

UNIVERSIDADE FEDERAL DO RIO GRANDE  
INSTITUTO DE MATEMÁTICA, ESTATÍSTICA E FÍSICA

Geferson Lucatelli

---

Morfometria Paramétrica e Não Paramétrica em  
Imagens Simuladas de Galáxias: Um Estudo do  
Índice Concentração  $C$  e das Quantidades  
Efetivas de Sérsic.

---

Rio Grande, novembro de 2016



Geferson Lucatelli

Morfometria Paramétrica e Não Paramétrica em Imagens Simuladas de Galáxias: Um  
Estudo do Índice Concentração  $C$  e das Quantidades Efetivas de Sérsic.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado  
ao curso de Física Bacharelado do Instituto de  
Matemática, Estatística e Física da Universidade  
Federal do Rio Grande como requisito parcial  
para obtenção do título de Bacharel em Física.

Orientador: Prof. Dr. Fabricio Ferrari

Rio Grande, novembro de 2016



Geferson Lucatelli

Morfometria Paramétrica e Não Paramétrica em Imagens Simuladas de Galáxias: Um Estudo do Índice Concentração  $C$  e das Quantidades Efetivas de Sérsic.

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao curso de  
Física Bacharelado do Instituto de Matemática, Estatística e Física  
da Universidade Federal do Rio Grande como requisito parcial  
para obtenção do título de Bacharel em Física.

---

Prof. Dr. Fabricio Ferrari

Orientador

IMEF

---

Profa. Dra. Dinalva A. Sales

Banca Examinadora

IMEF

---

Prof. Dr. Cristian G. Bernal

Banca Examinadora

IMEF

Aprovado em: \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_.



## *Agradecimentos*

- Primeiramente, dedico este trabalho com todo o carinho a pessoa mais fantástica que já presenciei neste mundo, minha mãe Iria Maria Damini Lucatelli por ter mostrado o “conhecimento das estrelas” e me apoiar fortemente no que venho fazendo desde o início do curso;
- os meus irmãos, Dilamar e Valdecir, e minhas irmãs, Clarice, Neiva, Valdiva, Isaura e Cristina, e ao meu pai Damião: pela compreensão de minha ausência em inúmeros momentos nesses últimos 4 anos e por terem me apoiado na busca de meus objetivos. Também, a todos os demais de Família: sobrinhos, sobrinhas, cunhados e cunhadas;
- adicionalmente, a minha irmã Prof. Neiva Lucatelli, por corrigir parte deste trabalho;
- a uma pessoa maravilhosa que entrou em minha vida, onde me fez crescer em ideias, pensamentos, no jeito de ser e tudo mais: minha querida namorada Thais Pereira. Agradeço também à toda sua família, em especial Abílio, Marta e Luciana;
- a todos os meus amigos de minha pequena cidade de Paraí, em especial Luiz Eugênio Barbieri, Ana Carolina Lorenzet Galvan e Rafael Silvestri;
- aos ex-colegas colegas de graduação, em especial Daniela, Carolina, Vinícius, Jhordan e Bruno;
- aos novos colegas de graduação;
- as novas amizades feitas ao longo dos 4 anos de Universidade, em especial ao Ângelo;
- ao meu orientador, Fabricio Ferrari por me orientar neste trabalho e ter me mostrado os caminhos de um pesquisador moderno, além da importância na forma com que devemos trabalhar atualmente;
- ao colega de trabalho, que pouco nos vemos, Leonardo Ferreira;
- a todos os professores e servidores do IMEF que fizeram parte e contribuíram para minha formação;
- ao bom a velho Rock and Roll, por me guiar nas tantas horas de estudo, juntamente com o “espírito” de colono, por me fornecer vontade na realização de qualquer tipo de trabalho, além de me manter sempre forte na busca dos objetivos;

- à toda cultura Italiana que ainda sobrevive no Rio Grande do Sul e no Brasil: “*Salute a tutti quanti*”;

*“E ze fando el polito que endaremo a vanti  
Fando uno passo grando come la gamba que te rivi la  
E nissuni queze nhente de veder.”*

— Iria Maria Damini Lucatelli



# Resumo

Este trabalho tem por objetivo empregar uma análise fotométrica e morfométrica em imagens simuladas de galáxias constituídas de bojo e disco.

A classificação morfológica de galáxias possui a finalidade de entender como esses objetos se formaram e evoluem. O processo de estudo, a morfometria, vem sendo muito aplicada em dados observacionais, entretanto, obter informações a cerca dos parâmetros intrínsecos não é um procedimento simples. Nesse sentido, é importante executar medidas morfométricas sobre objetos onde são conhecidos os tais parâmetros. Assim, sintetizamos imagens de galáxias através da lei de Sérsic, combinando de diferentes maneiras, as componentes bojo e disco onde são variados os seus parâmetros intrínsecos  $R_b$ ,  $I_b$ ,  $n_b$ ,  $R_d$ ,  $I_d$  e razão entre as luminosidades  $\xi_{BD} = L_B/L_D$  de cada componente.

Criado o banco de dados, que totaliza 480 objetos, uma análise será empregada com o uso do MORFOMETRYKA a fim de investigar o comportamento dos índices morfométricos concentrações  $C_1$  e  $C_2$ , do sistema não paramétrico CASGM (concentração  $C$ , assimetria  $A$ , suavidade  $S$ , Gini  $G$  e momento de luz  $M$ ), e das quantidades efetivas de Sérsic, isto é, os parâmetros intrínsecos  $R_{n_{ef}}$ ,  $I_{n_{ef}}$  e  $n_{ef}$ , que são as quantidades intrínsecas medidas da imagem.

Os resultados encontrados mostram maiores intervalos de variação para o índice de Sérsic efetivo  $n_{ef}$ , sendo que em alguns desses casos, o seu valor pode vir a não representar fisicamente o objeto em questão. Também, o valor de  $n_{ef}$  na região de transição do índice de Sérsic de um disco para um bojo, pode ser maior do que esse último. A concentração  $C$  é bastante afetada por uma combinação bojo+disco e portanto pode ter valores elevados. Além disso, tanto  $n_{ef}$  como  $C_1$  e  $C_2$ , são degenerados, i.e. galáxias com diferentes estruturas possuem os mesmos valores para essas quantidades.



# Sommario

Questo studio si propone di impiegare una analisi fotometriche e morfometrica in immagini simulata di galassie.

La classificazione morfologica delle galassie hanno il fine di comprendere come questi oggetti formano e si evolvono. Il processo di studio, morfometria, è stato ampiamente applicato a dati osservativi, tuttavia, ottenere le informazioni sui parametri intrinseci non è una procedura semplice. Pertanto, è importante effettuare misurazioni morfometriche su oggetti quali sono conosciuti questi parametri. Così, abbiamo sintetizzato le immagini di galassie attraverso la legge de Sérsic, combinando in vari modi, il componente di *bulge* e disco in cui si sono diversi i parametri intrinseci  $R_b, I_b, n_b, R_d, I_d$  e rapporto tra la luminosità  $\xi_{BD} = L_B/L_D$  per ciascun componente.

Creata il base di dati, che ammonta a 480 oggetti, l'analisi viene impiegato con l'uso di MORFOMETRYKA per studiare il comportamento degli indici morfometrici concentrazioni  $C_1$  e  $C_2$ , il sistema non parametrico CASGM (concentrazione  $C$ , asimmetria  $A$ , soavità  $S$ , Gini  $G$  e momento de luce  $M$ ), e quantità effette di Sérsic, cioè i parametri intrinseci  $R_{nef}, I_{nef}$  e  $n_{ef}$ , che sono state misurate de la immagine.

I risultati trovati mostrano intervalli superiori di variazione per l'indice di Sersic nef, e in alcuni di questi casi, il loro valore può venire a non rappresentare fisicamente l'oggetto in questione. Inoltre, il valore di  $n_{ef}$  nella regione di transizione l'indice Sersic di un disco per un *bulge*, può essere superiore rispetto al secondo. La concentrazione C è fortemente influenzata da una combinazione *bulge* + disco equindi può avere valori elevati. Inoltre, sia N e C sono degenerati, cioè galassie con diverse strutture hanno gli stessi valori per queste due grandezze.



# Abstract

The objective of this work is to do a photometric and morphometric analysis of simulated images of galaxies, composed by a bulge and a disk.

The morphological classification of galaxies has as main objective the understanding of how these physical systems had formed and how they evolve. The way to do this, morphometry, has been widely applied in observational data, therefore, it is not an easy task to obtain information about the intrinsic parameters. In this sense it is useful apply such measurements in objects in which these quantities are known. Thus it was created mock images of galaxies with the use of the Sérsic Law, combining in many ways the bulge and disk components wherein the quantities  $R_b$ ,  $I_b$ ,  $n_b$ ,  $R_d$ ,  $I_d$  and the luminosity ratio  $\xi_{BD} = L_B/L_T$  are changed.

After the data set was created, composed by 480 mock images, an analysis was applied with the use of MORFOMETRYKA algorithm, with the aim to investigate the behavior of the morphometric indices concentration  $C_1$  and  $C_2$ , belonging to the CASGM system (concentration  $C$ , asymmetry  $A$ , smoothness  $S$ , Gini  $G$  and momentum of light  $M$ ), and the effective Sérsic quantities  $R_{nef}$ ,  $I_{nef}$ ,  $n_{ef}$ , since they are the parameters obtained from the image.

The results found show that the effective Sérsic index  $n_{ef}$  can range a large interval and in some cases do not represent physically the “real” galaxy structure. Also, the value of  $n_{ef}$  in the transition region between the disk Sérsic index and the bulge Sérsic Index can be higher for the last. Besides that, the concentration index was greatly affected by the bulge+disc composition. Furthermore, it was identified that both  $n_{ef}$  and  $C_1$  and  $C_2$  are degenerate quantities, that is different structures can result in the same values for these quantities.



# Sumário

|   |      |
|---|------|
| Resumo  | xii  |
| Sommario  | xiii |
| Abstract  | xv   |
| 1 Introdução Histórica e Objetivos do Trabalho                                    | I    |
| 1.1 Desenvolvimento Histórico Sobre as Galáxias . . . . .                         | I    |
| 1.2 O Universo em Expansão . . . . .  | 5    |
| 1.3 Justificativas e Objetivos Do Trabalho . . . . .                              | 7    |
| 2 Classificação de Galáxias: Morfologia e Morfometria                             | II   |
| 2.1 Conceitos de Fotometria . . . . .   | II   |
| 2.2 Morfologias . . . . .   | 17   |
| 2.2.1 Esquemas de Classificação de Galáxias . . . . .                             | 17   |
| 2.2.1.1 Classificação de Hubble: Tuning Fork . . . . .                            | 18   |
| 2.2.1.2 Classificação de Vaucouleurs/Sandage . . . . .                            | 21   |
| 2.2.1.3 Outros Esquemas . . . . .   | 24   |
| 2.2.2 Componentes Gerais de Uma Galáxia . . . . .                                 | 24   |
| 2.2.3 Análise Comparativa Dos Principais Tipos Morfológicos de Galáxias . . . . . | 27   |
| 2.2.3.1 Galáxias Elípticas e Anás . . . . .                                       | 27   |
| 2.2.3.2 Bojos Clássicos e Pseudo Bojos . . . . .                                  | 32   |
| 2.2.3.3 Galáxias Espirais e Lenticulares . . . . .                                | 34   |
| 2.2.3.4 Galáxias Irregulares e Peculiares . . . . .                               | 42   |

|         |   |    |
|---------|---|----|
| 2.3     | Metodologia . . . . .   | 46 |
| 2.3.1   | Medidas Paramétricas: Perfis de Brilho . . . . .                  | 46 |
| 2.3.1.1 | Perfis de Brilho de Galáxias Disco e Elípticas . . . . .          | 46 |
| 2.3.1.2 | Perfis de Brilho dos Braços Espirais . . . . .                    | 48 |
| 2.3.2   | Medidas não-paramétricas: Índices Morfométricos . . . . .         | 50 |
| 2.3.2.1 | Índice de Assimetria $A$ . . . . .                                | 51 |
| 2.3.2.2 | Quantidades Petrosianas . . . . .                                 | 53 |
| 2.3.2.3 | Índice de Concentração $C$ . . . . .                              | 54 |
| 2.3.2.4 | Suavidade $S$ . . . . .   | 57 |
| 2.3.2.5 | Coeficiente de Gini $G$ . . . . .                                 | 59 |
| 2.3.2.6 | Momento $M_{20}$ . . . . .  | 60 |
| 2.3.2.7 | Entropia da Informação $H$ . . . . .                              | 61 |
| 2.3.2.8 | Espiralidade $\sigma_\downarrow$ . . . . .                        | 62 |
| 3       | Sintetizador de Imagens de Galáxias Para o Estudo de Morfometria  | 65 |
| 3.1     | Introdução: O Estudo de Dados Sintéticos . . . . .                | 65 |
| 3.2     | Sintetizador de Imagens de Galáxias: <i>galaxymaker</i> . . . . . | 67 |
| 3.2.1   | Elipses Generalizadas . . . . .                                   | 69 |
| 3.2.2   | Dimensão e Razão $R_d/R_b$ . . . . .                              | 71 |
| 3.3     | Amostra de Imagens bojo+disco . . . . .                           | 72 |
| 3.3.1   | Razão Entre Luminosidades . . . . .                               | 72 |
| 3.3.2   | Conjunto $O_\xi$ . . . . .  | 76 |
| 3.3.3   | Convolução Com A PSF . . . . .                                    | 76 |
| 3.3.4   | Ruído . . . . .   | 78 |
| 3.3.5   | Resultado Final . . . . .   | 78 |
| 4       | Discussão dos Dados e Resultados                                  | 81 |
| 4.1     | Considerações . . . . .   | 81 |
| 4.2     | Análise Conjunto $O_\xi$ . . . . .                                | 84 |
| 4.2.1   | Índice de Sérsic Efetivo . . . . .                                | 84 |
| 4.2.2   | Concentrações . . . . .   | 88 |
| 4.2.3   | Raio Efetivo $R_{n_{ef}}$ . . . . .                               | 92 |
| 4.2.4   | Brilho Efetivo $I_{n_{ef}}$ . . . . .                             | 95 |

|       |  |     |
|-------|--|-----|
| 4.2.5 | Concentração Efetiva . . . . .           | 96  |
| 4.3   | Limitação de Um Modelo Efetivo . . . . . | 98  |
| 5     | Conclusões                               | 103 |
| A     | O Perfil de Sérsic                       | 105 |



# Listas de Figuras

|     |  |    |
|-----|--|----|
| 1.1 | Vista panorâmica da Via Láctea. Pode-se observar a parte central constituída pelo <i>bojo</i> e as regiões mais externas que é o <i>disco</i> onde provavelmente abriga os <i>braços espirais</i> . Grandes regiões de gás e poeira estão presentes ao longo do plano do disco com espessura de $\sim 0.6\text{kpc}$ . Toda a extensão da galáxia cobre uma faixa de $\sim 50\text{kpc}$ (ver Capítulo 2 com relação aos termos utilizados). Na parte direita, logo abaixo da borda do disco, observa-se a <i>Nebulosa de Orion</i> . Um pouco mais a esquerda e abaixo, as Grande e Pequena Nuvens de Magalhães. Na extrema esquerda também abaixo, têm-se as <i>Pleiades</i> e logo mais para a direita, M <sub>31</sub> , a galáxia de <i>Andrômeda</i> . . . . . | 2  |
| 1.2 | <i>Hubble Ultra Deep Field</i> : mosaico de um conjunto de mais de 10000 galáxias de campo profundo na direção da constelação de Fornax, fotografadas pelo Telescópio Espacial Hubble. Observa-se que devido às grandes distâncias envolvidas, as formas das galáxias na figura acima são completamente diferentes daquelas que irão ser apresentas no próximo capítulo. Isso se deve à questão de que estamos olhando para o passado, em épocas diferentes da evolução do Universo, i.e. das galáxias. . . . .  | 4  |
| 1.3 | Relação entre a velocidade de recessão e a distância dos objetos extragalácticos estudados por Hubble e Humason. . . . .   | 6  |
| 2.1 | Imagen da galáxia de Andrômeda (M <sub>31</sub> ) feita por Hubble através de uma placa fotográfica. . . . .   | 13 |
| 2.2 | Diagrama <i>tunning-fork</i> de Hubble. . . . .  | 18 |
| 2.3 | Exemplo de galáxias elípticas com morfologias E <sub>0</sub> até E <sub>7</sub> . . . . .  | 19 |
| 2.4 | Exemplo de galáxias barradas. . . . .  | 20 |
| 2.5 | (A): galáxia lenticular NGC 5866, SA <sub>0</sub> . (B): galáxia irregular NGC 1427A, IB(s)m. . .  | 21 |

|      |  |    |
|------|--|----|
| 2.6  | Volume de classificação de De Vaucouleurs. . . . .   | 22 |
| 2.7  | Esquema de Hubble - de Vaucouleurs. . . . .  | 23 |
| 2.8  | Componentes gerais que constituem uma galáxia. . . . .   | 25 |
| 2.9  | Exemplos de galáxias elípticas. . . . .  | 27 |
| 2.10 | Exemplos de galáxias anãs. . . . .   | 28 |
| 2.11 | Esquerda: Relação entre o log do raio característico $R_n$ e a magnitude absoluta $M_B$ para um conjunto de galáxias elípticas. A quantidade $\log R_n$ aumenta progressivamente com o aumento da luminosidade total, $L_T \propto I_n R_n^2$ , veja (A.13). Direita: relação entre a média da magnitude característica $\langle \mu \rangle_n$ ( $\equiv -2,5 \log \langle I \rangle_n$ , equação (2.11)). A saturação ocorre pois como $R_n$ aumenta progressivamente, a luz será distribuída em uma grande área $\pi R_n^2$ e segue como consequência $I_n \propto L_T / R_n^2$ . . . . . | 29 |
| 2.12 | (A): Esferoide oblato, em que dois eixos $a = b$ são maiores que o terceiro $c < a$ . A forma projetada é diferente para dois observadores A e B distintos, se $c/a = 0.6$ , A identifica uma E4 ( $\beta/\alpha = 0.6$ ) enquanto B identifica uma E0 ( $\beta/\alpha = 1$ ). (B): Esferoide prolato com dois eixos $b = c$ menores que um terceiro $c > b$ . Com $b/a = 0.6$ , se observado por A ele identifica uma E0 enquanto B identifica uma E4. . . . .  | 30 |
| 2.13 | FIGURA 2.13A: Plano fundamental para galáxias elípticas. FIGURA 2.13B: Relação de Kormendy da análise de (GADOTTI, 2009). . . . .  | 33 |
| 2.14 | Exemplo de galáxias que possuem a componente bojo de forma intensa em sua estrutura. . . . .   | 34 |
| 2.15 | Galáxia M51, SAbc. (A): retrato produzido por William Parsons, em 1845. Note que o padrão espiral já era muito bem reconhecido na época pela questão de que M51 está próxima da Via Láctea. (B): Observação feita pelo Telescópio Espacial Hubble. . . . .   | 35 |
| 2.16 | Galáxias espirais com a componente bojo tênu. . . . .  | 37 |
| 2.17 | Exemplo de galáxias de baixo brilho superficial. (A): Malin I na banda $r$ , uma das maiores espirais já conhecidas. Possui uma grande extensão radial $R_d \sim 92\text{kpc}$ e brilho superficial muito tênu. Observe que o fundo da imagem quase é comparado à componente disco em grande parte de sua área. (B): NGC 45. Também outra galáxia espiral de baixo brilho superficial. Imagem no ultravioleta. . . . .   | 38 |
| 2.18 | Galáxia NGC 2997, SA(s)c, nas bandas $B$ e $I$ . As imagens são um mapa de cor falsa para realçar as estruturas. Observe nitidamente que os braços espirais emitem muito mais em curtos comprimentos de onda enquanto o bojo emite mais para longos. . . . .   | 39 |
| 2.19 | Exemplos de galáxias espirais “floculentas”. . . . .   | 40 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.20 | Galáxias do tipo <i>grand design</i> . . . . .  | 41 |
| 2.21 | Curva de rotação $V(R)$ para a galáxia M <sub>33</sub> . . . . .  | 43 |
| 2.22 | Galáxias irregulares, satélites da Via Láctea. . . . .  | 43 |
| 2.23 | Exemplos de galáxias irregulares do Grupo Local. . . . .  | 44 |
| 2.24 | Exemplos de galáxias peculiares. . . . .  | 45 |
| 2.25 | Relação entre o <i>pitch angle</i> $\alpha$ da curva espiral para uma certa distância radial $R$ a partir do centro. $\alpha$ é o ângulo da tangente do círculo de raio $R$ com a orientação da curva espiral em um dado ponto. . . . .   | 49 |
| 2.26 | Curvas paramétricas construídas com a equação da esquerda de (2.27) para alguns valores de $N$ e $B$ . . . . .  | 50 |
| 2.27 | A imagem da esquerda é a original, enquanto a da direita representa o mapa de assimetria. Para este caso, $A_t = 0.616$ . Galáxia NGC 4535, na banda $r$ . Catálogo Frei ( <a href="http://www.zsolt-frei.net/catalog.htm">http://www.zsolt-frei.net/catalog.htm</a> ). . . . .   | 52 |
| 2.28 | Razão entre a luminosidade da galáxia calculada em $2R_p$ e a luminosidade total com $R \rightarrow \infty$ . . . . .   | 55 |
| 2.29 | Relações entre a concentração $C$ com o índice de Sérsic $n$ e a razão $\xi_{BT}$ . FIGURA (A): no gráfico superior temos a relação entre a concentração $C_{s9}$ e $n$ obtida em um catálogo de $\sim 1000$ galáxias por (GADOTTI, 2009). No gráfico inferior temos a relação (mais nítida) com $\xi_{BT}$ . Observamos que em $\xi_{BT} \sim 0.6$ ocorre uma saturação para a concentração e algo semelhante irá surgir em nossos resultados no Capítulo 4. FIGURA (B): Relação entre o índice concentração $C_{28}$ , equação (2.39), e $\xi_{BT}$ . Observamos também a região de saturação em que está marcado por uma linha vertical pontilhada em $\xi_{BT} = 0.63$ . Ela indica o ponto em que a decomposição bojo disco é ineficiente. . . . . | 56 |
| 2.30 | Mapa de suavidade para a galáxia da FIGURA 2.27. Um filtro gaussiano com $\sigma = 3$ foi aplicado sobre a imagem original. O valor de $S$ para este caso é $S_t = 0,67$ . . . . .  | 58 |
| 2.31 | Curva de Lorenz: O coeficiente de Gini $G$ é a razão da área $A$ entre a curvas de Lorenz qualquer $L(p)$ e de completa homogeneidade $L(p) = p$ e a área abaixo desta, isto é $G = \frac{A}{A+B} = A/( \frac{1}{2})$ . O eixo $x$ indica a quantidade da distribuição e o eixo $y$ indica a proporção acumulada. . . . .   | 60 |

|      |   |    |
|------|---|----|
| 2.32 | Imagens da primeira e segunda coluna: galáxia espiral e lenticular (original e padronizada para $q = 1$ ). Terceira coluna: decomposição em coordenadas polares: note que a a $S_0$ não apresenta subestruturas já a espiral apresenta ondulações correspondente aos braços. Última coluna: módulo do campo gradiente da imagem em coordenadas polares: observe as características das linhas de campo para cada estrutura das galáxias.  | 62 |
| 3.1  | As figuras abaixo mostram uma mesma galáxia do banco de dados do Illustris. (a): um plot da densidade de matéria bariônica, esse é o dado bruto da simulação. Note que o plot é feito de maneira <i>face-on</i> . (b): imagem sintética da mesma galáxia, observada de maneira <i>edge-on</i> .   | 67 |
| 3.2  | Abaixo temos um conjunto de imagens que mostram a evolução de uma galáxia (ID 4855) na simulação <i>Eagle</i> , da esquerda para a direita (acima e após abaixo). Sua observação é <i>face-on</i> .   | 67 |
| 3.3  | Exemplo de diferentes imagens sintéticas geradas com o <b>GLMK</b> . Fileira superior: da esquerda para a direita, imagens simulando bojos e discos, variando-se a razão $q$ . Fileira intermediária: da esquerda para a direita ocorre a transição entre um disco e um bojo. Fileira inferior: uma gama de espirais possuindo bojo ou barra.   | 69 |
| 3.4  | (A): Formas das elipses generalizadas definidas pela equação (3.2). Esquerda: $q = 1.0$ . Direita: $q = 0.5$ . (B): Resultado fornecido do <b>GLMK</b> .  | 70 |
| 3.5  | Função $f(n)$ com relação a $n$ .   | 74 |
| 3.6  | $\xi_{BT}$ versus $\xi_{BD}$ . O valor de $\xi_{BT}$ tende a 1 na medida que $\xi_{BD} \rightarrow \infty$ .  | 75 |
| 3.7  | Exemplo da operação convolução com a PSF sobre uma imagem.  | 77 |
| 3.8  | Exemplo de duas galáxias (simulando ser $S_0$ ) sintéticas. Os parâmetros utilizados estão impressos na região superior direita da imagem. Na região superior esquerda de cada imagem, temos um <i>plot</i> da imagem sintética gerada (função <code>imshow</code> da biblioteca <code>matplotlib</code> do <code>python</code> ). No canto inferior esquerdo temos as curvas de luz para cada componente e também as soma de ambas, como indicado. Por fim, na direita inferior, temos dois plots, um se referem a decomposição da imagem da galáxia em coordenadas polares e o outro mostra a distribuição espacial de luz ao longo da imagem (definimos um limite para o eixo $x$ ). | 79 |



|      |   |    |
|------|---|----|
| 4.4  | Nos gráficos abaixo, temos os valores de $n_{2D}$ e $C_i$ medidos pelo MFMTK juntamente com a relação $C_i(n)$ obtida por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015). É nítido observar que ambos $C_i$ e $n_{ef}$ são degenerados. Para $n_b > 1$ , existem dois valores de $C_i$ para o mesmo $n_{ef}$ , assim como, dois valores diferentes de $n_{ef}$ resultam no mesmo $C_i$ . No primeiro caso, com o mesmo $C_i$ (que é alto), um alto $n_{ef}$ indica uma soma de componentes, enquanto um $n_{ef}$ menor, sugere um bojo. Para o segundo caso, com o mesmo $n_{ef}$ (relativamente baixo), um alto $C_i$ sugere um bojo, já um baixo $C_i$ sugere uma soma de componentes. . . . .                                   | 92 |
| 4.5  | O mesmo que a FIGURA 4.4, mas aqui para $C_2$ . Com respeito a degenerescência, uma diferença de $C_2$ com relação à $C_i$ , é que a tendência de existir dois valores de $n_{ef}$ para o mesmo $C_2$ , é levemente reduzida. . . . .   | 93 |
| 4.6  | Relação obtida pelas medidas do MFMTK para $R_{n_{2D}} \equiv R_{n_{ef}}$ . A variação do raio efetivo apresenta o mesmo comportamento que aquele de $n_{ef}$ e das concentrações: pode ser maior do que $R_d$ como também de $R_b + R_d$ , como se observa para $n_b = 3$ e $n_b = 4$ , onde para as diferentes razões de $R_d/R_b$ têm-se $\log[3\theta(1+2.4)] = 2.0$ e $\log[3\theta(1+3.2)] = 2.1$ . Nota-se que a maior variação de $R_{n_{ef}}$ se dá para o caso $R_d/R_b = 3.2$ . . . . .  | 94 |
| 4.7  | Resultados obtidos para a dependência de $I_{n_{2D}} \equiv I_{n_{ef}}$ com a razão $\xi_{BT}$ . As maiores variações desta quantidade com relação aos extremos é para as imagens com $R_d/R_b = 3.2$ , isso pode ser interpretado pela questão de que a área que distribui o brilho superficial é dependente de $R_{n_{ef}}^2$ , logo maiores valores deste raio efetivo aumentam de forma mais significativa a área em que ocorrerá a distribuição de luminosidade, afetando então $I_{n_{ef}}$ . Observamos que as regiões de mínimo em $I_{n_{ef}}$ correspondem aos de máximo para $R_{n_{ef}}$ , FIGURA 4.6, então a relação de que $I_{n_{ef}} \propto R_{n_{ef}}^{-2}$ é verificada, veja a FIGURA 4.8. . . . . | 95 |
| 4.8  | Nos gráficos abaixo, verifica-se explicitamente a relação $I_{n_{ef}} \propto L_T/R_{n_{ef}}^2$ . Os pontos no canto inferior esquerdo de cada gráfico, se referem aos valores de máximos para $R_{n_{ef}}$ , indicando os menores valores de $I_{n_{ef}}$ . Isso é consequência de uma área $\pi R_{n_{ef}}^2$ maior para distribuir o brilho superficial. Quando há a tendência de ter um bojo, a área diminui para $\pi R_{n_{ef}}^2 \rightarrow \pi R_b^2$ sendo menor e assim elevando os valores de $I_{n_{ef}}$ . . . . .  | 96 |
| 4.9  | Comparação entre o índice morfométrico $C_i$ obtido de imagens compostas, e puramente bojos com o mesmo $n_{ef}$ . . . . .  | 97 |
| 4.10 | O mesmo que a FIGURA 4.9 mas aqui com $C_2$ . . . . .   | 98 |

|      |  |     |
|------|--|-----|
| 4.II | Observe que nos gráficos (A), (B), (C) e (F) o bojo está presente mas não afeta bruscamente a curva de luz total. Já em (D) e (E) o bojo representa 21% da luminosidade total e é concentrado implicando em uma variação abrupta em $\mu(R)$ . Isso causa algumas dificuldades para se encontrar um modelo de Sérsic efetivo ( $I_{n_{ef}}, R_{n_{ef}}, n_{ef}$ ) para a soma bojo+disco, que extrapole ambas as regiões. Ocorre que $R_{n_{ef}} \gg R_b + R_d$ e $I_{n_{ef}} \sim 0.1$ . Os objetos sintéticos referentes à (A) e (E) processados pelo MFMTK, são mostradas na FIGURA 4.I3. . . . . | 100 |
| 4.I2 | Os gráficos abaixo mostram o comportamento do raio efetivo e do brilho efetivo para imagens com um $n_b = 5.0$ e $n_b = 6.0$ ao longo de todo o intervalo de $\xi_{BT}$ . Nota-se a impossibilidade de um perfil efetivo descrever a soma $\mu_b(R) + \mu_d(R)$ entre o intervalo $\xi_{BT} \in \sim [0.2, 0.55]$ . Além disso, isso é acentuado para o caso $R_d/R_b = 3.2$ . . . . .   | 101 |
| 4.I3 | Análise sobre as imagens simuladas de FIGURA 4.IIA e FIGURA 4.IIE. Note que para (A), as medidas são fisicamente plausíveis, entretanto isso não é para (B). Note como o valor de $R_{n_{ef}}$ diverge e o valor de $I_{n_{ef}}$ tende a ser menor do que 1.0, veja isso explicitamente naFIGURA 4.I2. . . . .   | 102 |
| A.1  | Diferença entre o valor exato de $b(n)$ e as aproximações (A.15) e (A.16). . . . .   | 108 |
| A.2  | Formas de $\mu(R)$ fornecidas pelo perfil de Sérsic. . . . .   | 110 |



# Listas de Tabelas

- |     |   |    |
|-----|---|----|
| 4.1 | Tabela contendo os valores de máximo para $n_{ef}$ com os respectivos $\xi_{BT}$ e $\xi_{BD}$ para as duas razões de $R_d/R_b$ . Os valores correspondentes a $n_b$ indicados por $n_b^*$ não são precisos. É interessante observar que há um acúmulo de $\xi_{BT}$ em $\sim 0.55$ para os máximos de $n_{ef}$ . Isso sugere que $n_b$ pode influenciar significativamente no valor de $n_{ef}$ para razões $\xi_{BT}$ semelhantes. . . . . | 87 |
| 4.2 | Valores teóricos fornecidos por (4.5) com o que é medido pelo MFMTK para diferentes valores de $n_b$ . Na quarta e última coluna são mostrados os erros percentuais associados.   | 91 |



Capítulo **1**

# Introdução Histórica e Objetivos do Trabalho

The history of astronomy is a history of  
receding horizons.

---

Edwin Powell Hubble

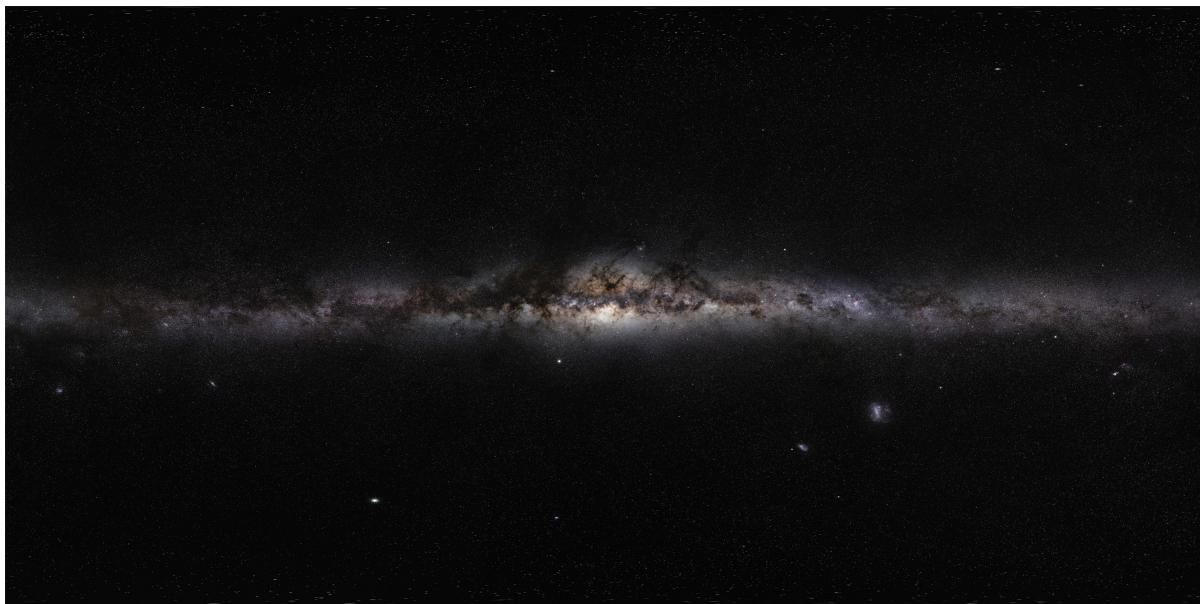
## I.I. DESENVOLVIMENTO HISTÓRICO SOBRE AS GALÁXIAS

Ao se olhar para o céu em uma noite estrelada, livre de poluição visual decorrente de grandes cidades, pode-se presenciar a existência de uma faixa esbranquiçada próxima ao zênite. Isso decorre da *luz emitida* de cada estrela que ali está contida. Comparando com outras regiões do céu, essa parte é mais luminosa devido a um local de alta concentração estelar. É ali que se encontra o centro da Via Láctea - a galáxia à qual pertencemos. Veja uma vista panorâmica na FIGURA I.I.

O uso do termo “galáxia” começou a ser usado apenas depois dos anos 20, tal como veremos, e anterior a isso os primeiros objetos além *sistema solar* e além estrelas vizinhas, que foram observados por telescópios, nomearam-se por *nebulæs*. Atualmente, define-se por galáxia como sendo um *objeto extragaláctico* constituído de um número de estrelas que varia de centenas de milhares até dezenas de bilhões ou trilhões. Além disso, sistemas planetários também podem estar presentes. O meio que permeia esses sistemas físicos, chamado de *meio interestelar*, é constituído basicamente de gás e poeira onde a quantidade depende da galáxia e região em questão. Tudo isso é mantido unido devido à ação da *gravidade*.

A Via Láctea é apenas uma entre uma infinidade de muitas outras galáxias que permeiam todo o

**FIGURA 1.1:** Vista panorâmica da Via Láctea. Pode-se observar a parte central constituída pelo *bojo* e as regiões mais externas que é o *disco* onde provavelmente abriga os *braços espirais*. Grandes regiões de gás e poeira estão presentes ao longo do plano do disco com espessura de  $\sim 0.6\text{kpc}$ . Toda a extensão da galáxia cobre uma faixa de  $\sim 50\text{kpc}$  (ver Capítulo 2 com relação aos termos utilizados). Na parte direita, logo abaixo da borda do disco, observa-se a *Nebulosa de Orion*. Um pouco mais a esquerda e abaixo, as Grande e Pequena Nuvens de Magalhães. Na extrema esquerda também abaixo, têm-se as *Pleiades* e logo mais para a direita, M<sub>31</sub>, a galáxia de *Andrômeda*.



Fonte: [\(http://www.eso.org/public/images/eso0932a/\)](http://www.eso.org/public/images/eso0932a/). European Southern Observatory.

Universo observável<sup>1</sup>. Veja a FIGURA 1.2. Essas estruturas são os pilares para o estudo de como o Universo se formou e como é estruturado, mas também uma busca de entender como ele evolui. Conjuntos de galáxias formam o que se chama por *grupos de galáxias*, *aglomerados* e ainda *superaglomerados*. Essas são regiões constituídas por uma grande quantidade de matéria (alta densidade), através do espaço e do tempo. Cada classificação utilizada para esses conjuntos se refere ao número de entidades que existem na região em consideração. Por exemplo, a Via Láctea está localizada no aglomerado *Grupo Local*<sup>2</sup> (GL), formado por cerca de 50 galáxias, onde este está localizado no *Superaglomerado de Virgo*, composto de aproximadamente pouco mais de 100 aglomerados ( $\sim 1500$  galáxias). Recentemente, um “novo” superaglomerado foi definido, chamado de *Superaglomerado de Laniakea* composto por cerca de 300 – 500 aglomerados ou mais de 100.000 galáxias. Veja-se a imensidão sobre o que está sendo tratando.

<sup>1</sup>Por “Universo observável” significa dizer o limite físico com que se obtêm informações provindas da luz. Será visto na Subseção 1.2 que o universo está em expansão e qualquer objeto contido nele também o acompanha na expansão. Portanto, o ponto do espaço que associa uma velocidade de expansão igual a *velocidade da luz c*, e por sua vez corresponde a uma distância, é a distância limite com que podemos obter informações do referido objeto.

<sup>2</sup>O termo *Grupo Local* foi primeiramente introduzido por Edwin Hubble, (HUBBLE, 1936a) e (HUBBLE, 1936b).

Também é interessante ter-se uma dimensão de escala com respeito às distâncias envolvidas. Um tamanho físico radial aproximado para o Grupo Local é de  $\approx 1,5$  megaparsecs (Mpc), sendo que 1 parsec<sup>3</sup> (pc) é dado por

$$1\text{pc} \approx 3.261 \text{ anos luz} \approx 3.08 \times 10^{16} \text{ m.}$$

Os superaglomerados de Virgo e Fornax estão a uma distância de  $18 \sim 20$ Mpc (PHILLIPPS, 2005). Para Laniakea, a ordem de distância é  $\sim 77$ Mpc com um tamanho de  $\sim 159$ Mpc.

Anteriormente a época de Galileu Galilei (1564-1642), a concepção de “universo” aos seres humanos se baseava na busca do entendimento pelo mundo constituído do planeta Terra, e o que era observado a olho nu no céu, tal como o sol, alguns planetas e algumas estrelas. Logo, tudo o que estava “acessível” fazia parte do “Universo” em questão e nada mais além. Após Galileu apontar seu telescópio para o céu noturno em 1610, ele percebeu que o que era observado à olho nu anteriormente, era uma parte quase que insignificante com relação ao que ele presenciou utilizando seu equipamento. Descobriu que a faixa esbranquiçada do céu, como se conhece hoje de Via Láctea, é composta por uma grande quantidade de estrelas e de conjuntos delas. Identificou ainda que em outros planetas haviam outros objetos em suas órbitas (suas “luas”), entre muitos outros.

Dessa maneira, o conceito de “Universo” naquela época foi crescendo e ficando cada vez mais abrangente. Entre outras palavras, a utilização de instrumentos durante uma observação resultou em um conhecimento mais amplo com relação à constituição da natureza. Telescópios de grande porte começaram a ser construídos e vale citar, por exemplo, o *40-foot telescope*, construído por William Herschel (1738-1822) e Caroline Herschel (1750-1848) entre os anos de 1780-90. O mesmo proporcionou observações de inúmeros objetos astronômicos, como milhares de estrelas e aglomerados delas, e também muitos objetos que se pareciam com nuvens, chamadas de nebulosas (do latim *nebulae* para nuvem). Este último se tornou um sistema de muito interesse de estudo na época, e assim, *catálogos* de tais objetos começaram a ser construídos.

Um dos primeiros catálogos astronômicos a ser levantado é o *Catálogo Messier*, publicado por Charles Messier (1730-1817) em sua primeira edição no ano de 1774 (MESSIER, 1774). Na época, os objetos deste catálogo eram identificados como nebulosas e aglomerados estelares (atualmente alguns desses objetos são de fato galáxias). Posteriormente, Messier continuou ampliando seu catálogo publicando sua versão final em 1781 (MESSIER, 1781). A partir desse momento, mais e mais observações foram

---

<sup>3</sup>Uma unidade de parsec é definida como sendo a distância até um objeto de diâmetro 1 UA (uma unidade astronômica  $\approx 1.49 \times 10^9$ m) que quando observado possui um tamanho angular de 1 segundo de arco, então  $1\text{pc} \approx 206.265$  UA.

FIGURA 1.2: *Hubble Ultra Deep Field*: mosaico de um conjunto de mais de 10000 galáxias de campo profundo na direção da constelação de Fornax, fotografadas pelo Telescópio Espacial Hubble. Observa-se que devido às grandes distâncias envolvidas, as formas das galáxias na figura acima são completamente diferentes daquelas que irão ser apresentas no próximo capítulo. Isso se deve à questão de que estamos olhando para o passado, em épocas diferentes da evolução do Universo, i.e. das galáxias.



Fonte: [\(https://www.spacetelescope.org/images/opo0428b/\)](https://www.spacetelescope.org/images/opo0428b/).

planejadas e executadas, tais como, por exemplo, aquelas que se referem ao catálogo *General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars* ou *Catálogo GC*, por John Frederick William Herschel (1792-1871) em 1864, contendo 5079 objetos. Em 1888, John Louis Emil Dreyer (1852-1926) expandiu-o originando o *Catálogo NGC* (*New General Catalogue of Nebulae and Clusters of Stars.*), além de criar os catálogos IC (*Index Catalogues*). Posteriormente sob posse de Dreyer, esses continham aproximadamente 15000 objetos nebulares (MO; BOSCH; WHITE, 2010). Veja que até então nenhum dentre essa quantidade se fazia a referência de “galáxias” e sim por *nebulaes*.

O conceito de galáxia vira a surgir apenas no Século XX. Apesar de muitas dessas entidades físicas estarem catalogadas, surgiu uma pergunta simples mas impactante e sem resposta definitiva que persiste até hoje: o que realmente seriam tais objetos e, em relação a Via Láctea, onde estariam? Basicamente, a resposta para essa pergunta começou a ser desenvolvida com o chamado *Great Debate*, iniciado por Heber Doust Curtis (1872-1942) e Harlow Shapley (1885-1972) em 1920, após a convocação de ambos pela *National Academy of Sciences* com o objetivo de discutir essas questões.

Curtis apresentou ideias de que o universo seria formado por *universos ilhas*. Isto é, cada conjunto de galáxias formariam uma “ilha” desses<sup>4</sup> com relação a um universo maior e as distâncias envolvidas seriam enormes<sup>5</sup>. Por outro lado, Shapley propôs que todos os objetos observados seriam partes de uma *metagaláxia*. Isto é, todos pertenciam a Via Láctea e a distância relativa entre ambos não seria tão distante. Ambas considerações propostas careciam de comprovações quantitativas e essas surgiram com os trabalhos de Henrietta Swan Leavitt (1868-1921) (LEAVITT, 1908; LEAVITT; PICKERING, 1912) e Edwin Hubble (HUBBLE, 1929). Inicialmente, Henrietta descobriu em 1908 uma relação entre o período e luminosidade de estrelas variáveis Cefeidas<sup>6</sup> da *Pequena Nuvem de Magalhães*, uma *galáxia satélite* da Via Láctea (conferir FIGURA 2.22). Estes tipos de estrelas possuem uma variação característica de seu brilho como função do tempo (período  $P$ ). O que Henrietta observou foi essa relação de período com o brilho médio da estrela. Considerando que a maioria desse objetos contidos nas Nuvens de Magalhães estão a mesmas distâncias da Terra, uma relação entre  $P$  e  $L$  (luminosidade) foi estabelecida. Essa é calibrada conhecendo-se luminosidades absolutas e distâncias de algumas delas.

Os resultados citados anteriormente, de que é possível se determinar então as distâncias desses objetos, desencadearam-se para uma das maiores descobertas do Século XX: a *expansão do Universo*.

