deformação e nesse momento a energia é puramente cinética. Com isso, vamos usar o princípio de conservação de energia.

Separemos o movimento por "antes" e "depois". Inicialmente, a energia potencial é máxima e a cinética é zero, portanto a energia mecânica "antes" é

$$E_m^{\text{antes}} = \cancelto{0}{E_c} + E_{el} = \frac{k\Delta x^2}{2}. \tag{4.10}$$

Já a energia mecânica "depois" é

$$E_m^{\text{depois}} = E_c + \cancelto{0}{E_{el}} = \frac{mv^2}{2}. \tag{4.11}$$

Como a energia mecânica "antes" e "depois" deve ser a mesma, teremos

$$E_m^{\text{antes}} = E_m^{\text{depois}} \tag{4.12}$$

ou

$$\frac{k\Delta x^2}{\cancel{2}} = \frac{mv^2}{\cancel{2}}. \tag{4.13}$$

Com isso podemos determinar a velocidade por meio de

$$v^2 = \frac{k\Delta x^2}{m} \tag{4.14}$$

$$v = \Delta x\sqrt{\frac{k}{m}} \tag{4.15}$$

que substituindo os valores obteremos

$$v = 0.15 \cdot \sqrt{\frac{500}{0.05}} = 0.15 \cdot \sqrt{10000} = 0.15 \cdot 100 = 15\text{m/s}^2. \tag{4.16}$$

Isto é, o mesmo resultado que anteriormente. Veja que usando os conceitos de energia fica muito mais fácil resolver a questão. ♣

Exemplo 4.2. Resolver o Exemplo 3.4 utilizando o conceito de energia.

O brinquedo pula-pula (cama elástica) é composto por uma lona circular flexível horizontal presa por molas à sua borda. As crianças brincam pulando sobre ela, alterando e alterando suas formas de energia. Ao pular verticalmente, desprezando a força de atrito com o ar e os movimentos de rotação do corpo enquanto salta, uma criança realiza um movimento periódico vertical em torno da posição de equilíbrio da lona ($h = 0$), passando pelos pontos de máxima e de mínima alturas, $h_{\max}$ e $h_{\min}$, respectivamente.

Esquematicamente, qual é a alternativa da Figura 4.1 que esboça gráfico da energia cinética da criança em função de sua posição vertical na situação descrita acima?

Solução:

Para resolver essa questão, vamos usar o princípio de conservação de energia. Desprezando os efeitos de atrito e rotação da criança, a energia total em momentos diferentes deve ser igual. Na altura máxima, não existe energia cinética e nem energia potencial elástica, pois a criança está parada e não está em contato com a lona, a energia é puramente potencial gravitacional. Assim sendo,

$$E_m^{h_{\max}} = \cancelto{0}{E_c} + \cancelto{0}{E_{el}} + E_p = mgh_{\max}. \tag{4.17}$$

A altura mínima é o momento em que a criança está sobre a lona e ela está deformada por um comprimento de $\Delta x = h_{\min}$, portanto existe uma energia potencial elástica armazenada, $E_{el} = \frac{kh_{\min}^2}{2}$. Além disso, a energia cinética é igual a zero, e a energia potencial gravitacional é $E_p = mgh_{\min}$. Logo a energia total em $h_{\min}$ será

$$E_m^{h_{\min}} = \cancelto{0}{E_c} + E_p + E_{el} = mgh_{\min} + \frac{kh_{\min}^2}{2}. \tag{4.18}$$

Observe aqui que $h_{\min}$ é menor que zero, portanto a energia potencial em $h_{\min}$ é negativa – lembre disso pois essa informação é fundamental para resolver a questão.

Finalmente vamos determinar a energia mecânica na posição de equilíbrio $h = 0$. Nessa posição, a energia potencial elástica é zero pois não há deformação na mola e a energia potencial gravitacional também é zero pois $h = 0$, logo a energia mecânica é puramente cinética

$$E_m^{h=0} = E_c + \cancelto{0}{E_{el}} + \cancelto{0}{E_p} = E_c. \tag{4.19}$$

Dessa maneira, como $E_m^{h=0} = E_c$, e $E_m^{h=0} = E_m^{h_{\min}}$ podemos igualar ambas

$$E_c = mgh_{\min} + \frac{kh_{\min}^2}{2}. \tag{4.20}$$

Agora, para qualquer intervalo em $h_{\min} < h < 0$ a energia mecânica é

$$E_m = E_c + mgh + \frac{kh^2}{2} \tag{4.21}$$

assim

$$E_c = E_m - mgh + \frac{kh^2}{2} \tag{4.22}$$

Observe aqui que temos uma equação quadrática em $h \to h_{\min}$, portanto E_c tem forma de parábola para todo $h < 0$ até $h = h_{\min}$. Isso descarta os gráficos das alternativas a), b) e d).