## I.2. O UNIVERSO EM EXPANSÃO

Pergunta-se então, qual é a importância do estudo de galáxias? O que o entendimento destes sistemas físicos pode nos fornecer para o conhecimento a cerca de como o Universo surgiu e como ele evolui em escalas de tempo cósmicas? Logo após o conceito de *galáxia* estar entendido<sup>7</sup>, Edwin Hubble e seu ajudante Milton Lasell Humason (1891-1972) deram sequência a uma série de trabalhos

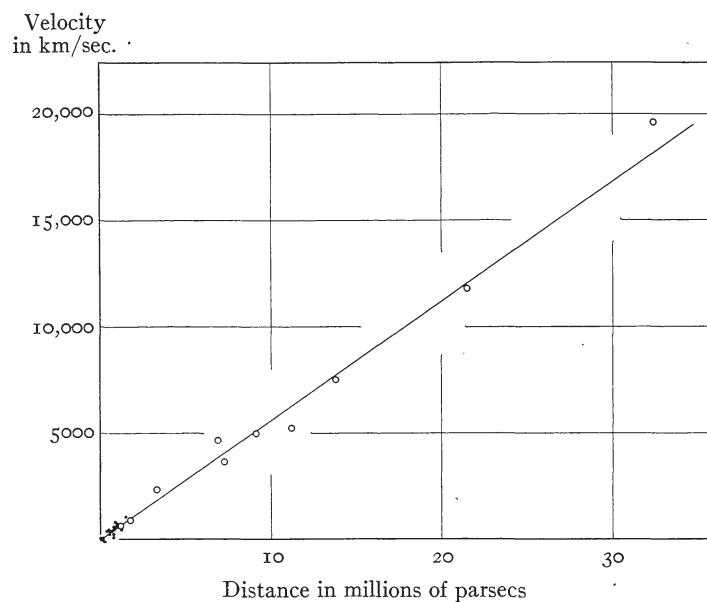
<sup>4</sup>Na época, essa questão de universos ilhas também considerava que então as galáxias estariam isoladas entre si, isto é, não havia interação entre elas.

<sup>5</sup>Um número quantitativo real surgiu por meio de Hubble.

<sup>6</sup>Estrelas variáveis, cuja luminosidade varia com o tempo de forma periódica (RAMOS, 2016).

<sup>7</sup>A questão de “entendido” para a época significa a diferenciação entre as galáxias das nebulosas, e que elas estão muito além da Via Láctea, podendo permear grandes partes do universo.

FIGURA 1.3: Relação entre a velocidade de recessão e a distância dos objetos extragalácticos estudados por Hubble e Humason.



Fonte: Adaptado de (HUBBLE; HUMASON, 1931).

mais aprofundados sobre as galáxias. Na época, trabalharam no *Mount Wilson Observatory* (fundado em 1904) e tinham a sua disposição o maior telescópio do mundo, o *The 100-inch Hooker Telescope*<sup>8</sup>. Entre os anos de 1920 e 1929, Hubble e Humason catalogaram informações sobre várias galáxias, tal como distâncias e velocidades relativas (aproximação e recessão) de tais objetos com relação a Via Láctea<sup>9</sup> (HUBBLE, 1929; HUBBLE; HUMASON, 1931). As velocidades encontradas relacionavam seus movimentos de recessão e identificaram que quanto mais distantes elas estão, maior são suas velocidades. Alguns valores típicos por eles encontrados foram acima de 1000km/s (ver FIGURA 1.3). Hubble e Humason concluíram então (talvez a maior descoberta do século) que o Universo está em expansão<sup>10</sup>.

A relação estabelecida por eles foi quantificada como

$$v = cz = H_0 D \quad (1.1)$$

<sup>8</sup>Desde 1917 até 1948, (<http://www.mtwilson.edu/vir/100in.html>).

<sup>9</sup>Anterior a Hubble e Humason, Vesto Melvin Slipher (1875-1969) também já havia determinado velocidades de recessão como também de aproximação para cerca de ~ 40 galáxias (SLIPHER, 1915; SLIPHER, 1917) entretanto ele não associou os resultados a uma possibilidade dos objetos estarem além a Via Láctea. No entanto foi uma contribuição importante para os trabalhos subsequentes.

<sup>10</sup>É claro que esta conclusão não foi direta, e inúmeras pesquisas estavam sendo realizadas na época. Albert Einstein (1879-1955) estava formulando sua teoria da Relatividade Geral e logo após Alexander Friedmann (1888-1925) e Abbé George Lemaître (1894-1966) (LEMAÎTRE, 1927) buscaram soluções para as equações de Einstein mostrando que poderiam ser aplicadas para descrever a estrutura do universo como um todo, e que permitiam uma expansão para o Universo. Uma discussão com respeito a estes trabalhos pode ser encontrada em (FERREIRA, 2015).

em que  $v$  é a velocidade de recessão,  $c$  é a velocidade da luz,  $z$  é o *redshift* do objeto em questão,  $D$  é a sua distância e  $H_o$  é a constante de Hubble, sendo seu valor atual dado por (COLLABORATION et al., 2014)

$$H_o = 67.80 \pm 0.77 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}. \quad (1.2)$$

Veja o gráfico compilado por Hubble e Humason na FIGURA I.3, e esta constante  $H_o$  é justamente a inclinação da reta. É importante ressaltar que as velocidades envolvidas possuem duas naturezas. Uma se refere à expansão do universo. Já a outra é a própria velocidade do objeto se movimentando no espaço. Esta última pode ter qualquer sentido, radial, perpendicular ou uma combinação de ambas.

Reunindo estes resultados juntamente com outros da época (ver nota de rodapé), é que seu início ao que se chamam hoje de *Astrofísica Extragaláctica* e *Cosmologia Moderna Observacional*. Este foi um marco para uma nova era do estudo de como o universo é estruturado, adotando-se, como objetos de estudo, as galáxias.

### I.3. JUSTIFICATIVAS E OBJETIVOS DO TRABALHO

Observou-se anteriormente como o conceito de galáxias se desenvolveu ao longo dos anos; não necessariamente como são estruturadas (capítulo a seguir), mas como se enquadram em um novo panorama na busca de entender o comportamento do Universo. Isso trouxe novos desafios e conceitos para a astronomia, astrofísica e cosmologia. Atualmente, essas áreas ainda sofrem consideráveis mudanças, em vista de que, cada vez mais dados estão sendo adquiridos e informações extraídas deles, ao mesmo tempo se exige desenvolver trabalhos mais elaborados e novas metodologias.

Extrair informações das galáxias é importante por vários motivos. Como as galáxias possuem tempos evolutivos da ordem da idade do universo, pode-se utilizá-las como uma forma de encontrarmos respostas no que se diz respeito a estrutura do mesmo, isto é, traçar no tempo o desenvolvimento das estruturas que hoje observamos. Entre outras palavras, a sua evolução.

Logo após a descoberta de que as galáxias são objetos muito além de nós (Seção I.1), elas foram agrupadas em classes de acordo com características semelhantes que cada uma possui (ver Capítulo 2, Seção 2.2). Devido às limitações tidas, entre 1920 ~ 1950, elas eram classificadas de forma puramente visual de tal maneira que não se tinha em resultados uma boa representação estatística, como também os dados armazenados não se apresentavam em grande número. Aproximadamente, a partir de 1950, é que isso aumentou consideravelmente e observou-se que existiam, na verdade outras galáxias com mor-

fologias diferentes daquelas que se conheciam até então. Isso acarretou em inclusão e aperfeiçoamento das maneiras de classificação, como por exemplo, após Hubble (**HUBBLE, 1936a**), as contribuições de (**MORGAN, 1958; MORGAN, 1959; VAUCOULEURS, 1959; SANDAGE, 1961; SANDAGE; SANDAGE; KRISTIAN, 1975**) e outros, de tal forma que elas pudessem novamente ser distinguidas entre si (Seção [2.2.1](#)). Entretanto, ainda assim se tinha a forma visual como metodologia principal.

Em seguida, outros trabalhos foram feitos e aqueles que causaram uma mudança significativa nos métodos de classificação, foram os que fizeram uso pela primeira vez de quantidades *não paramétricas* e do uso da computação científica (**KENT, 1985; ABRAHAM et al., 1994; CONSELICE; BERSHADY; JANGREN, 2000a; BERSHADY; JANGREN; CONSELICE, 2000; CONSELICE, 2003; LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004; FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015**), a *morfometria* (ver Capítulo [2](#)). Essa aplicação foi suportada pelo fato de que telescópios de alta tecnologia fazem uma coleta significativa de dados como, por exemplo, o *Telescópio Espacial Hubble* (HST) e a compilação do banco de dados do *Sloan Digital Sky Survey*<sup>II</sup> (SDSS).

Entretanto, ainda há outra questão importante a ser mencionada. Apenas uma fração muito pequena do que está armazenado, foi ou está sendo processada e muito trabalho tende ser feito para as presentes e futuras gerações de pesquisadores. Fica claro, então, que de certa forma não poderíamos fazer isso de forma visual, já que i) não teríamos uma representação estatística dos resultados em questão do tempo demandado; ii) a inferência do olho humano pode mudar de especialista a especialista; iii) a quantidade de dados tenderão a crescer cada vez mais; iv) visualmente só podemos classificar galáxias do universo local; e v) a maior parte desses objetos estão localizadas à grandes distâncias, mas devido ao redshift, a luz emitida por eles é atenuada, tal como outros efeitos associados, ver (**FERREIRA, 2015**) e (Ferreira & Ferrari, *2016* in prep.).

Justificativas que se julga serem importantes para a realização deste trabalho são: i) um jus com respeito aos investimentos executados por instituições nos equipamentos que fazem a coleta dos dados; ii) técnicas utilizadas serão (como já são) indiretamente e/ou diretamente aplicadas em muitas outras áreas do conhecimento, tanto nas exatas como nas sociais; iii) manter o desenvolvimento de um trabalho que teve início a um tempo distante da história da humanidade, entre outras palavras, fazer o trabalho em memória àqueles primeiros pesquisadores que agora, indiretamente, desafiam-nos em tentar fornecer respostas à perguntas postas a tona, inicialmente por eles; e iv) por fim, todas essas questões convergem em um único ponto, que é extremamente fundamental: “*de onde viemos e para onde estamos indo?*” Levando-se em conta as respectivas motivações anteriores, vamos reunir aqui alguns objetivos iniciais

---

<sup>II</sup>[\(http://www.sdss.org/surveys/\)](http://www.sdss.org/surveys/)

que têm-se em mente ao desenvolver este trabalho.

Atualmente o principal objetivo da morfometria é continuar os trabalhos que tiveram início no século passado com a morfologia visual, a fim de se obter informações relevantes ao entendimento das galáxias, que tanto instigaram e instigam os olhos dos seres humanos. O advento da computação científica, nos últimos 20, anos nos auxiliam no estudo de muitos processos físicos envolventes com a física. Na astrofísica, especificamente no estudo da morfologia de galáxias, podem-se obter informações importantes que não seriam possíveis de se obter a olho nu. Porém, surge uma questão de como se dá o julgamento de tais métodos e dos resultados fornecidos por eles, isto é, como se pode saber se eles são fiéis e representam o que é observado? Essa é uma questão importante, pois isso forma uma base para uma construção teórica, a fim de entender como se estruturam as galáxias e o Universo. No que se está referindo aqui é o que se chama de *validação e calibração de medidas*. Se se tem um sistema de medidas físicas calibrado, já se está a um passo adiante ao fornecimento de uma interpretação física do que é obtido. Por esse lado, depara-se com o estudo de *dados sintéticos*. Simulações cosmológicas como, por exemplo, *Millenium* (SPRINGEL et al., 2005), *Illustris* (VOGELSBERGER et al., 2014) e *Eagle* (SCHAYE et al., 2015) (ver Seção 3.1 do Capítulo 3) mostram-se ser importantes no entendimento das propriedades físicas das galáxias, de tal forma que não poderiam ser obtidas diretamente, de forma observacional.

Essas questões colocam como objetivo, para este trabalho, o estudo quantitativo sobre imagens sintéticas de galáxias, que estão sendo estas criadas aqui. Entre outras palavras, estamos interessados em simular observações de galáxias com diferentes morfologias e aplicar as mesmas técnicas de análise que são empregadas em dados reais, a fim de investigar como os resultados são afetados para cada tipo de imagem. Quando elas são sintetizadas, uma série de parâmetros intrínsecos estão associados para gerar a forma dos devidos objetos, sendo estes largamente empregados para descrever o observacional. Então, sobre o que irá ser criado, queremos investigar como essas quantidades podem afetar nas medidas morfométricas aplicadas sobre as imagens, como também os próprios parâmetros intrínsecos, sendo esses chamados de *efetivos*. Essa questão forçou a elaborar uma pergunta, inúmeras vezes, ao longo da construção deste trabalho: Como a estrutura de uma galáxia (i.e. do que ela é constituída) influencia no que é medido apenas em sua imagem, isto é, por meio da morfometria?

Por exemplo, será visto que uma galáxia possui diferentes contribuições entre o bojo e o disco para a luminosidade total. Então, como diferentes valores dessa composição se relacionam com medidas não paramétricas, tais como a concentração  $C^{12}$ ? Além do mais, como se comportam os próprios parâmetros

---

<sup>12</sup>Cita-se a concentração pois até o momento é a principal quantidade não paramétrica que iremos trabalhar sobre. Os demais (contidos na Subseção 2.3.2) estão encaminhados para um trabalho posterior.

intrínsecos da imagem já criada, depois que mesclam os individuais de cada componente em uma única estrutura? Designa-se ao longo desse trabalho esta por *componente efetiva*, associando-se, então, aos seus parâmetros intrínsecos efetivos.

Capítulo **2**

# Classificação de Galáxias: Morfologia e Morfometria

There are many hypotheses in science which are wrong. That's perfectly all right: it's the aperture to finding out what's right. Science is a self-correcting process.

---

Carl Sagan

## 2.1. CONCEITOS DE FOTOMETRIA

O significado da palavra *morfologia* é o *estudo da forma*. Na Astrofísica nada mais é do que o *estudo da forma das galáxias*. Entre outras palavras, buscar entender o porquê elas são assim, o que as originou e como se modificam com o tempo. Entretanto, isso não se dá apenas na aparência, mas também nas propriedades físicas que estão submersas em suas estruturas. O ponto de partida nesse tipo de estudo é a observação de tais objetos, e por meio do que é coletado, estudar a distribuição espacial de luz em suas superfícies, afim de identificar estruturas, padrões ou qualquer tipo de interação, que forneçam indícios de suas formações e evoluções. Há a possibilidade disso ser feito pois as galáxias não são fontes pontuais emissoras de luz. Pelo contrário, são constituídas de centenas de milhões de estrelas, em que cada uma contribui com uma pequena fração para a luminosidade total que é emitida de maneira extensa.

O processo de coleta dessa luz é a contagem de fótons que foram emitidos pela galáxia, isto é, por meio da *radiação eletromagnética*, de tal forma que um dado objeto pode ser analisado em todas as faixas do espectro, desde os raios gama, até as ondas de rádio. A quantificação do número de fótons se

dá através do *fluxo*  $F$ . Sua definição é energia por unidade de área e por unidade de tempo. Portanto, pela relação de Einstein  $E = h\nu$ , a energia recebida por unidade de tempo dependerá da origem da fonte que emitiu essa radiação. Essa grandeza física possui unidades de  $\text{W/m}^2$ , mas na grande maioria dos casos, na astronomia, a unidade de área adotada é o segundo de arco quadrado,  $\text{arcsec}^2$ . Também é útil se estabelecer uma relação entre uma grandeza mais apropriada com a dimensão dos objetos em questão, que é em termos de luminosidades solares  $L_\odot$  por parsec quadrado,

$$I L_\odot/\text{pc}^2 = 4.05 \times 10^{-7} \text{W/m}^2. \quad (2.1)$$

O fluxo é detectado de um objeto depende de sua luminosidade  $L$ , que nada mais é do que a energia por unidade de tempo. Dessa maneira para um objeto isotrópico que emite em todas as direções, o fluxo total sobre todos os comprimentos de onda é simplesmente

$$F = \frac{L}{4\pi d^2}, \quad (2.2)$$

em que  $d$  é a distância até o observador.

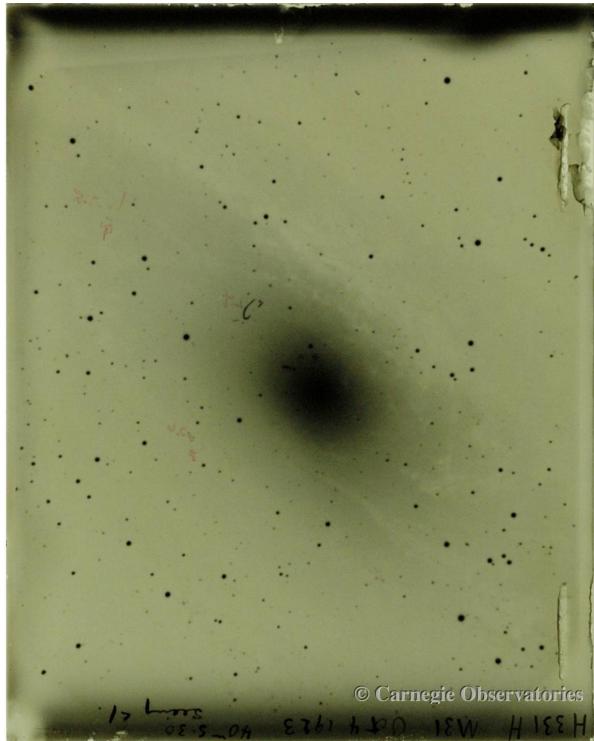
Quando observamos uma galáxia, o fluxo recebido se refere à energia recebida dentro de um ângulo sólido  $\Omega$ , isto é  $F/\Omega$ . Este ângulo diminui com o quadrado da distância do objeto (assim como  $F$ ) e corresponde na verdade a sua área. Portanto define-se uma quantidade chamada de *brilho superficial*  $I$  que independe de  $d$ . Isso é a quantidade que trabalhamos no processamento das imagens. Também, uma medida da luminosidade total da galáxia é obtida, se se souber a distância até o objeto (dimensão da escala de pixel), com a soma da quantidade de energia em cada pixel da imagem. Neste trabalho não se busca simular as imagens sintéticas em uma determinada banda do espectro e, portanto, têm-se valores absolutos arbitrários para  $I$  ou  $F$ . Além disso, durante a sintetização das imagens, não haverá a preocupação em simular a distância até o objeto. A escolha do tamanho das imagens e das galáxias será discutido na Subseção 3.2.2 do Capítulo 3.

No início do século passado, as primeiras observações astronômicas quantitativas<sup>1</sup> eram realizadas com a utilização de placas fotográficas<sup>2</sup>. Neste equipamento sensível aos fôtons, um *halogenato de prata* é misturado com gelatina em uma camada de plástico, e a luz, que incide ali, cria uma pintura sobre a

<sup>1</sup>Isto é, aquelas capazes de quantificar o número de fôtons/energia que eram recebidos do objeto em observação. Anterior a isso, as observações eram realizadas com a utilização do próprio olho nos telescópios, de tal forma que não se estabelecia valores quantitativos.

<sup>2</sup>As placas fotográficas datam ainda de tempos anteriores e na verdade foram uma aplicação empregada na astronomia. Também, muitos outros objetos foram descobertos com o uso deste equipamento, por exemplo, luas e asteroides. O emprego deste instrumento é eficiente e revolucionário. Um exemplo, seu uso levou Max Wolf (1932-1932) a descobrir cerca de  $\sim 200$  asteroides.

FIGURA 2.1: Imagem da galáxia de Andrômeda (M<sub>31</sub>) feita por Hubble através de uma placa fotográfica.



Fonte: (<http://obs.carnegiescience.edu/PAST/m31var>).

folha deixando a marca do objeto em questão. Um resultado desse tipo de coleta para uma galáxia é mostrado na FIGURA 2.1. Em tempos presentes, essa metodologia se modificou drasticamente e um dos instrumentos bastante utilizado nos telescópios é o CCD (*charge-coupled device*) que é um material semicondutor constituído de um circuito integrado. Basicamente, este contém capacitores sensíveis aos fôtons incidentes. A quantidade de radiação que incide sobre cada um deles gera pulsos elétricos, sendo transmitidos como um sinal até um computador onde os dados são armazenados. A resolução do CCD é dada pelo ângulo sólido que cada pixel comprehende do céu. Quanto maior for, mais informações acerca do objeto poderão ser armazenadas. Entretanto, sempre existem questões adversas, até mesmo na era digital. Exemplos muito conhecidos são:

- erros de leitura do CCD por ser um circuito elétrico, efeitos térmicos do telescópio e qualquer tipo de erro associado a todos equipamentos utilizados. Portanto isso se associa ao ruído instrumental;
- existe também o ruído que provém da própria observação, fôtons que não possuem origem do objeto em consideração, i.e. ruído de fundo;
- a PSF (*point spread function*) que é a função resposta do sistema ótico para uma fonte pontual;

entre outros;

A partir do momento que se tem uma imagem de uma galáxia com o conteúdo físico armazenado, é possível estudar como a intensidade se distribui ao longo dos pixels. Neste caso há referências a isso por meio do brilho superficial, como mencionado. Uma das primeiras propriedades estudadas no século passado, foi entender como essa intensidade varia de acordo com a distância dos pixels até o centro da galáxia. O mais correto é referir-se a isso de tal maneira a entender como a luz da galáxia varia como função de sua projeção radial  $R$ , isto é, como é o comportamento da *curva de luz* ou *perfil de brilho* na medida que os pixels se afastam daqueles centrais da imagem. Denota-se por perfil de brilho a quantidade  $I(R)$  em que  $R$  é a projeção *radial espacial* ou a *distância galactocêntrica* com relação ao centro da imagem projetada da galáxia. Esse, por sua vez, está próximo da região que contém o pixel de maior intensidade, denotado por *intensidade central*  $I_c$  ou *brilho superficial central*. Mesmo próximo a esse local, um pixel com um valor máximo não necessariamente representa o centro e técnicas elaboradas existem para determiná-lo. Uma delas é o método da assimetria, no qual será exposto rapidamente seu conceito na Subseção 2.3.2.1.

Mencionando novamente a questão dos pixels, eles representam um espaço discreto no domínio espacial da imagem, por exemplo em coordenadas cartesianas  $(x, y)$ . É útil computar qual é a luminosidade total do objeto em questão. Para isso, nomeia-se a intensidade de cada pixel  $(x, y)$  por  $I_{ij}$  e assim é feita uma soma sobre todos eles<sup>3</sup>,

$$L_T = \sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N I_{ij} \quad (2.3)$$

em que  $M$  e  $N$  são as dimensões da imagem, assim o número total de pixels é  $M \times N$ . Entretanto é útil também obter  $L_T$  de forma analítica, basta transformar a somatória anterior em uma integral. A quantidade  $I(R)$  descreve a variação da intensidade como função de  $R$ , então escrevendo as coordenadas cartesianas  $(x, y)$  de um pixel da imagem do objeto para coordenadas polares  $(R, \vartheta)$ , têm-se  $x = R \cos \vartheta$  e  $y = R \sin \vartheta$ . Entre outras palavras, uma quantidade  $dL$  armazenada em um elemento de área  $dA$  é o produto  $I(R) \times dA$ . Em coordenadas polares,  $dA = R d\vartheta dR$  e, com uma troca  $R \rightarrow R'$ , integrando

---

<sup>3</sup>É claro que o valor obtido pode não corresponder ao valor real total, pois, como mencionado, os valores de cada pixel podem ter interferência por ruído como a também contribuição de outros objetos como estrelas de nossa própria galáxia estando na mesma linha de visada. O processo para se encontrar um valor correspondente à galáxia envolve a *segmentação da imagem* para remover esses objetos, redução do ruído de fundo (céu) e outros.

em  $R'$  e  $\vartheta$  se obtém

$$L = \int I(R') dA' \quad \rightarrow \quad L(R) = \int_0^{2\pi} d\vartheta \int_0^R R' I(R') dR' \quad (2.4)$$

em que a equação da direita indica a luminosidade até um certo raio  $R$ . A expressão para  $L(R)$  é obtida conhecendo-se a forma de  $I(R)$  (ver Apêndice A). Em praticamente todos os casos assume-se que  $I(R)$  seja independente de  $\vartheta$ <sup>4</sup> e então  $\int_0^{2\pi} d\vartheta = 2\pi$ . Assim a luminosidade total é obtida integrando-se de  $R' = 0$  até  $R' \rightarrow \infty$ ,

$$L_T = 2\pi \int_0^\infty R' I(R') dR'. \quad (2.5)$$

Na astronomia, muitas vezes, também se utiliza a escala de *magnitude*. A *magnitude aparente*  $m$  de um objeto é uma medida de seu tamanho e brilho para um observador, é definida por

$$m = -2.5 \log F + \text{constante} \quad (2.6)$$

em que “constante” representa um fluxo  $F_0$  para uma magnitude  $m = 0$ . Veja que  $m$  depende da distância até o observador e não é uma quantidade física real do objeto em consideração. Por isso utiliza-se a *magnitude absoluta*  $M$  sendo esta independente de sua distância. Para isso precisa-se comparar diferentes fluxos provindos de dois objetos, sejam  $F_1$  e  $F_2$ . Para estabelecer uma relação linear entre as magnitudes  $m_1$  e  $m_2$  correspondentes, toma-se a razão de ambos os fluxos,

$$\frac{F_2}{F_1} = 10^{\frac{2}{5}(m_1 - m_2)} \quad (2.7)$$

resultando em

$$m_1 - m_2 = -2.5 \log \left( \frac{F_1}{F_2} \right). \quad (2.8)$$

Deve-se agora definir um fluxo de referência, em que sua magnitude aparente é conhecida. É comum utilizar-se um fluxo de um objeto que está a uma distância de 10pc. Seja então por exemplo uma galáxia

---

<sup>4</sup>Isso deverá ser levado em conta para uma estrutura espiral.

qualquer de fluxo total  $F$  e magnitude absoluta  $M$ . Combinando as equações (2.2) e (2.8) obtém-se

$$\begin{aligned} m - M &= 2,5 \log \left( \frac{F_{10}}{F} \right) \\ &= 2,5 \log \left( \frac{L}{4\pi I_{10}^2} \frac{4\pi d^2}{L} \right) \\ m - M &= 2,5 \log \left[ \left( \frac{d}{I_{10}} \right)^2 \right]. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Agora a distância é obtida por meio de

$$d = 10^{\frac{m-M+5}{5}}. \quad (2.10)$$

Chama-se também de *módulo de distância*  $D$  a grandeza

$$D \equiv m - M = 5 (\log d - 1) \quad (2.11)$$

e então

$$d = 10 \times 10^D. \quad (2.12)$$

Vale lembrar que  $d$  sempre deve ser expresso em parsecs. Isso permite determinar distâncias se são conhecidas as diferenças de magnitudes  $m$  e  $M$ .

A quantidade que de interesse aqui, por outro lado, é observar como  $I(r)$  se dá em termos da escala magnitude. Para isso basta tomarmos a quantidade  $-2,5 \log[I(r)]$  e assim define-se

$$\mu(r) \equiv -2,5 \log [I(r)] \quad (2.13)$$

Tipicamente, a luz de uma galáxia é mais intensa no centro e decai na medida que se distancia deste. Será visto na Subseção 2.3.1.1 que a forma com que este decaimento ocorre se associa a uma morfologia de galáxia em específico e portanto indica uma distribuição de luz característica. Pode-se estudá-la por meio de duas metodologias diferentes: i) uma é paramétrica, isto é, de fato assume-se uma forma matemática explícita para  $I(r)$  em que é preciso a utilização de parâmetros livres para se adequar com o que é observado; ii) a outra é não paramétrica. Esta, por sua vez, extrai propriedades da imagem da galáxia apenas quantificando como a luz é distribuída ao longo dos pixels. Esta técnica não necessita de nenhum tipo de ajuste, consideração ou expressão matemática e está em crescente fase

de desenvolvimento e aplicação. Mostrou-se cada vez mais robusta permitindo ser aplicada a grande quantidade de dados, como também para objetos que estão a grandes distâncias (LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004; FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) e (FERREIRA & FERRARI, 2016 in prep.) (ver Seção 2.3.2).

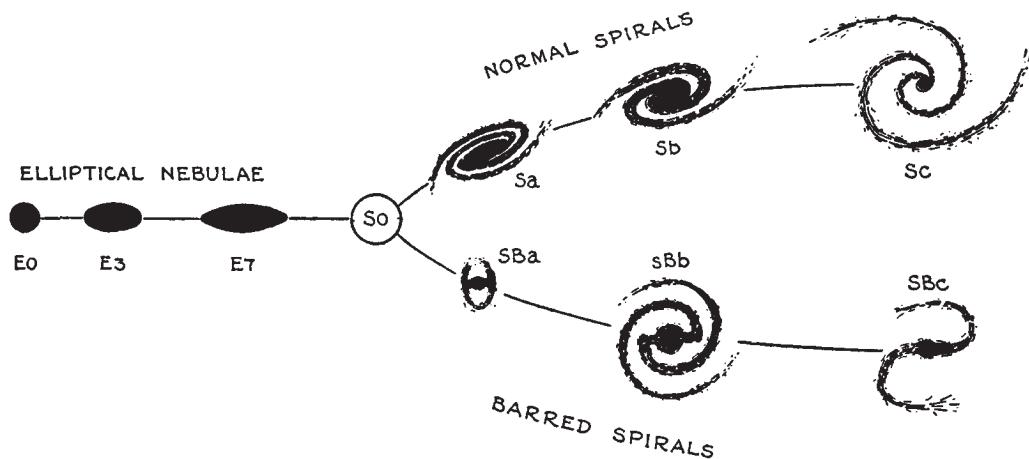
## 2.2. MORFOLOGIAS

Esta seção tem por objetivo fazer uma revisão e apresentar alguns conceitos de diferentes tipos morfológicos de galáxias que constituem o universo, assim como as maneiras que têm-se de separá-las entre si. Também se gostaria motivacionalmente de expor algumas de suas propriedades gerais fundamentais, mas que ao mesmo tempo, são importantes. A abordagem será um tanto qualitativa a fim de deixar explícito a física que está envolvida na estrutura desses objetos. Atualmente, muitos trabalhos quantitativos estão sendo feitos, principalmente na área da dinâmica, interação e evolução química desses sistemas físicos. Para o interesse de um estudo mais aprofundado, os artigos e livros citados no decorrer do texto poderão ser consultados a quem interessar. Em resumo, livros textos introdutórios no assunto que podem ser consultados são, por exemplo, (SPARKE S. LINDA, 2007) e (PHILLIPPS, 2005), já mais abrangentes são (MO; BOSCH; WHITE, 2010) e (BERTIN, 2014), tal como revisões anuais. Veja por exemplo, a compilação (KEEL, 2013).

### 2.2.1. ESQUEMAS DE CLASSIFICAÇÃO DE GALÁXIAS

Na mesma época em que ocorria as discussões em relação ao que seriam as *nebulæs* (as galáxias), tais objetos, já vinham sendo estudados visualmente em busca de se obter informações com respeito às suas estruturas. Notou-se, entretanto, que existem galáxias com diferentes morfologias, isto é, no primeiro aspecto são visualmente distintas. Com o aumento do número de objetos catalogados, precisou-se separá-las em grupos de acordo com cada morfologia. Inicialmente teve-se sistemas qualitativos para esta finalidade, tal como se verá daqui em diante, e da mesma maneira novos sistemas foram implementados para a classificação (veja a Seção 2.3 deste capítulo).

O conceito de morfologia foi inicialmente introduzido com a finalidade de se obter respostas com respeito à formação e evolução de galáxias. O número de variedades é grande e por isso necessitou-se da criação de sistemas que permitem, em meio a isso, organizar cada objeto da melhor maneira possível, de tal forma que se reconheçam padrões de sistema em sistema. Atualmente a morfologia não é mais uma mera inspeção visual, pois permitiu-se fazer a ligação de galáxias com propriedades semelhantes, mas

FIGURA 2.2: Diagrama *tunning-fork* de Hubble.

Fonte: Adaptado de (HUBBLE, 1936a).

que visualmente não tenham nada a ver entre si (BUTA, 1992). Será visto, a seguir, alguns esquemas de classificação de galáxias.

### 2.2.1.1. CLASSIFICAÇÃO DE HUBBLE: TUNING FORK

Até e durante a década de 20, John Reynolds (1874–1949), Edwin Hubble e outros já vinham fazendo muitas observações de objetos extragalácticos notando que existiam galáxias de várias formas. Em (REYNOLDS, 1920) apresentou um esquema de classificação que posteriormente motivou Hubble em (HUBBLE, 1936a) a torná-lo mais abrangente. Neste se tinha a possibilidade de separar morfologias distintas de galáxias e foi através de seu esquema chamado “tuning-fork” que ele dividiu dois tipos bem característicos, as *elípticas* e as *espirais*, como pode ser visto na FIGURA 2.2.

Do lado esquerdo denotadas por E, estão as galáxias elípticas. Hubble separou-as por meio de um índice  $n$  que é dado em termos da elipticidade aparente  $\epsilon$  da galáxia, definida por

$$\epsilon = 1 - \frac{b}{a} \quad (2.14)$$

em que  $b$  e  $a$  são os semi-eixos menor e maior, respectivamente, da elipse projetada. O referido número  $n$  que representa o quanto elíptica é uma galáxia é dado por

$$n = 10 \left( 1 - \frac{b}{a} \right) = 10\epsilon. \quad (2.15)$$

Se a galáxia tiver elipticidade  $\epsilon = 0$ , isto é, a razão entre os eixos menor  $b$  e maior  $a$  for 1, a ela é

FIGURA 2.3: Exemplo de galáxias elípticas com morfologias E<sub>0</sub> até E<sub>7</sub>.



Fonte: Adaptado de ([FERREIRA, 2015](#)).

classificada como sendo E<sub>0</sub>. Em seu esquema, a classificação entre as elípticas se estende de E<sub>0</sub> até E<sub>7</sub>. Veja exemplos na FIGURA 2.3.

Considerando o lado direito do diagrama, estão as galáxias espirais e subdividem-se em dois grupos bem distintos: as *espirais baradas* SB e as *espirais não baradas* S. Hubble notou também subgrupos que representam diferentes estruturas para os braços espirais. As espirais classificadas como Sa são as que possuem os braços mais enrolados e “apertados”. Já as classificadas como Sb, possuem-nos um pouco mais abertamente e isso se dá de forma progressiva<sup>5</sup> até o subtipo Sc (e Sd). Será visto em 2.2.3.2, que essas galáxias podem ser constituídas de *bojos*. Na medida que os braços espirais ficam mais abertos, o bojo fica cada vez mais tênue, ou seja, subtipos Sa possuem os maiores bojos FIGURA 2.14, enquanto são tênues nas Sc's e quase inexistentes nas Sd's, FIGURA 2.16.

Hubble, além de perceber o enrolamento e a abertura dos braços espirais, também notou de onde eles emanam. Como se pode ver, na parte inferior das espirais do diagrama, ele classificou as galáxias SB como as barradas. Estas possuem uma *barra* na região central e nesse tipo morfológico, os braços espirais se originam a partir dessa componente, e não do bojo, como ocorre para as Sa e etc. Entretanto, há casos em que barra e bojo podem coexistir. As espirais do tipo SBa possuem uma pequena barra, enquanto nas SBc são maiores. Veja a FIGURA 2.4.

Na extremidade direita do diagrama, Hubble colocou as galáxias que não possuem forma definida, as chamadas de *irregulares*. Entretanto no diagrama da FIGURA 2.2 de 1936, ainda não estava incluído explicitamente esse tipo. Atualmente as galáxias irregulares são representadas por Im de forma geral, mas existem ainda subclassificações. Depois que Hubble separou as galáxias elípticas, espirais (barradas e não barradas) e as irregulares, percebeu-se ainda que existia um tipo intermediário entre uma elíptica e uma espiral. A estas denominou-se por galáxias *lenticulares*. No diagrama de Hubble elas formam uma transição entre as elípticas e as espirais e apresentam propriedades comuns entre essas duas últimas, tal como bojo, disco e em alguns casos uma barra. Hubble as representou inicialmente por S<sub>0</sub> e um

<sup>5</sup>Essa abertura progressiva é relacionada com o *pitch angle*, ângulo de abertura da estrutura da espiral na medida que se afasta-se do centro galáctico. Veja a Subseção 2.3.1.2.

FIGURA 2.4: Exemplo de galáxias barradas.

(A) M83, SBa.



(B) NGC 4731, SBc



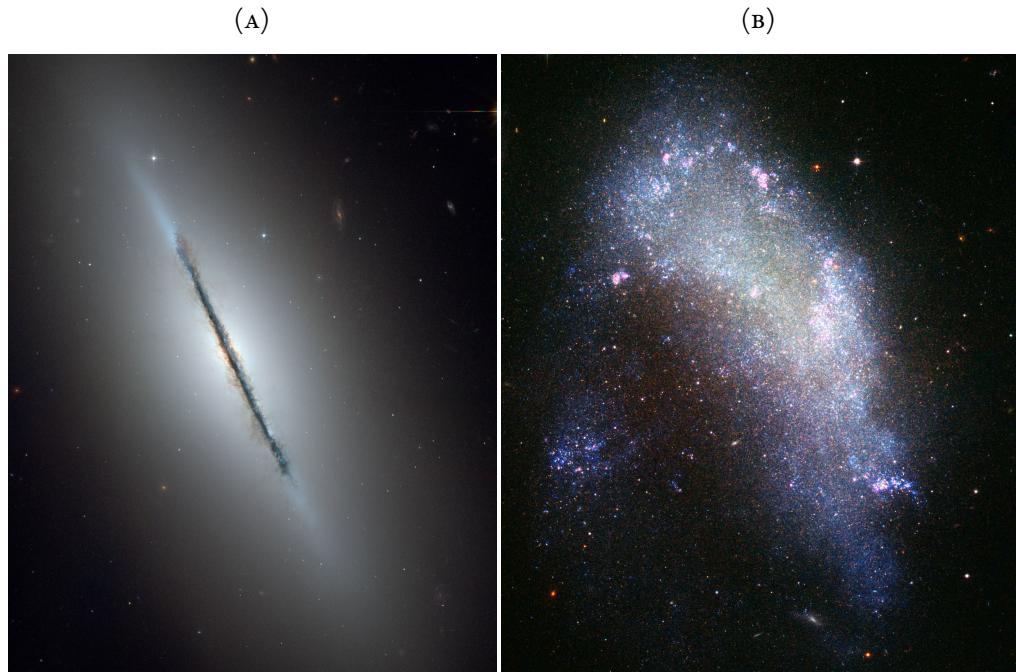
Fonte: [\(http://apod.nasa.gov/\)](http://apod.nasa.gov/).

Fonte: [\(http://www.deepskyforum.com/\)](http://www.deepskyforum.com/).

exemplo desse tipo pode ser visto na FIGURA 2.5.

Para concluir, depois do ano de 1920, muitos desses objetos já estavam catalogados. Hubble continuou seu trabalho árduo para estudá-los publicando em 1936 seu livro *The Realm of the Nebulae*, onde neste ele apresenta discussões que permitem separar diferentes morfologias (aqueles discutidas acima). Concluiu-se que no universo existem basicamente três tipos de galáxias: as *galáxias elípticas*, as *galáxias espirais* e as *galáxias lenticulares*, a adicionalmente aqueles objetos que não apresentavam uma forma bem definida, as *galáxias irregulares*. Na Subseção 2.2.3 vão ser apresentadas algumas propriedades adicionais das galáxias citadas anteriormente. Antes disso, é interessante observar brevemente como se deu a evolução nos esquemas de classificação de galáxias.

FIGURA 2.5: (A): galáxia lenticular NGC 5866, SA<sub>o</sub>. (B): galáxia irregular NGC 1427A, IB(s)m.



Fonte: <https://www.spacetelescope.org>.

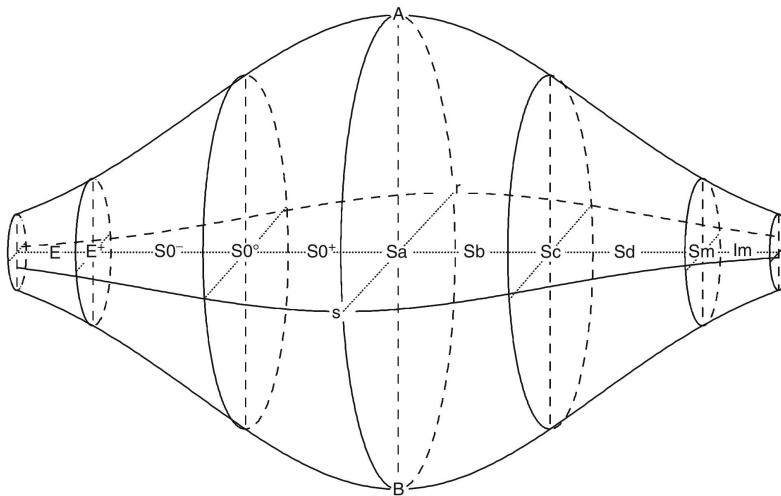
### 2.2.1.2. CLASSIFICAÇÃO DE VAUCOULEURS/SANDAGE

O aumento significativo do número catalogado de galáxias implicou em algumas limitações para o esquema de Hubble em classificá-las. Foi preciso realizar modificações e a inclusão de novos elementos. Gérard de Vaucouleurs, juntamente com Allan Sandage, nas décadas de 50 e 60 introduziram um *volume de classificação*<sup>6</sup> (VAUCOULEURS, 1959; SANDAGE, 1961), ver também (SANDAGE; SANDAGE; KRISTIAN, 1975; VAUCOULEURS et al., 1991). É um esquema tridimensional que separa diferentes morfologias de uma forma contínua. Como pode ser visto na FIGURA 2.6, este não só possui um eixo principal, chamado de *estágio* (corresponde à horizontal do diagrama de Hubble), como também seções circulares que variam de tamanho. Os eixos menores são chamados de *famílias* e *variedades*, respectivamente indicam por meio de seu tamanho, o quanto notável a barra é na galáxia e o mesmo para os *aneis*.

O esquema de original de Hubble contém os tipos de espirais que vão das Sa's para as Sc's (não barradas) e das SBa's até as SBc's (barradas). De Vaucouleurs e Sandage ampliaram essas classes introduzindo subdivisões que são denotados por d, dm, m e Im. Por exemplo, galáxias espirais como Sd, chamadas de *very-late* podem constituir uma transição entre as espirais e as irregulares. O índice m

<sup>6</sup>Quem inicialmente o introduziu foi de Vaucouleurs.

FIGURA 2.6: Volume de classificação de De Vaucouleurs.



Fonte: Adaptado de ([KEEL, 2013](#)).

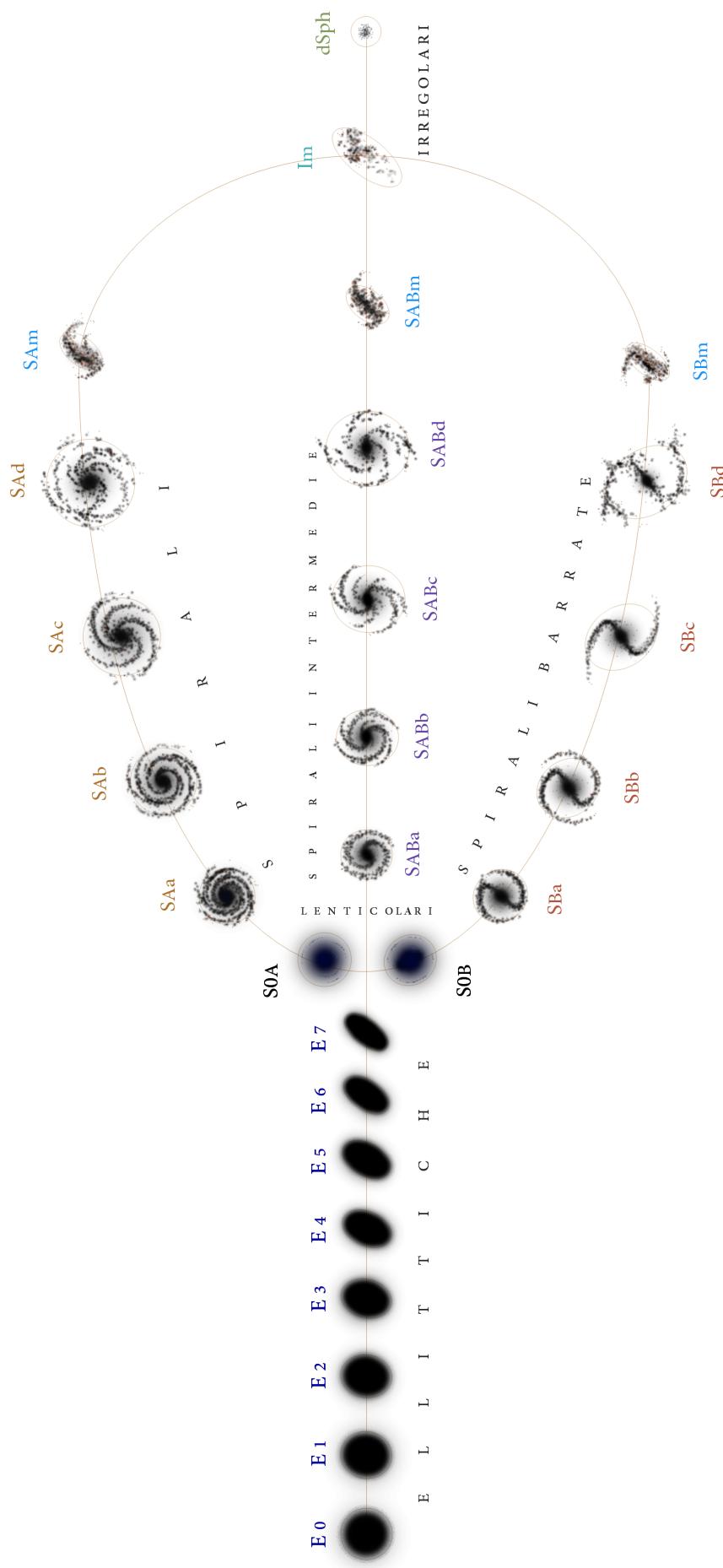
indica “espirais de Magalhães” referente as Nuvens de Magalhães e denotam-se por Sm. Por fim, Im indica “irregulares de Magalhães”. Também houve a adição E<sup>+</sup> para as elípticas, *late-ellipticals*. Essas classificações também se aplicam às galáxias barradas, acrescentando a letra B, i.e. SBd, SBdm, SBm, SBIm.