Vamos então analisar agora o movimento para $h > 0$ até $h = h_{\max}$. Para uma altura $0 < h < h_{\max}$ a energia mecânica é a soma da cinética e potencial,

$$E_m = E_p + E_c = mgh + E_c. \tag{4.23}$$

Como E_m é igual a $E_m^{h_{\max}}$, teremos

$$mgh + E_c = mgh_{\max}. \tag{4.24}$$

Isolando E_c obtemos

$$E_c = mg(h_{\max} - h). \tag{4.25}$$

Essa equação é uma linha reta e decrescente por causa do sinal negativo em h. Portanto, dentre as alternativas c) e e), a única que apresenta tal linha reta decrescente em função de h é a alternativa c). ♣

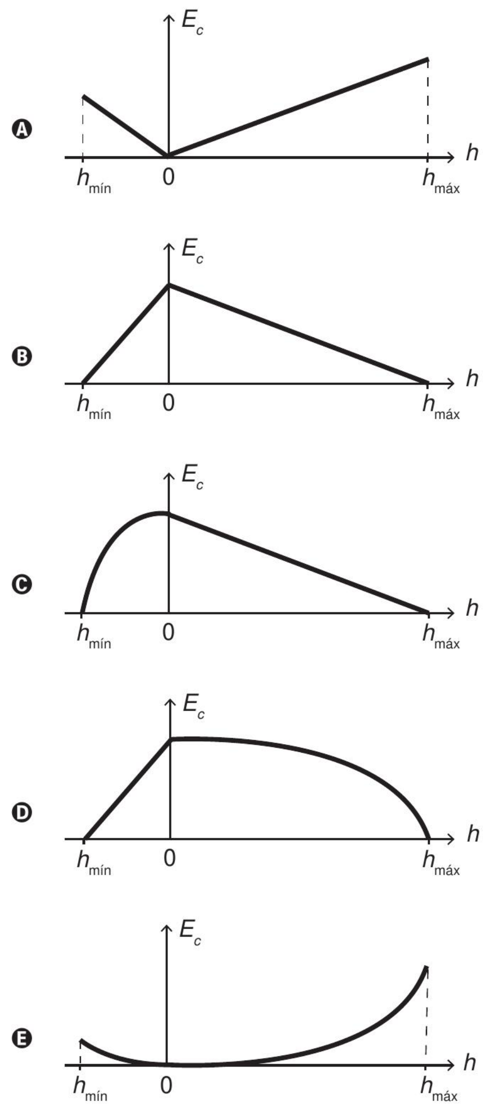


Figura 4.1

4.4 Trabalho

Qual é o sentido da palavra trabalho? Se pensarmos um pouco, qualquer tipo de trabalho (esforço físico, de pensamento, etc) deve demandar alguma energia para que ele seja possível de ser feito.

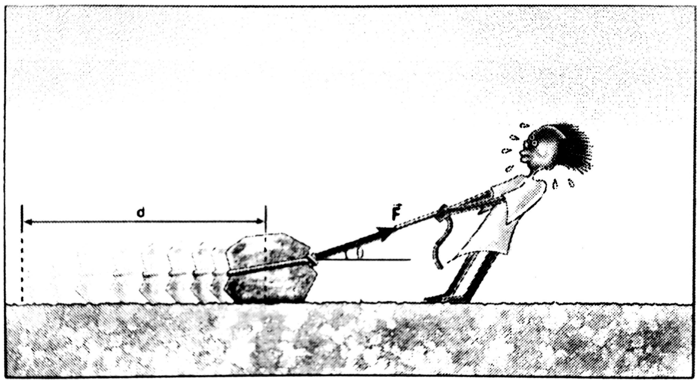


Figura 4.2

Na física, o conceito de trabalho está associado exatamente a isso. **O trabalho mede a quantidade de energia necessária para um corpo entrar e continuar em movimento devido a uma força.** O trabalho é designado pela letra W e ele é uma quantidade escalar. Sua interpretação é a seguinte: **o trabalho é uma quantidade que nos diz qual é a energia requerida por uma força que provoca o movimento de um corpo por uma distância d.** Isto é