O estágio do volume de classificação é a quantidade mais fundamental e denotou-se por  $T - type$ , sendo representado por uma sequência numérica que varia entre  $-6$  e  $10$ . Por exemplo, as elípticas normais se associam a  $T = -5$ , e os estágios a, b e c das espirais,  $T = 1$ ,  $T = 3$  e  $T = 5$ , respectivamente. No caso geral, o intervalo entre  $-5$  e  $-1$  é a passagem das elípticas até as S0's, o para aquelas que são S0/a, de 1 a 5 para os tipos entre a e c, 5 à 9 até as m's, e  $T = 10$  é usado para as irregulares.

Os eixos das famílias e variedades indicam o quanto a morfologia varia para um dado estágio. Além disso, a forma do volume de classificação possui um significado: nas extremidades é menor pois menos galáxias daquela morfologia são encontradas no universo, enquanto que nas regiões centrais temos um maior volume, indicando uma maior quantidade.

A ideia de continuidade de morfologias no volume induziu à introdução de subtipos Sab e Sbc, que são intermediários aos Sa, Sb e Sc. O análogo aos sistemas barrados são SBab e SBbc. Outra modificação provém da observação de que existem galáxias com uma barra muito tênue, e denominou-se por *espirais intermediárias*. São as classificadas como SABa, SABab, etc. A adição da letra A também foi dada para as espirais normais, sendo agora denotadas por SAa, SAab, etc. Para as espirais barradas isso não se modificou. Note ainda que se pode ter os tipos SABm, SABIm, etc. Com respeito às variedades introduziu-se as classificações (*r*) e (*s*) e o intermediário (*rs*). O primeiro se refere a galáxias com anéis

FIGURA 2.7: Esquema de Hubble - de Vaucouleurs.



Fonte: (<https://en.wikipedia.org/wiki/File:Hubble-Vaucouleurs.png>). Autor Antonio Ciccolella.

(*ring*), (*rs*) indica um anel tênue, enquanto (*s*) não há a presença desta componente. Um resumo dessas classificações é visualizado na FIGURA 2.7.

### 2.2.1.3. OUTROS ESQUEMAS

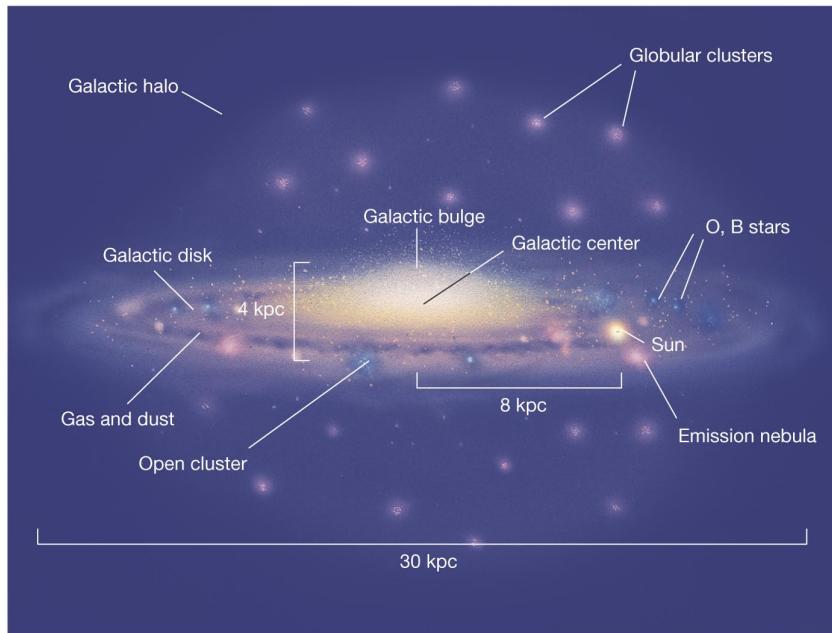
Além do que foi discutido aqui, existem outros esquemas de classificação como, por exemplo, a contribuição de Elmegreen & Elmegreen para os braços espirais (ELMEGREEN; ELMEGREEN, 1982; ELMEGREEN; ELMEGREEN, 1987), o esquema de Sidney van den Bergh (BERGH, 1960b; BERGH, 1960a; BERGH, 1976) para galáxias em geral. Este, por sua vez, no caso da classificação de espirais e  $S_0$ , tem como critério principal, as razões entre luminosidade das componentes bojo e disco e não é muito voltado às formas dos braços espirais. Também há o sistema de Morgan (*Yerkes system*) (MORGAN, 1958; MORGAN, 1959) que envolve a concentração de luz nas regiões centrais, entre outros. Também há um grande número de subtipos que foram sendo acrescentados. Não vem ao caso incluí-los aqui, mas uma descrição completa destes pode ser encontrada em (BERGH, 1998; BUTA, 2011; KEEL, 2013).

## 2.2.2. COMPONENTES GERAIS DE UMA GALÁXIA

Chama-se de *componente de uma galáxia*, uma estrutura composta por uma distribuição de estrelas possuindo uma característica dinâmica e fotométrica distinta com relação às demais. Já foi mencionado até então os termos bojo, barra, disco, etc. Cada um desses se refere a uma estrutura física que pode vir a constituir uma galáxia, veja a FIGURA 2.8. A seguir será apresentado rapidamente quais são elas, sendo que uma discussão sobre as suas propriedades físicas será incluída na Seção 2.2.3.

- *bojo*: presente em grande parte das galáxias espirais e as  $S_0$ 's. São mais intensos para as espirais *early-types* do que as *late-types*, onde se tornam praticamente inexistentes. Em forma e em algumas propriedades, os bojos são parecidos as galáxias elípticas. Sua constituição é maior em estrelas velhas e assim são avermelhados.
- *barra*: é uma estrutura presente também nas regiões internas, que pode ser tanto em espirais como nas  $S_0$ 's. Mais da metade das galáxias que possuem a componente disco apresentam uma barra (PHILLIPPS, 2005). Nas morfologias *early-types*, a barra pode coexistir com o bojo. Ainda, sua forma é retangular e alongada.
- *disco*: esta componente está presente nas galáxias espirais, nas  $S_0$ 's e em alguns poucos casos nas irregulares, sendo ausentes nas elípticas. É uma estrutura achatada que sustenta, no caso

FIGURA 2.8: Componentes gerais que constituem uma galáxia.



Fonte: <http://i.stack.imgur.com/QxNbg.jpg>.

das espirais, os braços espirais e pode se estender até grandes distâncias radiais, maior para as morfologias S(B)a-b e menor para as S(B)c-d. A densidade de estrelas é menor se comparada ao bojo e composto em maior número pelas mais jovens.

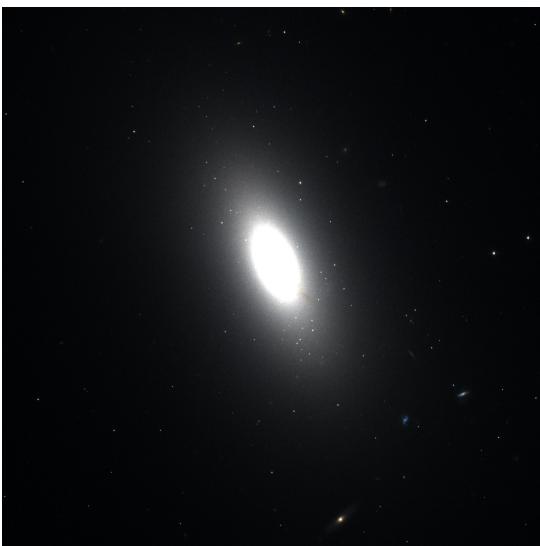
- *braços espirais*: esta estrutura é o que classifica as galáxias, que os possuem, como espirais. Entretanto, podem estar presentes também nas irregulares. Basicamente dois tipos de braços espirais existem. Aquelas que são bem estruturados compõem as espirais *early-type*, e aquelas que são “desconfiguradas”, chamadas de *foculados*, espirais *late-type* e algumas irregulares;
- *halo*: é a região que menos emite luz da galáxia, é considerado praticamente esférico e é a componente que mais se estende a partir do centro. Grande parte dos *globulares estelares* estão contidos ali. Acredita-se que grande parte do que se chama de *matéria escura* esteja contida ao longo de toda essa componente.

Ao longo desse texto, serão mencionados algumas quantidades intrínsecos ou não, utilizados para a descrição das propriedades das galáxias. É importante mencionar aqui quais são eles, além de quem demais relações referentes à eles, serão explicitados na Seção 2.3 e no Apêndice A.

- $R_n$ : raio característico geral do perfil de Sérsic, engloba metade da luminosidade total do objeto em questão (ver equação (A.4));

- $I_n$ : intensidade característica geral do perfil de Sérsic, é a intensidade da isofota representada por  $R_n$  (ver equação (A.3));
- $n$ : índice de Sérsic geral para uma dada galáxia, indica a concentração de luz;
- $R_b$ : raio característico do bojo (“ $b$ ” indica “bojo”), engloba metade da luminosidade total do bojo;
- $I_b$ : intensidade característica do bojo, é a intensidade em  $R_b$ ;
- $n_b$ : índice de Sérsic do bojo;
- $R_d$ : raio característico do disco (“ $d$ ” indica “disco”);
- $I_d$ : intensidade característica do disco em  $R_d$ ;
- $n_d$ : índice de Sérsic do disco, por definição  $n_d = 1$ ;
- $\mu_n$ : escala de magnitude para a quantidade  $I_n$ :  $\mu_n \equiv -2.5 \log(I_n)$  (ver equação (A.26)), se aplica as demais  $\mu_b$  e  $\mu_d$  com relação à  $I_b$  e  $I_d$ ;
- $\langle I \rangle_n$ : o valor médio de  $I(R)$  em  $R_n$ , ver equação (2.36);
- $\langle \mu \rangle_n$ : escala de magnitude de  $\langle I \rangle_n$ ;
- $L_T$ : luminosidade total de uma galáxia em questão;
- $L_B$ : luminosidade total do bojo;
- $L_D$ : luminosidade total do disco;
- $\xi_{BT}$ : razão entre  $L_B$  e  $L_T$ ;
- $\xi_{DT}$ : razão entre  $L_D$  e  $L_T$ ;
- $\xi_{BD}$ : razão entre  $L_B$  e  $L_D$ ;
- $R_{n_{ef}}$ : raio efetivo de um galáxia que representa de uma forma conjunta os raios característicos de suas componentes. No caso deste trabalho,  $R_{n_{ef}} \propto (R_b, R_d)$ , ver Subseção 4.2.3;
- $I_{n_{ef}}$ : brilho efetivo de uma galáxia que representa de uma forma conjunta os brilhos efetivos de suas componentes. Neste trabalho,  $I_{n_{ef}} \propto (I_b, I_d)$ , ver Subseção 4.2.4;

FIGURA 2.9: Exemplos de galáxias elípticas.

(A) M<sub>49</sub> (NGC 4472), E<sub>4</sub>.(B) NGC 3377, E<sub>5</sub>.Fonte: [\(http://www.ccvalg.pt/\)](http://www.ccvalg.pt/).Fonte: [\(https://upload.wikimedia.org/\)](https://upload.wikimedia.org/).

- $n_{ef}$ : índice de Sérsic efetivo de uma galáxia, representa de forma conjunta os índices de Sérsic de suas componentes. Neste trabalho,  $n_{ef} \propto (n_b, n_d)$ , ver Subseção 4.2.1.

### 2.2.3. ANÁLISE COMPARATIVA DOS PRINCIPAIS TIPOS MORFOLÓGICOS DE GALÁXIAS

Nas seções anteriores, quando se mencionaram os esquemas de classificação de galáxias, fez-se uma breve citação sobre as propriedades físicas de algumas morfologias. Completam-se aqui os conceitos físicos qualitativos relevantes no que se refere a esses objetos. Ao mesmo tempo é interessante também realizar comparações das propriedades entre cada tipo.

#### 2.2.3.1. GALÁXIAS ELÍPTICAS E ANAS

Antes de mencionar algo sobre a estrutura de uma galáxia elíptica é, interessante perguntar em que região do universo a probabilidade de encontrá-la é maior. Foi mencionado no capítulo anterior, que um conjunto de galáxias forma um aglomerado e pode se estender até um superaglomerado. Já está estabelecido que, na maioria destes, os objetos centrais são galáxias elípticas com alta luminosidade, chamadas de galáxias cD's, são as *early-types* gigantes, e em números representam cerca de  $\sim 80\%$ , sendo que dentre essas  $\sim 20\%$  são S0's. Além disso, esses tipos podem também ocupar outras regiões

FIGURA 2.10: Exemplos de galáxias anãs.

(A) Leo I, dSph.



(B) M32, UCD.



Fonte: [⟨http://annesastronomynews.com⟩](http://annesastronomynews.com).

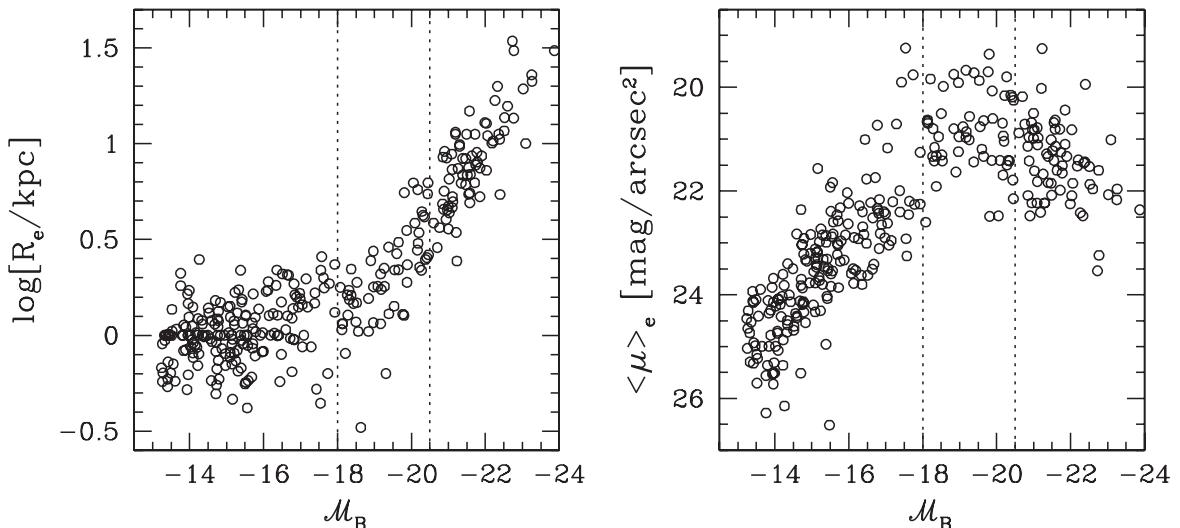
Fonte: [⟨https://www.noao.edu⟩](https://www.noao.edu).

do aglomerado.

Galáxias elípticas são geralmente “suaves”, arredondadas e ausentes de sub estruturas complexas, isso significa que a variação de seu brilho a partir do centro não possui mudanças bruscas. As morfologias cD's possuem luminosidades que ultrapassam à da Via Láctea em até mais de 100 vezes, equivalendo dizer que suas magnitudes absolutas são menores que  $M_B \approx -20,5$ . O índice de Sérsic neste caso é geralmente superior que  $n = 4$ . No entanto, em menor número encontram-se algumas onde  $n > 10$  (por exemplo, a elíptica da FIGURA 2.24A). Decrescendo em luminosidade, encontram-se as *gigantes* (*giants*) ou apenas *normais* (E's). Estes tipos apresentam luminosidades um pouco inferiores do que nossa própria galáxia e estão em torno de  $M_B \approx -18$ . O índice de Sérsic possui um bom número de representantes com  $n = 4$ . Um exemplo de duas galáxias elípticas é mostrado na FIGURA 2.9.

Em oposição às elípticas de alto brilho e às normais, ainda existem aquelas de baixo brilho com magnitudes envolvidas acima de  $M_B \approx -18$ , ou em termos de luminosidade  $L \leq 3 \times 10^9 L_\odot$ . Essas galáxias constituem dois grupos distintos: as *elípticas anãs compactas* que são galáxias raras, por exemplo M32 satélite de Andrômeda, e denotam-se por BCD (*blue compact dwarf*) e UCD (*ultra compact dwarf*). O outro subgrupo constitui-se das *elípticas anãs difusas* sendo classificadas como difusas *dwarf elliptical* (dE) e as extremamente difusas de mais baixa luminosidade *dwarf spheroidal* (dSph). As dE's possuem luminosidades da ordem de  $3 \times 10^7 L_\odot$  e algumas apresentam um brilho superficial tão tênue (i.e. tão difusas) que quase não são detectadas. Veja um exemplo na FIGURA 2.10. Além disso, esse último subgrupo apresenta núcleos maiores quando comparados com elípticas normais. O índice de Sérsic para as dSph's e as dE's varia entre  $n = 2,0$  para as mais brilhantes até  $n = 0,5$  para as mais tênues.

**FIGURA 2.II:** Esquerda: Relação entre o log do raio característico  $R_n$  e a magnitude absoluta  $M_B$  para um conjunto de galáxias elípticas. A quantidade  $\log R_n$  aumenta progressivamente com o aumento da luminosidade total,  $L_T \propto I_n R_n^2$ , veja (A.13). Direita: relação entre a média da magnitude característica  $\langle \mu \rangle_n$  ( $\equiv -2,5 \log \langle I \rangle_n$ , equação (2.II)). A saturação ocorre pois como  $R_n$  aumenta progressivamente, a luz será distribuída em uma grande área  $\pi R_n^2$  e segue como consequência  $I_n \propto L_T / R_n^2$ .



Fonte: Adaptado de (MO; BOSCH; WHITE, 2010).

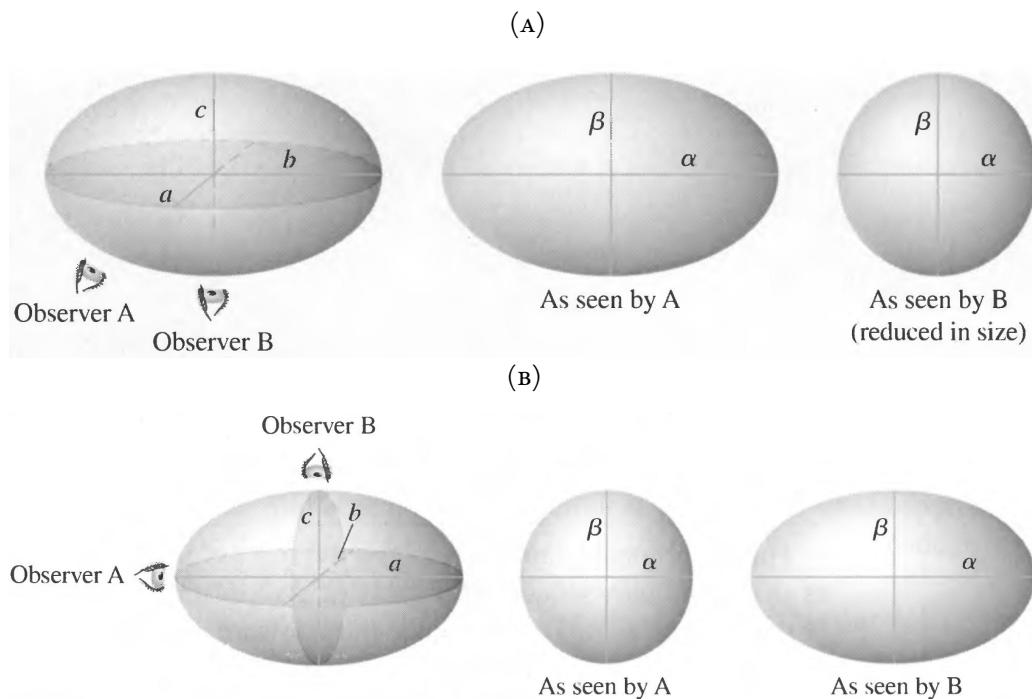
Existem relações entre a luminosidade total  $L_T$ , o raio de meia luz  $R_n$  e  $\langle \mu \rangle_n$ <sup>7</sup> para as elípticas. Na faixa de  $M_B \sim -14$  até  $M_B \sim -18$ , isto é das anãs até as normais, o raio de meia luz pouco varia (são inferiores a  $R_n \sim 1\text{kpc}$  para as anãs). Após  $M_B \sim -18$ ,  $R_n$  aumenta progressivamente com  $M_B$  e os valores atingem  $R_n \sim 100\text{kpc}$ . A relação entre  $\langle \mu \rangle_n$  e  $M_B$  é interessante. O aumento de  $\langle \mu \rangle_n$  com  $M_B$  é significativo das anãs até as normais e, após isso existe, uma região de saturação entre  $M_B \sim -18$  e  $M_B \sim -20$ . Para  $M_B \lesssim -20$ ,  $\langle \mu \rangle_n$  volta a diminuir suavemente. Veja isso na FIGURA 2.II. Quando se considerar a forma explícita de  $I(R)$ , a correlação anterior surgirá naturalmente. De acordo com a equação (A.13),  $L_T$  segue  $L_T \propto I_n R_n^2 f(n)$ , logo no sentido de aumento da luminosidade da galáxia, seu tamanho efetivo também o faz. Entretanto,  $I_n$  diminui com essas relações pois  $I(r) \propto I_n$ , mas  $I_n \propto R_n^{-2}$ .

O estudo realizado por (GRAHAM; GUZMÁN, 2003) mostra que a saturação mencionada é provocada pelo núcleo que existe nas galáxias elípticas muito brilhantes. Além disso, outras questões surgem para essa morfologia. Em algumas delas, há um *excesso de luz* que geralmente se dá a partir de  $R_n \sim 30\text{kpc}$ , ou seja uma lei de Sérsic que extrapolada para regiões externas não descreve a curva de luz. A explicação disso é a presença de um envelope, pois ele pode conter uma fração significativa de  $L_T$ .

Outras questões com respeito as galáxias elípticas se referem às suas formas. O que se observa é uma

<sup>7</sup>A quantidade  $\langle \mu \rangle_n$  é simplesmente  $\langle \mu \rangle_n = -2,5 \log \langle I \rangle_n$ . Veja a equação (2.36).

**FIGURA 2.12:** (A): Esferoide oblato, em que dois eixos  $a = b$  são maiores que o terceiro  $c < a$ . A forma projetada é diferente para dois observadores A e B distintos, se  $c/a = 0.6$ , A identifica uma E<sub>4</sub> ( $\beta/\alpha = 0.6$ ) enquanto B identifica uma E<sub>0</sub> ( $\beta/\alpha = 1$ ). (B): Esferoide prolato com dois eixos  $b = c$  menores que um terceiro  $c > b$ . Com  $b/a = 0.6$ , se observado por A ele identifica uma E<sub>0</sub> enquanto B identifica uma E<sub>4</sub>.



Fonte: Adaptado de (CARROLL; OSTLIE, 2007).

projeção no plano perpendicular à linha de visada de sua distribuição tridimensional de luz. Apenas a projeção de duas componentes espaciais são conhecidas. As formas que elas podem ter são classificadas como *prolato* ou *oblato*. O primeiro significa que o tamanho físico de dois eixos é maior do que o terceiro, fazendo com que a galáxia seja achatada neste. O segundo significa o contrário, dois eixos são menores do que o terceiro, assim a forma é parecida a de um charuto, sendo, portanto, um objeto alongado na direção de um eixo. Posteriormente, verificou-se que ambas as direções podem possuir tamanhos diferentes e a galáxia é então dita *triaxial*. Veja a FIGURA 2.12.

Os formatos das curvas de igual brilho superficial também são características importantes. Observou-se que existem i) isofotas de aparência retangular (*boxy*): há uma descontinuidade da emissão de luz em alguma região a partir do centro galáctico e ii) isofotas alongadas (*disky*) ao longo de um eixo: a emissão de luz é contínua a partir do centro. Elípticas luminosas possuem, na maioria das vezes, isofotas do tipo *boxy* (denota-se por E(b)) e correlacionam com maior emissão em rádio e raios-X. Aquelas de luminosidade média tendem a ser *disky* (E(d)) e correlacionam com uma leve velocidade de rotação (em sequência), por serem achatadas em um dos eixos.

Um indicativo de uma estrutura triaxial é obtido por meio do efeito *rotação das isofotas*, em que as elipses das curvas isofotas rotacionam com a distância até o centro. A maioria de galáxias triaxiais são de alta luminosidade e equivale dizer que possuem isofotas *boxy*.

Considerando o exposto anterior, mas nos referindo-se à dinâmica de uma galáxia elíptica, como algumas delas são achatadas, pode-se afirmar que esses objetos rotacionam por serem oblatos, mas isso é incorreto. Em vez disso, elas possuem altas *dispersão de velocidades*  $\sigma$ , as estrelas se movimentam aleatoriamente no campo gravitacional. A explicação de o porquê são oblatas, é que em algum de seus eixos,  $\sigma$  é menor do que com relação aos demais, causando o achatamento no eixo em questão. Como exemplo, as cD's possuem geralmente  $\sigma \sim 250$  km/s. Já com relação ao movimento rotacional ou ordenado, este pode estar presente nas elípticas, sendo quase desprezíveis para as gigantes de alta luminosidade (neste caso, chamadas também de *rotadoras lentas*) e ganhando significância para aqueles de luminosidades inferiores, *rotadoras rápidas*.

A emissão de luz nas elípticas, em grande parte, está nos comprimentos de onda mais longos, na banda do vermelho do espectro. Umas das principais razões é que quase não há regiões de formação estelar decorrente da baixa densidade de gás aquecido contido na galáxia. Portanto o maior número de estrelas são vermelhas (e as gigantes), possuindo idades mais avançadas implicam na população de estrelas azuis (jovens) ser inferior. As idades envolvidas estão na faixa de dezenas de milhões de anos para estas últimas. Essas características são extraídas a partir do espectro das elípticas, onde as regiões de HII decorrentes de formação estelar que produzem estrelas azuis, estão praticamente ausentes. Mais detalhes podem ser encontrados em (KENNICUTT JR., 1992) (veja também sua figura 2). Dessa forma, gigantes azuis estão em pequenas porções nessas galáxias, enquanto as análogas vermelhas se apresentam em quantidades relativamente grandes.

A “cor” de uma galáxia poderia ser um indicativo de sua idade, mas deve ser considerado o que segue. No caso acima, há mais estrelas velhas. Isso significa que estão em um estado mais avançado de sua evolução, estimando-se que tenham entre alguns ou até mais que 10 giga anos. Na *nucleossíntese estelar*, na medida que uma dada estrela evolui, elementos químicos mais leves são convertidos em mais pesados (maior número de nêutrons e prótons), como, por exemplo, hidrogênio em hélio, hélio em carbono, oxigênio e assim por diante. Relacionada a essas questões, uma propriedade importante da população estelar que constitui a galáxia é a *metalicidade*, que indica as taxas de elementos pesados presentes na mesma. Espera-se que, na medida que a galáxia evolui e tendo baixa formação estelar, seu caminho evolutivo se dê para o aumento da metalicidade das estrelas, i.e. da galáxia, já que elementos mais pesados são formados. No entanto na medida que isso ocorre, fótons são absorvidos gradativamente.

Essa absorção ocorre de forma mais intensa na banda azul do espectro, fazendo com que a galáxia pareça mais avermelhada.

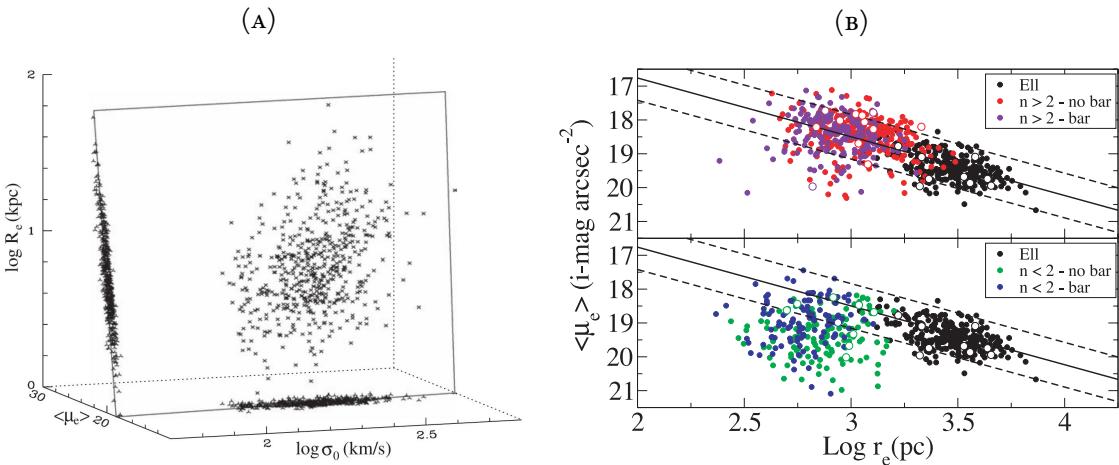
Surge aqui o que se chama de problema de degenerescência entre idade e metalicidade das galáxias elípticas e pela seguinte questão: uma galáxia é avermelhada devido a sua população de estrelas ser jovens ou devido a sua metalicidade? Se aparentemente ela for azulada, ou ela é jovem, ou é pobre em metalicidade. Uma resposta a essa questão se dá por estudos espectroscópicos mais detalhados. Observou-se que as que de menor luminosidade geralmente tendem a ser mais azuladas do que as mais brilhantes. Entretanto, novamente elas poderiam ser jovens ou pobres em metalicidade, mas o estudo apontou que a última afirmação é válida. Baixa luminosidade indica menos massa e isso faz com que a galáxia tenha uma velocidade de escape menor do que uma mais massiva. Assim os metais presentes possuem uma maior facilidade de escapar para o meio interestelar por meio de “ventos galácticos” (PHILLIPPS, 2005).

O que foi exposto anteriormente é resultado de muitos trabalhos realizados e ideias controversas. Inicialmente, pela questão das elípticas serem avermelhadas, devido à presença de estrelas com idades mais avançadas em relação às azuis, pensou-se que as elípticas seriam mais antigas do que as espirais, gerando falsa impressão de que as elípticas se originam das espirais. Isso convergiu ainda em uma pequena confusão com o diagrama de Hubble discutido em 2.2.1.1. Achou-se que o caminho evolutivo das galáxias se dava no sentido da direita para a esquerda da FIGURA 2.2. Por isso o motivo do uso da nomenclatura *early-type* e *late-type* dado para as galáxias separadas no diagrama. Atualmente ainda se adota essa nomenclatura por razões históricas.

### 2.2.3.2. BOJOS CLÁSSICOS E PSEUDO BOJOS

O bojo é uma estrutura física presente em regiões centrais das galáxias, tanto nas S<sub>0</sub> como em espirais. É um sistema constituído de uma grande densidade estelar, tanto por estrelas velhas, como também em alguns casos que apresentam um bom número de jovens. Em grande parte, sua forma é elipsoidal, mas deve-se considerar o caso geral de que essa estrutura é tridimensional, assim como as elípticas. Existem bojos ( $\sim 20\%$ ) que são consideravelmente achatados ao longo de um de seus eixos se assemelhando então a um disco. Ainda no início do estudo de morfologias de galáxias, Hubble (HUBBLE, 1926) deixou bem claro que a contribuição para a luminosidade provinda desta componente, com relação as demais e quantifica-se por  $\xi_{BT}$ , é uma quantidade física extremamente importante para a classificação morfológica das galáxias. Observou-se que, na verdade, existem duas morfologias distintas: os *bojos clássicos* (BC) e os *pseudo bojos* (PB).

FIGURA 2.13: FIGURA 2.13A: Plano fundamental para galáxias elípticas. FIGURA 2.13B: Relação de Kormendy da análise de (GADOTTI, 2009).



Fonte: Adaptado de (MO; BOSCH; WHITE, 2010).

Fonte: Adaptado de (GADOTTI, 2009).

Os BC's possuem geralmente uma população de estrelas que já estão em um estágio mais avançado de evolução, de tal forma que as formações estelares são praticamente inexistentes. Já para os pseudo bojos, a população estelar é mais jovem e possuem a capacidade de formar uma quantidade significativa de estrelas. Apesar dos bojos possuírem ambas as populações estelares é importante deixar valores ligeiramente mais elevados para o índice de Sérsic, enquanto para os PB apresentam os menores. Só que isso não vai tão além, pois um grande número de as ambas morfologias apresentam ter os mesmos  $n$ 's, e o acúmulo é próximo de  $n \sim 2$  (GADOTTI, 2009).

Outra questão interessante, com respeito aos dois tipos de bojos, é que um BC apresenta um comportamento parecido com uma galáxia elíptica, isto é possui uma distribuição de velocidades randômica para o movimento das estrelas, enquanto que um PB possui uma distribuição de velocidades ligeiramente mais ordenada implicando em uma leve rotação, relembrando um disco. Para este último, observa-se então que o achatamento (se observado em *edge-on*) é maior com relação aos bojos clássicos. De qualquer forma, no sentido dos demais eixos do sistema, continua-se a ter o movimento aleatório das estrelas.

Uma maneira de separar bojos clássicos de pseudo bojos foi apontada por (GADOTTI, 2009), como sendo a relação de Kormendy (KORMENDY, 1977). Adicionalmente aos esquemas de classificação de galáxias, introduziu-se o que se chama de *plano fundamental*<sup>8</sup>, FIGURA 2.13A. Esta relação de Kormendy,

<sup>8</sup>O plano fundamental é um espaço de parâmetros tridimensional, os quais são  $R_n$ ,  $I_n$  e a velocidade de dispersão  $\sigma$ . Por exemplo (PHILLIPPS, 2005)

$$R_n \propto \left( \frac{\sigma^{1/4}}{I_n^{1/6}} \right)^5. \quad (2.16)$$

FIGURA 2.14: Exemplo de galáxias que possuem a componente bojo de forma intensa em sua estrutura.

(A) NGC 7331, SA(s)b.



Fonte: [\(http://apod.nasa.gov/\)](http://apod.nasa.gov/).

(B) M81, SA(s)ab.



Fonte: [\(http://www.caelumobservatory.com/\)](http://www.caelumobservatory.com/).

FIGURA 2.13B, é uma projeção deste plano que considera a correlação entre  $\langle \mu \rangle_n$  e  $\log R_n$  vista anteriormente. Elípticas e bojos clássicos estão deslocados no sentido de valores menores de  $\langle \mu \rangle_n$ , enquanto os pseudo estão para maiores valores. Também para ambos os casos, quando  $n > 2$ , o deslocamento conjunto é no sentido de diminuir  $\langle \mu \rangle_n$ , isto é para o comportamento das elípticas, enquanto com  $n < 2$  o oposto ocorre. Outra maneira que vem sendo trabalhada para realizar a separação entre elípticas, bojos e pseudo bojos é por meio de *diagramas de diagnóstico*, veja (JOÃO, 2016).

Para completar a discussão, pseudo bojos com  $n < 2$  geralmente possuem um baixo  $\xi_{BT} \sim 0,1$  e bojos com  $n < 2$  possuem um alto  $\xi_{BT}, \sim 0.4$ . Nas galáxias massivas do universo local, cerca de 25% da matéria estelar está contida nos bojos clássicos, 32% nas elípticas e 3% nos bojos clássicos (GADOTTI, 2009). Na FIGURA 2.14 temos dois exemplos de galáxias com bojos bastante nítidos em sua estrutura. Adicionalmente, a FIGURA 2.13 mostra o plano fundamental, com os parâmetros  $R_n$ ,  $\langle \mu \rangle_n$  e  $\sigma_o$  (velocidade de dispersão central) e a relação de Kormendy.

### 2.2.3.3. GALÁXIAS ESPIRAIS E LENTICULARES

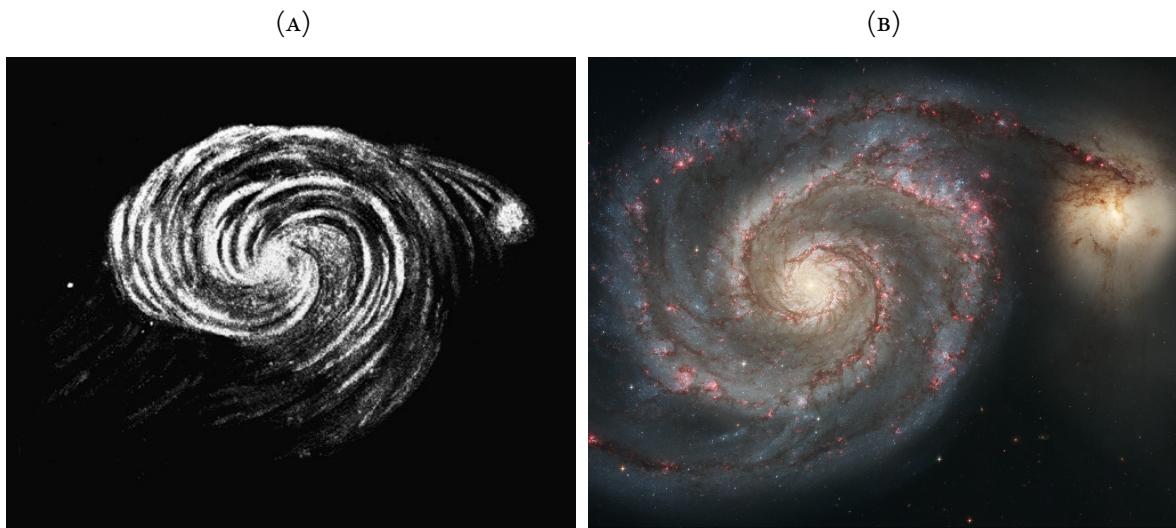
Antes mesmo das galáxias serem conhecidas como se conhece hoje, alguns objetos observados já tinham sido identificados por possuírem uma estrutura espiral. Talvez a primeira pessoa a notar isso tenha sido William Parsons (Lord Rosse) (1800-1867), entre os anos de 1845 e 1850, assim como mostra a FIGURA 2.15 referente à galáxia M51 ou *Whirlpool*.

As galáxias espirais são sistemas físicos mais complexos com relação às elípticas e podem ser en-

---

Pode-se usar tanto  $R_n$  ou  $I_n$  para expressar essa relação em termos da luminosidade total  $L_T$ . Esperava-se que um conjunto de galáxias pudesse popular qualquer região deste espaço, mas isso não ocorre pois as galáxias ocupam uma região próxima ao que se refere de plano fundamental.

FIGURA 2.15: Galáxia M<sub>51</sub>, SAbc. (A): retrato produzido por William Parsons, em 1845. Note que o padrão espiral já era muito bem reconhecido na época pela questão de que M<sub>51</sub> está próxima da Via Láctea. (B): Observação feita pelo Telescópio Espacial Hubble.



Fonte: <<https://commons.wikimedia.org/>>.

Fonte: <<http://hubblesite.org/>>.

contradas em ambientes menos densos, ao contrário das anteriores (ver Subseção 2.2.3.1). Como o próprio nome sugere elas apresentam uma estrutura espiralada - os braços espirais que são sustentados pelo disco. Considera-se que suas origens provenham da *instabilidade do disco* que geram *ondas de densidade*<sup>9</sup>.

Essas morfologias são, em grande parte, achatadas pela questão de que a distribuição estelar no disco possui uma rotação ordenada com relação ao centro. A grande maioria das espirais apresenta um bojo central, podendo contribuir muito ou pouco para a luminosidade total. Hubble (HUBBLE, 1926) já havia apontado que estudar essa propriedade física é importante para a classificação das galáxias espirais e também das lenticulares. Quantifica-se isso por meio da razão  $\xi_{BD}$  (ver Seção 3.3 do Capítulo 3 e equação (3.10)). O intervalo de valores para  $\xi_{BD}$  é grande e tem uma certa correlação com a passagem das galáxias *early-type* para as *late-type* no esquema de Hubble. Para as Sa's (e as S<sub>a</sub>'s), barradas ou não os bojos são luminosos e  $\xi_{BD} \sim 1.0$ , contribuindo com metade da emissão total de luz. Já as morfologias Sb possuem essa razão em torno de  $\sim 0.3$  (M<sub>31</sub> por exemplo), que decresce para  $\sim 0.1$  (M<sub>33</sub> por exemplo) nos estágios Sc e Sd. Exemplos de bojos intensos e tênues são apresentados em FIGURA 2.14 e FIGURA 2.16, respectivamente. São raros os casos em que  $\xi_{BD}$  é maior do que  $\sim 2.0$ , já que o disco, por possuir uma grande extensão volumétrica, armazena grande parte da luminosidade<sup>10</sup>.

Os bojos existentes nessas galáxias possuem tamanhos físicos variando de  $R_b \sim 100\text{pc}$ , até alguns

<sup>9</sup>Esse é um estudo recente podendo ser consultado, por exemplo, em (CONTOPoulos; SPYROU; VLAHOS, 1994; BERTIN, 1996; EFTHYMIOPoulos; VOGLIS; KALAPOTHARAKOS, 2007; BINNEY, 2008; BERTIN, 2014).

<sup>10</sup>Veja por exemplo a Tabela 2 de (PÉREZ-GONZÁLEZ et al., 2001) e sua Figura 1, referente ao Catálogo UCM.

kiloparsecs. Semelhante às elípticas, podem ser triaxiais ou não e possuir as mesmas características das isofotas de igual intensidade, isto é, serem *boxy* ou *disky*. Da mesma forma, as estrelas não possuem órbitas ordenadas e seguem movimentos com velocidade característica, sendo à de dispersão  $\sigma$  (relembando, BC). Como exemplo, o bojo da Via Láctea possui  $\sigma \sim 100$ km/s e um tamanho da ordem de alguns kiloparsecs (equivale dizer aproximadamente o raio  $R_{90}$ , ver a Subseção 2.3.2.3). Entretanto, há alguns bojos menos luminosos que possuem velocidades de rotação da ordem de até  $\sim 100$ km/s (PB).

A curva de luz  $I_s(R)$  de galáxias espirais são bem descritas pela soma de componentes bojo e disco. Inicialmente, utilizava-se um perfil de Freeman ( $n_d = 1$ ,  $R_d$ ,  $I_d$ ) e um perfil de Vaucouleurs ( $n_b = 4$ ,  $R_b$ ,  $I_b$ ),  $I_s(R) \propto (e^{-R} + e^{-R^{1/4}})$ , mas, atualmente, considera-se o caso geral de Séric para este último. Veja a equação (4.3). Porém, é importante deixar claro que a curva de luz da componente externa não descreve a distribuição de luz nos braços espirais, e sim uma média da sobreposição de sua luminosidade com a do disco<sup>11</sup>. Mas como os braços espirais são uma perturbação deste, considerar o estudo da curva de luz como uma sobreposição de ambas as componentes traz informações importantes e fidedignas. Essa é uma metodologia que vem sendo desenvolvida há alguns anos e se chama *decomposição bojo-disco*. Apenas com um contraponto, a soma de componentes bojo+disco em partes mais externas de algumas galáxias espirais pode não descrever completamente a curva de luz. Ocorre que nessas regiões, o decrescimento da intensidade apresenta uma mudança abrupta e é mais acentuada que  $r^{1/4}$  (falta de luz). Geralmente essa região é indicada como  $R_{\max} = \alpha R_d$  em que  $\alpha$  pode assumir valores entre 2.5 e 4.5 (MO; BOSCH; WHITE, 2010).

Como veremos no Capítulo 4, quantidades intrínsecas “efetivas”, tal como  $R_{n_{\text{ef}}}$ ,  $I_{n_{\text{ef}}}$  e  $n_{\text{ef}}$ , também podem ser utilizadas, com uma certa limitação para representar ambas as componentes. Isto é, usa-se somente um perfil para descrever a curva de luz (vide equação (4.1)) e portanto será investigado isso em nossas imagens sintéticas para verificar até que ponto se pode aplicar essa metodologia. Devido a isso, galáxias espirais e S0's possuem um *índice de Séric efetivo*  $n_{\text{ef}}$  abrangendo um grande intervalo, desde  $n_{\text{ef}} \sim 0.5$  até  $n_{\text{ef}} \sim 10$ , mas que depende é claro de  $n_b$ .

Para espirais de menor luminosidade, os raios característicos possuem valores típicos de até  $R_d \sim 10$ kpc. Já para as mais brilhantes,  $M_B \lesssim -19.0$  (ou  $L_B \lesssim 6 \times 10^9$ ),  $R_d$  é maior que isso e geralmente  $\sim 25$ kpc. A nossa própria galáxia possui  $R_d \sim 8.0$  kpc (SPARKE S. LINDA, 2007). É claro que essas dimensões espaciais dependem da banda em que o objeto é observado, por exemplo em comprimentos de onda mais curtos  $R_d$  tende a ser maior já que estrelas azuis (ou mais jovens) estão dispostas em regiões mais externas do disco. Visualmente, observa-se isso nas figuras FIGURA 2.4A e FIGURA 2.14.

<sup>11</sup>Uma descrição da curva de luz dos braços espirais ainda continua sendo um foco de pesquisa, mas veja por exemplo (SERNA, 1997)

FIGURA 2.16: Galáxias espirais com a componente bojo tenuíssima.

(A) NGC 6946, SAc e *grand-design*.Fonte: [\(http://www.capella-observatory.com/\)](http://www.capella-observatory.com/).

(B) NGC 300, SAd.

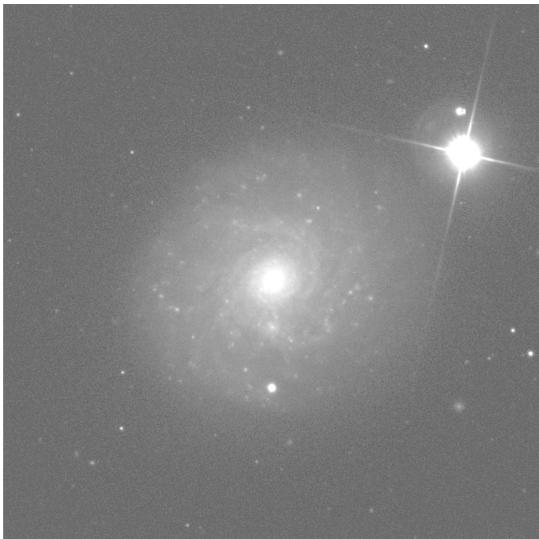
Fonte: [\(https://cdn.eso.org/\)](https://cdn.eso.org/).

A grosso modo, pode-se concluir que galáxias espirais de alta luminosidade são maiores mas, a correlação pode não ser tão boa a ponto de que o brilho superficial do disco diminui com o aumento de  $R_d$ , já que a luminosidade se distribuirá em uma área  $\pi R_d^2$  cada vez maior (veja essa mesma discussão nas Subseções 4.2.3 e 4.2.4 do Capítulo 4). Tais objetos são classificados como objetos de *baixo brilho superficial LSB* (*low surface brightness*). Um exemplo desta morfologia, alta luminosidade, grande extensão radial e baixo brilho superficial é a galáxia Malin I<sup>12</sup>, veja a FIGURA 2.17A . De qualquer forma não se considera, na maioria dos casos, que esses objetos possuem alta luminosidade.

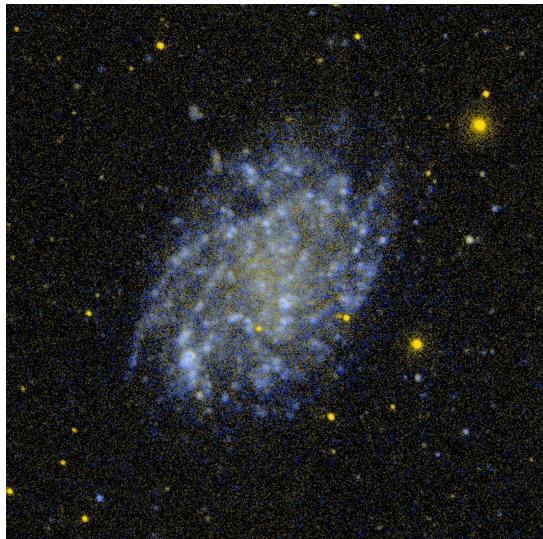
É importante atender a outro ponto de vista com relação à forma como se observam as galáxias espirais. Elas podem estar dispostas de maneira *face-on*, o plano em que o disco está contido possui o vetor normal paralelo à linha de visada (na equação (3.4),  $i = 0$ ), de maneira *edge-on* em que o vetor é perpendicular ( $i = \pi/2$ ), e também *inclinadas* em que  $i$  está entre  $0$  e  $\pi/2$ . Em especial no primeiro caso, propriedades que podem ser estudadas com detalhes são as regiões de formação estelar, a estrutura dos braços espirais e a presença da barra ou não. Já o segundo caso de observação proporciona o estudo detalhado da espessura do disco e da *curva de rotação*  $V(R)$  da galáxia. Observando-se galáxias *edge-on* permitiu identificar que na verdade há duas estruturas: um disco pouco espesso e tenuíssimo e outro que é mais espesso com maior luminosidade em relação ao anterior. Permitiu-se, além de uma estrutura planar, caracterizar uma *estrutura vertical*. É comum tomar o eixo  $z$ , indicando essa direção com uma distribuição de luz denotada por  $f(z)$ . Em maior parte das galáxias, essa componente independe da distância  $R$  de um ponto no plano do disco. Em outras palavras, da distância até o eixo  $z$ . É comum

<sup>12</sup>Malin I é considerada uma das maiores galáxias espirais já conhecidas (SPARKE S. LINDA, 2007).

FIGURA 2.17: Exemplo de galáxias de baixo brilho superficial. (A): Malin I na banda  $r$ , uma das maiores espirais já conhecidas. Possui uma grande extensão radial  $R_d \sim 92\text{kpc}$  e brilho superficial muito tênu. Observe que o fundo da imagem quase é comparado à componente disco em grande parte de sua área. (B): NGC 45. Também outra galáxia espiral de baixo brilho superficial. Imagem no ultravioleta.

(A) Malin I, SAB $a$ .

(B) NGC 45, SA(s)dm.



Fonte: [\(http://dr12.sdss3.org/\)](http://dr12.sdss3.org/).

Fonte: <https://upload.wikimedia.org>

descrever  $f(z)$  como (MO; BOSCH; WHITE, 2010)  $f_g(z) = \operatorname{sech}^{z/g} \left( \frac{g|z|}{2h} \right)$ , em que  $g$  fornece a forma da curva de luz vertical em  $z = 0$  e  $h$  é o *tamanho de escala vertical*. Devido à existência de muita poeira nas regiões centrais (a seguir), é um desafio determinar um valor fiel para  $g$ . Não são indicados detalhes aqui<sup>13</sup>. Observa-se que em média o fator  $h$  é da ordem de um décimo menor do que  $R_o$ , ou  $h \sim 0.06 \times R_d$ .

Esses dois tipos de discos são identificados por duas características distintas: os de *população I* (PI) e *população II* (PII). Os PI são aqueles menos espessos,  $h \sim 350\text{pc}$ , com estrelas possuindo órbitas com pouco desvio em relação a um movimento circular e são geralmente jovens. Também o *conteúdo gasoso* (em sequência) no meio interestelar é mais “frio”<sup>14</sup> e moléculas orgânicas estão presentes. Para aqueles que são PII, as órbitas possuem um maior desvio de órbitas circulares e portanto são dinamicamente “quentes” (o meio interestelar). Dessa maneira a distribuição é mais espessa,  $h \sim 1350\text{pc}$  e se constitui de estrelas mais velhas. Chamou-se esse disco de *thick disc*, detalhes em (GILMORE; REID, 1983).

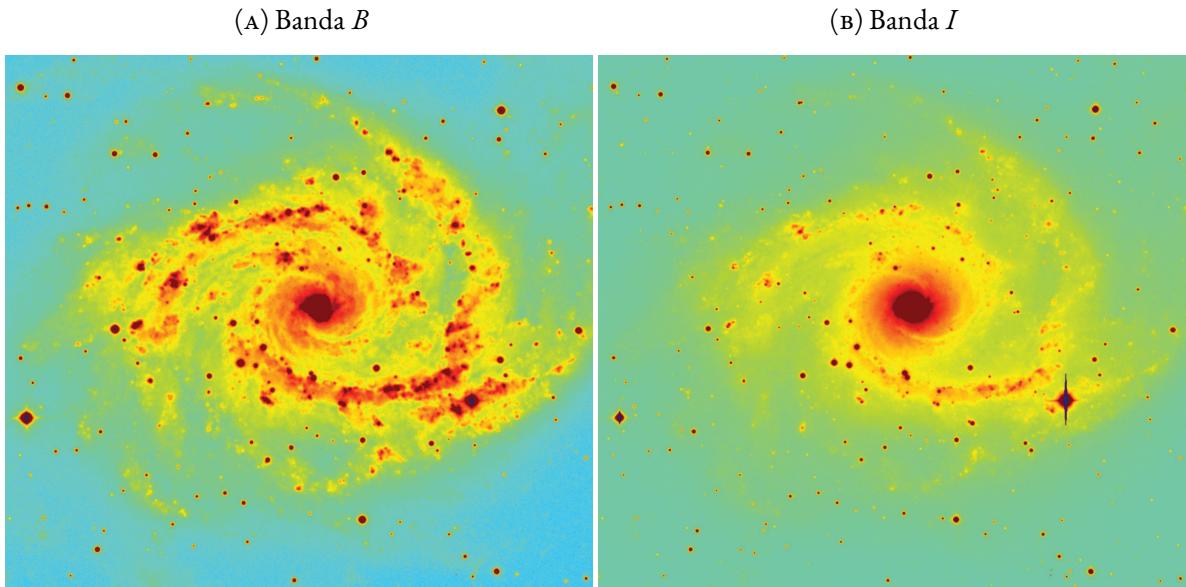
<sup>13</sup>Em alguns casos a estrutura vertical também é descrita por uma dupla lei exponencial de tal forma que se escreve (PHILLIPPS, 2005; SPARKE S. LINDA, 2007)

$$\xi(r, z) = g_o e^{-R/R_o} e^{-|z|/h}. \quad (2.17)$$

A intensidade central pode ser expressa como  $I(o) = 2h\xi_o$ .

<sup>14</sup>No sentido de uma distribuição estatística, Maxwell-Boltzmann por exemplo.

FIGURA 2.18: Galáxia NGC 2997, SA(s)c, nas bandas  $B$  e  $I$ . As imagens são um mapa de cor falsa para realçar as estruturas. Observe nitidamente que os braços espirais emitem muito mais em curtos comprimentos de onda enquanto o bojo emite mais para longos.



Fonte: [\(https://ned.ipac.caltech.edu/\)](https://ned.ipac.caltech.edu/), *Danish Telescope*.

Galáxias espirais apresentam grandes quantidades de gás. A maior parte está contido no disco (meio interestelar e braços), em forma de hidrogênio atômico neutro HI e hidrogênio molecular HII. O último (gás quente) é o responsável por basicamente formar novas estrelas e se concentra nos braços, já para HI (gás frio) representa mais o meio interestelar e também se estende à grandes distâncias da galáxia. A quantidade de HI nos discos é grande e pode atingir  $\sim 10^{10} M_{\odot}$  fazendo com que predomine mais do que a quantidade de HII. Os braços são significativamente mais azulados do que o disco em si devido ao acúmulo de gás e poeira. A população estelar que predomina ali são as azuis, isto é, a emissão de luz em comprimentos de ondas mais curtos. Esta é uma propriedade característica dos braços, em que a formação de novas estrelas é um processo que ocorre devido às ondas de densidade que se propagam ao longo do disco.

Para quantificar a diferença de cor de uma galáxia, isto é, identificar a região do espectro em que mais é emitida a luz, usa-se geralmente a quantidade  $B - V$ <sup>15</sup>, que é a diferença entre as magnitudes aparentes, ou absolutas,  $m_B$  na banda do azul  $B$  e do visível  $V$ ,  $m_V$ . Essa diferença independe da distância  $d$  até o objeto (equação 2.9),

$$B - V = m_B - m_V = M_B - M_V. \quad (2.18)$$

<sup>15</sup>O sistema padrão para os filtros de luz é o  $UVB$ ,  $U$  é o ultravioleta. Mas demais podem ser usados, como o do infravermelho  $I$ , que foi citado na FIGURA 2.18, entre outros.

FIGURA 2.19: Exemplos de galáxias espirais “floculentas”.

(A) NGC 4414, SA(rs)c.

Fonte: <http://hubblesite.org>.

(B) NGC 7793, SA(s)d.

Fonte: <https://upload.wikimedia.org>.

Como as espirais podem ter bojos tênues ou nítidos, espera-se que suas cores variem na sequência de Hubble em questão que  $\xi_{BD}$  diminui das *early* para *late-types*. Isso ocorre e sistemas Sa’s e Sb’s são mais avermelhados,  $B - V \sim 0.9$  enquanto os Sc e Sd são mais azulados  $B - V \sim 0.5$ , sendo que neste último caso o espectro típico é característico de estrelas O e B. É nas morfologias Sc e Sm que se identificam as galáxias chamadas de *starbusts*, sistemas em uma recente e intensa atividade de geração de novas estrelas (muitas foram geradas em menos de 1 giga anos). A fim de exemplificar a relação entre uma galáxia ser “azulada” e “avermelhada”, considere a FIGURA 2.18, onde se mostra a galáxia NGC 2997 nas bandas  $B$  e  $I$ . Observa-se que há uma maior emissão de luz em  $B$  do que em  $I$  nas partes externas que se referem aos braços, enquanto que no bojo a emissão maior é no infravermelho. Como os braços espirais são ausentes nas lenticulares, não há acúmulos de gás significativos para originar regiões de formação estelar. A população de estrelas jovens é baixa e assim esses sistemas emitem em maior parte nos comprimentos de onda mais longos.

Outra classe de espirais são aquelas denominadas por *grand design* caracterizadas por possuírem uma estrutura espiral que emana de regiões simetricamente opostas bem centrais. São compostas principalmente por dois braços bem estruturados, estendendo-se até grandes distâncias radiais. Neste tipo a barra pode ou não estar presente. Exemplos dessas morfologias são as galáxias M101, NGC 628 FIGURA 2.20 e NGC 6946, FIGURA 2.16. Em oposto as *grand design*, existem sistemas que são denominados por *floculentos*, em que sua característica é que os braços não são contínuos, isto é, são compostos por vários remanescentes espirais descontínuos. Exemplos desses sistemas são as galáxias M101 FIGURA 2.20A, NGC 4414 e NGC 7793, FIGURA 2.19. Ainda há uma classe de espirais classificadas

FIGURA 2.20: Galáxias do tipo *grand design*.(A) M101 (ou *Pinwheel Galaxy*), SAB(rs)cd.Fonte: [⟨http://www.robgendlerastropics.com⟩](http://www.robgendlerastropics.com).

(B) NGC 628, SA(s)c.

Fonte: [⟨http://i.imgur.com⟩](http://i.imgur.com).

como *espirais Magellanicas*, possuindo a forma da galáxia Grande Nuvem de Magalhães. Nessas os braços espirais são geralmente deformados e frequentemente são consideradas uma transição entre as espirais e as galáxias irregulares.

Além do bojo e disco, mais da metade das galáxias espirais ou lenticulares apresentam uma barra (PHILLIPPS, 2005) (lembrando as SB-a-b-c-d e SB $\sigma$ ). Em galáxias *early-type* barradas, esta componente parece coexistir com o bojo. Sua forma se parece muito com uma estrutura alongada e retangular, de modo que suas curvas isofotas apresentam o mesmo padrão. Em certa aproximação, o movimento desta estrutura literalmente possui um comportamento semelhante ao de um corpo rígido e que, às vezes, caracteriza-se por uma *velocidade padrão*  $\Omega_p$  (BINNEY, 2008).

Mencionando o índice de Sérsic, geralmente os valores que são obtidos para  $n$  de uma barra (denotase por  $n_{bar}$ ) estão no intervalo de  $\sim 0.5$  até  $\sim 1.0$ . Veremos na Subseção 3.2.1 do Capítulo 3 que é preciso utilizar superfícies generalizadas, equação (3.2), para descrever essa estrutura (ATHANASSOULA et al., 1990), no qual o parâmetro  $c$  que fornece a forma desta<sup>16</sup>, geralmente está em torno de  $c \sim 2$ . Para o catálogo usado por (GADOTTI, 2009),  $c$  está entre  $\sim 2$  e  $\sim 3,5$  (não considerando  $c = 0$ ). Veja exemplos de galáxias SB na FIGURA 2.4.

Em algumas galáxias disco, há uma outra componente que geralmente é a mais externa dentre as demais, denominada por *halo* e se prolonga a grandes distâncias com relação ao centro. Um panorama atual indica que sua constituição não é somente de estrelas de estágio avançado, mas sim formado por

<sup>16</sup>Formato elíptico, retangular ou triangular, veja a FIGURA 3.4A.

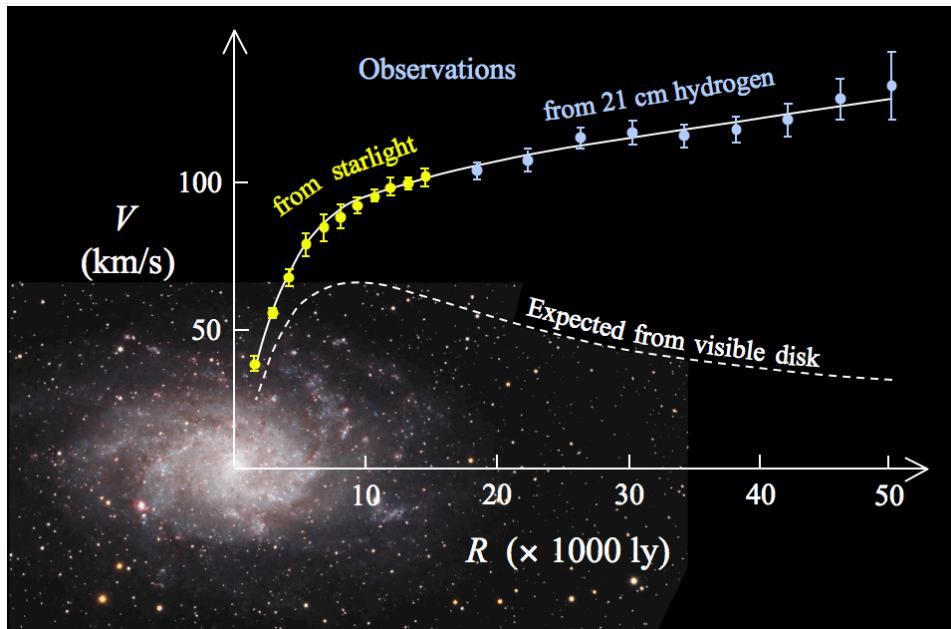
estrelas jovens. Essas, por sua vez, provém de galáxias satélites distribuídas em torno da principal. O brilho superficial de um halo é muito tênue, fazendo com que seja difícil de ser detectado de tal forma que seu estudo é muito recente. Um número estatístico ainda não está estabelecido, já que imagens de alta resolução somente são possíveis de serem extraídas no universo local. Entretanto, espera-se (questão em aberto) que grande parte das galáxias disco apresentem essa componente.

Como já foi apontado anteriormente, as galáxias que possuem um disco possuem movimentos orbitais estelares ordenados, mas de certa forma também toda a matéria que constitui o disco descrevem o mesmo movimento, como, por exemplo, o gás e poeira do meio interestelar. A determinação da *curva de rotação*  $V(R)$  se dá por meio da observação de galáxias *edge-on* ou inclinadas, estudando o *efeito Doppler* nos espectros de várias estrelas ao longo do eixo maior do disco (ao longo de seu plano). Em um dos extremos do disco, o movimento é em direção ao observador, logo têm-se um *blueshift*. Já na outra extremidade ocorre o *redshift*. Nas regiões centrais  $V(R)$  depende da morfologia do bojo, pois quanto maior, mais rapidamente  $V(R) \rightarrow \sim 0$  (também para BC's), já para os menores (e PB's)  $V(R)$  se comporta mais suavemente. O interessante e curioso surge para as regiões mais externas. Se for considerado que o disco possui órbitas de Kepler para o movimento das estrelas, i.e.  $V \propto R^{-1/2}$  (ou  $V^2(R) \propto M(R)/R$  em que  $M(R)$  é a massa total contida até  $R$ ), espera-se que  $V(R)$  tenda a zero para grandes distâncias. Contudo, observationalmente isso não ocorre e a curva de rotação das galáxias tende a ser constante para grandes distâncias, sugerindo então que a massa deve aumentar com  $R$ , veja a FIGURA 2.21. Isso ficou conhecido como *questão da matéria escura*, um tipo de matéria que não interage com a radiação eletromagnética mas que o faz gravitacionalmente atuando então na dinâmica das galáxias. Seu estudo está em pleno desenvolvimento. Não são destacados detalhes aqui.

#### 2.2.3.4. GALÁXIAS IRREGULARES E PECULIARES

Até então não foi mencionado sobre as propriedades físicas das galáxias irregulares e peculiares. A primeira característica existente na maioria das irregulares são as regiões de formação estelar, mas na ausência de braços espirais. Algumas delas podem ser luminosas e, em grande parte, possuem luminosidades semelhantes às *dwarfs*<sup>17</sup>. Neste caso, classificam-se como dI, possuindo baixos valores para o brilho superficial. Quase todas, dentre as esferoidais e irregulares, possuem magnitudes abaixo de  $M_B = -17.0$  e em casos extremos há algumas com  $M_B \sim -8$ . Devido isso, essas morfologias são praticamente detectadas apenas no universo local. No Grupo Local existem cerca de 25 irregulares anãs dI (não satélites) e dSph's (satélites da Via Láctea e de Andrômeda). Exemplos de galáxias irregulares

<sup>17</sup> As *dwarf ellipticals* quase não formam estrelas.

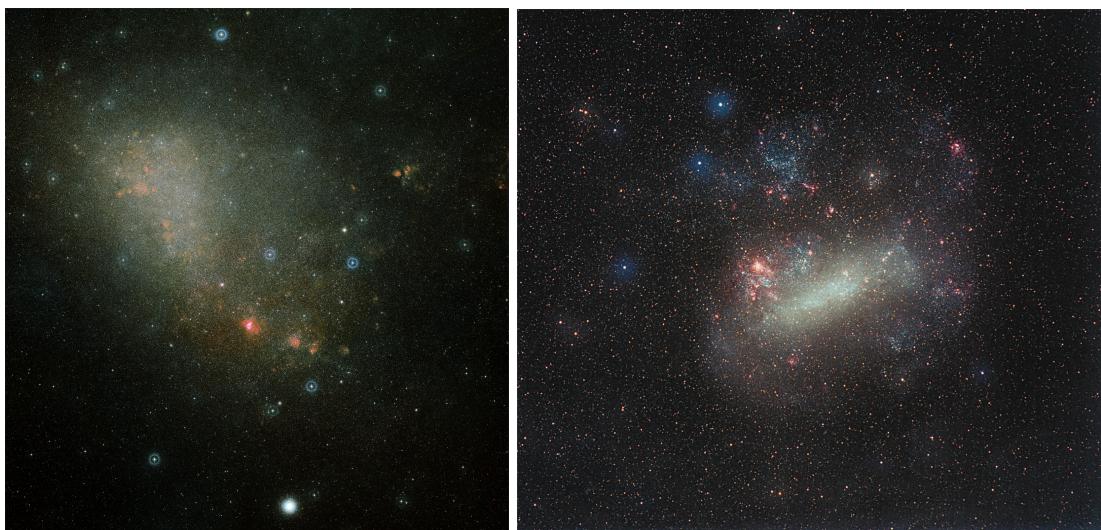
FIGURA 2.21: Curva de rotação  $V(R)$  para a galáxia M<sub>33</sub>.

Fonte: [⟨https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/M33\\_rotation\\_curve\\_HI.gif⟩](https://upload.wikimedia.org/wikipedia/commons/e/ec/M33_rotation_curve_HI.gif).

FIGURA 2.22: Galáxias irregulares, satélites da Via Láctea.

(A) Pequena Nuvem de Magalhães

(B) Grande Nuvem de Magalhães.



Fonte: [⟨http://www.spacetelescope.org/⟩](http://www.spacetelescope.org/).

gigantes do GL são NGC 6822 e IC 10. Ambas possuem  $L_B \sim 10^8 L_\odot$ ,  $M_B \sim -14.5$ . As de baixas luminosidade são GR 8 (ou UGC 8091) e a Anã Irregular de Sagitário, FIGURA 2.23.

Galáxias irregulares podem ser barradas (IBm) ou não (Im). A Grande Nuvem de Magalhães (SBm, mas uma transição para IBm) possui uma grande barra e um disco de tal forma que sua distribuição de luz segue uma lei exponencial. Já a Pequena Nuvem de Magalhães não possui um disco e sua barra cobre

FIGURA 2.23: Exemplos de galáxias irregulares do Grupo Local.

(a) IC 10,



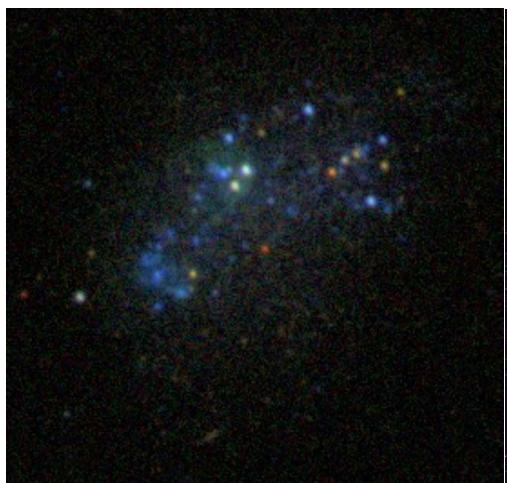
Fonte: [⟨http://www2.lowell.edu⟩](http://www2.lowell.edu).

(b) NGC 6822 (*Barnard's Galaxy*).



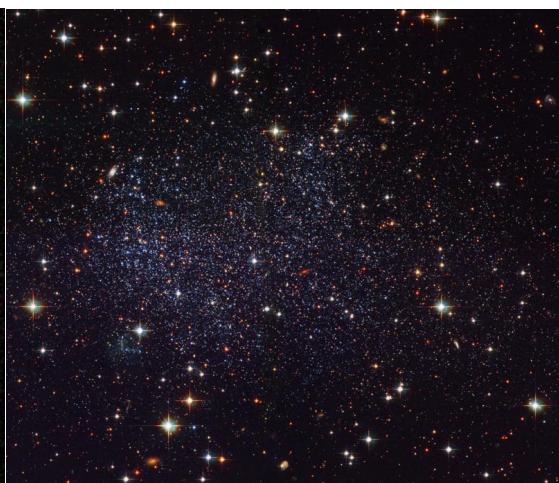
Fonte: [⟨http://www.eso.org⟩](http://www.eso.org).

(c) UGC 08091



Fonte: [⟨http://dr12.sdss3.org/⟩](http://dr12.sdss3.org/).

(d) *Sagittarius Dwarf Irregular*



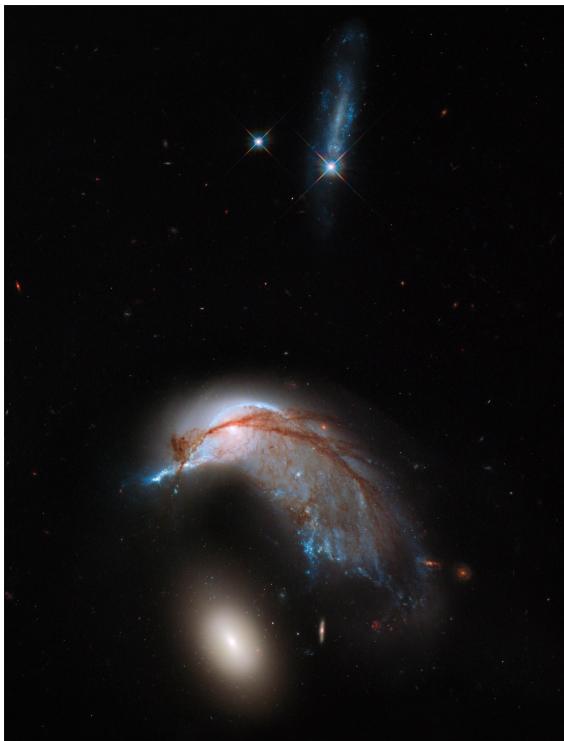
Fonte: [⟨https://en.wikipedia.org/⟩](https://en.wikipedia.org/).

praticamente toda sua extensão espacial. Ambas as galáxias possuem alta concentração de gás, tanto HII para formações estelares que apresentam, quanto HI para o meio interestelar. As propriedades que se encontram nesses dois objetos são encontradas em muitas outras galáxias irregulares.

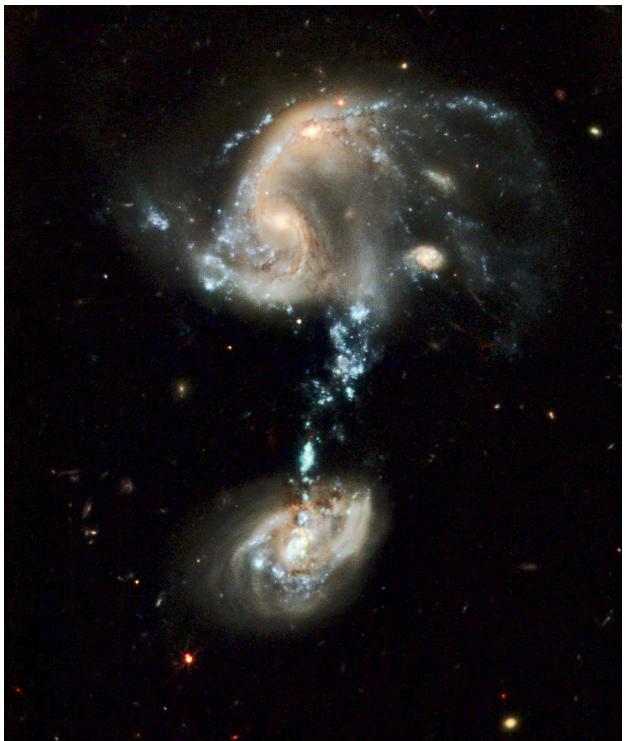
Até então não se assumiu que as galáxias estejam interagindo diretamente entre si, isto é, de forma que afetem suas morfologias. As galáxias *peculiares* são aquelas em que sua atual morfologia é caracterizada por um estado de interação (*merger*) com outra galáxia. Exemplos são apresentados na FIGURA 2.24.

FIGURA 2.24: Exemplos de galáxias peculiares.

(A) Arp 142: NGC 2936 (S $\rightarrow$  I)+ NGC 2937 (E)

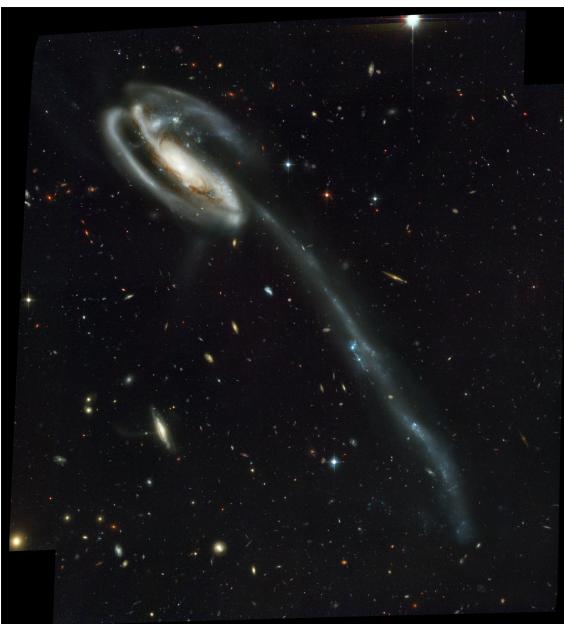


(B) Arp 194 (UGC 6945)

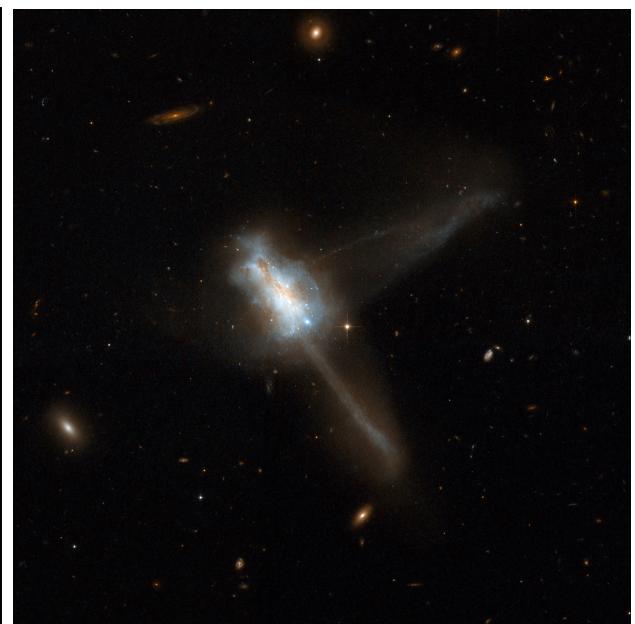


Fonte: [⟨http://www.spacetelescope.org⟩](http://www.spacetelescope.org).

(C) UGC 10214 *Tadpole Galaxy*, SB(s)c.



(D) IC 883, Irr



Fonte: [⟨http://hubblesite.org⟩](http://hubblesite.org).

## 2.3. METODOLOGIA

Nesta seção, serão expostas as principais metodologias utilizadas atualmente para o estudo morfológico de galáxias. Por um lado, têm-se as técnicas que começaram a ser desenvolvidas logo após Hubble e que foram sendo aprimoradas por meio de inúmeras contribuições de pesquisadores. Essas são as *medidas paramétricas*, para as quais se faz o uso de leis empíricas e parâmetros, a fim de descrever os observáveis físicos. Por outro lado, a partir da década de 90, técnicas em que não foi preciso o uso de leis empíricas ou parâmetros foram introduzidas, e denominaram-se de *medidas não paramétricas*. Nas próximas Subseções, serão elencados os elementos desses métodos que são relevantes para esse trabalho<sup>18</sup>.

### 2.3.1. MEDIDAS PARAMÉTRICAS: PERFIS DE BRILHO

Uma maneira de quantificar a diferença entre as várias morfologias é observar como a distribuição espacial de luz varia com relação a diferentes regiões da galáxia. Para este fim, são usados os *perfis de brilho*, sendo esses expressões empíricas matemáticas utilizadas para parametrizar a curva de luz do objeto em questão. Observou-se que existem morfologias de galáxias que apresentam um comportamento distinto, em como a intensidade  $I(R)$  de luz varia como função do raio. Anteriormente foi discutido rapidamente sobre as componentes das galáxias, mostrando que possuem variações em  $I(R)$  distintas e assim uma composição diferente dessas estruturas em uma galáxia gera uma curva de luz característica.

#### 2.3.1.1. PERFIS DE BRILHO DE GALÁXIAS DISCO E ELÍPTICAS

Um dos primeiros trabalhos quantitativos com respeito ao estudo da curva de luz  $I(R)$  de galáxias foi realizado por Gérard de Vaucouleurs ([VAUCOULEURS, 1948](#); [VAUCOULEURS, 1959](#)). Ele empregou uma análise em um certo número de galáxias elípticas, em que utilizava uma expressão equivalente à lei de Sérsic com  $n = 4$  (a seguir), veja a equação (A.27), obtendo uma boa concordância entre o empírico e o observado. Galáxias que apresentam um  $n \sim 4$  são as elípticas gigantes e de alto brilho. Em algumas dessas galáxias, a lei  $R^{1/4}$ , quando extrapolada até regiões mais externas, não descreve toda a curva de luz ali. Em torno de  $\sim 30$  kpc, observa-se que há um *excesso de luz* devido a uma estrutura que se denomina por *envelope*. Esse, por sua vez, pode se estender até cerca de  $\sim 100$  kpc e conter uma fração significativa da luminosidade total.

---

<sup>18</sup>Nem tudo que será exposto desses métodos será utilizado aqui, mas utilizados em trabalhos posteriores.

Assim, estudos detalhados foram sendo realizados para determinar a melhor forma de  $I(R)$ <sup>19</sup> para as galáxias disco e elípticas, mas talvez aquele que se destacou foi o de José Luiz Sérsic. A partir do estudos sobre uma gama de objetos extragalácticos, ele determinou que uma função robusta capaz de descrever a curva de luz de grande parte das galáxias é dada por (SÉRSIC, 1963; SÉRSIC, 1968)

$$I(r) = I_o \exp \left\{ - \left( \frac{R}{R_o} \right)^{\frac{1}{n}} \right\}. \quad (2.19)$$

O parâmetro  $R_o$  é chamado de *raio de escala* e é uma fator que representa o tamanho físico da galáxia,  $I_o$  é a intensidade central da galáxia, (não sendo necessariamente o pixel com a maior intensidade (ver Subseção 2.3.2.1), isto é,  $I(r = 0)$ ) e é chamado de *brilho superficial central*. O parâmetro  $n$  é o chamado *índice de Sérsic* sendo, esse a peça chave de seu trabalho (SÉRSIC, 1963; SÉRSIC, 1968). Valores representativos para  $R_o$  para elípticas típicas são da ordem de algumas unidades de parsec, como citado.

Uma forma equivalente e mais conveniente para os propósitos que virão, é escrever a equação (2.19) da seguinte forma, (CIOTTI; BERTIN, 1999)

$$I(r) = I_n \exp \left\{ -b(n) \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \right\}, \quad (2.20)$$

em que  $R_n$  é a distância até o centro que engloba metade da luminosidade total da galáxia, sendo chamado de *raio de meia luz* ou *raio característico*<sup>20</sup>.  $I_n$  é o *brilho característico* da *isofota* em  $R_n$ , isto é  $I_n \equiv I(R = R_n)$ . Se a galáxia for descrita por uma elipse generalizada (ver Subseção 3.2),  $R_n$  representa o semi eixo maior. O termo  $b(n)$  é uma função de  $n$  dada por (CIOTTI; BERTIN, 1999)

$$b(n) \approx 2n - \frac{1}{3} + \frac{4}{405n} + \frac{46}{25515n^2} + \dots \cong 1.9992n - 0.3271, \quad (2.21)$$

para valores de  $n$  cobrindo uma faixa entre  $\sim 0.5$  e  $\sim 10.0$ , sendo definido de tal forma para que em  $R_n$  tenha-se  $L(R_n) = L_T/2$ . Uma revisão teórica disso é feita no Apêndice A.

Estudos quantitativos também foram executados sobre galáxias disco, i.e espirais, lenticulares e até irregulares. Em 1970, Ken Freeman (FREEMAN, 1970) publicou um trabalho voltado para a análise de galáxias espirais e as  $S_0$ , observando suas componentes disco. Ele obteve que a curva de luz é muito bem representada por uma lei que leva  $n = 1$  no perfil de Sérsic e que ficou conhecida como *lei exponencial*.

<sup>19</sup>Historicamente, o trabalho de Sérsic foi, talvez, o quinto trabalho de impacto nessa questão. Outros pesquisadores como Hubble e Reynolds tinham suas funções para descrever a curva de luz. Já outros como de Vaucouleurs e Freeman, foram trabalhos impactantes e voltados para estudos de morfologias específicas.

<sup>20</sup>Na literatura,  $R_n$  é mais comumente chamado de *raio efetivo*  $R_e$ , mas a fim de não causar ambiguidade com os termos que iremos utilizar no Capítulo 4, adota-se a nomenclatura citada no texto acima.

Galáxias  $S\phi$ , muitas vezes, parecem-se com elípticas mas, a distribuição estelar é mais suave, lembrando um disco. Entretanto, fazer a separação de algumas lenticulares dentre as elípticas, ainda continua sendo um desafio. Freeman também identificou que em média a grande maioria das galáxias que contém um disco possuem o mesmo brilho superficial central  $\mu(0) \approx 21.65$ , essa relação ficou conhecida como *lei de Freeman*.

### 2.3.1.2. PERFIS DE BRILHO DOS BRAÇOS ESPIRAIS

Entender como a luz se distribui ao longo de uma estrutura espiral é uma questão que ainda está em aberto. Braços espirais apresentam certo grau de complexibilidade e não possuem um padrão que migre de galáxia em galáxia (KENNICUTT JR., 1981; KENNICUTT JR.; HODGE, 1982). Isso significa que esta componente não é bem representada por uma função matemática que seja simétrica. Inicialmente muito se tentou o uso da *espiral logarítmica*,

$$R = R_o e^{\phi \kappa(R)} \quad \text{ou} \quad \ln \left( \frac{R}{R_o} \right) = \phi \kappa(R), \quad (2.22)$$

onde  $R_o$  é o raio da espiral que cruza o eixo maior em  $\phi = 0$ . A função  $\kappa(R)$  depende do *ângulo de inclinação (pitch angle)*  $\alpha(R)$  da forma

$$\kappa(R) = \cot[\alpha(R)]. \quad (2.23)$$

A quantidade  $\alpha$  mede o ângulo entre a tangente do braço espiral, em um dado ponto, e a tangente do círculo de raio  $R$  que passa no mesmo ponto. Veja isso na FIGURA 2.25.

Entre outras palavras,  $\alpha$  mede a taxa com que o ângulo  $\phi$  varia em função de  $R$ ,

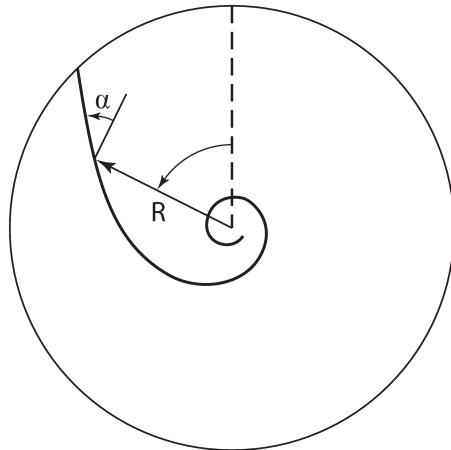
$$\cot[\mu(R)] = R(\phi) \frac{\partial \phi}{\partial R}. \quad (2.24)$$

Para uma espiral logarítmica,

$$\frac{\partial R}{\partial \phi} = \frac{\partial}{\partial \phi} \left[ R_o e^{\kappa(R)\phi} \right] = R_o e^{\kappa(R)\phi} \kappa(R) = R \kappa(R), \quad (2.25)$$

isto é,  $\kappa(R)^2 = 1$  indicando que  $\alpha(R)$  é constante. Entretanto, esse não é o caso para galáxias reais e em

FIGURA 2.25: Relação entre o *pitch angle*  $\alpha$  da curva espiral para uma certa distância radial  $R$  a partir do centro.  $\alpha$  é o ângulo da tangente do círculo de raio  $R$  com a orientação da curva espiral em um dado ponto.



Fonte: Adaptado de ([BINNEY, 2008](#)).

geral se escreve

$$\alpha = \tan^{-1} \kappa \quad (2.26)$$

Um dos critérios de classificação de galáxias espirais do esquema de Hubble é a abertura dos braços espirais, assim espera-se que  $\alpha$  correlacione tom o *T-type*. Isso ocorre, embora com um certo desvio. Para galáxias Sa,  $\alpha \sim 5^\circ$ , para as Sb e Sc  $\alpha \sim 10^\circ - 12^\circ$  e  $\alpha \sim 20^\circ$  para as espirais *late-type*.

Atendemos aqui que essas expressões apenas indicam o formato dos braços espirais. Uma sugestão alternativa para descrever essas componentes foi proposta por ([RINGERMACHER, 2009](#)),

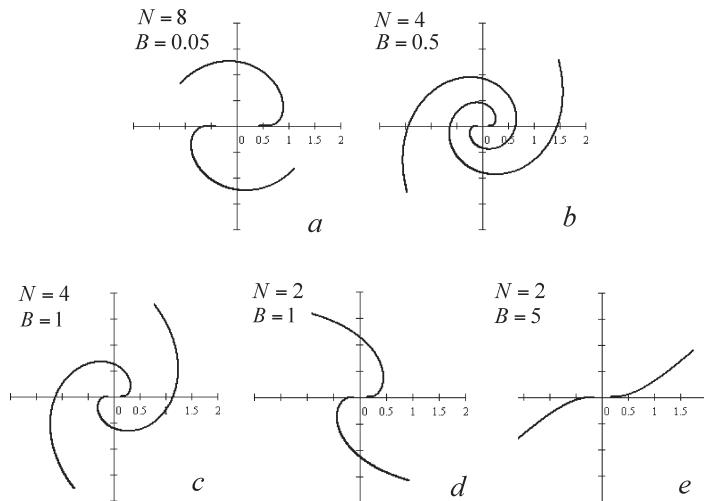
$$\phi(r) = zN \tan^{-1} \left( \frac{e^{A/R}}{B} \right), \quad \phi(r) = zN \tanh^{-1} \left( \frac{e^{A/R}}{B} \right) \quad (2.27)$$

Nas expressões acima,  $A$  é um fator de escala global de toda a estrutura,  $N$  indica o “enrolamento” dos braços espirais, também chamado de *winding number*, e de maneira conjunta com o parâmetro  $B$ , que é uma quantidade que depende de um ângulo de apertura inicial  $\phi_0$  e se relacionam por

$$B = \frac{I}{\tanh \left( \frac{\phi_0}{zN} \right)}. \quad (2.28)$$

Exemplos das curvas paramétricas que essas funções geram são vistas na FIGURA 2.26.

FIGURA 2.26: Curvas paramétricas construídas com a equação da esquerda de (2.27) para alguns valores de  $N$  e  $B$ .



Fonte: Adaptado de (RINGERMACHER, 2009).

### 2.3.2. MEDIDAS NÃO-PARAMÉTRICAS: ÍNDICES MORFOMÉTRICOS

Viu-se na Seção 2.2 que o grande crescimento de dados observacionais forçou a modificação dos esquemas de classificação de morfologias. Depois do lançamento do HST, na década de 90, imagens em alta resolução de objetos próximos foram coletadas, como também foi possível resolver galáxias a grandes distâncias, revelando a existência de que a grande maioria das galáxias existentes conhecidas, não se enquadram nos sistemas de classificação convencionais que se adotava (ver FIGURA 1.2). Isso marcou o início da necessidade da aplicação de técnicas computacionais, motivando pesquisadores a desenvolverem métodos mais robustos para a separação das galáxias entre seus variados tipos, de tal forma que não é preciso a inferência humana para tal.

A partir da década de 90 e até então, vem sendo desenvolvida e aprimorada uma metodologia robusta para a análise das galáxias, o chamado, inicialmente, *sistema CAS* e, posteriormente, *sistema CASGM*, que é constituído pelos seguintes *índices morfométricos*: assimetria  $A$  (ABRAHAM et al., 1994; CONSELICE; BERSHADY; JANGREN, 2000b), concentração  $C$  (KENT, 1985; BERSHADY; JANGREN; CONSELICE, 2000), suavidade  $S$  (CONSELICE, 2003), Gini  $G$  e momento de luz  $M_{20}$  (LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004). Recentemente introduziram-se mais duas novas quantidades ao CASGM, a entropia  $H$  e a espiralidade  $\sigma_\downarrow$  (FERRARI; CARVALHO; TREVISO, 2015). A seguir vai se fazer uma análise desses índices e motivacionalmente relacioná-los fisicamente com as diferentes

morfologias de galáxias que hoje são conhecidas no Universo.