$$\boxed{W = \vec{F} \cdot \vec{d}}\,. \tag{4.26}$$

Observe que **o trabalho é uma forma de energia** e é escalar. Lembre que o produto de dois vetores retorna uma quantidade escalar – esse produto é chamado de **produto escalar**. As unidades de trabalho são o joule J,

$$\boxed{[W] = \mathrm{J}}\,. \tag{4.27}$$

Agora, muita atenção aqui. $\vec{F}$ e $\vec{d}$ são vetores, o vetor de força e o vetor de deslocamento, respectivamente. Nesse caso o trabalho total realizado é aquele causado exclusivamente pela força que estiver na mesma direção do deslocamento. **Qualquer componente da força que é perpendicular ao movimento NÃO REALIZA TRABALHO!!!**. Grave isso apenas lembrando que, por exemplo, se você tiver um livro sobre uma mesa e o empurrar contra a mesa, ele não se move por uma distância d, portanto não há trabalho.

Agora pergunta-se, e se a força tiver uma componente na mesma direção que o deslocamento, e outra componente que não está? Um caso desse tipo é quando uma força diagonal é aplicada sobre um objeto, tal como mostrado na Figura 4.2.

A força total aplicada possui um ângulo ϑ entre a direção de movimento (que é a horizontal). Para saber qual é o trabalho, precisamos encontrar qual é a componente da força que está na mesma direção do deslocamento. Para isso, veja a Figura 4.3. Lembre que pela relação trigonométrica, $\cos(\vartheta) = \frac{\text{cateto adjacente}}{\text{hipotenusa}}$ em que a hipotenusa é a força $\vec{F}$ e o cateto adjacente é **a força $\vec{F}_w$ na mesma direção do deslocamento – é a força que realiza trabalho.**

Teremos então que

$$\boxed{F_w = F\cos(\vartheta)}\,. \tag{4.28}$$

Dessa maneira, o trabalho realizado será o produto entre a força F_w e o deslocamento

$$\boxed{W = F_w \cdot d = F \cdot d \cdot \cos\vartheta}\,. \tag{4.29}$$

Observe por fim que na Figura 4.3 o atrito também está representado, mas não foi considerado no caso acima. Se for considerá-lo, será preciso realizar a soma de todas as forças

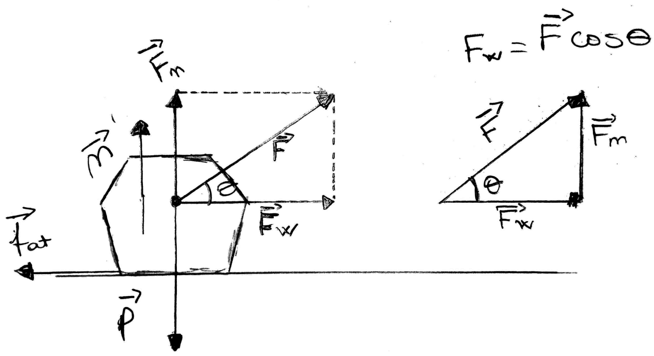


Figura 4.3

para obter a força resultante.

Exemplo 4.3. Um caso simples

Considere o caso das Figuras 4.2 e 4.3. Se a força total aplicada sobre a corda a fim de puxar a pedra é de $F = 12\text{N}$, o ângulo ϑ é 60° e o deslocamento é 3m, qual é o trabalho total realizado para mover a pedra? Despreze qualquer força de atrito.

Solução:

Temos os valores de todos os dados, apenas precisamos calcular. O cosseno de 60° (ou em radianos $\pi/3$) é $\cos 60^\circ = 0,5$. Portanto, teremos

$$W = 12 \cdot 0,5 \cdot 3 = 18\text{J}. \tag{4.30}$$

Como observação adicional, faço um comentário de que não é preciso saber o valor da massa m do objeto para calcular o trabalho, neste caso, no sentido horizontal. ♣

4.5 Potência e Eficiência

Para finalizar essa parte do material, vamos estudar um pouco sobre potência. Um conceito que no ENEM com certa frequência. Esse assunto relaciona fatos do cotidiano do dia a dia. Tal conceito se associa através do consumo de energia elétrica dos equipamentos e suas eficiências, como também pela geração de energia por combustão dos automóveis, entre outras formas de geração e consumo de energia. É importante deixar destacado que **energia é um conceito amplo**, e não está associado a somente à energia elétrica, que é um termo muito utilizado no dia a dia.

A potência $\mathcal{P}$ está associada a capacidade de uso de energia por intervalo de tempo. Isto é, a quantidade de energia que um corpo consome na medida que o tempo passa:

$$\boxed{\mathcal{P} = \frac{\text{energia}}{\Delta t}}. \tag{4.31}$$

As unidades de energia são o watt W, que é em joule por segundo,

$$\boxed{[\mathcal{P}] = \text{W} = \frac{\text{J}}{\text{s}}}. \tag{4.32}$$

Vamos falar agora dos **conceitos de energia útil e energia dissipada, ambas associadas à potência útil e potência dissipada**, respectivamente. A **energia útil é a energia utilizada por um corpo para se movimentar ou por um equipamento para funcio-**

nar. No entanto, o movimento ou funcionamento causa a origem de uma **quantidade de energia que é "jogada fora"**, ou melhor dizendo, **dissipada**. **A energia dissipada é uma energia liberada para o meio**. No caso do movimento, devido ao atrito o corpo esquenta, dissipando energia em forma de calor. Num outro ponto de vista, um equipamento elétrico esquenta pois há uma dissipação (ou perda) de energia por conta do seu funcionamento, causado pelos seus componentes eletrônicos.

A energia efetiva ou energia útil é a energia usada de fato pelo corpo ou aparelho para realizar o que a ele foi designado. Temos então duas quantidades de energia, a **energia dissipada e a energia efetiva**. A soma das duas é a **energia total**. Da mesma forma, falamos de potência efetiva $\mathcal{P}_e$ (ou potência útil) e potência dissipada $\mathcal{P}_d$. Assim sendo, **quando um sistema está em operação ele opera com uma potência efetiva e libera outra parte por causa da dissipação.** A potência total $\mathcal{P}_t$ é a soma das duas,

$$\boxed{\mathcal{P}_t = \mathcal{P}_e + \mathcal{P}_d}\,. \tag{4.33}$$

A proporção entre a potência efetiva $\mathcal{P}_e$ e a potência total $\mathcal{P}_t$ é chamada de **eficiência ou rendimento**, designada pela letra "eta" η.

$$\boxed{\eta = \frac{\text{potência útil}}{\text{potência total}} = \frac{\mathcal{P}_e}{\mathcal{P}_t}}\,. \tag{4.34}$$

Exemplo 4.4. ENEM 2012, questão 46, Prova Amarela.

A eficiência das lâmpadas pode ser comparada utilizando a razão, considerada linear, entre a quantidade de luz produzida e o consumo. A quantidade de luz é medida pelo fluxo luminoso, cuja unidade é o lúmen (lm). O consumo está relacionado à potência elétrica da lâmpada que é medida em watt (W). Por exemplo, uma lâmpada incandescente de 40 W emite cerca de 600 lm, enquanto uma lâmpada fluorescente de 40 W emite cerca de 3000 lm.

A eficiência de uma lâmpada incandescente de 40W é:

a) maior que a lâmpada fluorecente de 8W, que produz menor quantidade de luz.
b) maior que a de uma lâmpada fluorescente de 40W, que produz menor quantidade de luz.
c) menor que a de uma lâmpada fluorescente de 8W, que produz a mesma quantidade de luz.
d) menor que a de uma lâmpada fluorescente de 40W, pois consome maior quantidade de energia.
e) igual a de uma lâmpada fluorescente de 40W, que consome a mesma quantidade de energia.