### 2.3.2.1. ÍNDICE DE ASSIMETRIA $A$

O índice de *assimetria A* foi primeiramente introduzido como um índice morfométrico por (ABRAHAM et al., 1994), mas de maneira mais robusta para a classificação de galáxias por (CONSELICE; BERSHADY; JANGREN, 2000b). Como o nome sugere,  $A$  é uma quantidade que estima o quanto assimétrica (mas também simétrica) é uma galáxia. O procedimento é feito por meio da análise de como a luz de um dado objeto se distribui ao longo dos pixeis de sua imagem. Como mencionado ao longo desse trabalho, galáxias que possuem formação estelar emitem luz de regiões mais específicas da galáxia, fornecendo uma característica de inhomogeneidade. Isto é um indicativo que esses objetos tendem a ser assimétricos. Por outro lado, galáxias elípticas e as S0's aparentam ser objetos sem estruturas internas e assim emitem luz de forma mais homogênea, com relação às anteriores e tentam a ser mais simétricas. Veja-se agora como se quantifica a assimetria de uma galáxia.

Para computar  $A$ , a imagem da galáxia é rotacionada por um ângulo  $\phi$  em torno de um eixo (paralelo à linha de visada) que passa pelo centro, e posteriormente subtrai-se o resultado anterior da imagem original. O procedimento é o seguinte: i) com respeito ao ângulo  $\phi$ , este é tomado com sendo  $\phi = 180^\circ$ <sup>21</sup>. ii) Já com relação ao centro da galáxia, essa é uma questão não trivial. Primeiramente, se a imagem não for bem resolvida espacialmente, não se tem uma boa resolução das partes centrais (como também das demais) e obter essa resposta requer uma metodologia. Essa questão, por sua vez, foi o motivo de se utilizar a assimetria para a classificação de galáxias distantes com baixa resolução (ABRAHAM et al., 1994). Uma maneira de se estimar o centro é usar a própria assimetria. Define-se por centro  $(x_o, y_o)$  do objeto em questão aquele que resulta em uma medida de assimetria mínima. Um processo interativo é realizado para se medir  $A$  e quando se obtém o valor mínimo de  $A$  de um respectivo centro, adota-se o como tal.

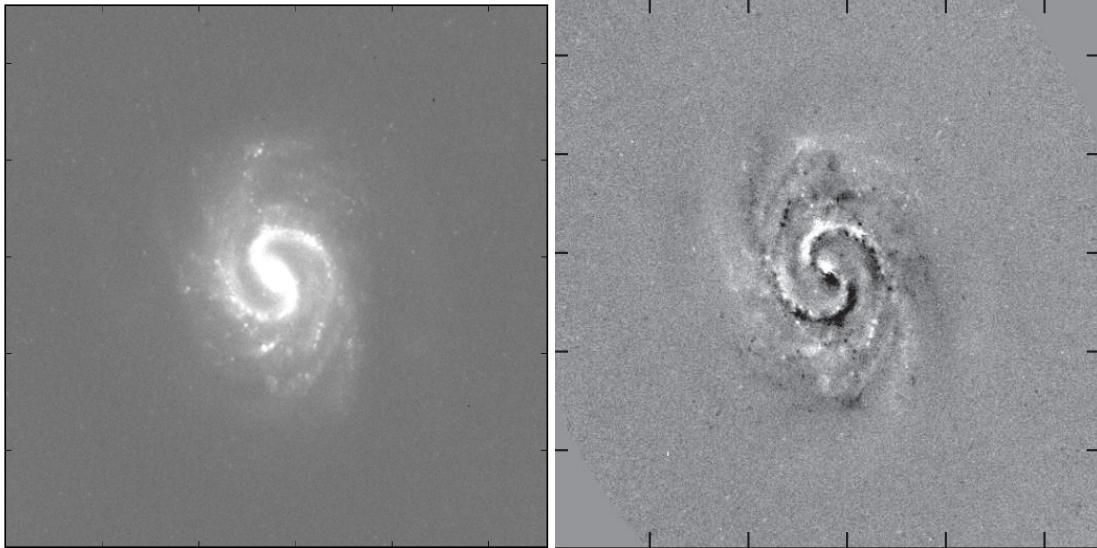
Seja  $I_o$  a imagem original fornecida como entrada, denota-se a sua correspondente rotacionada por um ângulo de  $180$  graus por  $I_{180}$ . Dessa maneira, o *mapa de assimetria*  $I_A$  é dado por

$$I_A = I_o - I_{180}, \quad (2.29)$$

onde é uma imagem que contém as estruturas assimétricas da galáxia. Exemplifica-se isso na FIGURA

<sup>21</sup>O uso deste, ao invés de outro, por exemplo  $\phi = 90^\circ$ , é devido basicamente a correlação que há entre  $A_{180}$  com os índices de cor. Apesar disso,  $A_{90}$  pode ser utilizado para estimar a elipticidade da galáxia. Uma discussão disso é apresentada em (CONSELICE; BERSHADY; JANGREN, 2000b).

FIGURA 2.27: A imagem da esquerda é a original, enquanto a da direita representa o mapa de assimetria. Para este caso,  $A_I = 0.616$ . Galáxia NGC 4535, na banda  $r$ . Catálogo Frei (<http://www.zsolt-frei.net/catalog.htm>).



Fonte: Elaborado pelo autor.

[2.27](#). Além do mapa de assimetria, há o interesse no valor de  $\mathcal{A}$  que a quantifica para uma dada galáxia. A maneira de se determiná-lo é por meio da operação anterior executada pixel a pixel entre as imagens original e rotacionada, em que geralmente utiliza-se a expressão<sup>22</sup>

$$\mathcal{A} = \frac{\sum |I_o - I_{180}|}{\sum |I_o|}, \quad (2.31)$$

em que se normaliza  $\mathcal{A}$  sob a soma da intensidade de todos os pixels de  $I_o$ . Esse, na verdade, não é o valor que se utiliza para a assimetria, pois ainda deve-se incluir a correção que leva em conta o ruído da imagem. Para isso, uma medida de assimetria também é realizada sobre o fundo (original  $B_o$  e rotacionado  $B_{180}$ ) na região espacial que não pertence à galáxia, se aplicando o mesmo procedimento do centro para se encontrar uma assimetria mínima. Portanto, o resultado final é

$$\mathcal{A}_{abs} = \min \left( \frac{\sum |I_o - I_{180}|}{\sum |I_o|} \right) - \min \left( \frac{\sum |B_o - B_{180}|}{\sum |B_o|} \right), \quad (2.32)$$

---

<sup>22</sup>A assimetria apresentada acima é chamada de absoluta (abs). Além dela, também pode-se utilizar a assimetria das diferenças quadradas (rms)(CONSELICE, 2014),

$$\mathcal{A}_{rms} = \sqrt{\frac{\sum (I_o - I_{180})^2}{\sum I_o^2}}. \quad (2.30)$$

com a normalização sob  $I_o$ , e não em  $B_o$  (já que  $\sum |B_o| \sim o$ ).

Uma modificação na maneira com que a assimetria é medida, foi apresentada por (COUGO; FERRARI, 2013; FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015), de tal forma a reduzir os efeitos negativos que o ruído pode trazer no cômputo de  $A$ , utilizando

$$A_2 = I - r(I, I_{180}) \quad (2.33)$$

e

$$A_3 = I - s(I, I_{180}), \quad (2.34)$$

em que  $r()$  e  $s()$  são os coeficientes de correlação de Pearson e de Spearman, respectivamente. A justificativa em se utilizar essas assimetrias é que esses coeficientes de correlação são muito próximos de zero para o ruído, especialmente  $A_3$ . Assim pixeis com valores randômicos não contribuem para  $A_2$  e  $A_3$ .

Algumas propriedades que a assimetria pode informar com respeito as galáxias são: i) regiões de formação estelar e é significativa em braços espirais. Essa, por sua vez, apresenta uma correlação com a cor em que a radiação é emitida. Em regiões de formação estelar, a luz emitida em maior quantidade se dá na banda azul; ii) *assimetria axial* que indica a diferença de distribuição de matéria com relação aos lados opostos do centro da galáxia; iii) indica também se a galáxia está em interação com o meio, devido à atração gravitacional que é chamada de *assimetria dinâmica*.

Alguns valores para a assimetria são  $A \sim 0.03$  para galáxias elípticas próximas. Espirais estão em torno de  $0.07$  e  $0.2$  e para as que estão em interação com o meio têm-se,  $A \sim 0.32$ . Nos modelos sintéticos que criaram-se nesse trabalho,  $A$  por enquanto não será um parâmetro utilizado para análise, pois possuem assimetrias quase nulas, já que são modelos idealizados do que é observado.<sup>23</sup>

### 2.3.2.2. QUANTIDADES PETROSIANAS

Em 1976, Vahé Petrosian desenvolveu um trabalho voltado para o estudo da evolução de galáxias e na determinação de parâmetros cosmológicos, a partir dos quais se fazia o uso do brilho superficial aparente de galáxias em alto redshift (PETROSIAN, 1976). Nele, Petrosian definiu e utilizou uma quantidade  $\eta(R)$  que representa a queda da intensidade  $I(R)$  da curva de luz em um certo raio da galáxia, por um fator a ser definido. Atualmente se chama  $\eta(R)$  de *função Petrosiana* e é utilizada em

---

<sup>23</sup>Espera-se dar continuidade a esse trabalho e incluir nele a assimetria nas análises, com a geração de modelos assimétricos de galáxias.

morfometria para o estudo da distribuição de luz e extensão das galáxias. É definido como sendo a região espacial da projeção radial  $R$  da galáxia em que o inverso da razão entre  $I(R)$  ali e a média da intensidade em  $R$ ,  $\langle I \rangle_R$ , atinge um certo valor  $\eta(R)$  (dependente de  $R$ ), isto é,

$$\eta(R) \equiv \frac{\langle I \rangle_R}{I(R)}. \quad (2.35)$$

A média da intensidade  $\langle I \rangle_R$  é por definição a integral de  $I(R)$  na área projetada de raio  $R$  dividida pela área total  $A = \pi R^2$ ,

$$\langle I \rangle_R = \frac{I}{\pi R^2} \int_0^R I(r)(2\pi r)dr = \frac{L(R)}{\pi R^2}. \quad (2.36)$$

A diferença entre  $\langle I \rangle_R$  e  $\langle I \rangle_n$  é simplesmente que  $\langle I \rangle_n$  é computada em  $R_n$ . Na definição de  $\eta(R)$  acima adotou-se a convenção de (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015)<sup>24</sup>. Um valor bastante utilizado para  $\eta(R)$  corresponde à região petrosiana em que

$$\eta(R_P) \equiv \eta_o = \varsigma \cdot o, \quad (2.37)$$

onde  $R_P$  é o *raio Petrosiano* em questão. O valor de  $\eta(R)$  varia de  $\eta(o) = 1$  até  $\eta(\infty) = o$ . É importante apontar que  $\eta(R_P)$  independe de qualquer modelo teórico para descrever a curva de luz de uma galáxia, é assim uma medida não paramétrica e utilizada para representar a extensão espacial de uma galáxia. (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) e outros utilizam  $2R_P$  para a região que delimita os extremos. Com certeza, se se utilizar  $R = 2R_P$  na luminosidade  $L(R)$ , isto é  $L(2R_P)$ , apresenta-se á um deficit com relação à luminosidade  $L_T$  obtida integrando-se o perfil de Sérsic até  $R \rightarrow \infty$ , veja (A.12) e (A.13). A razão  $L_T/L(2R_P)$  é mostrada na FIGURA 2.28 como função da forma da curva de luz. Na maioria dos casos, essa “perda” da luz não é significativa para o estudo das quantidades morfométricas e estruturais de uma galáxia, mas quando necessário, correções para essa questão podem ser encontradas em (GRAHAM et al., 2005).

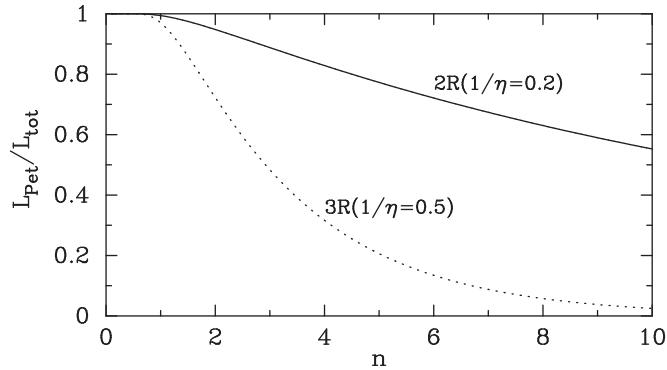
### 2.3.2.3. ÍNDICE DE CONCENTRAÇÃO $C$

Talvez uma das primeiras tentativas de se estabelecer medidas não paramétricas esteja atribuída a William Wilson Morgan (MORGAN, 1958; MORGAN, 1959), em que ele quantificou relações com

---

<sup>24</sup>Outros autores costumam também definir  $\eta(R)$  como  $\eta(R) = \frac{I(R)}{\langle I \rangle_R}$ , e assim (2.37) é escrita como  $\eta^{-1}(R_P) = \varsigma \cdot o$ . Da mesma forma, outros também utilizam  $\varsigma R_P$  ao invés de  $2R_P$ .

FIGURA 2.28: Razão entre a luminosidade da galáxia calculada em  $2R_P$  e a luminosidade total com  $R \rightarrow \infty$ .



Fonte: Adaptado de (GRAHAM; DRIVER, 2005).

a concentração de luz no centro de algumas galáxias com os tipos espectrais de estrelas contidas ali. Apesar disso, isso foi feito de forma visual e não se havia auxílio de computadores. Posteriormente voltou-se a utilizar  $C$  (KENT, 1985; ABRAHAM et al., 1994; BERSHADY; JANGREN; CONSELICE, 2000)<sup>25</sup> como uma quantidade não paramétrica. Ela é determinada pela razão entre os raios de aberturas circulares que contenham uma certa porcentagem da luminosidade total da galáxia. Para o cômputo de  $C$ , utiliza-se um raio interno  $R_i$  e um externo  $R_j$ , sendo assim uma forma de comparar a fração da luz contida entre regiões internas com relação a regiões externas, e vice versa. Convencionalmente, toma-se o logaritmo ( $\log_{10}$ ) dessa razão e assim temos (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015)

$$C_{ij} = \log_{10} \left( \frac{R_j}{R_i} \right). \quad (2.38)$$

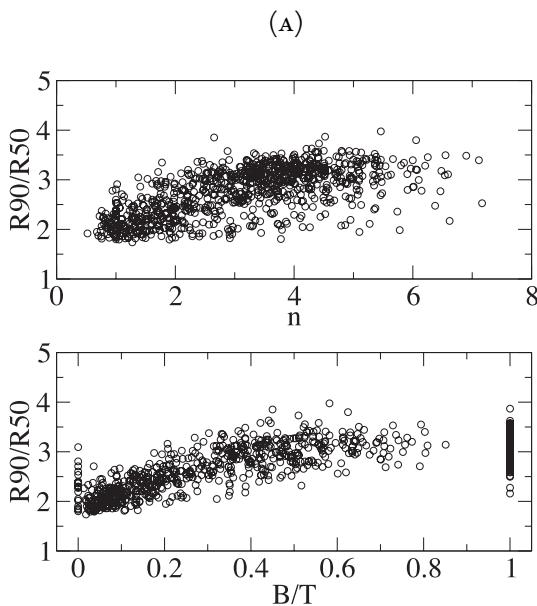
Inicialmente (KENT, 1985) utilizou o seguinte índice de concentração,

$$C_{28} = 5 \log_{10} \left( \frac{R_{80}}{R_{20}} \right), \quad (2.39)$$

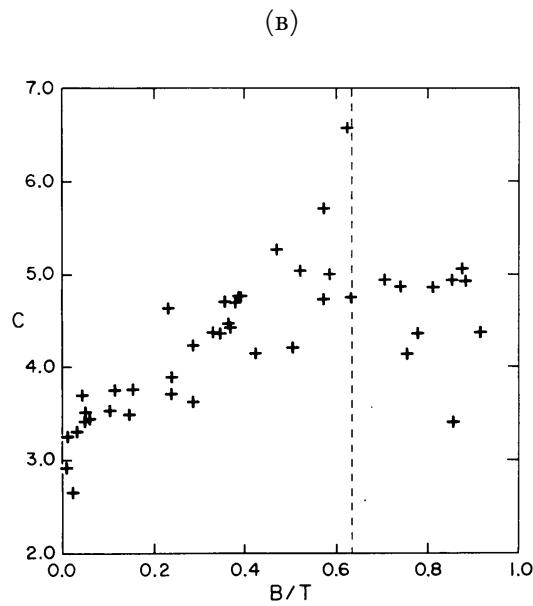
em que  $R_{80}$  contém 80% da luminosidade total, i.e.  $L(R_{80}) = 0.8 \times L_T$ , e  $R_{20}$  contém 20% de  $L_T$ . A escolha de um raio externo não tão próximo do limite da extensão da imagem é para reduzir efeitos que o ruído pode vir a trazer para  $C$ , e um raio interno não tão próximo do centro evita que o efeito de *seeing* e a PSF atue nos resultados. Mas, mesmo assim, a escolha de  $R_i$  e  $R_j$  ainda é arbitrária, por exemplo (GADOTTI, 2009; GRAHAM et al., 2005) utilizam  $R_{90}$  e  $R_{50}$  como raios externos e internos, respectivamente.

<sup>25</sup>Esses trabalhos não são os únicos e outros podem ser encontradas nas referências dos citados aqui.

FIGURA 2.29: Relações entre a concentração  $C$  com o índice de Sérsic  $n$  e a razão  $\xi_{BT}$ . FIGURA (A): no gráfico superior temos a relação entre a concentração  $C_{s9}$  e  $n$  obtida em um catálogo de  $\sim 1000$  galáxias por (GADOTTI, 2009). No gráfico inferior temos a relação (mais nítida) com  $\xi_{BT}$ . Observamos que em  $\xi_{BT} \sim 0.6$  ocorre uma saturação para a concentração e algo semelhante irá surgir em nossos resultados no Capítulo 4. FIGURA (B): Relação entre o índice concentração  $C_{28}$ , equação (2.39), e  $\xi_{BT}$ . Observamos também a região de saturação em que está marcado por uma linha vertical pontilhada em  $\xi_{BT} = 0.63$ . Ela indica o ponto em que a decomposição bojo disco é ineficiente.



Fonte: Adaptado de (GADOTTI, 2009).



Fonte: Adaptado de (KENT, 1985).

Hoje já se conhece bem uma forte relação entre o índice de Sérsic  $n$  e a concentração. Por um lado, podemos determinar uma função  $C(n)$  através da lei de Sérsic (veja por exemplo (TRUJILLO; GRAHAM; CAON, 2001; GRAHAM; DRIVER, 2005; FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015)). Já por outro, mostrou-se observationalmente que  $C$  correlaciona com  $n$ , como se pode observar na FIGURA 2.29A extraída de (GADOTTI, 2009). Também, observou-se um comportamento semelhante correlação entre  $C$  e a razão bojo/total  $\xi_{BT}$ , veja a FIGURA 2.29B e novamente FIGURA 2.29A, em que se observa um comportamento semelhante com aquele de  $n$ . Adiantando um dos resultados deste trabalho, a concentração é sensível à adição ou não de uma segunda componente como, por exemplo, o disco.

Galáxias elípticas brilhantes, como as CD's, tendem a ser mais concentradas do que as de luminosidade mais baixa. Também há o caso de galáxias espirais que apresentam um bojo central intenso, de tal forma que a contribuição para a luminosidade total provém deste e assim  $C$  possui um valor significativo. Um exemplo deste tipo são as galáxias NGC 7331 e M81 que são mostradas na FIGURA 2.14, possuindo valores de concentração de  $\sim 0.88$  e  $\sim 0.86$ , respectivamente. Para sistemas espirais late-type com bojos mais tênuas, concentração tende a diminuir. Além disso, outro motivo provém da

distribuição estelar. Nesses sistemas a velocidade de rotação é considerável ( $\sim 300\text{km/s}$ ), fazendo com que o momento angular seja alto e assim causa uma dispersão mais acentuada na distribuição estelar.

A concentração  $C$ , ambas as  $C_1$  e  $C_2$ , definidas por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) como

$$C_1 = \log \left( \frac{R_{g_o}}{R_{z_o}} \right), \quad C_2 = \log \left( \frac{R_{g_o}}{R_{s_o}} \right), \quad (2.40)$$

serão os dois índices não paramétricos em que um estudo será feito neste trabalho. O objetivo é entender de forma contínua como elas são afetadas por sistemas que são dominados por um disco com relação àqueles que são dominados por bojo. Vale a pena reafirmar que  $C$  é uma quantidade que quantifica a distribuição de luminosidade entre duas regiões diferentes de uma galáxia. No caso de um sistema possuir um bojo e um disco,  $C$  faz uma “ligação” entre essas duas componentes, e deverá haver alguma relação que informe a região de transição entre o bojo e o disco. Será investigado isso em nossas imagens simuladas no Capítulo 4. Será visto também que  $C$  pode ser degenerada para um mesmo índice de Sérsic efetivo  $n_{ef}$ .

#### 2.3.2.4. SUAVIDADE $S$

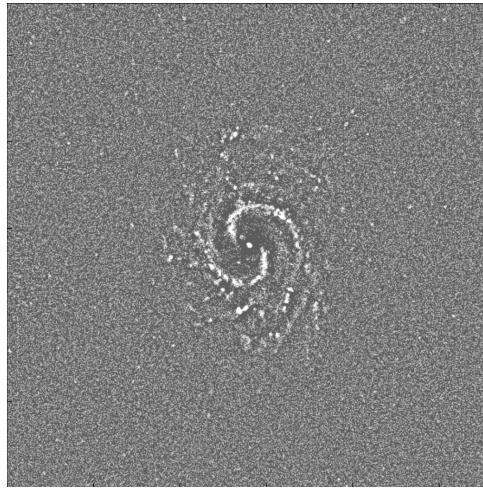
A suavidade  $S$  foi introduzida por (CONSELICE, 2003) e é uma medida que quantifica a presença ou não de pequenas estruturas em uma galáxia. Isso por meio da determinação da contribuição de luz que trazem para a luminosidade total. A maneira que  $S$  atua para detectar essas estruturas está em localizar altas frequências espaciais que são produzidas na imagem. Com  $S$ , é possível de se detectar regiões de formação estelar, distribuições de gás e até mesmo a presença de uma barra. Pelo contrário, uma galáxia elíptica não possui estes tipos de características, logo a galáxia é mais ”suave“ e, portanto,  $S$  não seja tão significante.

A suavidade é definida como sendo a razão entre a quantidade de luz contida em altas frequências pela luminosidade total da galáxia. Para isso, um filtro é aplicado sobre uma imagem original  $I_o$  e assim obtém-se uma segunda imagem  $I_\sigma$ , onde  $\sigma$  representa o filtro que atenua as altas frequências. Posteriormente basta subtrair  $I_\sigma$  de  $I_o$ ,

$$I_S = I_o - I_\sigma, \quad (2.41)$$

em que  $I_S$  representa um mapa de suavidade. Uma maneira comum de se quantificar um valor para  $S$

FIGURA 2.30: Mapa de suavidade para a galáxia da FIGURA 2.27. Um filtro gaussiano com  $\sigma = 3$  foi aplicado sobre a imagem original. O valor de  $S$  para este caso é  $S_r = 0,67$ .



Fonte: Elaborado pelo autor.

foi introduzido por (CONSELICE, 2003) como sendo

$$S = \frac{1}{\sum I_o} \times \left[ \frac{\sum (I_o - I_\sigma)}{\sum I_o} - \frac{\sum (B_o - B_\sigma)}{\sum I_o} \right], \quad (2.42)$$

em que já se desconta o termo correspondente ao efeito que o ruído pode trazer para  $S$ , subtraindo  $B_\sigma$  (fundo borrado) do fundo original, referentes às regiões que não fazem parte do domínio da galáxia. Um exemplo desse procedimento é mostrado na FIGURA 2.30.

Em berçários estelares presentes principalmente em galáxias espirais e irregulares, a emissão se dá mais em comprimentos de onda mais curtos, indicando altas frequências. Como  $S$  essencialmente é capaz de detectá-las, espera-se que correlacione com a cor, geralmente  $(B - V)$ . Porém, (CONSELICE, 2003) conclui que há uma pequena dispersão dessa correlação apontando que  $S$  é sensível ao ângulo de visada, por questões da influência de gás e poeira. Contudo, já foi visto que a assimetria também é um indicativo de regiões assimétricas de formação estelar e espera-se que  $S$  e  $A$  correlacionem. Isso foi demonstrado pelo trabalho citado. Veja a sua Fig.7. Outras regiões da galáxia, que podem ser detectadas por  $S$ , são o núcleo presente em algumas elípticas.

Uma alternativa de medida de  $S$  também foi apresentada por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) de maneira semelhante que sua definição para a assimetria, equações (2.33) e (2.34),

$$S_z = 1 - r(I_o, I_\sigma) \quad (2.43)$$

$$S_3 = 1 - s(I_o, I_\sigma) \quad (2.44)$$

para diminuir efeitos negativos do ruído.

### 2.3.2.5. COEFICIENTE DE GINI $G$

O coeficiente de Gini  $G$  foi, inicialmente, introduzido por Corrado Gini (1884 - 1965) ([GINI, 1912](#)) como uma medida para quantificar a distribuição de renda de uma dada população. A determinação de  $G$  se baseia na curva de Lorenz  $L(p)$ ,

$$L(p) = \frac{I}{\langle X \rangle} \int_0^p F^{-1}(u) du, \quad (2.45)$$

em que  $F(u)$  é uma função de distribuição cumulativa de uma variável discreta e aleatória  $X_i$  com valor médio  $\langle X \rangle$ , e  $p$  é a porcentagem dos menores valores de  $X_i$ . A relação com  $G$  é que ele é igual a razão da área entre a curva de Lorenz  $L(p)$  pela área da curva que indica a homogeneidade na distribuição de renda,  $L(p) = p$ . Veja a FIGURA 2.31. Formalmente,  $G$  é definido como sendo a média da diferença absoluta entre todas as combinações possíveis da variável discreta  $X_i$ ,

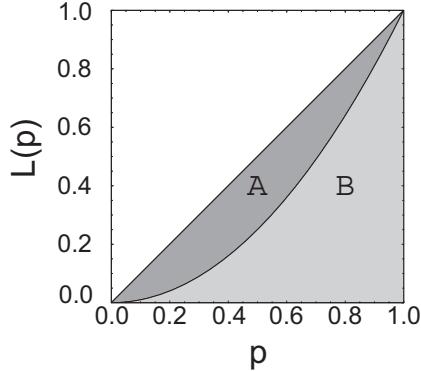
$$G = \frac{I}{2 \langle X \rangle n(n-1)} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n |X_i - X_j|. \quad (2.46)$$

O coeficiente  $G$  pode variar de 0 à 1. Seu valor mínimo  $G = 0$  indica uma completa igualdade da distribuição de renda entre as pessoas de uma dada população, significando que todas elas possuem a mesma renda. Por outro lado, se  $G$  tem o seu valor máximo  $G = 1$ , a renda pertence somente a uma pessoa.

Este índice foi trazido para a astrofísica como uma medida morfométrica por ([ABRAHAM; BERGH; NAIR, 2003](#); [LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004](#)) para se quantificar a distribuição espacial de luz de uma galáxia. Neste caso,  $X_i$  é a intensidade  $I_i$  no pixel  $i$ ,  $n$  é o número total de pixels e  $\langle X \rangle$  é a média  $\langle I \rangle$  do brilho de todos eles. Se a luz é bem distribuída ao longo da imagem,  $G$  possui baixos valores. No entanto, se a luz é distribuída em somente alguns pixels,  $G$  é próximo da unidade.

Até certo ponto,  $G$  é semelhante ao índice concentração  $C$ , mas difere pela questão de que pode indicar uma região de poucos pixels que contenham grande parte da intensidade total, sendo estes não pertencentes ao centro da galáxia. Ele possui uma correlação com  $C$  para as galáxias do universo local e para aquelas que são bastante concentradas em regiões centrais. Se existir a correlação,  $G$  aumenta com  $C$ . Caso contrário,  $C$  pode ser baixo, mas  $G$  elevado ([LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004](#)). Uma característica encontrada para  $G$  no trabalho citado, é que ele é eficaz para classificar morfologias em

FIGURA 2.31: Curva de Lorenz: O coeficiente de Gini  $G$  é a razão da área  $A$  entre a curvas de Lorenz qualquer  $L(p)$  e de completa homogeneidade  $L(p) = p$  e a área abaixo desta, isto é  $G = \frac{A}{A+B} = A/\left(\frac{1}{2}\right)$ . O eixo  $x$  indica a quantidade da distribuição e o eixo  $y$  indica a proporção acumulada.



Fonte: Adaptado de ([ABRAHAM; BERGH; NAIR, 2003](#)).

baixa resolução e pode ser aplicado para altos redshifts. Algumas morfologias que  $G$  representa são: galáxias *early-types* e espirais com bojo predominante possuem altos valores de Gini e a concentração. Baixos valores de  $G$  possuem origem das galáxias com distribuições suaves de brilho superficial e discos com braços espirais.

### 2.3.2.6. MOMENTO $M_{20}$

Define-se a quantidade  $M_{20}$ , como sendo o momento de segunda ordem dos pixels mais brilhantes da galáxia, que quando somados atingem 20% do fluxo total  $I_{\text{tot}}$ . Para se determinar  $M_{20}$ , todos os  $I_i$  são ordenados em ordem decrescente. Assim, somam-se os momentos  $M_i$  de cada um deles até se obter  $\sum I_i = 0.2I_{\text{tot}}$  e posteriormente normaliza-se o resultado em termos do momento de segunda ordem  $M_{\text{tot}}$  ([LOTZ; PRIMACK; MADAU, 2004](#)),

$$M_{20} \equiv \log_{10} \left( \frac{\frac{I}{M_{\text{tot}}} \sum_i^{20\%} M_i}{M_{\text{tot}}} \right), \quad \text{para } \sum_i I_i < 0.2 \times I_{\text{tot}}. \quad (2.47)$$

O momento  $M_{\text{tot}}$  é o fluxo  $I_i$  em cada pixel  $i$ , multiplicado pelo quadrado da distância até o centro da imagem da soma de todos os pixels que pertencem a galáxia,

$$M_{\text{tot}} = \sum_i^n M_i = \sum_i^n I_i [(x_i - x_o)^2 + (y_i - y_o)^2], \quad (2.48)$$

onde  $(x_o, y_o)$  é o centro da galáxia. Este é determinado de maneira semelhante àquele da assimetria, de tal forma que torne  $M_{\text{tot}}$  mínimo.

A definição de  $M_{2o}$  é semelhante à de  $C$ , mas uma diferença importante entre ambos é que  $M_{2o}$  não depende de uma simetria circular para o seu cálculo, como o é para  $C$ . Por conta disso, ele é eficaz para estimar a concentração de galáxias irregulares, de tal forma que é sensível também a *mergers*. Além disso,  $M_{2o}$  é um bom índice para separar morfologias em baixo sinal ruído com relação à  $S$  e à  $A$ , e em baixa resolução com relação à  $S$ . Para galáxias elípticas e aquelas em que o bojo é nítido,  $M_{2o}$  é baixo, enquanto que para as espirais, possuindo regiões de aglomeração estelar ou que possuem pixéis com alta intensidade, o momento de segunda ordem é elevado.

Discussões detalhadas, com respeito a utilização conjunta dos índices do sistema CASGM, estão contidas nos trabalhos citados acima.

### 2.3.2.7. ENTROPIA DA INFORMAÇÃO $H$

Considere uma variável discreta aleatória  $I$  com  $i$ -ésimos valores discretos  $I_i$  associada a uma distribuição  $p(I_i)$  que indica a probabilidade de ocorrência do valor  $I_i$ . A *entropia de informação*  $H(I)$  para essa variável aleatória é definida como (BISHOP, 2007)

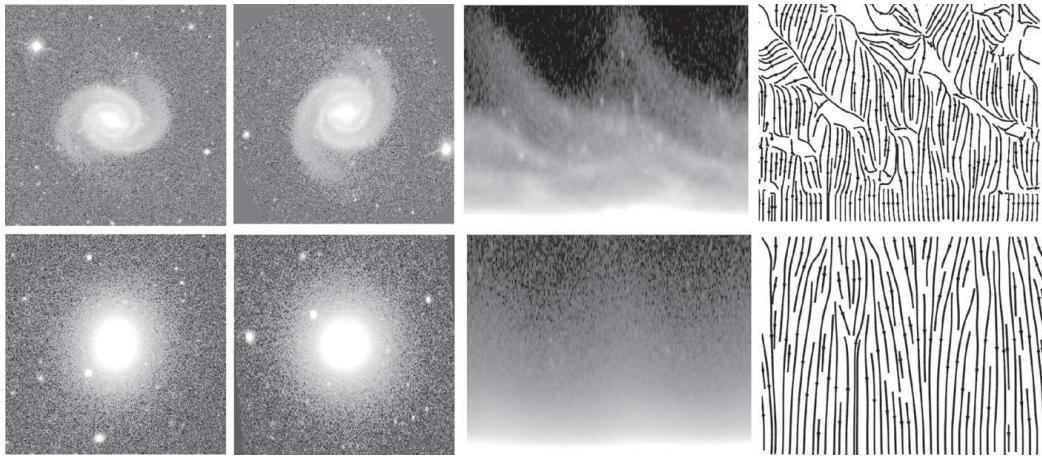
$$H(I) = - \sum_i^n p(I_i) \ln[p(I_i)], \quad (2.49)$$

em que  $n$  é o número total de elementos (pixéis). A entropia definida acima foi pela primeira vez introduzida por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) como uma medida não paramétrica com a finalidade de quantificar a distribuição dos valores dos pixéis na imagem da galáxia. Uma distribuição homogênea produz uma entropia máxima, enquanto que se um pixel conter toda a intensidade,  $H = 0$ . Dessa maneira normaliza-se a entropia por meio de

$$\widetilde{H}(I) = \frac{H(I)}{H_{\max}}. \quad (2.50)$$

Portanto, galáxias com distribuições suaves de luz terão altos valores para a entropia, enquanto aquelas irregulares ou com regiões assimétricas de emissão de luz produzirão baixos valores. Note que  $H$  é o oposto de  $G$ . Para o caso de termos uma variável contínua, a distribuição que gera uma entropia máxima é uma *Gaussian*a. O perfil de Séric corresponde à essa distribuição quando  $n = 0.5$  então  $H$  tende a diminuir com o aumento de  $n$  (pois a concentração da luz aumenta). Como os bojos das galáxias espirais diminuem com a passagem dos sistemas Sa para os Sd, espera-se que  $H$  tenha então uma correlação.

FIGURA 2.32: Imagens da primeira e segunda coluna: galáxia espiral e lenticular (original e padronizada para  $q = 1$ ). Terceira coluna: decomposição em coordenadas polares: note que a a  $S_0$  não apresenta subestruturas já a espiral apresenta ondulações correspondente aos braços. Última coluna: módulo do campo gradiente da imagem em coordenadas polares: observe as características das linhas de campo para cada estrutura das galáxias.



Fonte: Adaptado de (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015).

### 2.3.2.8. ESPIRALIDADE $\sigma_\psi$

A suavidade e a assimetria são índices que permitem basicamente identificar regiões de formação estelar e pequenas estruturas nas galáxias. Entretanto, não são boas em identificar componentes como barra e os braços espirais. As barras são, em geral, estruturas que não possuem altas concentrações de luz e também, em grande parte, são simétricas. O mesmo também se dá, mas em menor número, para os braços espirais. Uma maneira de quantificar essas morfologias em galáxias é por meio da *espiralidade*  $\sigma_\psi$  (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015). Para entender como ela é determinada, considere a FIGURA 2.32.

A imagem da galáxia é decomposta em coordenadas polares  $(r, \vartheta)$ . Para isso é preciso transformar a escala do objeto em outra que contenha razão de semi eixos  $q = 1$ . Posteriormente toma-se o gradiente da imagem  $I(R, \vartheta)$  para se obter um campo de direções  $\psi$ . Cada componente estrutural da galáxia apresenta um padrão distinto na imagem decomposta e contribui de forma diferente para  $\psi$ . Observa-se que o bojo é uma faixa homogênea para baixos valores de  $R$  e as linhas de campo  $\psi$  são praticamente horizontais ali. Como os braços espirais se dispõem em direções diferentes na medida que  $R$  aumenta, as linhas de campo para esta componente terão diferentes orientações e isso dará um indicativo de uma estrutura espiral.

A espiralidade  $\sigma_\psi$  quantifica o desvio dessas direções, isto é, para cada linha horizontal de pixéis nas coordenadas polares, calcula-se o desvio padrão de todas as orientações. Fica claro que para uma

elíptica ou um bojo,  $\psi$  aponta para o centro, e o desvio é praticamente nulo, implicando  $\sigma_\psi \sim 0$ . Já para o caso de braços espirais e barras por exemplo,  $\psi$  terá diferentes orientações, implicando em um valor não nulo para  $\sigma_\psi$ . Entretanto, a espiralidade pode identificar regiões de formação estelar e outras estruturas assimétricas, pois para aquelas linhas horizontais de pixeis que contiverem essa região, uma mudança significativa ocorrerá em  $\psi$ , contribuindo para o aumento do valor de  $\sigma_\psi$ .

Na Figura 2 de (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015), mostra-se que  $\sigma_\psi$  apresenta uma boa correlação com a sequência de Hubble, isto é, galáxias Sc-d, SBc-d possuem valores significativos para a espiralidade,  $\sigma_\psi \gtrsim 0.3 - 0.4$ , já menores para as *early-types*,  $\sigma_\psi \lesssim 0.2$ .



Capítulo **3**

# Sintetizador de Imagens de Galáxias Para o Estudo de Morfometria

The task is not to see what has never been seen before, but to think what has never been thought before about what you see everyday.

---

Erwin Rudolf Josef Alexander Schrödinger

## 3.1. INTRODUÇÃO: O ESTUDO DE DADOS SINTÉTICOS

Neste capítulo, serão utilizados os conceitos apresentados no capítulo anterior para a criação de um banco de dados que conterá um conjunto de imagens sintéticas de galáxias. O significado de galáxia sintética é a criação de um modelo que simule o que se observa no céu. Para isso, foi utilizada uma composição de perfis de brilho, a mesma que é empregada para descrever a curva de luz  $I(r)$  das galáxias observadas, a fim de obtermos uma família de morfologias. Para essa finalidade, o perfil de Sérsic será tomado como base. É claro que os perfis que descrevem a luz de um dado observational não a reproduzem exatamente, pois sempre existem erros e limitações associados. Isso implica que qualquer tipo de modelo simulado de galáxia não é idêntico àquele que é observado. Além disso, a utilização de um perfil complexo como o de Core-Sérsic (GRAHAM; GUZMÁN, 2003; GRAHAM et al., 2003) dificultaria no processo de fazer a análise das quantidades associadas e interpretar seus significados físicos. E nesse trabalho o objetivo é reproduzir com boa fidelidade e analisar algumas das morfologias que são observadas, tais como as galáxias lenticulares, espirais (sem os braços espirais) e galáxias elípticas (sem

núcleo e envelope). Isso já é suficiente para entender como as quantidades fundamentais, concentração, índice de Sércic efetivo, raio efetivo e brilho efetivo se comportam.

Em paralelo a este estudo, será feita uma citação com relação aos dados de simulações cosmológicas que atualmente estão disponíveis ao público. Antes de começar a desenvolver este trabalho em específico, buscou-se trabalhar sobre o banco de dados do *Illustris Project*<sup>1</sup> (VOGELSBERGER et al., 2014; NELSON et al., 2015; SNYDER et al., 2015; TORREY et al., 2015) da simulação *Illustris* e também do bando de dados *Eagle Project*<sup>2</sup> (SCHAYE et al., 2015; MCALPINE et al., 2016) da simulação *Eagle*.

Nessas simulações, pode-se traçar uma dada galáxia ao longo do tempo, desde a sua formação, até seu estágio final, que equivale ao redshift  $z = 0$ . A ideia inicial foi selecionar uma amostra estatística desses objetos e realizar uma classificação morfométrica, utilizando-se o MORFOMETRYKA. Isso é interessante pois poderia observar como os índices do CASGM variam ao longo da evolução da amostra. Contudo, o acesso aos dados é limitado. Por exemplo, para que se possa realizar este tipo de análise, são necessárias as imagens sintéticas (as mesmas que serão gerar aqui) que simulem observações simultâneas dos objetos ao longo de suas evoluções. Elas são criadas a partir de subprodutos dos dados brutos da simulação. Esses estão disponíveis, mas sobre eles é preciso aplicar o processo chamado de *transferência radioativa* em que aplica-se o efeito da interação das ondas eletromagnéticas com a matéria. No *Illustris-Project*, as imagens só estão disponíveis ao público em geral para  $z = 0$  e deve-se aplicar o processamento para os demais  $z$ 's com a utilização do código *Sunrise*<sup>3</sup>. Porém, duas questões fizeram deixar o trabalho em repouso: i) a falta de suporte ao código citado; e ii) realizar esse processo é desafiador<sup>4</sup> e também está além do foco de um trabalho de conclusão de curso.

Essa ideia estendeu-se até a simulação *Eagle*. As imagens simuladas estão armazenadas no banco de dados e é possível traçá-las observationalmente ao longo de suas evoluções. Em contrapartida, somente estão disponíveis ao público em geral os arquivos que não representam um conteúdo físico dos objetos em questão<sup>5</sup>. Dois exemplos do traçamento de uma dada galáxia, ao longo de sua evolução, uma para cada simulação, podem ser vistos na FIGURA 3.1 e FIGURA 3.2. Ressalta-se também que recentemente o primeiro estudo de morfologias não paramétricas do sistema CASGM foi executado sobre a simulação *Illustris*, veja (BIGNONE et al., 2016).

<sup>1</sup>Disponível em <http://www.illustris-project.org>.

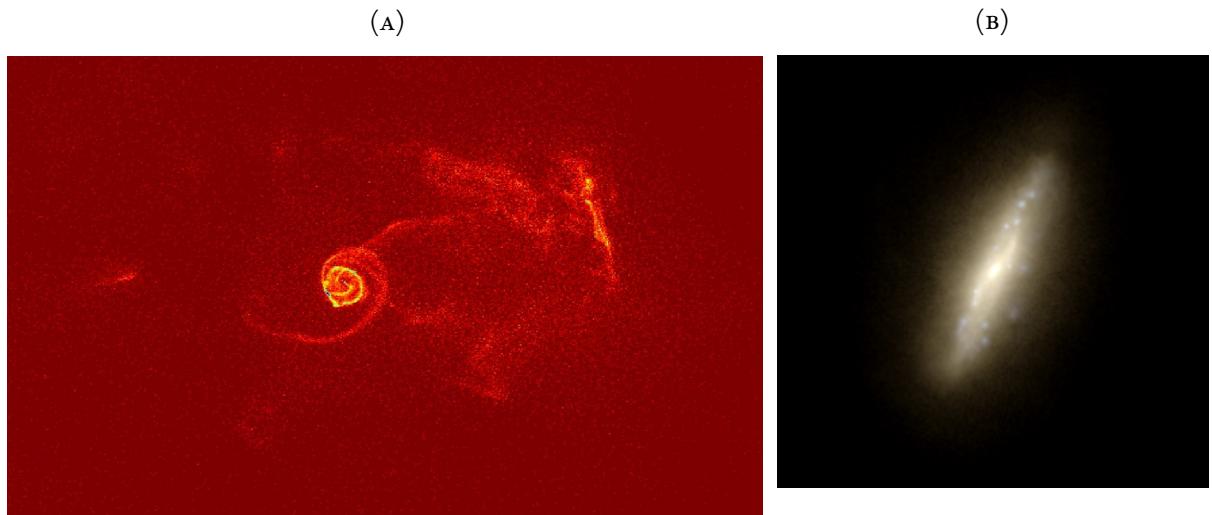
<sup>2</sup>Disponível em <http://icc.dur.ac.uk/Eagle/>.

<sup>3</sup>Veja em <https://bitbucket.org/lutorm/sunrise>.

<sup>4</sup>Discussões em <http://www.illustris-project.org/data/forum/>.

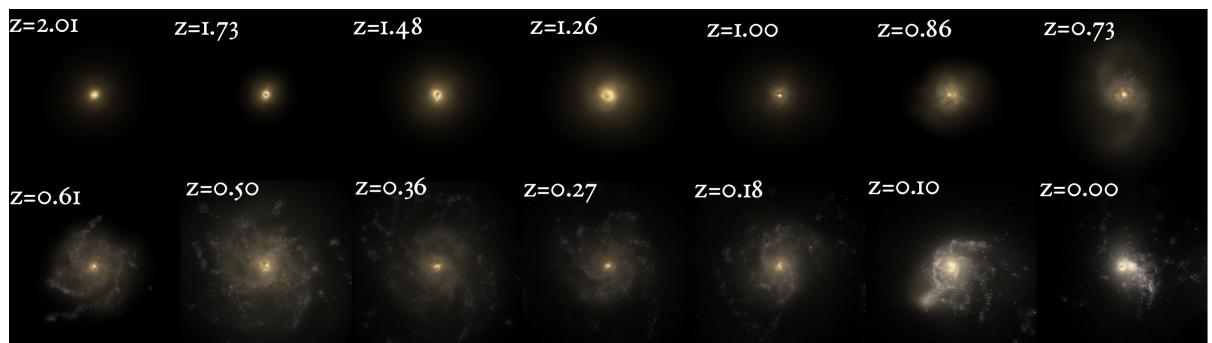
<sup>5</sup>Mais precisamente, arquivos de imagem em .png. Aqueles que há interesse são o que armazenam o conteúdo físico, em .fits.