Solução: As respostas incluem algo sobre uma lâmpada de 8W, então vamos tomar cuidado para não confundir o valor menor de potência com uma menor eficiência. Primeiro, vamos calcular a eficiência das lâmpadas (incandescente e fluorecente) de 40W cada uma. A eficiência nesse caso pode ser definida por outra maneira, como sendo a razão entre a quantidade de luz emitida (os valores em lúmen) e a potência da lâmpada. Para a lâmpada incandescente,

$$\eta_{\text{inc}} = \frac{600}{40} = 15\text{lm/W}. \tag{4.35}$$

Para a lâmpada fluorescente,

$$\eta_{\text{flu}} = \frac{3000}{40} = 75\text{lm/W}. \tag{4.36}$$

Dessa forma, sabemos que a eficiência maior é para a lâmpada fluorescente, pois já mais luminosidade para cada W utilizado. Nesse caso é $75/15 = 5$ vezes mais eficiente do que a lâmpada incandescente.
Agora veja bem: descartamos a alternativa d), pois a lâmpada consome a mesma quantidade de energia (e não mais). Ainda, descarta-se as letra e) assim como b).
Restam a) e c). Vamos ver a quantidade de luz que duas lâmpadas incandescente e fluorescente de 8W cada produzem.

Lâmpada incandescente: para cada W são produzidos 15lm, portanto 8W são $15 \cdot 8 = 120$lm.

Lâmpada fluorescente: para cada W são produzidos 75lm, portanto 8W são $15 \cdot 8 = 600$lm.

Assim, a alternativa correta é c), pois uma lâmpada incandescente de 40W produz a mesma quantidade de luz que uma lâmpada fluorescente de 8W, porém é menos eficiente pois requer mais potência para isso. ♣

Exemplo 4.5. ENEM 2017 (segunda aplicação), questão 110, prova azul.

As lâmpadas econômicas transformam 80% da energia elétrica consumida em luz e dissipam os 20% restantes em forma de calor. Já as incandescentes transformam 20% da energia elétrica consumida em luz e dissipam o restante em forma de calor. Assim, quando duas dessas lâmpadas possuem luminosidades equivalentes, a econômica apresenta uma potência igual a um quarto da potência da incandescente.
Quando uma lâmpada incandescente de 60W é substituída por uma econômica de mesma luminosidade, deixa-se de transferir para o ambiente, a cada segundo, uma quantidade de calor (energia), em joule, igual a

a) 3
b) 12
c) 15
d) 45
e) 48

Solução:
Para a lâmpada incandescente sua energia total consumida é de 60J a cada segundo (60W) , sendo que 80% é dissipado em forma de calor, isto é 48J a cada segundo.
Já a lâmpada econômica, de uma potência de $60/4 = 15$W, 20% da energia é dissipada, ou seja 3J a cada segundo. Portanto, quando se substitui uma lâmpada incandescente que dissipa 48J/s por uma econômica que dissipa 3J/s, deixa-se de emitir para o ambiente uma quantidade de energia de $48 - 3 = 45$ J a cada segundo.
A resposta é a alternativa d). ♣

Exemplo 4.6. Fatura do consumo elétrico

Uma fatura elétrica que indica um consumo de 103kWh/mês fez o uso de quantos quilowatts (kw) por hora?
Solução:
Lembre energia é igual a potência vezes o tempo, $E = \mathcal{P} \cdot \Delta t$. Se em um mês existem 720horas, então sabemos determinar a potência simplesmente por $\mathcal{P} = E/\Delta t$, sendo

que a energia total é 103kWh,

$$\mathcal{P} = \frac{103}{720} = 0,143\text{kW} = 143\text{W}. \quad (4.37)$$

♣

Exemplo 4.7. Consumo elétrico de um equipamento

Qual é o consumo total por mês de um computador de 300W que fica ligado 12 horas por dia? E se cada kWh custa R$0,29, qual é o valor do consumo de energia deste equipamento no final do mês?

Solução:

A potência é de 300W. Se o computador fica ligado 12h por dia, seu consumo num dia é de $E_{\text{dia}} = 300 \cdot 12 = 3600$Wh =3.6kWh . Se ele fica ligado todos os 30 dias do mês, ele consumirá uma energia de $E_{\text{mes}} = 3,6 \cdot 30 = 108$kWh/mês.

Se o custo de um 1kWh é de 0.29 reais, o preço da energia que o computador consome num mês será de R$ 31,3 . ♣