FIGURA 3.1: As figuras abaixo mostram uma mesma galáxia do banco de dados do Illustris. (A): um plot da densidade de matéria bariônica, esse é o dado bruto da simulação. Note que o plot é feito de maneira *face-on*. (B): imagem sintética da mesma galáxia, observada de maneira *edge-on*.



Fonte: [\(http://www.illustris-project.org/api/illustris-1/snapshots/135/subhalos/261085/\)](http://www.illustris-project.org/api/illustris-1/snapshots/135/subhalos/261085/).

FIGURA 3.2: Abaixo temos um conjunto de imagens que mostram a evolução de uma galáxia (ID 4855) na simulação *Eagle*, da esquerda para a direita (acima e após abaixo). Sua observação é *face-on*.



Fonte: Dados em [\(http://galaxy-catalogue.dur.ac.uk:8080/Eagle/\)](http://galaxy-catalogue.dur.ac.uk:8080/Eagle/). Imagem: Elaborada pelo autor.

## 3.2. SINTETIZADOR DE IMAGENS DE GALÁXIAS: *GALAXYMAKER*

As limitações que explicadas anteriormente, levaram-nos a construir o próprio banco de dados de imagens sintéticas. Dessa maneira, na primeira parte deste presente trabalho, houve a preocupação em desenvolver uma ferramenta capaz de sintetizar imagens de uma variada morfologia de galáxias. Visualmente, elas não são realistas, mas estruturalmente comportam as propriedades físicas semelhantes àquelas que são encontradas no Universo. Essa ferramenta é um código desenvolvido em linguagem

`python2.7` que foi nomeado de **GALAXYMAKER** (**GLMK**).

Na medida em que foi desenvolvido, estudos foram realizados na literatura para buscar, não só os elementos relevantes ao interesse, a fim de incrementá-los ao código, como também os conceitos físicos associados para a sintetização das imagens de uma maneira fiel e representativa. Com relação às propriedades físicas, tais como curvas de luz, parâmetros intrínsecos e estruturais, adotaram-se como base as seguintes referências: (SÉRSIC, 1968; CIOTTI; BERTIN, 1999; VAUCOULEURS, 1948; VAUCOULEURS, 1959; FREEMAN, 1970; KENNICUTT JR., 1981; KENNICUTT JR.; HODGE, 1982; GADOTTI, 2008; GADOTTI, 2009). Com relação aos fundamentos relevantes de sintetização das imagens adotamos as seguintes: (ATHANASSOULA et al., 1990; PENG et al., 2002; PENG et al., 2010; RINGERMACHER, 2009; ROWE et al., 2015; ERWIN, 2015; MACARTHUR; COURTEAU; HOLTZMAN, 2003; DAVARI; HO; PENG, 2016).

O código foi desenvolvido com o intuito de sintetizar imagens de galáxias de diferentes morfologias, em que diferentes valores de parâmetros intrínsecos são fornecidos como entrada, de tal forma que um conjunto de modelos é criado<sup>6</sup>. Na primeira classe de parâmetros tem-se:  $R_b, I_b, n_b, I_d, R_d, R_s, I_s, n_s$ , etc. O índice  $n_b$  representa o bojo, enquanto  $d$  o disco e  $s$  a estrutura espiral. Na segunda classe de parâmetros (estruturais) tem-se as razões bojo/disco  $\equiv \xi_{BD}$  (ou bojo/total  $\equiv \xi_{BT}$ ), de raios característicos  $R_d/R_n$  e entre os semi-eixos  $q = b/a$ , também os ângulos de visada  $i$  e de rotação  $PA$ , etc.

Deixa-se explícito que no presente trabalho não são evidenciados todos esses parâmetros, e somente alguns deles serão utilizados nas análises. Entretanto, como já existem objetivos futuros, foi conveniente já implementar todos eles no **GLMK**, uma vez que quando serão utilizados em trabalhos futuros, eles já estarão à disposibilidade. Além disso, sempre que preciso, o **GLMK** será refinado a fim de corrigir possíveis erros e também torná-lo mais prático em seu uso, pois o número de parâmetros envolvidos tenderá a crescer.

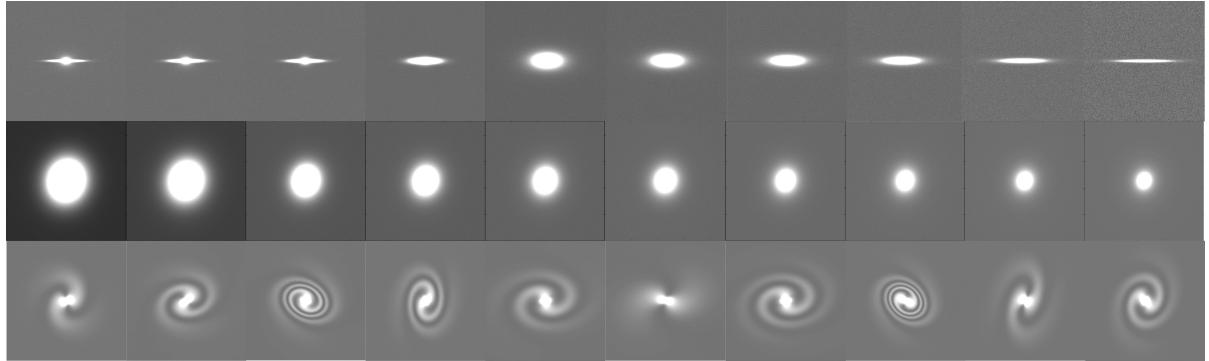
Paralelamente à questão de utilizá-lo como um sintetizador de imagens, também preocupou-se em torná-lo em uma ferramenta prévia para a organização e análise dos dados que serão gerados além de trabalhar ao lado do **MFMTK**. O número de quantidades envolvidas em todos os processos é grande, pois, além das variáveis que serão utilizadas na sintetização, todas as outras medidas do **MFMTK** também estarão envolvidas e futuramente as mesmas serão estudadas. Funções simples foram implementadas com esses propósitos e, de forma automatizada, auxiliarão em inúmeras tarefas.

A quantidade de morfologias que o **GLMK** pode criar são, em boa aproximação, todas aquelas do diagrama de Hubble. É claro que há algumas exceções, quando houver referência às espirais já que

---

<sup>6</sup>Entre outras palavras, sintetizar significa simular uma observação de um objeto com onde fornecemos suas propriedades estruturais.

**FIGURA 3.3:** Exemplo de diferentes imagens sintéticas geradas com o GLMK. Fileira superior: da esquerda para a direita, imagens simulando bojos e discos, variando-se a razão  $q$ . Fileira intermediária: da esquerda para a direita ocorre a transição entre um disco e um bojo. Fileira inferior: uma gama de espirais possuindo bojo ou barra.



Fonte: Elaborado pelo autor.

atualmente ainda não se conhece, ao certo, como se reproduzir os braços espirais. Um resumo da gama de imagens que pode ser criada é mostrado na FIGURA 3.3.

### 3.2.1. ELIPSES GENERALIZADAS

Até então apenas mencionamos que a curva de luz dos modelos varia com a distância galactocêntrica  $r$ . Entretanto não explicitado a forma de  $r$ . Adota-se o que foi proposto por (ATHANASSOULA et al., 1990) e também (PENG et al., 2002), em usar as *elipses generalizadas*. Para uma círculo a distância  $r_o$  de um ponto  $(x, y)$  com relação a um centro  $(x_o, y_o)$  na geometria Euclidiana é dado por

$$r_o = \sqrt{(x - x_o)^2 + (y - y_o)^2}. \quad (3.1)$$

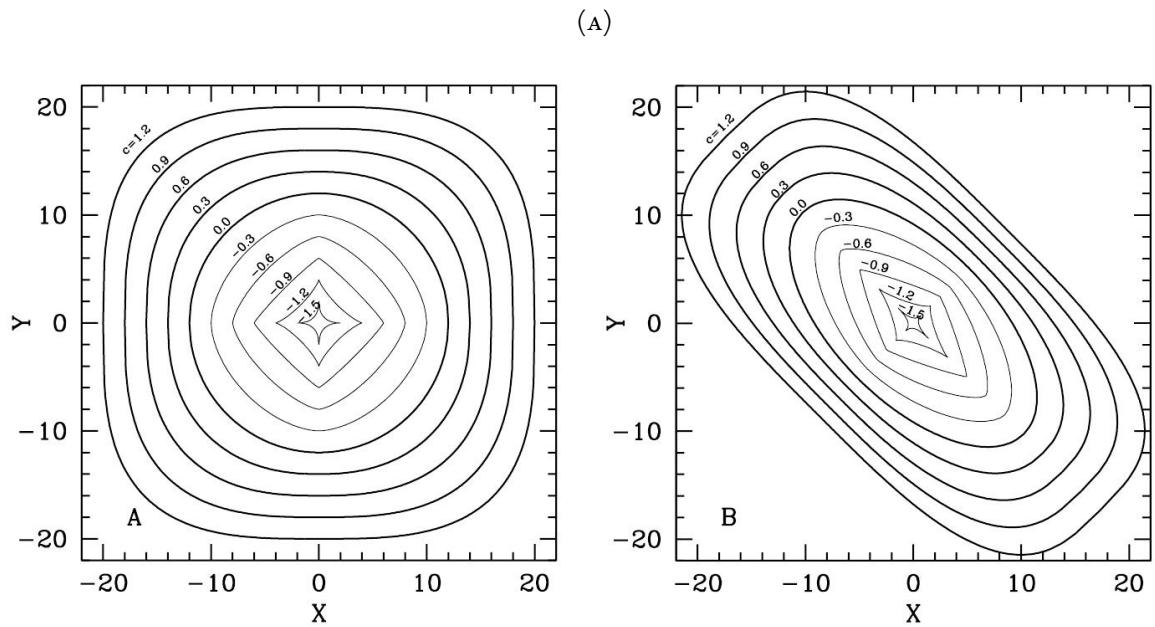
A generalização proposta é que a distância de um ponto  $(x, y)$ , com relação a um centro de uma elipse qualquer é

$$r = \left( |x - x_o|^{c+2} + \left| \frac{y - y_o}{q} \right|^{c+2} \right)^{\frac{1}{c+2}}, \quad (3.2)$$

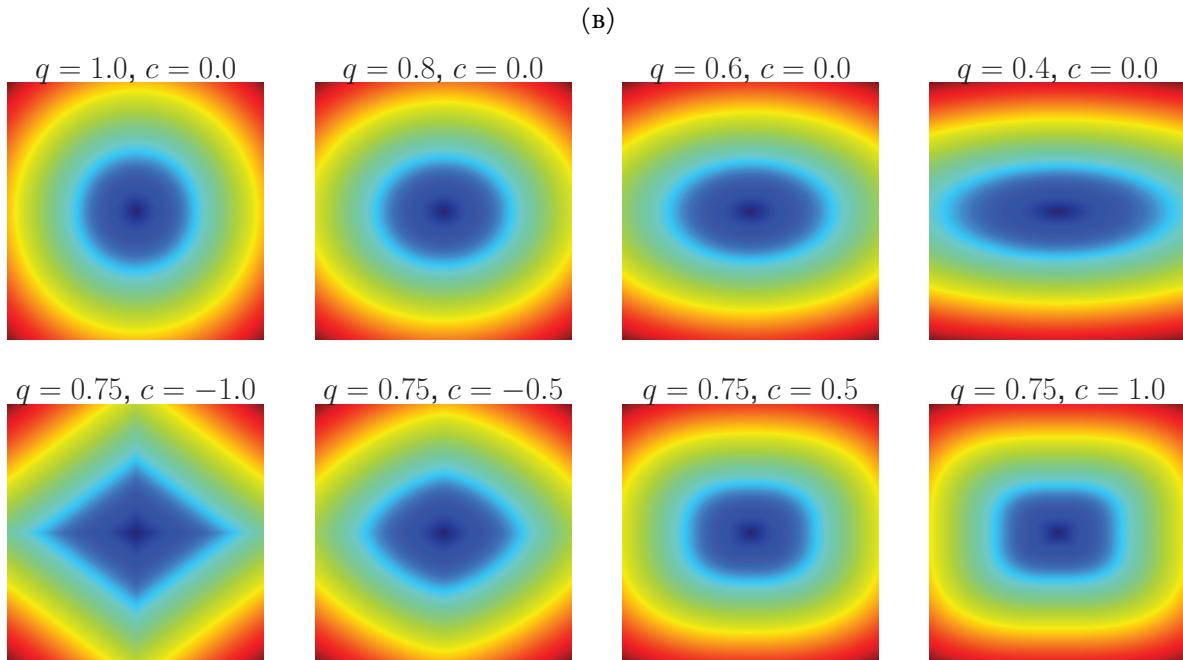
em que  $q$  é a razão entre os semieixos menor e maior definida por

$$q = \frac{b}{a} \quad (3.3)$$

FIGURA 3.4: (A): Formas das elipses generalizadas definidas pela equação (3.2). Esquerda:  $q = 1.0$ . Direita:  $q = 0.5$ . (B): Resultado fornecido do GLMK.



Fonte: Adaptado de (PENG et al., 2002).



e  $c$  é um parâmetro de “forma” que indica o quão retangular ( $c > 0$ ) ou triangular ( $c < 0$ ) é a elipse<sup>7</sup>. Uma elipse pura é o caso  $c = 0$ . Criar o domínio espacial dessa maneira se tornou muito útil, pois permite criar modelos para um perfil de brilho que simule uma barra, (ATHANASSOULA et al., 1990) utilizou (3.2) para estudar as propriedades dessa componente em galáxias do Universo local. Neste trabalho não será incluído este tipo de componente. No entanto, já foi implementado no GLMK. Para

<sup>7</sup>Em inglês os termos utilizados são *boxy shape* para  $c > 0$  e *disky shape* para  $c < 0$ .

verificar as formas que  $r(x, y)$  produz, veja a FIGURA 3.4.

Uma outra relação útil é o *ângulo de visada*  $i$  com a razão  $q$  dada por

$$q = \cos i = \frac{b}{a} \quad \text{ou} \quad q = \sqrt{1 - \sin^2 i}. \quad (3.4)$$

Apenas volta-se a ressaltar que  $q$  não é a razão real entre os semieixos mas o aparente, devido à projeção, que é obtido da observação.

### 3.2.2. DIMENSÃO E RAZÃO $R_d/R_b$

Durante a realização dos primeiros testes na sintetização das imagens, deparou-se com algumas questões simples, mas que devem ser analisadas com cuidado. A dimensão das imagens deve ser ajustada de tal forma que os tamanhos efetivos  $R_d$  e  $R_b$ , principalmente o externo, fiquem bem dispostos na imagem (veja os motivos a seguir). Adotando como base o trabalho de (GADOTTI, 2009), uma distribuição dos valores da razão  $R_d/R_b$  varia principalmente no intervalo entre  $\sim 2.0$  e  $\sim 3.5$ , e será feito o uso desses valores aqui. Para diminuir erros associados, tanto na criação das componentes, como na análise das imagens, não se deve ter um  $R_b$  muito pequeno, pois, caso contrário, a resolução de pixels centrais será baixa para, por exemplo, simular uma galáxia com a luz muito concentrada ( $n_b \sim 4$ ). Em modelos iniciais, adotou-se  $R_b = 15$ , mas isso nos trouxe problemas na análise com o MFMTK. Também, o valor de  $R_d$  não deve ser comparável ao tamanho da imagem, caso contrário uma parte da luz não estará contida na imagem e será “perdida” (veja a Subseção 2.3.2.2). Seguindo a sugestão de (GRAHAM et al., 2005), os perfis de brilho  $I(r)$  tendem a se anular a partir de 5 vezes o raio efetivo da galáxia, no caso de um disco  $5R_d$  que é relativamente grande. Será observado como resultado do presente trabalho, que o raio efetivo para uma imagem composta bojo+disco pode vir a ser maior do que  $R_d$ , assim usando um valor máximo para a razão  $R_d/R_b$  de  $\sim 3.2$  (veja uma discussão na Subseção 4.3), se tem  $3.2 \times 30 = 96$  e considerando 5 vezes esse tamanho, obtém-se  $5 \times 96 = 480$ . Portanto, o tamanho da imagem deverá ser  $480 \times 2 = 960$ , ou como foi encontrado ser adequado, utilizar um valor um pouco menor que isso, sendo

$$(M, N) = (910, 910) \quad (3.5)$$

para o tamanho da imagem, totalizando em  $\sim 8.2 \times 10^5$  pixels. O tempo computacional para processar essas imagens com o MFMTK, varia de  $\sim 70$  segundos para modelos puramente bojos ou disco, e até

~ 240 segundos para proporções equivalentes entre as componentes. Demais modelos variam neste intervalo.

Assim sendo, os valores que utilizados para a criação e análise das imagens serão

$$\frac{R_d}{R_b} = 2.4 \quad \text{e} \quad \frac{R_d}{R_b} = 3.2. \quad (3.6)$$

Com dois valores diferentes dessa razão, têm-se o objetivo de investigar as diferenças que elas resultam na concentração e nas quantidades efetivas de Sérsic. Para completar essa discussão, a razão anterior é bem mais abrangente do que apenas esses dois valores e com relação ao que foi obtido por (GADOTTI, 2009). Por exemplo, observa-se em (MACARTHUR; COURTEAU; HOLTZMAN, 2003; MO; BOSCH; WHITE, 2010) que pode-se ter um valor médio para a razão entre  $R_d$  e  $R_b$ , variando de ~ 1.5 até ~ 5.0, com um maior número de ocupação para o último caso. Veja sua Fig. 20. Não somente isto, também há bojos com comportamento  $n_b = 1$  e encontra-se que o valor médio da razão entre  $R_d$  e  $R_{n_b=1}$  gira em torno de ~ 7.5. A Seção 5.2 de (MACARTHUR; COURTEAU; HOLTZMAN, 2003) apresenta uma discussão bem detalhada das análises.

### 3.3. AMOSTRA DE IMAGENS BOJO+DISCO

#### 3.3.1. RAZÃO ENTRE LUMINOSIDADES

Apresenta-se agora como os modelos sintéticos foram gerados, quais parâmetros utilizados e as morfologias que as imagens representam. Um conjunto de imagens  $O_\xi$  foi criado, em que usou-se  $\xi_{BT}$  como variável fundamental, e  $n$  como uma sub variável. Em cada conjunto, as galáxias são representadas por  $ID$ 's para se distinguir uma da outra. Ambos os conjuntos de modelos simulam galáxias elípticas, lenticulares e espirais. No último caso, não se considera ainda a estrutura espiral propriamente dita, assim constituem um conjunto genérico de galáxias disco. Novamente, o interesse é observar como essas estruturas afetam as quantidades efetivas de Sérsic e as concentrações. Atualmente o estudo das galáxias  $S_0$  ainda está em aberto e é de considerável importância estudá-las detalhadamente.

A primeira preocupação no estudo dessas morfologias é a relação entre as luminosidades do bojo e do disco, que quantifica-se por meio i) da razão  $B/T$  que é a razão entre a luminosidade total do bojo  $L_B$  pela luminosidade total da galáxia  $L_T$ ; ii) da razão  $B/D$  que é a razão da luminosidade total do bojo  $L_B$ , pela luminosidade total do disco  $L_D$ . A luminosidade total do perfil de brilho de Sersic é dado pela

função gama completa  $\Gamma$ , veja a equação (A.13) no Apêndice A,

$$L(n, I_n, R_n) \equiv L_T = \frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \Gamma(2n).$$

É conveniente saber também qual é a luminosidade até certo raio  $R$  qualquer, pela equação (A.11)

$$L(n, I_n, R_n, R) = \frac{2\pi n I_n R_n^2 e^{b(n)}}{[b(n)]^{2n}} \gamma \left[ 2n, b(n) \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} \right]$$

onde  $\gamma$  é a função gama incompleta (veja a equação (A.8)) e onde (CIOTTI; BERTIN, 1999)

$$b(n) = 2n - \frac{1}{3} + \frac{4}{405n} + \frac{46}{25515n^2}. \quad (3.7)$$

Consideramos agora duas componentes, um bojo e um disco com luminosidades totais  $L_B$  e  $L_D$ , respectivamente. A razão  $B/D$  fornece a fração de luz que provém dessas componentes e é dada por  $L_B/L_D$ . Para  $L_B$ , a expressão é exatamente dada por (3.7) com os respectivos parâmetros  $n_b, I_b$  e  $R_b$  do bojo. Para o disco basta fazer  $n_d = 1$  e substituir  $I_b$  por  $I_d$  e  $R_b$  por  $R_d$ , correspondendo ao perfil exponencial (FREEMAN, 1970), como já foi comentado. Com isso, fazendo  $b(n) \rightarrow b(1)$ , tem-se

$$L_D = \frac{2\pi I_e R_d^2 e^{b_1}}{b_1^2} \Gamma(2) \quad (3.8)$$

e assim tomando a razão  $B/D$

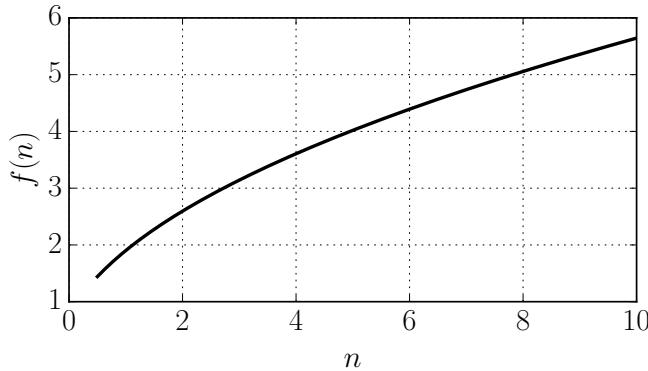
$$\begin{aligned} \xi_{BD} &= \frac{L_B}{L_D} = \left( \frac{I_b}{I_e} \right) \left( \frac{R_b}{R_d} \right)^2 \frac{n_b \Gamma(2n) e^{b(n_b)}}{b(n_b)^{2n_b}} \frac{b(1)^2}{e^{b(1)}} \\ &\approx \left( \frac{I_b}{I_e} \right) \left( \frac{R_b}{R_d} \right)^2 \frac{n_b \Gamma(2n) e^{b(n_b)}}{2b(n_b)^{2n_b}} \end{aligned} \quad (3.9)$$

$$\equiv \left( \frac{I_b}{I_d} \right) \left( \frac{R_b}{R_d} \right)^2 \frac{f(n_b)}{2}, \quad (3.10)$$

onde  $\frac{b^2}{e^{b_1}} \approx \frac{1}{2}$  e

$$f(n) \equiv \frac{n \Gamma(2n) e^{b_n}}{b_n^{2n}}. \quad (3.11)$$

O gráfico de  $f(n)$  é mostrado na FIGURA 3.5. Para o caso de termos uma lei  $r^{1/4}$ ,  $\xi_{BD}$  pode ser escrito

FIGURA 3.5: Função  $f(n)$  com relação a  $n$ .

como

$$\xi_{BD} \approx \frac{I_B}{S} \frac{I_d R_d^2}{I_d R_d^2} \quad (3.12)$$

Com essas quantidades, as imagens sintéticas serão construídas e de duas maneiras isso pode ser feito:

- i) a primeira maneira é gerar um conjunto de modelos, em que se mantém a luminosidade total do modelo constante, isto é

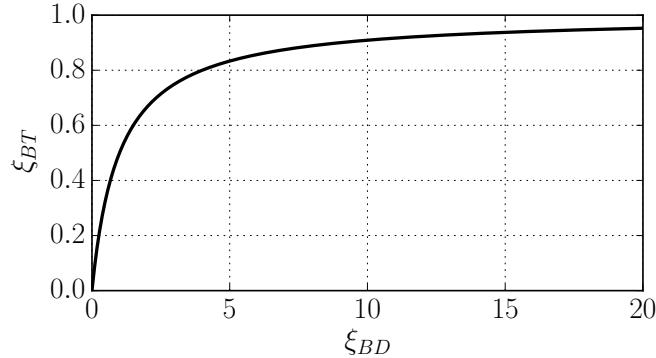
$$L_T = L_D + L_B = \text{constante} \quad (3.13)$$

Para que as galáxias tenham estruturas diferentes entre si, cada uma delas é criada com valores diferentes da luminosidade provinda de  $L_B$  e  $L_D$ . Para isso, variam-se as quantidades  $\xi_{BT}$  (i.e.  $\xi_{BD}$ ), mantendo fixos alguns valores de  $n_b$ .

- ii) a segunda maneira é deixar  $L_T$  como uma quantidade livre, podendo variar na soma  $L_B + L_D$ . Assim, da mesma forma que antes, as imagens podem ser criadas variando-se  $\xi_{BT}$  para alguns  $n_b$ 's.

O primeiro caso será adotado, mas testes foram realizados utilizando-se a maneira ii) e se mostraram ser os mesmos com relação à i). Isto implica que o valor absoluto não afeta os resultados, apenas as proporções relativas. Para sintetizar os modelos com  $L_T$  constante, precisa-se estabelecer quais parâmetros intrínsecos serão fornecidos de entrada. Adotou-se como variável fundamental  $\xi_{BT}$  e sub variável  $n_b$ , dessa maneira, algumas quantidades entre  $(I_b, R_b, L_T)$  e  $(I_d, R_d, L_T)$  serão livres e outras fornecidas. Como se quer fixar  $L_T$ ,  $I_b$  e  $I_d$  serão determinados, explicitando-se ambos de (A.13) e (3.8),

FIGURA 3.6:  $\xi_{BT}$  versus  $\xi_{BD}$ . O valor de  $\xi_{BT}$  tende a  $I$  na medida que  $\xi_{BD} \rightarrow \infty$ .



respectivamente,

$$I_b = \frac{b(n_b)^{2n_b} L_T \xi_{BT}}{2\pi R_b^2 e^{b(n_b)} \Gamma(2n_b)}, \quad I_d = \frac{b(I)^2 L_T (I - \xi_{BT})}{2\pi R_d^2 e^{b(I)} \Gamma(2)}. \quad (3.14)$$

Nas expressões acima, o fator  $\xi_{BT}$  multiplicando  $L_T$  indica a fração de luz proveniente do bojo, isto é  $I_b$ , e o mesmo se aplica ao fator  $L_T \xi_{DT} = L_T (I - \xi_{BT})$  em  $I_d$ . Essa última relação resulta diretamente da definição

$$\xi_{DT} + \xi_{BT} = I. \quad (3.15)$$

Por exemplo, se  $\xi_{BT} = 0$ , toda luz provém do disco e  $I_d$  terá o seu valor máximo.

As curvas de luz de cada componente são escritas simplesmente substituindo-se as duas equações anteriores em cada perfil de brilho correspondente,  $I_b(r)$  e  $I_d(r)$  no qual fez-se o uso do perfil de Sérsic (2.20),

$$I_b(R) = \frac{b(n_b)^{2n_b} L_T \xi_{BT}}{2\pi R_b^2 e^{b(n_b)} \Gamma(2n_b)} e^{-b(n_b) \left[ \left( \frac{R}{R_b} \right)^{\frac{1}{n_b}} - I \right]}, \quad I_d(R) = \frac{b(I)^2 L_T (I - \xi_{BT})}{2\pi R_d^2 e^{b(I)} \Gamma(2)} e^{-b(I) \left[ \left( \frac{R}{R_d} \right)^{-1} - I \right]}. \quad (3.16)$$

Os demais parâmetros como  $R_n$  e  $R_d$  serão fornecidos como inputs por meio da razão entre ambos  $R_d/R_n$ , já estabelecido anteriormente.

A relação entre  $\xi_{BD}$  e  $\xi_{BT}$  é obtida da seguinte maneira: divide-se  $L_B$  por  $L_T$ ,

$$\frac{L_B}{L_T} = \xi_{BT} = \frac{L_B}{L_B + L_D}$$

$$\begin{aligned}
 L_B &= (L_B + L_D)\xi_{BT} \\
 \xi_{BT} &= (I - \xi_{BT})\frac{L_{BT}}{L_D} \\
 \frac{L_B}{L_D} &= \xi_{BT} \left( I + \frac{L_B}{L_D} \right),
 \end{aligned} \tag{3.17}$$

logo

$$\xi_{BT} = \frac{L_B}{L_D} \left( I + \frac{L_B}{L_D} \right)^{-1} = \frac{\xi_{BD}}{I + \xi_{BD}}. \tag{3.18}$$

Analogamente,

$$\xi_{BD} = \frac{\xi_{BT}}{I - \xi_{BT}}. \tag{3.19}$$

Um gráfico com a relação entre  $\xi_{BT}$  e  $\xi_{BD}$  está contido na FIGURA 3.6. Observe que  $\xi_{BD} \rightarrow \infty$  na medida que  $\xi_{BT} \rightarrow I$ .

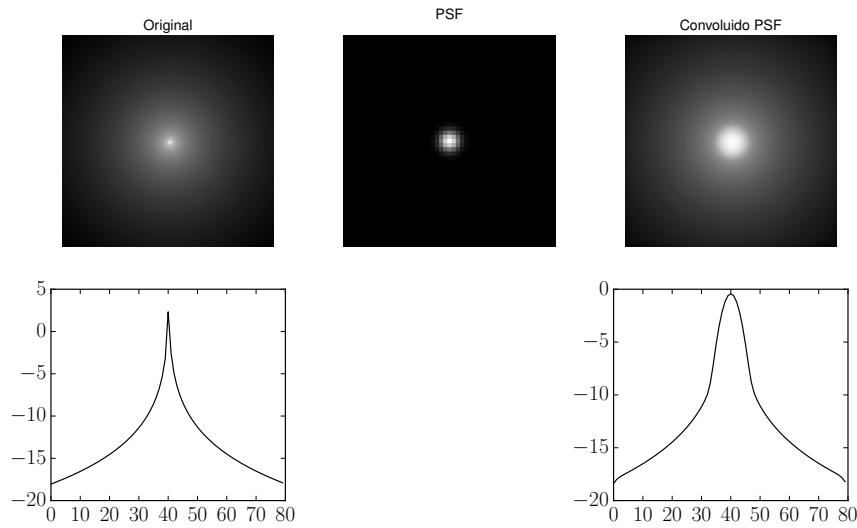
### 3.3.2. CONJUNTO $O_\xi$

Gerou-se um conjunto de modelos, onde se variou a razão entre as luminosidades do bojo com relação a total,  $\xi_{BT}$  ( $\xi_{BD}$  é determinado automaticamente por (3.19)), e o número de pontos utilizado no intervalo  $\xi_{BT} \in [0.0, 1.0]$  foi de 20. Neste conjunto foram criados subconjuntos, onde em cada um desses o valor de  $n_b$  é distinto dos outros. No total foram criados 12 subconjuntos, com valores de  $n_b$  variando de 0.5 até 6.0, em intervalos de 0.5. Além disso, em cada um desses subconjuntos tem-se as imagens com  $R_d/R_n = 2.4$  e com  $R_d/R_n = 3.2$ . Portanto, isso completa um total de 40 imagens em cada subconjunto e assim totalizando  $12 \times 40 = 480$  no conjunto  $O_\xi$ . Esse número será dobrado, pois há o interesse em executar as medidas morfométricas sobre um modelo efetivo criado com os parâmetros efetivos obtidos da composição bojo+disco. Isto significa, tendo o  $n_{ef}$  e demais quantidades associadas, serão utilizados para sintetizar novamente uma imagem que represente um bojo puro ou uma elíptica. Na Seção 4.2.5, comparações serão feitas entre as medidas referentes aos dois tipos de imagens

### 3.3.3. CONVOLUÇÃO COM A PSF

Para simular o efeito atmosférico durante uma observação (*seeing*) e outros efeitos associados à instrumentação, já que todo instrumento ótico possui uma limitação para detectar uma fonte pontual de luz, se usa a PSF (*point spread function*). A PSF é uma função resposta do sistema ótico, entre outras

FIGURA 3.7: Exemplo da operação convolução com a PSF sobre uma imagem.



palavras, quando um objeto próximo de pontual é observado, por um telescópio por exemplo, a luz que é coletada atravessa um sistema ótico constituído de lentes ou espelhos para ser amplificada no plano da imagem. Devido a fenômenos de difração, os raios de luz não serão totalmente convergidos em apenas uma região pontual, ao contrário, a luz será distribuída no plano da imagem que difere de um objeto pontual, veja a FIGURA 3.7. A PSF do sistema define qual é o tamanho mínimo para um objeto pontual que possa ser resolvido espacialmente na observação, ou a distância angular mínima para resolver dois objetos.

Assim sendo, será preciso convoluir as imagens com uma PSF. Isto porque no centro dos objetos sintéticos, poderá haver alguns pixels com altas intensidades e que precisam ser removidos. Utiliza-se então a função `signal.convolve` da biblioteca Scipy<sup>8</sup> para essa finalidade. A operação convolução  $*$  atua na imagem original  $I$  como

$$I_C = \text{PSF} * I \quad (3.20)$$

em que  $I_C$  é a imagem convoluída, ver exemplo na Uma propriedade desta operação é que ela é linear. Isto é, seja  $I_B$  a imagem do bojo e  $I_D$  a imagem do disco,

$$I_C = \text{PSF} * (I_D + I_B) = \text{PSF} * I_D + \text{PSF} * I_B. \quad (3.21)$$

Para a PSF utilizou-se  $\sigma = 1.6$ ,  $q = 1.0$ , FWHM= 3.76 e dimensões  $50 \times 50$ .

---

<sup>8</sup> (<https://docs.scipy.org/doc/scipy-0.18.1/reference/signal.html>).

### 3.3.4. RUÍDO

Por fim, é preciso adicionar ruído às imagens, a fim de simular os possíveis erros eletrônicos na contagem dos fótons e também o ruído de fundo que provém do céu. Para incluí-lo, foi utilizado um valor para a razão sinal ruído de

$$\frac{S}{N} = 100. \quad (3.22)$$

Este é incluído na imagem considerando-se a razão entre o brilho característico  $I_b$  e o desvio médio  $\sigma$  do ruído. Quando a imagem possui duas componentes é conveniente considerar a soma entre  $I_d$  e  $I_b$ , ou seja

$$\frac{S}{N} = \frac{I_b + I_d}{\sigma} \quad (3.23)$$

assim

$$\sigma = \frac{I_b + I_d}{100}. \quad (3.24)$$

A função utilizada foi `random.rand()` da biblioteca Numpy<sup>9</sup> em que gera um ruído randômico  $\widetilde{I}_R$  entre 0 e 1.0, portanto, denotando o ruído final por  $I_R$ , tem-se

$$I_R = \sigma \times \widetilde{I}_R. \quad (3.25)$$

O resultado final  $I_F$ , que é a imagem convoluída com a PSF e com o ruído será

$$I_F = I_C + I_R. \quad (3.26)$$

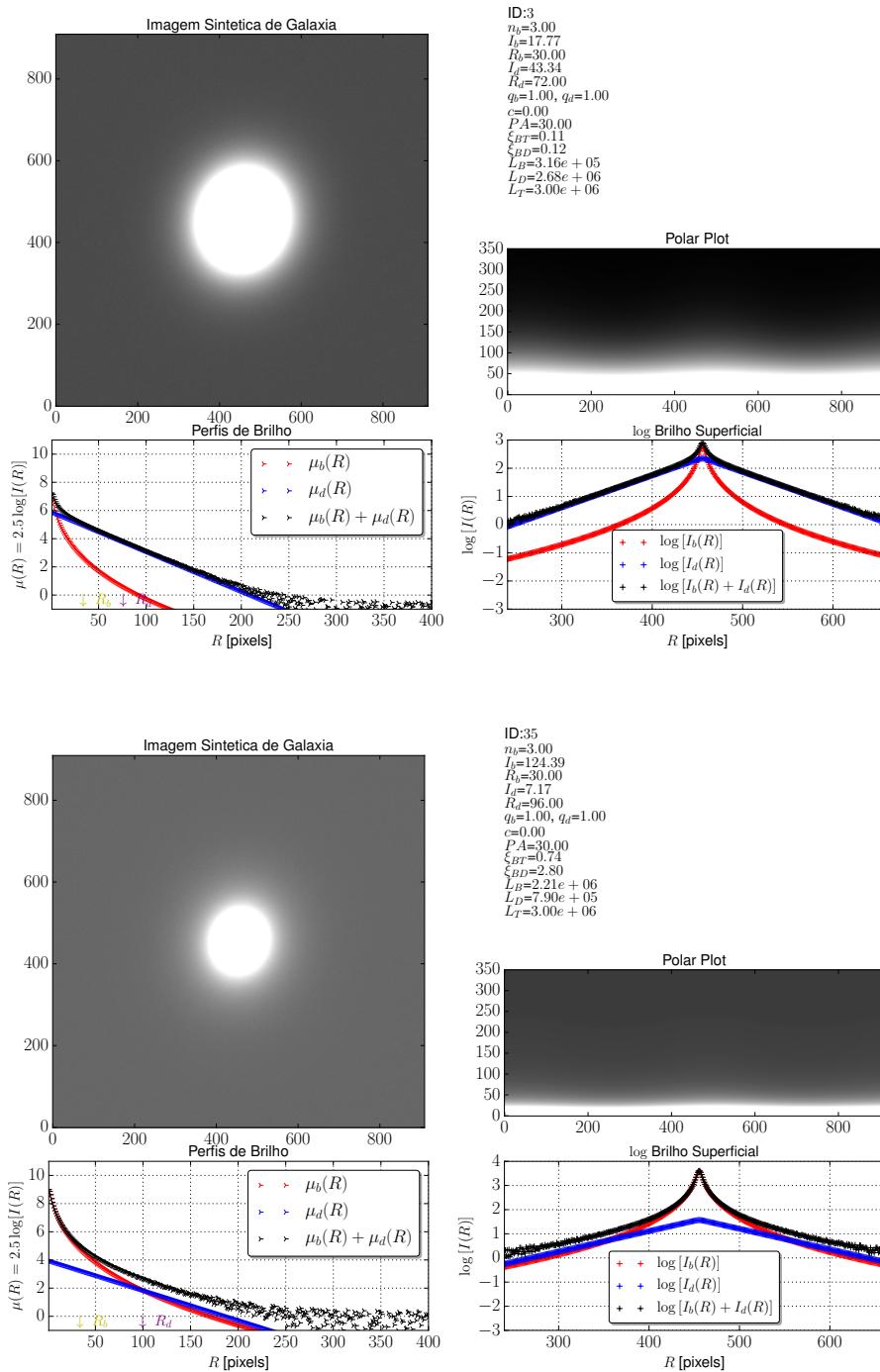
### 3.3.5. RESULTADO FINAL

Dois exemplos de imagens simuladas são apresentados na FIGURA 3.8, com  $n_b = 3$  do bojo. Observe as curvas de luz  $I(r)$  (indicadas na legenda), em um deles predomina o disco, enquanto no outro, o bojo. O processamento pelo MORFOMETRYKA das galáxias ID 03 e 35 referente à mesma figura e é mostrado em FIGURA 3.9.

---

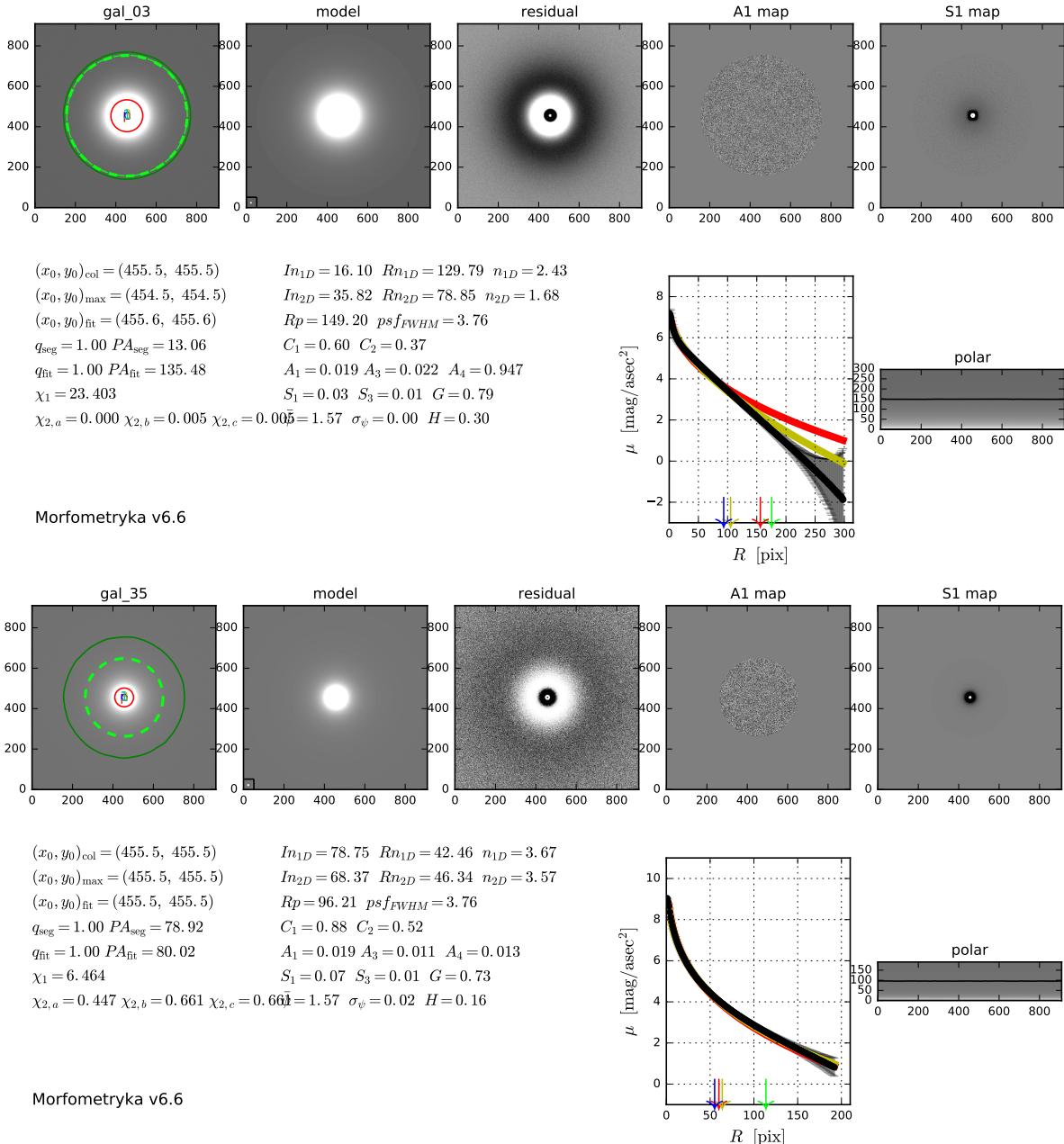
<sup>9</sup> <https://docs.scipy.org/doc/numpy/reference/routines.random.html>.

FIGURA 3.8: Exemplo de duas galáxias (simulando ser  $S0$ ) sintéticas. Os parâmetros utilizados estão impressos na região superior direita da imagem. Na região superior esquerda de cada imagem, temos um *plot* da imagem sintética gerada (função `imshow` da biblioteca `matplotlib` do python). No canto inferior esquerdo temos as curvas de luz para cada componente e também as soma de ambas, como indicado. Por fim, na direita inferior, temos dois plots, um se referem a decomposição da imagem da galáxia em coordenadas polares e o outro mostra a distribuição espacial de luz ao longo da imagem (definimos um limite para o eixo  $x$ ).



Fonte: GLMK, elaborado pelo autor.

**FIGURA 3.9:** Exemplo de um arquivo de saída do MORFOMETRYKA contendo alguns valores medidos sobre os modelos da FIGURA 3.8. Na parte superior temos: 1) a imagem de entrada na qual o MFMTK determina a região petrosiana (curva verde); 2) o modelo gerado pelo MFMTK por meio do fit; 3) o resíduo, a diferença entre a imagem de entrada e o fit; 4) mapa de assimetria, note que é totalmente simétrico; 5) o mapa de suavidade, há um pequeno resíduo já que alguns pixels centrais ainda possuem altas frequências, mesmo convoluindo-se com a PSF, porém o valor de  $S_1$ , isto é  $S_1$ , e  $S_2$  são ambos  $\sim 0$ . Na região inferior, à esquerda temos a impressão de alguns parâmetros obtidos e a direita o perfil de brilho e o plot polar. A curva escura se refere a imagem de entrada, vermelha se refere ao fit 1D e laranja ao fit 2D.



Fonte: Algoritmo MORFOMETRYKA (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015).

# Discussão dos Dados e Resultados

Knowledge is a deadly friend if no one sets  
the rules The fate of all mankind I see Is in  
the hands of fools.

---

Epitaph - King Crimson

## 4.1. CONSIDERAÇÕES

Atualmente, se encontra na literatura, muitos trabalhos com respeito a decomposição bojo+disco de galáxias (ANDREDAKIS; SANDERS, 1994; JONG, 1996; GRAHAM, 2001; PENG et al., 2002; MACARTHUR; COURTEAU; HOLTZMAN, 2003; GADOTTI, 2009; PENG et al., 2010; TASCA; WHITE, 2011; ERWIN, 2015; DAVARI; HO; PENG, 2016). Entretanto, há outros que tratam a galáxia como se fosse apenas uma estrutura, isto é por meio de quantidades efetivas, (GRAHAM et al., 1996; TRUJILLO; GRAHAM; CAON, 2001; GRAHAM et al., 2003; GADOTTI, 2008; GADOTTI, 2009; SCHOMBERT, 2013).

Para a primeira forma de análise, elas são executadas sobre cada estrutura que compõem a galáxia (disco, bojo, barra, etc) e posteriormente os resultados são combinados em uma tentativa de se obter uma descrição completa da distribuição de luminosidade e da extração das propriedades físicas do objeto. Entretanto fazer essa decomposição ainda é um desafio já que não é trivial de se obter os parâmetros intrínsecos de cada componente. Para o segundo caso, geralmente não são realizadas decomposições e os resultados são discutidos sobre um conjunto de parâmetros equivalentes a uma componente *efetiva* que descreve a galáxia como um todo, mas da mesma maneira esse método apresenta limitações. Tanto um como outro podem quantificar a distinção do determinado tipo morfológico que a galáxia é, e

o grau de fidelidade depende do objeto de estudo em questão. No caso de se considerar apenas um perfil de luz como um todo, algumas propriedades individuais de cada componente podem ficar não resolvidas na análise. Por exemplo, se tivermos algumas das componentes com baixo brilho superficial.

Considerar então perfis separados para cada componente, a princípio, pode revelar informações importantes, contudo observacionalmente erros estão associados às determinações de tais parâmetros intrínsecos e portanto podem afetar os resultados finais sistematicamente, além de que podem ser degenerados, isto é, dois conjuntos desses parâmetros podem resultar em uma mesma estrutura. Dois exemplos são: i) em alguns algoritmos desenvolvidos como o **GALFIT**<sup>1</sup> e o **IMFIT**<sup>2</sup> requerem que um usuário forneça valores iniciais de entrada para tais parâmetros. Dependendo da escolha, em alguns casos ocorre a convergência para a redução de  $\chi^2$  mas em outros não<sup>3</sup>. ii) por outro lado pode ocorrer que  $\chi^2$  seja reduzido mas com ajustes de componentes invertidas, isto é, o disco é posto internamente enquanto o bojo externamente. Além disso, há também a possibilidade de que os valores finais que levaram a um bom “fit” não representem a estrutura física da galáxia.

Considerando o parágrafo anterior, uma questão em aberto que deve ser resolvida é: uma maneira de se limitar as regiões de predominância de cada componente, isto é, identificar intervalos de valores para os parâmetros intrínsecos de cada componente de tal forma que representem fisicamente o que a galáxia realmente é. É interessante que isso seja obtido somente a partir das medidas de índices não paramétricos, ou seja através da análise puramente morfométrica que é aplicada sobre a distribuição de luz da imagem.

Com as medidas executadas pelo **MFMTK** sobre as imagens sintetizadas pelo **GLMK**, se está na busca de obter-se relações que possam facilitar a obtenção de tais parâmetros, já que aqui os valores dessas quantidades são conhecidos de antemão. Por fim, espera-se e que isso se aplique posteriormente em dados observacionais. É então importante verificar como as variáveis intrínsecas afetam os parâmetros morfométricos obtidos da análise. Em específico, neste trabalho, será considerado a concentração  $C$  e as quantidades efetivas obtidas sobre a imagem simulada. Nesse sentido, será investigado como diferentes combinações estruturais (das componentes) afetam a descrição do objeto por meio de um perfil efetivo.

Até o presente momento, três pontos importantes que são considerados de interesse, são:

- i) o que ocorre com as medidas ( $C$  e efetivas) quando a proporção entre as componentes bojo/disco

---

<sup>1</sup> <https://users.obs.carnegiescience.edu/peng/work/galfit/galfit.html>

<sup>2</sup> <http://www.mpe.mpg.de/~erwin/code/imfit/>

<sup>3</sup> A grosso modo, a quantidade  $\chi^2$  quantifica a diferença entre o modelo paramétrico/teórico e o dado observado. Isso significa que um baixo valor para  $\chi^2$  indica uma boa descrição do dado pela curva paramétrica. Veja por exemplo a impressão dessa quantidade nas tabelas de valores das duas imagens da FIGURA 4.13. Para a FIGURA 4.13A o valor de  $\chi^2$  (representado por  $\chi_{\nu}$ ) é baixo, compare visualmente com cada  $\mu(R)$  (dado e paramétrico) da mesma imagem. Para FIGURA 4.13B o valor de  $\chi^2$  é elevado, indicando que o fit paramétrico não foi tão eficiente.

de uma galáxia varia? Ou seja, diferentes combinações entre  $R_d/R_b$ ,  $I_b$ ,  $n_b$ ,  $I_d$  e  $\xi_{BT}$ . Entre outras palavras, o que caracteriza um bojo e o que caracteriza um disco a partir das medidas obtidas sobre diferentes valores para a razão entre essas componentes?

- ii) entender como as medidas são afetadas com a forma do bojo, sendo ele mais compacto (maior  $n_b$ ) ou mais difuso (menor  $n_b$ ), já que isso modifica a densidade de luminosidade na região central.
- iii) seja uma galáxia composta primeiramente de duas componentes, um bojo e um disco. Nesta imagem são executadas as medidas de seus parâmetros morfométricos tal como, concentração, assimetria, suavidade, entropia etc<sup>4</sup>, além dos parâmetros intrínsecos efetivos, como raio de meia luz efetivo  $R_{n_{ef}}$ ,  $I_{n_{ef}}$  e  $n_{ef}$  (estes representam então a galáxia como uma só componente).

Com os parâmetros intrínsecos efetivos coletados, serão utilizados para gerar um novo conjunto de imagens, todas representando um bojo ou uma elíptica com  $R_{n_{ef}}$ ,  $I_{n_{ef}}$  e  $n_{ef}$  característicos. Posteriormente, repete-se as análises com o MFMTK sobre estes e em seguida pergunta-se, qual é a diferença entre os índices morfométricos medidos para modelos bojo-disco com relação aos modelos efetivos, sendo que são representados pelos mesmos valores dos parâmetros intrínsecos? Na sequência deste capítulo essa análise será feita e os resultados apresentados.

A fim de explicitarmos o significado do termo “perfil efetivo” ou “modelo efetivo”, esse significa um perfil de Sérsic generalizado que descreve uma *curva de luz total* com mais de uma componente, isto é,

$$I_{ef}(R) = I_{n_{ef}} \exp \left\{ -b(n_{ef}) \left[ \left( \frac{R}{R_{n_{ef}}} \right)^{\frac{1}{n_{ef}}} - 1 \right] \right\}. \quad (4.1)$$

Para um  $n_{ef}$  obtido de uma combinação de bojo e disco, em boa aproximação, têm-se

$$I_{ef}(R) \sim I_b(R) + I_d(R) \quad (4.2)$$

$$\sim I_b \exp \left\{ -b(n_b) \left[ \left( \frac{R}{R_b} \right)^{\frac{1}{n_b}} - 1 \right] \right\} + I_d \exp \left\{ -b(I_d) \left[ \left( \frac{R}{R_d} \right)^{\frac{1}{n_d}} - 1 \right] \right\} \quad (4.3)$$

em que nem sempre é o caso, por isso não se tem uma relação de igualdade. Como será visto ao longo dos resultados, essa relação é consequência da própria forma matemática de  $I(r)$  (Sérsic), implicando em uma limitação para o conjunto  $(n_{ef}, I_{n_{ef}}, R_{n_{ef}})$ . Apesar disso, vale deixar claro que o desvio entre essas relações pode ser considerável ou não mas depende acima de tudo do objeto em estudo, portanto,

---

<sup>4</sup>Lembrando que  $C$  é a quantidade de interesse.

em alguns casos, podem ser usados com eficiência, ver discussão em 4.3.

## 4.2. ANÁLISE CONJUNTO $O_\xi$

Considera-se agora a análise do conjunto  $O_\xi$ , onde  $\xi_{BT}$  varia de 0.0 até 1.0 ao longo das imagens simuladas. Em um extremo, há as imagens correspondentes há um bojo tênue enquanto o disco predomina, já no outro extremo a situação se inverte. Além disso, em estágios intermediários, as contribuições de cada componente são equivalentes.

### 4.2.1. ÍNDICE DE SÉRSIC EFETIVO

O índice de Sérsic  $n$  para uma galáxia, no qual será referido por índice de Sérsic efetivo  $n_{ef}$ , é um dos parâmetros fundamentais com respeito a classificação morfológica. Ele indica o quão concentrada é a luz, faz a separação entre galáxias que se assemelham com um disco e aquelas que se assemelham com uma elíptica ou possuem um bojo intenso. Também indica a presença da componente disco com relação ao bojo, de galáxias espirais e lenticulares<sup>5</sup>, além disso contém propriedades da dinâmica orbital das estrelas da galáxia.

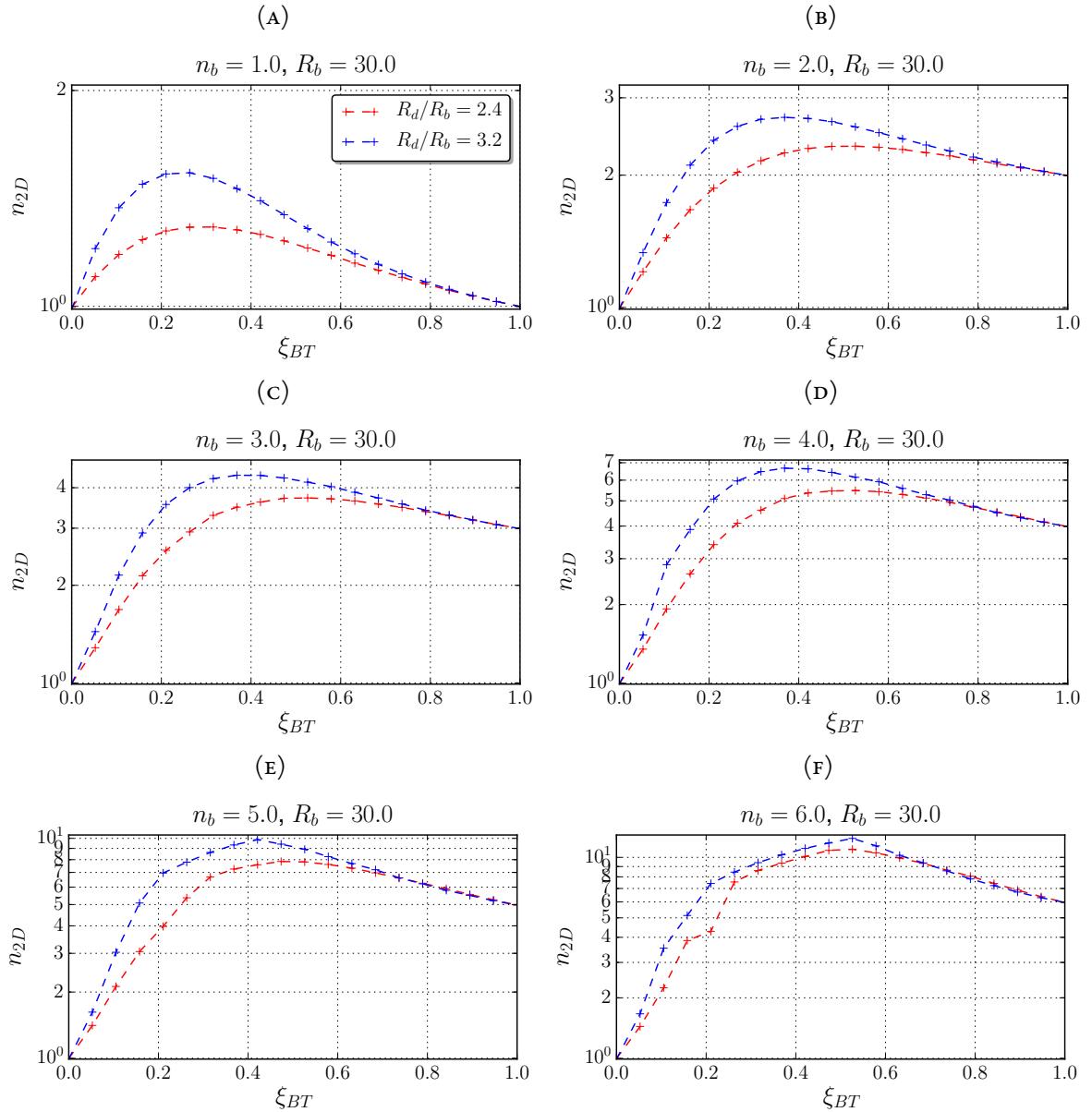
É importante então entender como esse índice efetivo varia de acordo com a razão  $\xi_{BT}$  e com diferentes propriedades do bojo e do disco. O algoritmo MORFOMETRYKA (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) faz a determinação de  $n_{ef}$  (como também  $R_{n_{ef}}$  e  $I_{n_{ef}}$ ) e o procedimento é totalmente independente da inferência por um usuário se tornando então uma maneira mais robusta já que não é preciso fornecer valores iniciais para os parâmetros. De duas formas diferentes essas quantidades são obtidas: um cálculo unidimensional em que retorna a medida  $n_{ef} \equiv n_{1D}$  e um bidimensional, que fornece  $n_{ef} \equiv n_{2D}$ . O valor de  $n_{1D}$  é, em certos momentos, instável mas não o é para  $n_{2D}$ , onde se mostrou estável e retorna medidas fiéis. Isso não quer dizer que  $n_{1D}$  seja pouco útil, pelo contrário, como apontado pelo autor,  $n_{1D}$  fornece um possível valor inicial para as medidas bidimensionais, isto é para  $n_{2D}$  e as demais associadas. Isso faz com que tendam a convergir rapidamente, quando possível. Por conta disso, daqui em diante em nossa discussão será adotado  $n_{2D}$ ,  $R_{n_{2D}}$  e  $I_{n_{2D}}$  como representantes das quantidades efetivas de Sérsic mencionadas,  $n_{ef}$ ,  $R_{n_{ef}}$  e  $I_{n_{ef}}$ .

Considera-se agora a seguinte questão: quando se têm um soma de componentes bojo+disco,  $n_d = 1$  e um  $n_b = 4$  por exemplo, a priori um possível  $n_{ef}$  estaria entre esse intervalo. Isto é,  $n_{ef} = 1$  para

---

<sup>5</sup>É claro que, como apontado anteriormente, podem haver bojos com  $n_b \sim 1$ , os pseudo bojos, mas neste caso o que distingue este do disco é geralmente  $R_d/R_b$ .

FIGURA 4.1: Relação entre  $n_{2D}$  (na escala logarítmica de base 10) e  $\xi_{BT}$ . Os gráficos (A), (B), (C), (D), (E) e (F) são respectivos ao bojo construído com índices de Sérsic  $n_b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ . A curva vermelha indica que o tamanho físico do disco,  $R_d$  é 2.4 vezes maior do que  $R_b$  do bojo, enquanto a linha azul é 3.2 vezes maior do que  $R_b$ . Dessa maneira observa-se que o efeito nas medidas é mais pronunciado quando o bojo é muito menor com relação ao disco. As medidas referentes à  $n_b = 5$  e  $n_b = 6$  não são estáveis no intervalo  $\xi_{BT} \in [0.2, 0.55]$ .



$\xi_{BT} = 0$  e  $n_{ef} = 4$  para  $\xi_{BT} = 1$ . Será mostrado em seguida que de fato isso ocorre mas, antes disso, não se sabe ao certo qual o seu valor em uma região intermediária e qual o comportamento dessa transição.

Até então o que se pensa é que os valores estão confinados somente entre a região mencionada, porém isso não é o caso,  $n_{ef}$  varia além dentre 1 e 4, ou generalizando  $n_d$  e  $n_b$ . Para responder essa questão, são apresentados nos gráficos da FIGURA 4.1 as medidas para  $n_{2D}$  com função da proporção de luminosidade entre bojo e a luminosidade total  $\xi_{BT}$ , onde se considera diferentes valores de  $n_b$

(indicados na parte superior de cada gráfico).

Os resultados importantes surgem a seguir. Primeiramente note nos extremos de cada gráfico, as medidas executadas pelo MFMTK para  $n_{ef}$  são praticamente exatas<sup>6</sup>, pois com  $\xi_{BT} = 0$  temos um disco,  $n_{ef} = 1.0$  e da mesma forma para  $\xi_{BT} = 1.0$  se têm  $n_{ef} = n_b$ . É importante notar ainda que há uma diferença nítida em  $n_{ef}$  fora dos extremos ( $\xi_{BT} \lesssim 0.8$ ) para  $R_d/R_b$  distintos. No caso  $R_d/R_b = 3.2$  (curva azul) a variação de  $n_{ef}$  é maior com relação a  $R_d/R_b = 2.4$  (curva vermelha), isto é, quando o bojo é muito menor que o disco o efeito é mais pronunciado.

Em todos os gráficos observa-se que um crescimento significativo de  $n_{ef}$  se dá no intervalo entre  $\xi_{BT} = 0.0$  e  $\xi_{BT} \sim 0.2$  onde a componente bojo aumenta em contribuição para a luminosidade total. Na medida que  $\xi_{BT}$  aumenta há um ponto de saturação em  $n_{ef}$  para um certo  $\xi_{BT_{sat}}$ , e observa-se que esse máximo se desloca para a direita de  $\xi_{BT}$  com o aumento de  $n_b$ . Entretanto, nota-se que o valor do índice efetivo ali  $n_{ef}(\xi_{BT_{sat}})$  é maior do que  $n_b$ . Considerando novamente  $n_b = 4$  na questão inicial desta Subseção, se obtém que  $\max[n_{ef}] \approx 5.47$  para  $R_d/R_b = 2.4$  e  $\max[n_{ef}] \approx 6.67$  quando  $R_d/R_b = 3.2$ . Isso mostra então que um  $n_{ef}$  pode ser maior do que  $n_b$  para certos valores de  $\xi_{BT}$ . Além disso, se for conhecida a razão entre  $R_d$  e  $R_b$ , o valor de  $n_b$  poderá ser inferido. Na tabela TABELA 4.1 são apresentados os valores de máximo para  $n_{ef}$  e o respectivo  $\xi_{BT_{sat}}$  para os  $n_b$ 's específicos assim como os dois valores diferentes para a razão  $R_d/R_b$ . Ao lado da tabela, há os gráficos referentes aos seus valores.

Deve-se fornecer uma interpretação física para os resultados acima. Inicialmente o bojo é nulo e o disco possui uma contribuição máxima para a luminosidade total. Na medida que o bojo aumenta e a do disco diminui, uma fração de luz vai sendo “deslocada” de regiões externas para as regiões mais internas. Mas antes de se concentrar totalmente na parte central, um “excesso” de luz está disposto em um local intermediário entre  $R_b$  e  $R_d$  correspondendo à vizinhança de  $\xi_{BT_{sat}}$ . Isso possui origem tanto da componente interna como da externa relacionando-se então ao máximo para o valor de  $n_{ef}$  medido. Isso significa que ambas as componentes trazem uma considerável contribuição para um índice de Sérsic efetivo obtido. Posteriormente a componente disco se torna tênue até se anular para  $\xi_{BT} = 1$ .

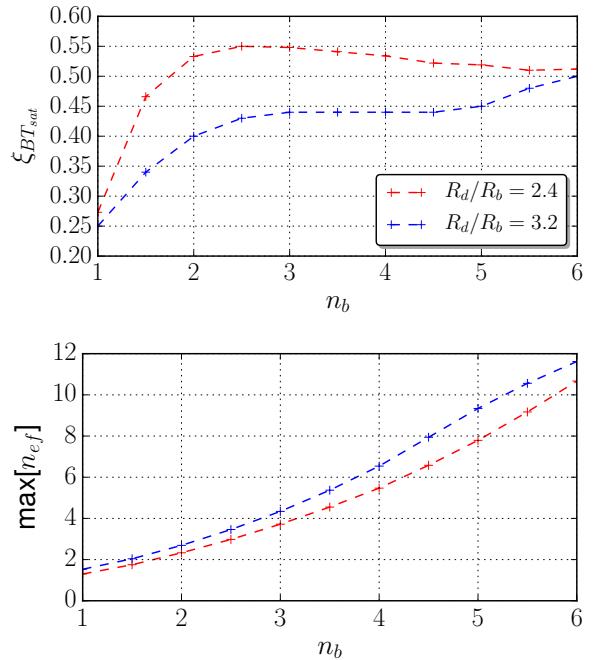
Portanto, galáxias bojo+disco podem apresentar um  $n_{ef}$  que é maior do que o valor real do bojo. Levando isso aos dados observacionais, a seguinte questão pode ser colocada: devem haver galáxias de duas componentes em que uma delas não é bem distinguida da outra, por exemplo haver uma lenticular com um  $n_{ef}$  descrevendo bem sua distribuição de luz, entretanto, se o seu valor for elevado, poderia ser identificado a existência de uma segunda componente. Dessa maneira sua presença está embutida em  $n_{ef}$ . Isso ainda tende a ser aplicado nas elípticas. Pelos conceitos apresentados no capítulo anterior, elas

---

<sup>6</sup>O erro está entorno de 0.1%.

Tabela 4.1: Tabela contendo os valores de máximo para  $n_{ef}$  com os respectivos  $\xi_{BT}$  e  $\xi_{BD}$  para as duas razões de  $R_d/R_b$ . Os valores correspondentes a  $n_b$  indicados por  $n_b^*$  não são precisos. É interessante observar que há um acúmulo de  $\xi_{BT}$  em  $\sim 0.55$  para os máximos de  $n_{ef}$ . Isso sugere que  $n_b$  pode influenciar significativamente no valor de  $n_{ef}$  para razões  $\xi_{BT}$  semelhantes.

| $n_b$   | $R_d/R_b$ | $\max[n_{ef}]$ | $\xi_{BT_{sat}}$ | $\xi_{BD_{sat}}$ |
|---------|-----------|----------------|------------------|------------------|
| 1.0     | 2.4       | 1.30           | 0.27             | 0.37             |
|         | 3.2       | 1.53           | 0.25             | 0.33             |
| 1.5     | 2.4       | 1.75           | 0.47             | 0.87             |
|         | 3.2       | 2.04           | 0.34             | 0.53             |
| 2.0     | 2.4       | 2.33           | 0.53             | 1.14             |
|         | 3.2       | 2.69           | 0.40             | 0.68             |
| 2.5     | 2.4       | 2.98           | 0.55             | 1.22             |
|         | 3.2       | 3.46           | 0.43             | 0.75             |
| 3.0     | 2.4       | 3.72           | 0.55             | 1.21             |
|         | 3.2       | 4.34           | 0.44             | 0.79             |
| 3.5     | 2.4       | 4.55           | 0.54             | 1.18             |
|         | 3.2       | 5.37           | 0.44             | 0.79             |
| 4.0     | 2.4       | 5.47           | 0.53             | 1.14             |
|         | 3.2       | 6.54           | 0.44             | 0.78             |
| 4.5     | 2.4       | 6.58           | 0.52             | 1.09             |
|         | 3.2       | 7.94           | 0.44             | 0.79             |
| $5.0^*$ | 2.4       | 7.79           | 0.52             | 1.08             |
|         | 3.2       | 9.34           | 0.45             | 0.83             |
| $5.5^*$ | 2.4       | 9.17           | 0.51             | 1.04             |
|         | 3.2       | 10.56          | 0.48             | 0.93             |
| $6.0^*$ | 2.4       | 10.67          | 0.51             | 1.05             |
|         | 3.2       | 11.62          | 0.50             | 0.99             |



basicamente são identificadas como sendo uma entidade física, mas se possuírem altos valores de  $n$  pode indicar a presença de outra componente, externa ou interna, fornecendo uma contribuição para  $L_T$  implicando em um incremento para  $n$  (se tornando agora  $n_{ef}$ ), como por exemplo o envelope, presente nas regiões mais externas de algumas elípticas. É importante deixar claro aqui que  $n_{ef}$  só é aplicável para o caso em que a transição de uma componente à outra for “suave”.

O foi obtido até então é um resultado importante deste trabalho. Até então, aqueles estudos que são feitos computando-se um índice de Sérsic efetivo pode fornecer resultados propícios em omitir uma possível natureza que a galáxia é constituída, mesmo que  $n_{ef}$  descreva bem a curva de luz. Entre outras palavras um certo valor de  $n_{ef}$  mensurado não indica somente a presença de uma componente. Ocorre então que  $n_{ef}$  é degenerado podendo vir a representar um valor que não seja “verdadeiro” para o objeto em questão. Até então, era considerado que uma soma de  $n_d = 1$  e outro  $n_b$  qualquer, resultaria em um  $n_{ef}$  efetivo que estaria entre 1 e  $n_b$ , mas a conclusão obtida por meio dos gráficos em 4.1 é que isso

não ocorre, indicando um maior intervalo de variação para o índice de Sérsic.

#### 4.2.2. CONCENTRAÇÕES

Os índices morfométricos concentração  $C_1$  e  $C_2$  são medidas que nos permitem, como o nome sugere, determinar o quão concentrada a luz é a partir do centro da galáxia. Trabalhos como (TRUJILLO; GRAHAM; CAON, 2001; GADOTTI, 2009; FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) e outros mostram que esses índices se correlacionam bem com  $n$ . Uma relação teórica/paramétrica tanto de  $C_1$  como de  $C_2$  foi estabelecida por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015) como sendo

$$C_1^\infty(n) = 2.91 \left( \frac{n}{32.44} \right)^{0.48}, \quad C_2^\infty(n) = 1.39 \left( \frac{n}{13.36} \right)^{0.52}, \quad (4.4)$$

para um perfil de Sérsic que se estende até  $\infty$ . Truncado o perfil, como discutido na Subseção 2.3.2.2, em  $2R_p$ , essas expressões ficam

$$C_1^{2R_p}(n) = 0.27 \left( \frac{n}{0.06} \right)^{0.27}, \quad C_2^{2R_p}(n) = 0.38 \left( \frac{n}{0.70} \right)^{0.17}. \quad (4.5)$$

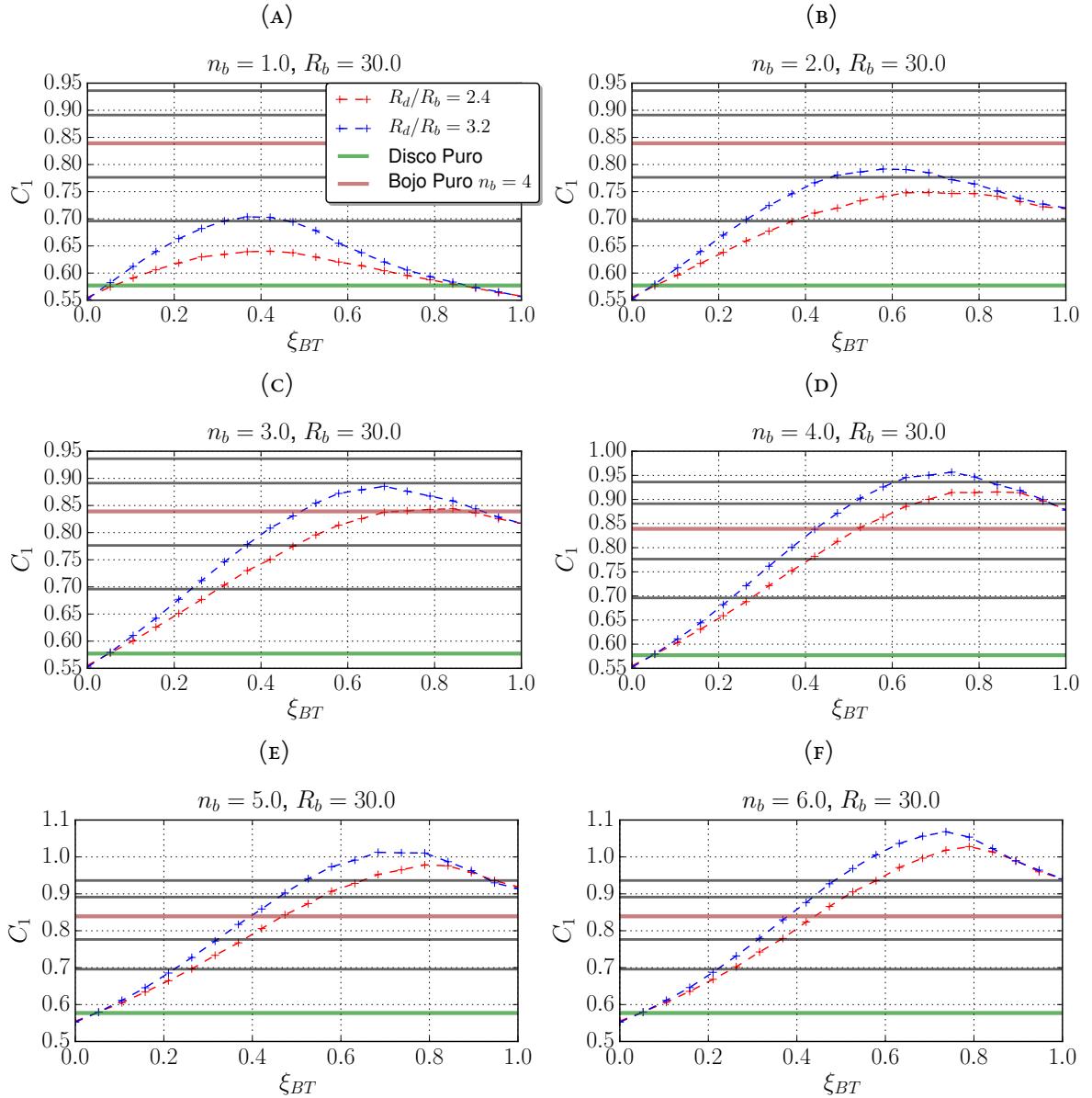
Vale apontar também que quantitativamente a primeira relação direta entre  $C$  e  $n$ ,  $\equiv C(n)$  obtida da lei de Sérsic foi determinada por (TRUJILLO; GRAHAM; CAON, 2001), entretanto não há uma relação teórica exata. De tal forma observar como esses índices variam de acordo com a relação bojo-disco é importante para a classificação morfométrica.

Quando  $\xi_{BT}$  varia de seu valor mínimo até seu valor máximo, o local com a contribuição maior para a luminosidade migra para a região central, então espera-se que, como se têm uma correlação entre  $n$  e  $C$ , se tenha também entre  $\xi_{BT}$  com  $C_1$  e  $C_2$  e similarmente ao comportamento de  $n_{ef}$  com  $\xi_{BT}$ . Considere os gráficos da FIGURA 4.2, onde mostram a dependência de  $C_1$  com  $\xi_{BT}$ . É nítido observar algo parecido com o que foi discutido anteriormente: para um certo valor  $\xi_{BT_{sat}}$  da composição  $\xi_{BT}$ , a concentração atinge um máximo e em seguida diminui. Nos gráficos da FIGURA 4.3, a mesma relação existe para  $C_2$  e o comportamento é também similar com o daquele para  $C_1$ . A diferença nítida que ocorre para ambas  $C_1$  e  $C_2$  como funções de  $\xi_{BT}$ , em analogia à  $n_{ef}(\xi_{BT})$ , é o ponto de máximo. Para  $n_{ef}$ , este ocorre em  $\xi_{BT_{sat}} \lesssim 0.55$  (para  $R_d/R_b = 2.4$ , veja a TABELA 4.1),

$$\max [n_{ef}(\xi_{BT})] \rightarrow \xi_{BT} = \xi_{BT_{sat}} \lesssim 0.55. \quad (4.6)$$

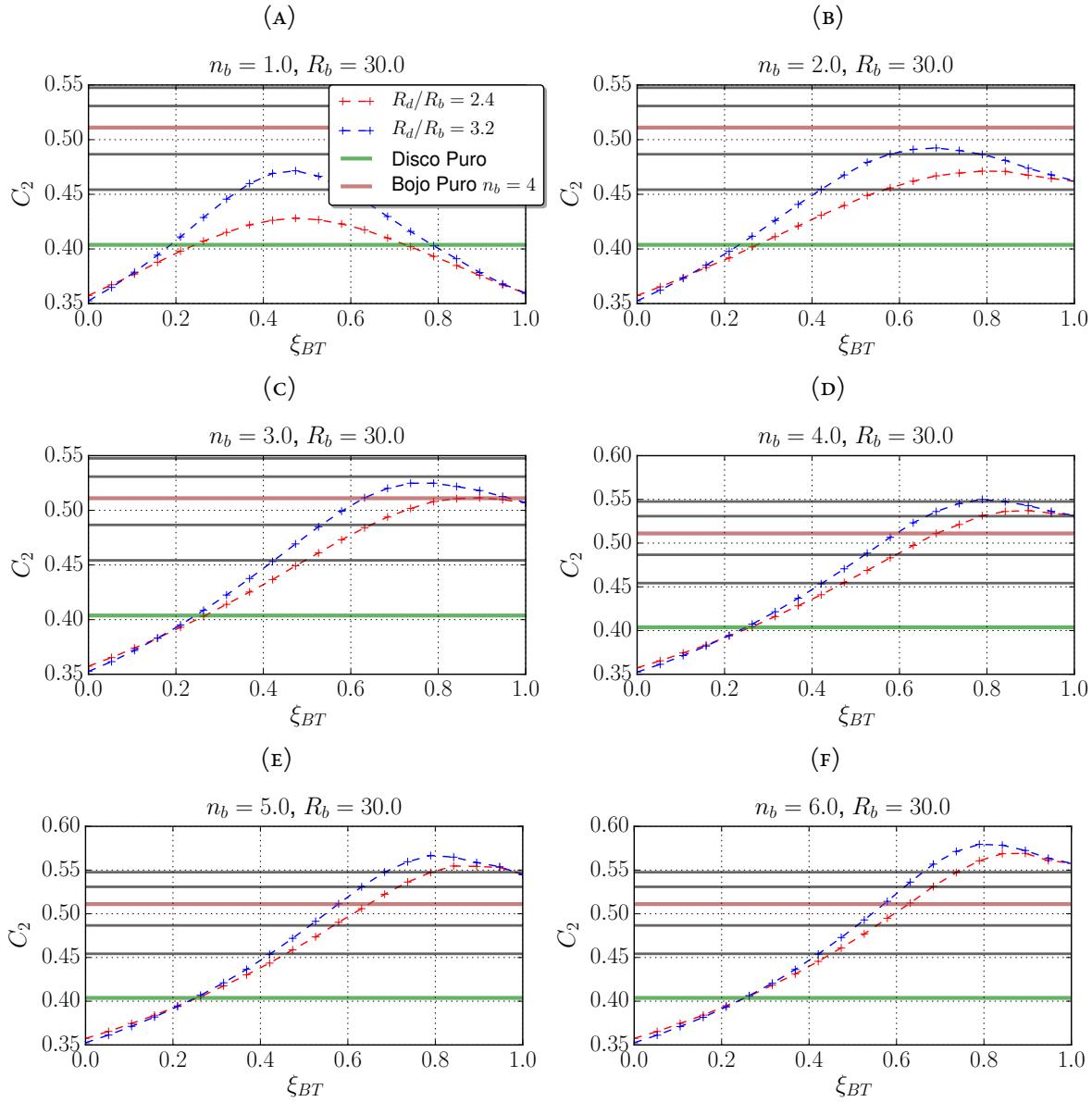
Porém para  $C_1$  e  $C_2$  isso ocorre apenas (aproximadamente) para  $\xi_{BT_{sat}} \gtrsim 0.5$  e também para  $n_b \gtrsim 1$ .

FIGURA 4.2: Relações entre medidas de  $C_i$  com relação a razão  $\xi_{BT}$  para alguns valores de  $n_b$ . As linhas horizontais indicam o valor de  $C_i(n)$  dada por (4.5) para  $n_b = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ , respectivamente de baixo para cima. Observa-se que os valore para  $C_i$  nos extremos não coincidem exatamente com o respectivo  $C_i(1)$  ou  $C_i(n_b)$ . Para todos os extremos da esquerda de cada gráfico, o erro percentual de medida é de  $\sim 4.3\%$ . Para bojos puros, os valores exatos e medidos de  $C$  estão contidos na TABELA 4.2.



Quando  $n_b \sim 1$ , o bojo se assemelha a um disco, apesar de ser inferior em tamanho (pois  $R_b < R_d$ ), e os valores para as concentrações são pouco afetados. Isso porquê esses índices possuem incrementos significativos para componentes bojo e de fato, observa-se isso nos gráficos já que os seus máximos são encontrados em uma região de  $\xi_{BT}$  que indica a predominância do bojo, i.e.  $\xi_{BT} \gtrsim 0.5$ . Para  $C_i$  essa relação era de ser esperada, pois, por definição, é uma medida mais interna da distribuição de luz e, portanto, possui mais contribuição da componente associada. Por outro lado, isso não é intuitivo para  $C_2$  já que é uma medida mais externa.

FIGURA 4.3: Semelhante à FIGURA 4.2, acima há a relação entre  $C_2$  e  $\xi_{BT}$ . As linhas horizontais comparam  $C_2$  com  $C_2(n)$  dada em (4.5). Além disso, veja a TABELA 4.2.



O próximo resultado importante surgirá a seguir. Ambos índices  $C_I$  e  $C_2$  também são afetados devido a soma das componentes bojo+disco, de maneira semelhante com o de  $n_{ef}$ . Porém, com  $C_I$  e  $C_2$ , isso tem um impacto maior já que são medidas puramente morfométricas, eliminando a possibilidade de ser um efeito adverso da redução se  $\chi^2$  de um fit da curva de luz, como o é feito para  $n_{ef}$ . Contudo, como ambos  $n_{ef}$  e  $C$  apresentam o mesmo comportamento, o resultado obtido para  $n_{ef}$  é mais fiel em não fazer parte desse efeito.

Está explícito nos gráficos de FIGURA 4.2 e FIGURA 4.3, que ambas *concentrações são degeneradas* para dois  $\xi_{BT}$  distintos, isto é, duas galáxias com combinações entre bojo e disco diferentes levam ao mesmo valor para  $C$ . Entre outras palavras, duas galáxias com morfologias diferentes podem resultar

Tabela 4.2: Valores teóricos fornecidos por (4.5) com o que é medido pelo MFMTK para diferentes valores de  $n_b$ . Na quarta e última coluna são mostrados os erros percentuais associados.

| $n_b$ | $C_1^{2RP}(n_b)$ | $C_1$ | $100 \times \frac{ C_1^{2RP}(n_b) - C_1 }{C_1^{2RP}(n_b)} \%$ | $C_2^{2RP}(n_b)$ | $C_2$ | $100 \times \frac{ C_2^{2RP}(n_b) - C_2 }{C_2^{2RP}(n_b)} \%$ |
|-------|------------------|-------|---|------------------|-------|---|
| 1.0   | 0.58             | 0.55  | 3.52  | 0.40             | 0.35  | 10.90   |
| 1.5   | 0.64             | 0.65  | 1.24  | 0.43             | 0.42  | 2.54  |
| 2.0   | 0.69             | 0.72  | 3.45  | 0.45             | 0.46  | 1.77  |
| 2.5   | 0.74             | 0.77  | 4.71  | 0.47             | 0.49  | 3.40  |
| 3.0   | 0.77             | 0.82  | 5.25  | 0.49             | 0.51  | 4.20  |
| 3.5   | 0.81             | 0.85  | 5.65  | 0.50             | 0.52  | 3.99  |
| 4.0   | 0.84             | 0.88  | 4.61  | 0.51             | 0.53  | 3.99  |
| 4.5   | 0.87             | 0.94  | 8.88  | 0.52             | 0.55  | 6.12  |
| 5.0   | 0.89             | 0.91  | 2.57  | 0.53             | 0.54  | 2.60  |
| 5.5   | 0.91             | 0.93  | 1.67  | 0.54             | 0.55  | 2.46  |
| 6.0   | 0.93             | 0.94  | 0.50  | 0.55             | 0.56  | 1.87  |

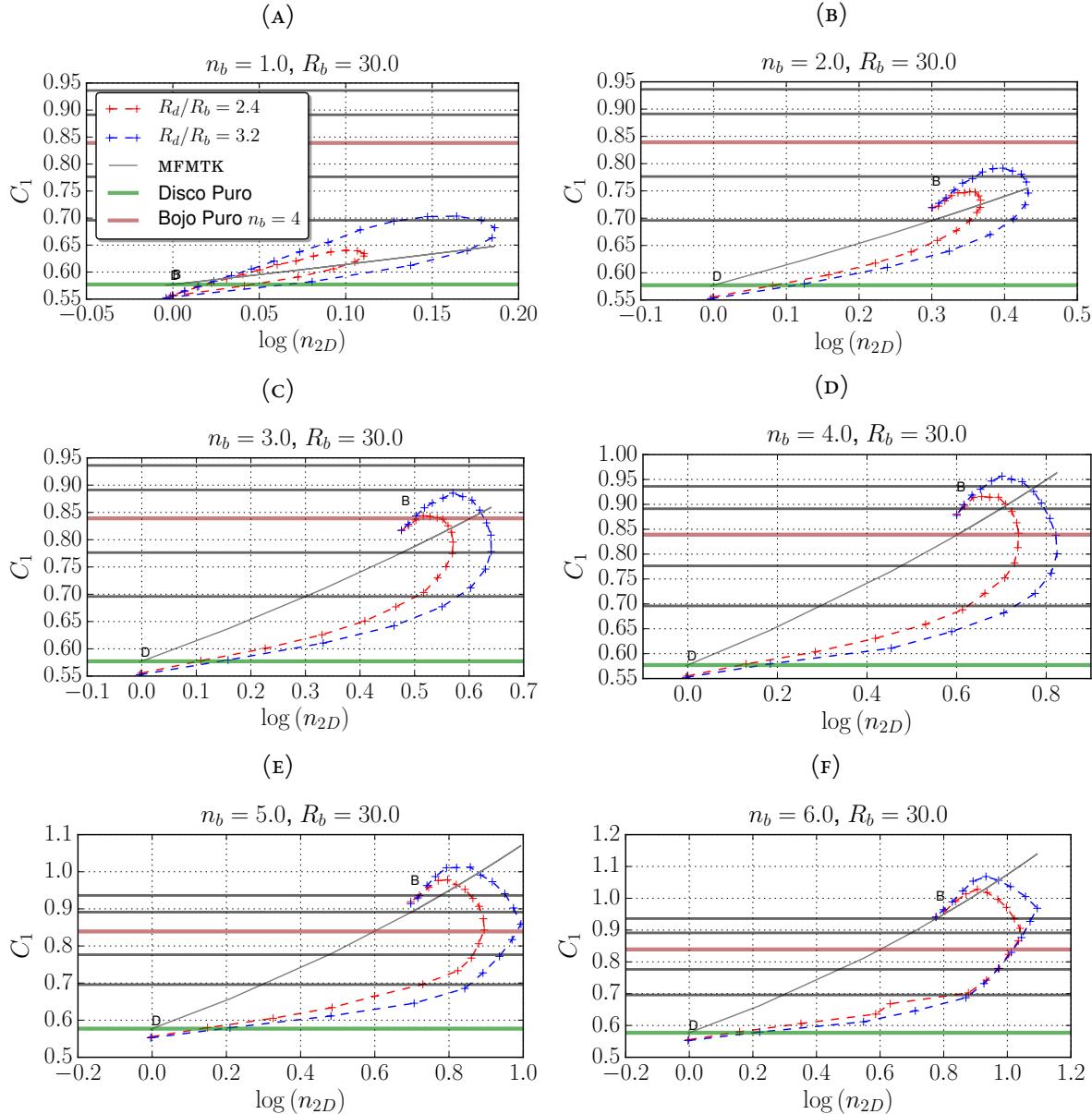
no mesmo  $C$ . Espera-se que essas manifestações sejam também provocadas também por combinações de quaisquer outras componentes.

Consideremos agora verificar como  $C_1$  e  $C_2$  variam com o índice de Sérsic efetivo  $n_{ef}$ . Na FIGURA 4.4, ha o cruzamento de ambas medidas,  $C_1$  e  $n_{ef}$ , juntamente com as parametrizações (4.5) em função de um  $n$  qualquer compreendido no intervalo de  $n_{ef}$ , a fim de se obter uma comparação entre os dois resultados. Percebe-se novamente nesses gráficos é que  $C$  é degenerado para valores diferentes de  $n_{ef}$ .

Vale ressaltar aqui que as concentrações (4.5) em função de  $n_{ef}$  não são as mesmas que aquelas obtidas na FIGURA 4.4 e FIGURA 4.5, já que a forma com que a luz é espacialmente distribuída para um bojo puro difere daquela referente a um modelo efetivo possuindo o mesmo  $n_{ef}$ , i.e. são de naturezas diferentes. As relação em (4.5) são derivadas para um índice de Sérsic puro  $n$ . Essa questão será novamente explicitada na Subseção 4.2.5.

Considerando a TABELA 4.2, uma questão deve ser observada com respeito ao que é determinado pelo MFMTK e o teórico, equações (4.5). Os valores de  $C$  que foram obtidos de uma imagem com um índice de Sérsic puro, devem corresponder ao que é dado por (4.5) para o mesmo índice. Observando a tabela mencionada, juntamente com as figuras associadas à  $C_1$  e  $C_2$ , nota-se uma pequena inconsistência com relação às medidas do MFMTK. Fica indicado então que as medidas para  $C_1$  e  $C_2$  não estão consistentes com o que se deveria obter, e os erros percentuais estão contidos na TABELA 4.2.

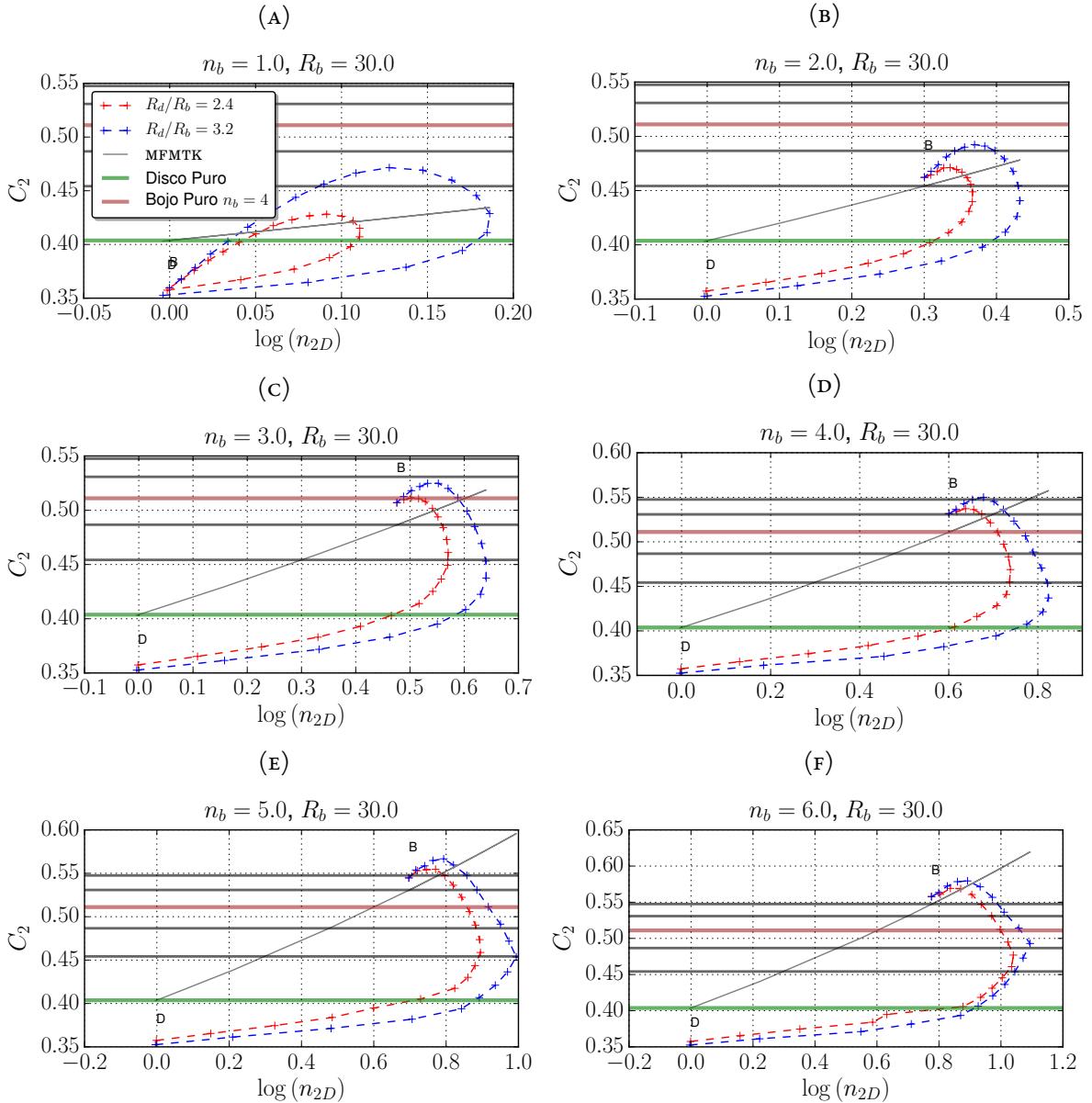
**FIGURA 4.4:** Nos gráficos abaixo, temos os valores de  $n_{2D}$  e  $C_1$  medidos pelo MFMTK juntamente com a relação  $C_1(n)$  obtida por (FERRARI; CARVALHO; TREVISAN, 2015). É nítido observar que ambos  $C_1$  e  $n_{ef}$  são degenerados. Para  $n_b > 1$ , existem dois valores de  $C_1$  para o mesmo  $n_{ef}$ , assim como, dois valores diferentes de  $n_{ef}$  resultam no mesmo  $C_1$ . No primeiro caso, com o mesmo  $C_1$  (que é alto), um alto  $n_{ef}$  indica uma soma de componentes, enquanto um  $n_{ef}$  menor, sugere um bojo. Para o segundo caso, com o mesmo  $n_{ef}$  (relativamente baixo), um alto  $C_1$  sugere um bojo, já um baixo  $C_1$  sugere uma soma de componentes.



### 4.2.3. RAIo EFETIVO $R_{n_{ef}}$

Além do índice de Sérsic efetivo  $n_{ef}$ , o raio efetivo  $R_{n_{ef}}$  para um modelo composto também é uma quantidade importante a ser estudada. Até aqui, os comportamentos de  $n_{ef}$  e das concentrações como função de  $\xi_{BT}$  são conhecidos. Para a razão bojo/total próximo de zero, metade da luminosidade está

FIGURA 4.5: O mesmo que a FIGURA 4.4, mas aqui para  $C_2$ . Com respeito a degenerescência, uma diferença de  $C_2$  com relação à  $C_1$ , é que a tendência de existir dois valores de  $n_{ef}$  para o mesmo  $C_2$ , é levemente reduzida.

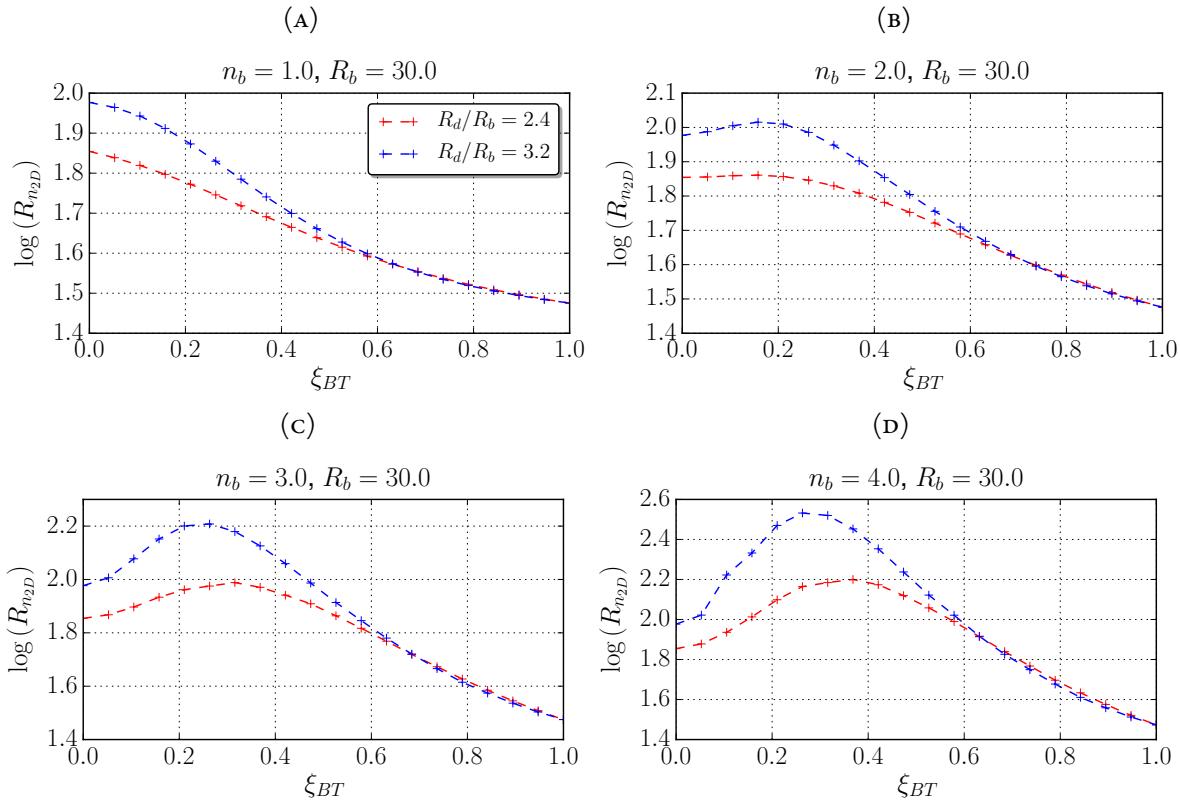


contida em uma área de  $\pi R_d^2$ <sup>7</sup>, isto é distribuída em uma grande região (comparada com  $\pi R_b^2$ ).

Reafirmando novamente, conforme  $\xi_{BT}$  varia a intensidade dos pixéis vai sendo disposta em regiões cada vez mais centrais, logo a área que conterá essa luminosidade diminui e transita de  $\pi R_d^2$  para  $\pi R_b^2$ . Dessa maneira, espera-se, a priori (sem considerar o conhecimento do comportamento de  $n_{ef}$  com  $\xi_{BT}$ ), que essa região efetiva seja dada por um  $R_{n_{ef}}$  menor do que  $R_d$  e acima de  $R_b$ . Porém, usando os resultados até então, de que  $n_{ef} > n_b$  para um certo intervalo de  $\xi_{BT}$ , infere-se também que em algum

<sup>7</sup> Considera-se regiões circulares já que todas as imagens foram sintetizadas com  $q = 1.0$ , mas a interpretação é a mesma para  $q \neq 1.0$ .

**FIGURA 4.6:** Relação obtida pelas medidas do MFMTK para  $R_{n_{2D}} \equiv R_{n_{ef}}$ . A variação do raio efetivo apresenta o mesmo comportamento que aquele de  $n_{ef}$  e das concentrações: pode ser maior do que  $R_d$  como também de  $R_b + R_d$ , como se observa para  $n_b = 3$  e  $n_b = 4$ , onde para as diferentes razões de  $R_d/R_b$  têm-se  $\log[3\sigma(1+2.4)] = 2.0$  e  $\log[3\sigma(1+3.2)] = 2.1$ . Nota-se que a maior variação de  $R_{n_{ef}}$  se dá para o caso  $R_d/R_b = 3.2$ .

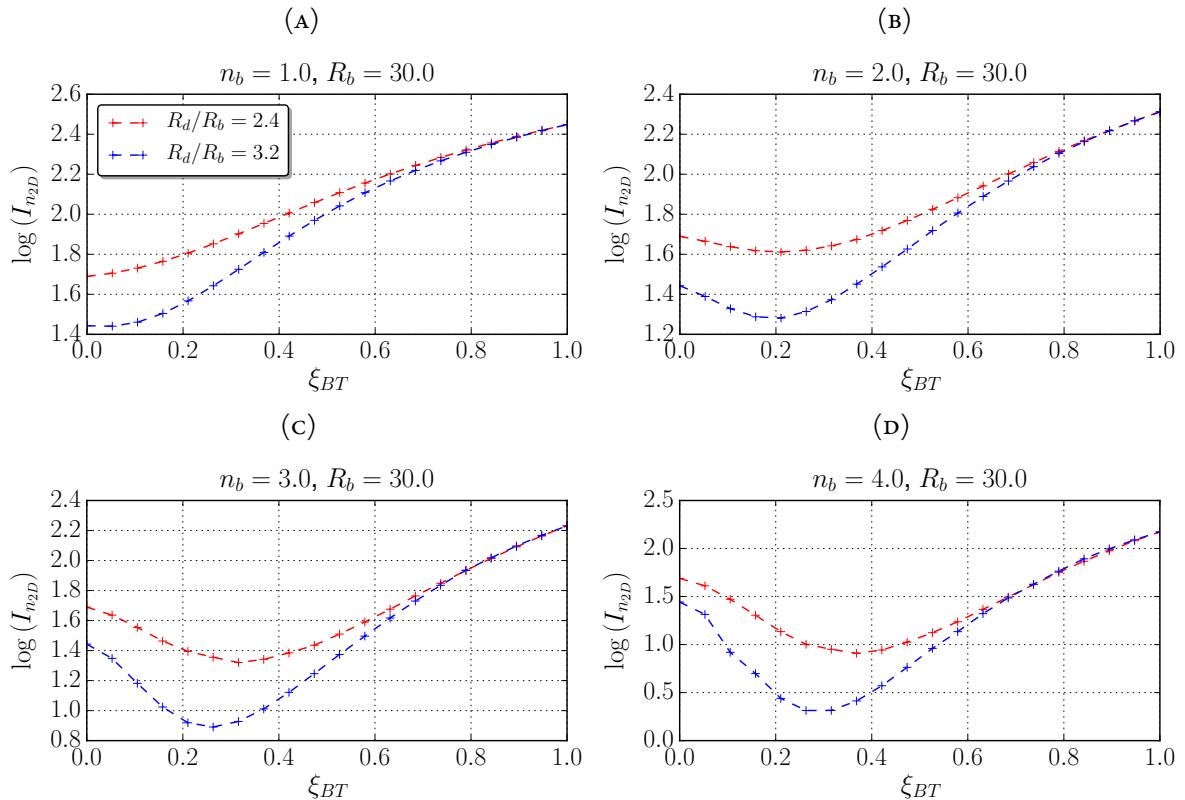


local desse intervalo, especificamente  $\xi_{BT} \lesssim 0.55$ , se tenha  $R_{n_{ef}} > R_d$  referindo-se novamente a questão do acúmulo de luminosidade entre  $R_b$  e  $R_d$ . Isso é suportado pelos resultados apresentados nos gráficos da FIGURA 4.6, com exceção de  $n_b = 1$ . Veja que quando  $R_d/R_b = 2.4$  a variação é menos significativa mas aumenta para  $R_d/R_b = 3.2$ . Assim sendo, as imagens que possuem mais de uma componente, para um certo  $\xi_{BT_{sat}}$ , apresentam um  $R_{n_{ef}}$  maior do que apenas uma.

Pode-se levar isso as galáxias reais, como as cD's. Como discutido no Capítulo 2, algumas delas apresentam um envelope e portanto pode-se associar as grandes extensões à seus raios efetivos devido a presença dessa estrutura. Além disso, galáxias S0's que tenham dimensões comparáveis a galáxias elípticas podem apresentar então raios efetivos maiores, em vista de que são compostas por bojo e disco, basicamente. Entretanto, essas são apenas especulações e carecem de análises quantitativas.

Aponta-se ainda uma questão que será discutida logo mais na Seção 4.3. Descobriu-se em certa parte, que o aumento significativo de  $R_{n_{ef}}$  não é uma manifestação física, porém consequência do procedimento de reduzir  $\chi^2$ , ver Subseção 4.3.

FIGURA 4.7: Resultados obtidos para a dependência de  $I_{n2D} \equiv I_{n_{ef}}$  com a razão  $\xi_{BT}$ . As maiores variações desta quantidade com relação aos extremos é para as imagens com  $R_d/R_b = 3.2$ , isso pode ser interpretado pela questão de que a área que distribui o brilho superficial é dependente de  $R_{n_{ef}}^2$ , logo maiores valores deste raio efetivo aumentam de forma mais significativa a área em que ocorrerá a distribuição de luminosidade, afetando então  $I_{n_{ef}}$ . Observamos que as regiões de mínimo em  $I_{n_{ef}}$  correspondem aos de máximo para  $R_{n_{ef}}$ , FIGURA 4.6, então a relação de que  $I_{n_{ef}} \propto R_{n_{ef}}^{-2}$  é verificada, veja a FIGURA 4.8.

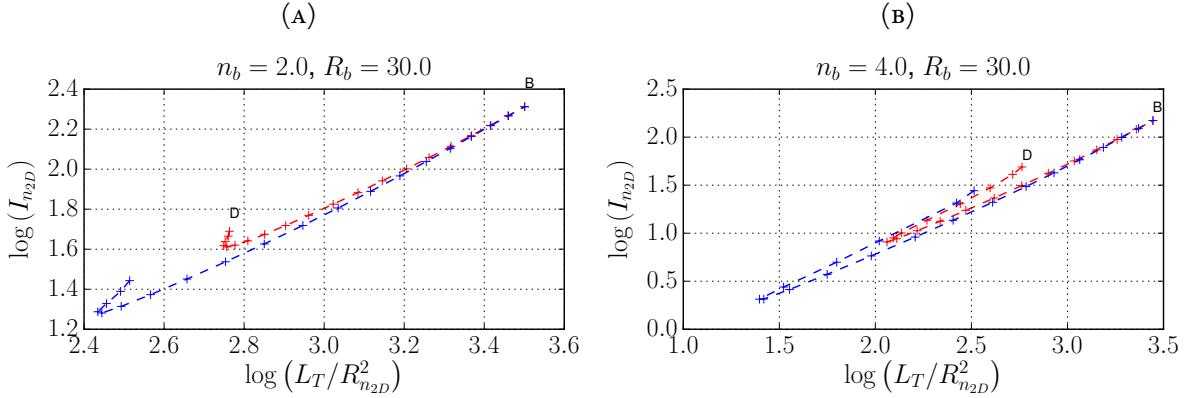


#### 4.2.4. BRILHO EFETIVO $I_{n_{ef}}$

Juntamente com  $n_{ef}$  e  $R_{n_{ef}}$ , resta observar o comportamento do brilho efetivo  $I_{n_{ef}}$ , ou sua magnitude associada  $\mu_{n_{ef}}$ , das imagens compostas. Por implicação dos resultados até então, é permitido afirmar que essa quantidade é crescente em  $\xi_{BT}$ , já que galáxias mais concentradas possuem altos valores de  $I_n$ , as cD's por exemplo. Mas pergunta-se, há alguma região de  $\xi_{BT}$  que manifeste  $I_{n_{ef}}$  de tal forma que ocorreu à  $n_{ef}$  e  $R_{n_{ef}}$ ? Pelos conceitos abordados no Capítulo 2, há uma certa correlação entre  $\mu_n$  e  $n$ , teoricamente sabe-se que  $I_n \propto L_T/R_n^2$ .

Considerando a FIGURA 4.7, se observa que  $I_{n_{ef}}$  também é influenciado de maneira sistemática pela soma de duas componentes bojo+disco, assim como se deu para  $n_{ef}$  e  $R_{n_{ef}}$ . O brilho superficial para um disco é menor do que para um bojo (extremos de cada gráfico da FIGURA 4.8), mas o que não é intuitivo é que  $I_{n_{ef}}$  pode estar abaixo desses casos, como é mostrado para  $n_b = 2, 3, 4$ , entre a

**FIGURA 4.8:** Nos gráficos abaixo, verifica-se explicitamente a relação  $I_{n_{ef}} \propto L_T/R_{n_{ef}}^2$ . Os pontos no canto inferior esquerdo de cada gráfico, se referem aos valores de máximos para  $R_{n_{ef}}$ , indicando os menores valores de  $I_{n_{ef}}$ . Isso é consequência de uma área  $\pi R_{n_{ef}}^2$  maior para distribuir o brilho superficial. Quando há a tendência de ter um bojo, a área diminui para  $\pi R_{n_{ef}}^2 \rightarrow \pi R_b^2$  sendo menor e assim elevando os valores de  $I_{n_{ef}}$ .



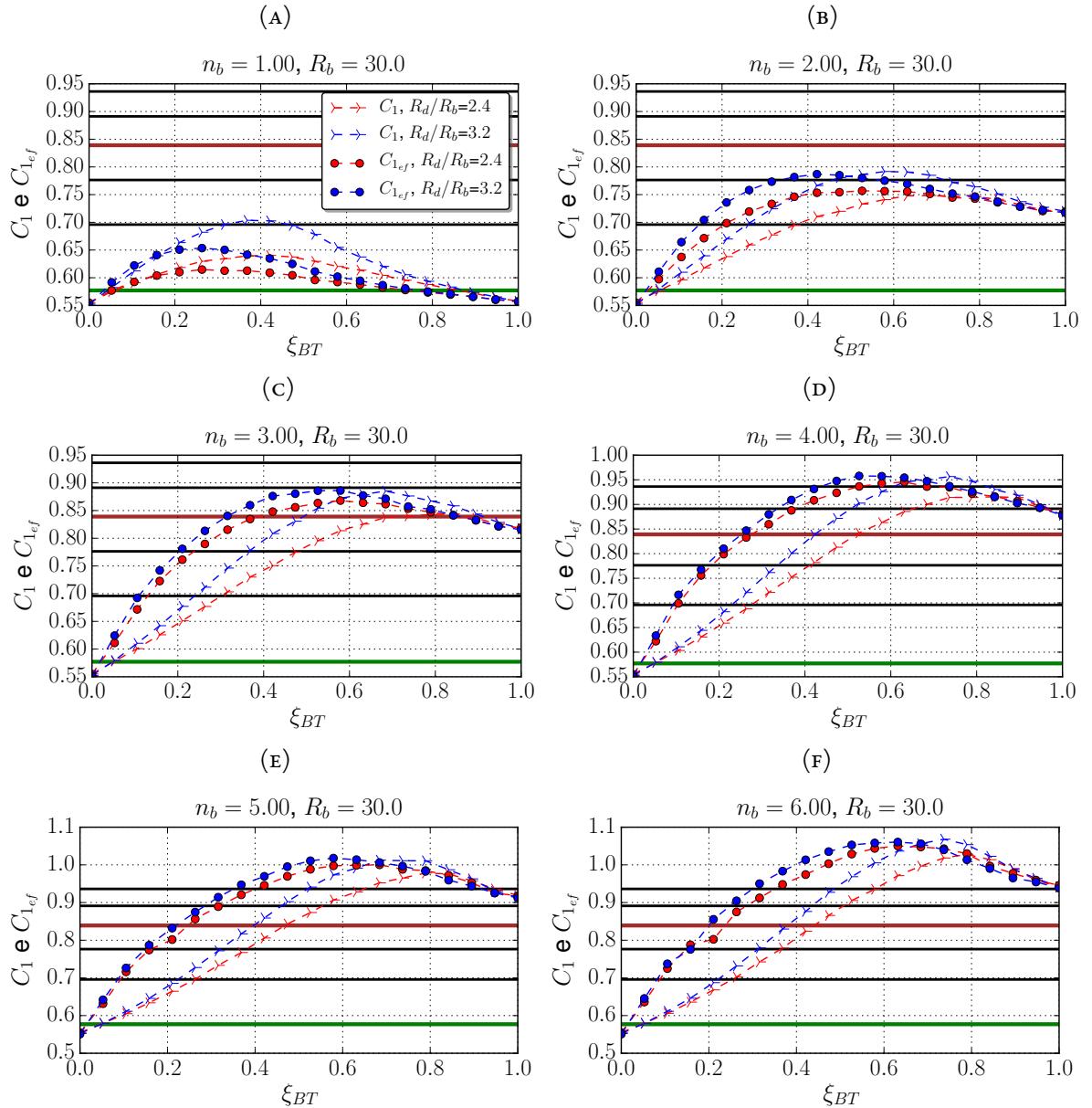
região aproximada de  $\xi_{BT} \lesssim 0.5\text{-}0.7$ . Contudo, após confirmar que  $I_{n_{ef}} \propto R_{n_{ef}}^{-2}$ , FIGURA 4.8, e sabendo da relação que  $R_{n_{ef}}$  pode ser maior do que  $R_b$  e  $R_d$ , FIGURA 4.6, afirma-se facilmente que  $I_{n_{ef}}$  tem a possibilidade de ser menor que  $I_b$  e  $I_d$ .

#### 4.2.5. CONCENTRAÇÃO EFETIVA

Será verificado aqui como se comparam as concentrações  $C_1$  e  $C_2$ , discutidas anteriormente, para as imagens compostas por bojo+disco com relação à imagens que agora foram criadas utilizando-se os parâmetros intrínsecos efetivos. Se uma imagem foi sintetizada com uma única componente, possuindo parâmetros  $n_{ef}$ ,  $I_{n_{ef}}$  e  $R_{n_{ef}}$ , espera-se que os valores obtidos, posteriormente ao processamento do MFMTK, para as concentrações não sejam os mesmos que àqueles das imagens compostas pois a distribuição espacial de luz é de natureza diferente. Em uma imagem há a soma de duas componentes e na outra apenas uma única, efetiva.

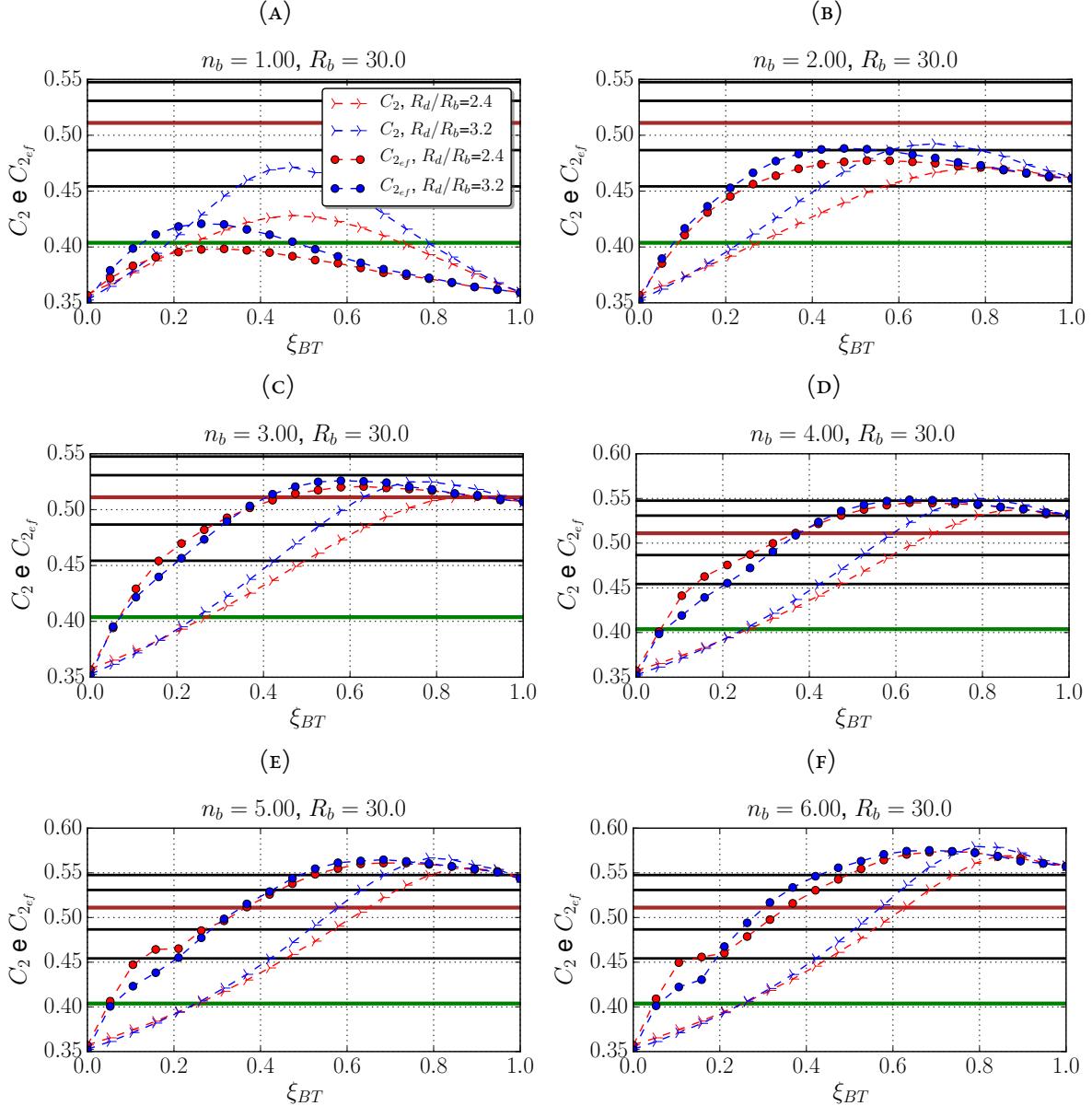
O comportamento de  $C_1$  e  $C_2$  para um perfil composto e para um perfil efetivo é apresentado na FIGURA 4.9. Os objetos sintéticos nessa análise são apenas uma componente, entretanto nos gráficos foi novamente utilizado a quantidade  $\xi_{BT}$  para o eixo  $x$ , mas que não varia de fato. O motivo da construção dos gráficos dessa forma é apenas para referenciar o valor de  $\xi_{BT}$  das imagens progenitoras (compostas) que originaram as efetivas. Repete-se novamente a dependência entre  $C_i$  e  $\xi_{BT}$  apresentada anteriormente, para se comparar as medidas de  $C_{1_{ef}}$  e  $C_{2_{ef}}$ , que significam as concentrações obtidas sobre um bojo/elíptica com ( $n = n_{ef}$ ,  $R_n = R_{n_{ef}}$ ,  $I_n = I_{n_{ef}}$ ), “concentrações efetivas”. É interessante notar que as propriedades medidas diferem para cada estrutura em questão. A concentração efetiva  $C_{1_{ef}}$  é

FIGURA 4.9: Comparação entre o índice morfométrico  $C_1$  obtido de imagens compostas, e puramente bojos com o mesmo  $n_{ef}$ .



maior para baixos valores de  $\xi_{BT}$  com relação a  $C_1$ , pois um bojo puro com um certo  $n_{ef}$  tende a ser mais concentrado do que um bojo+disco com o mesmo  $n_{ef}$ . Além do mais, um disco também contribui significativamente, se observa nos gráficos, que para todo  $n_b$ , em alguma região de  $\xi_{BT}$ , a curva que  $C_1$  ultrapassa e passa a ser maior do que  $C_{1ef}$ . Esse cruzamento se desloca para a direita de  $\xi_{BT}$  conforme o aumento de  $n_b$ . Para  $C_2$  e  $C_{2ef}$ , FIGURA 4.10, os resultados obtidos são semelhantes ao caso anterior.

Ambas concentrações são afetadas da forma apresentada nos gráficos da FIGURA 4.9 e FIGURA 4.10 porque não são uma medida local ao longo da galáxia e sim, por definição, são executadas sobre diferentes regiões da mesma. A presença de um disco pode elevar significativamente os valores desses

FIGURA 4.10: O mesmo que a FIGURA 4.9 mas aqui com  $C_2$ .

índices, sendo superiores ao correspondente do bojo.

### 4.3. LIMITAÇÃO DE UM MODELO EFETIVO

Durante a criação e a análise das imagens sintéticas, algumas limitações foram encontradas quando se diz respeito a um perfil de Sérsic efetivo para descrever a soma de duas componentes bojo+disco. Na literatura isso já é conhecido, mas aqui há a possibilidade quantificar esse limite. Quando uma imagem efetiva é sintetizada de uma progenitora que possui um bojo com  $n_b > 4.0$  com contribuição para  $L_T$  entre  $0.2 \lesssim \xi_{BT} \lesssim 0.55$ , percebeu-se que a convergência de um perfil  $I(R) = I(R_{n_{ef}}, I_{n_{ef}}, n_{ef})$

fica limitada. Essa limitação também depende da razão  $R_d/R_b$ , corresponde a variação do tamanho do disco, já que mantemos  $R_b$  constante.

Para imagens com  $1.0 < n_b < 4.0$  e  $R_d/R_b < 3.5$ , um perfil de Sérsic efetivo pode ser utilizado para descrever a curva de luz de uma imagem composta por bojo e disco para todo o intervalo  $0.0 < \xi_{BT} < 1.0$ , inclui o intervalo entre  $0.20$  e  $0.55$  que apresentou problemas. É importante ressaltar aqui novamente que quando  $\xi_{BT} = 0$  o perfil é somente um disco mas na medida que esse valor é incrementado, alguns pixels centrais adquirem consideráveis valores para as intensidade  $I_{i,j}$  em cada um deles. Entretanto, como são poucos os pixels modificados, i.e. o bojo é tênue, a curva de luz total  $I(R)$  (ou  $\mu(R)$ ) quase não se modifica, veja a FIGURA 4.IIA. Na medida que  $\xi_{BT}$  aumenta, os pixels centrais influenciam mais sobre a soma  $\mu_b(R) + \mu_d(R)$ , mas com  $n_b < 4.0$  essas transições ainda são consideradas “suaves”, veja a FIGURA 4.IIB. Ao considerarmos novamente  $n_b > 4.0$ , para  $\xi_{BT} < 0.2$ , os pixels centrais continuam a não modificar bruscamente a soma  $\mu_b(R) + \mu_d(R)$ , sendo ainda suave, FIGURA 4.IIC. Porém, entre  $\xi_{BT} \in \sim [0.2, 0.55]$  ocorre uma variação abrupta em  $\mu_b(R) + \mu_d(R)$ , como se identifica em FIGURA 4.IID e FIGURA 4.IIE. Posteriormente, essa variação abrupta é atenuada a partir de  $\xi_{BT} > 0.55$ , como se observa na FIGURA 4.IIF.

Para imagens compostas por bojo ( $n_b > 4$ ) e disco estando na região entre  $\xi_{BT} \in \sim [0.20, 2.55]$ , fica impossibilitado de se traçar um perfil de brilho efetivo que extrapole as regiões internas e externas simultaneamente, com um bom valor de  $\chi^2$  reduzido. Na verdade, existe uma tentativa de se obter uma extração, mas ocorre que o conjunto de parâmetros que é retornado não possui um significado físico real; Foi percebido que os algoritmos que buscam uma parametrização dessa curva, a fim de minimizar  $\chi^2$ , impõem que  $R_{n_{ef}}$  aumente significativamente e ao mesmo tempo diminuem  $I_{n_{ef}}$ . Porém, isso não é uma representação física real da estrutura da imagem e sim um conjunto de valores que buscam um  $\chi^2$  mínimo. Essa “divergência” dos parâmetros ocorreu tanto no MFMTK como no IMFIT, portanto possui natureza do procedimento numérico decorrente da natureza matemática da lei de Sérsic, já que ela não descreve curvas que variem abruptamente entre uma componente e outra<sup>8</sup>.

Os resultados das medidas de  $R_{n_{ef}}$  e  $I_{n_{ef}}$  como função de  $\xi_{BT}$  obtidos pelo MFMTK para os casos onde o perfil efetivo é inadequado, são mostrados na FIGURA 4.I2. O processamento das imagens referentes à FIGURA 4.IIA e FIGURA 4.IIE são mostrados nos gráficos (A) e (B) da FIGURA 4.I3, respectivamente.

---

<sup>8</sup>Esse foi o motivo que se levou a introduzir a lei de Core-Sérsic (GRAHAM et al., 2003), principalmente para descrever a curva de luz das galáxias que possuem um núcleo.

**FIGURA 4.II:** Observe que nos gráficos (A), (B), (C) e (F) o bojo está presente mas não afeta bruscamente a curva de luz total. Já em (D) e (E) o bojo representa 21% da luminosidade total e é concentrado implicando em uma variação abrupta em  $\mu(R)$ . Isso causa algumas dificuldades para se encontrar um modelo de Sérsic efetivo ( $I_{n_{\text{ef}}}$ ,  $R_{n_{\text{ef}}}$ ,  $n_{\text{ef}}$ ) para a soma bojo+disco, que extrapole ambas as regiões. Ocorre que  $R_{n_{\text{ef}}} \gg R_b + R_d$  e  $I_{n_{\text{ef}}} \sim 0.1$ . Os objetos sintéticos referentes à (A) e (E) processados pelo MFMTK, são mostradas na FIGURA 4.III.

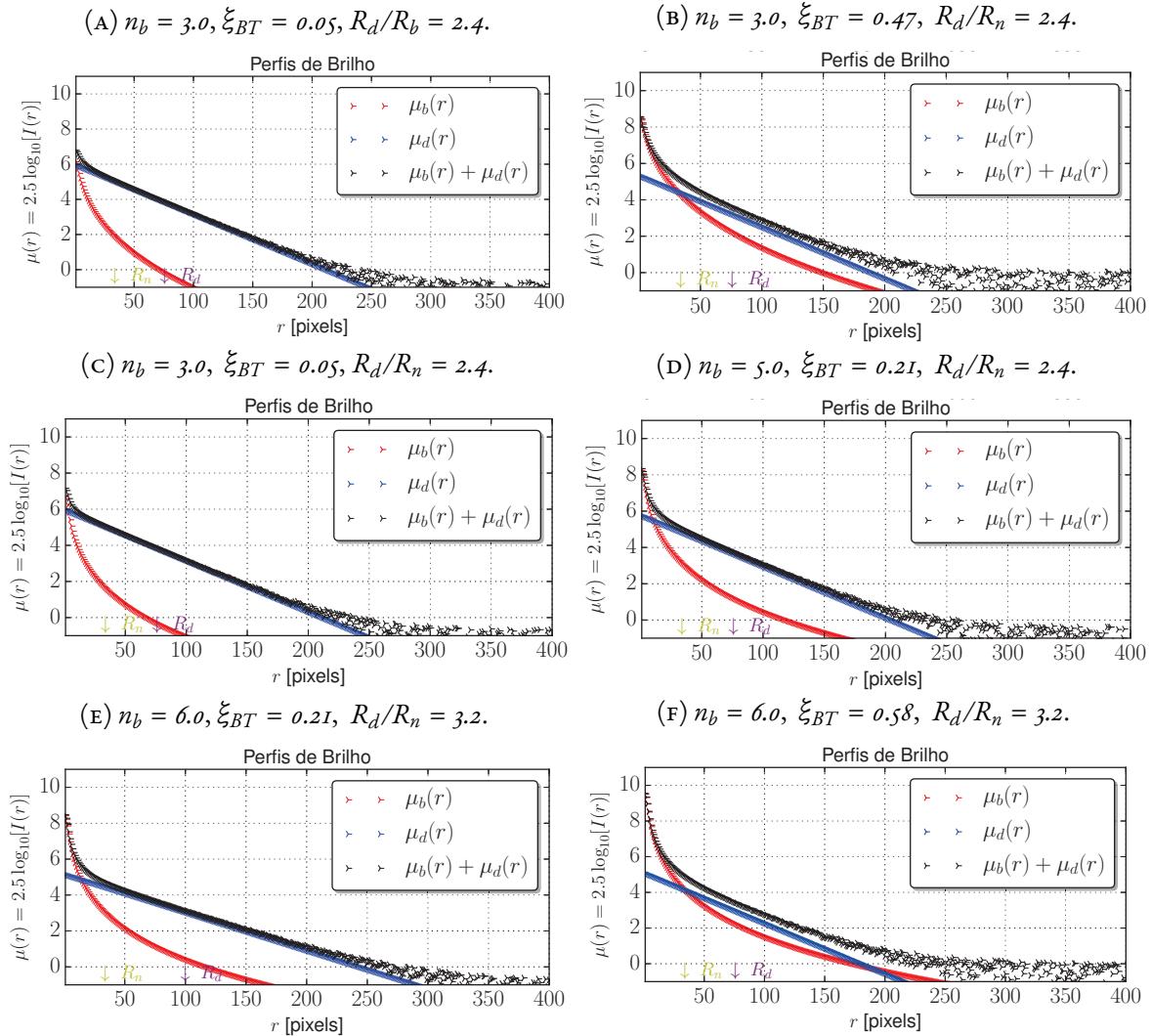


FIGURA 4.12: Os gráficos abaixo mostram o comportamento do raio efetivo e do brilho efetivo para imagens com um  $n_b = 5.0$  e  $n_b = 6.0$  ao longo de todo o intervalo de  $\xi_{BT}$ . Nota-se a impossibilidade de um perfil efetivo descrever a soma  $\mu_b(R) + \mu_d(R)$  entre o intervalo  $\xi_{BT} \in [0.2, 0.55]$ . Além disso, isso é acentuado para o caso  $R_d/R_b = 3.2$ .

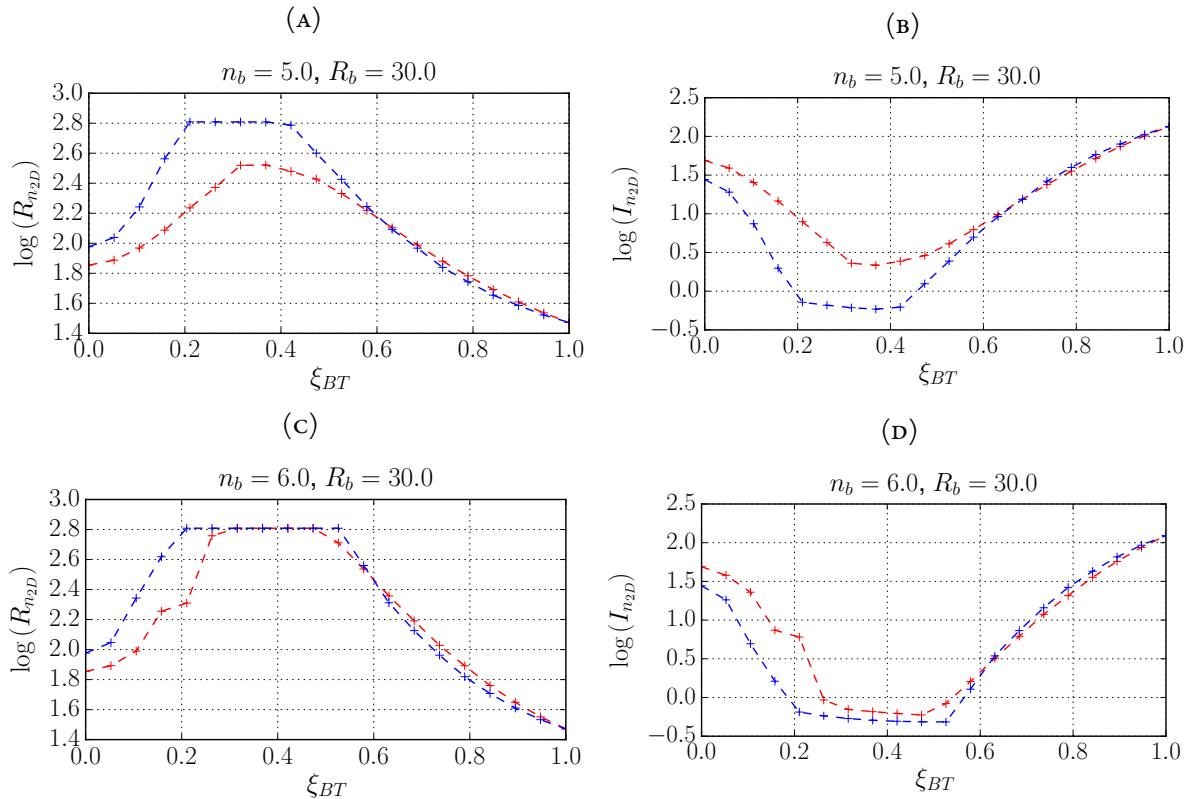
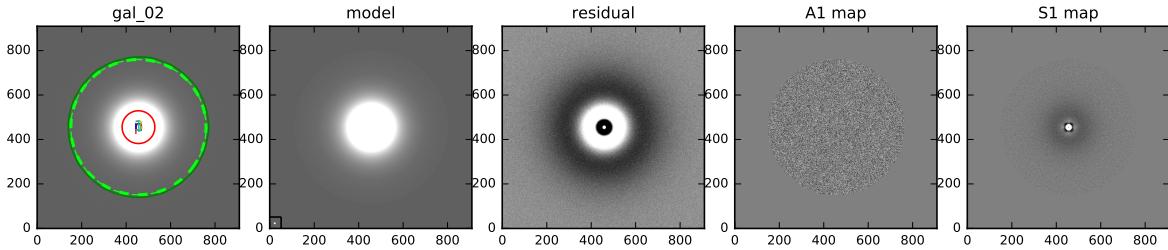
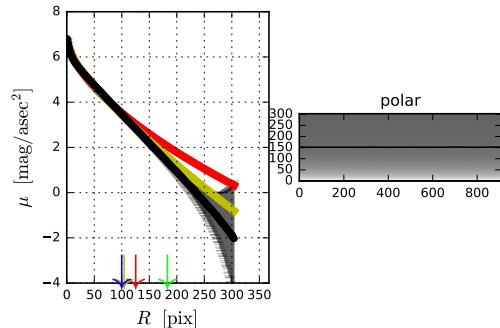


FIGURA 4.13: Análise sobre as imagens simuladas de FIGURA 4.IIA e FIGURA 4.IIE. Note que para (A), as medidas são fisicamente plausíveis, entretanto isso não é para (B). Note como o valor de  $R_{n_{ef}}$  diverge e o valor de  $I_{n_{ef}}$  tende a ser menor do que 1.0, veja isso explicitamente na FIGURA 4.12.

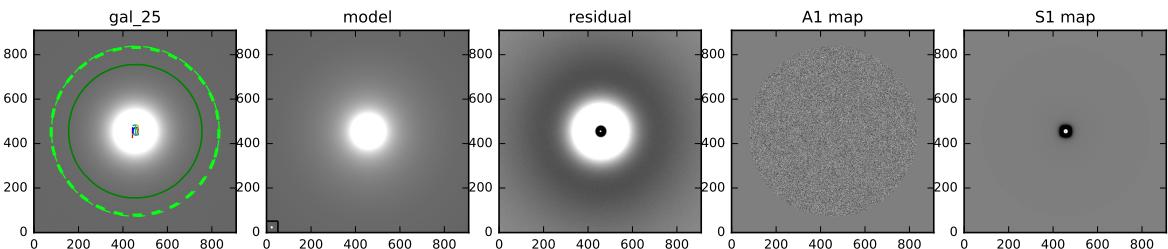
(A) Medida sobre FIGURA 4.IIA.



Morfometryka v6.6

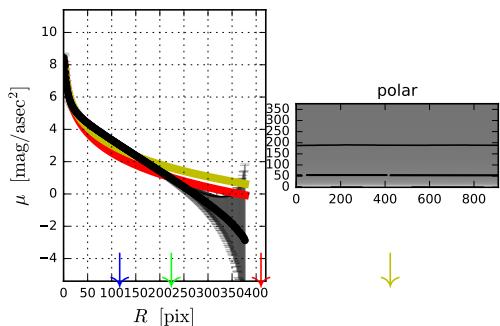


(B) Medida sobre FIGURA 4.IIE.



$(x_0, y_0)_{\text{col}} = (455.5, 455.5)$        $In_{1D} = 0.95$        $Rn_{1D} = 375.00$        $n_{1D} = 8.86$   
 $(x_0, y_0)_{\text{max}} = (454.5, 455.5)$        $In_{2D} = 0.65$        $Rn_{2D} = 643.47$        $n_{2D} = 7.41$   
 $(x_0, y_0)_{\text{fit}} = (455.7, 455.5)$        $Rp = 188.77$        $psf_{FWHM} = 3.76$   
 $q_{\text{seg}} = 1.00$        $PA_{\text{seg}} = 71.88$        $C_1 = 0.69$        $C_2 = 0.39$   
 $q_{\text{fit}} = 1.01$        $PA_{\text{fit}} = 0.05$        $A_1 = 0.025$        $A_3 = 0.027$        $A_4 = 0.529$   
 $\chi_1 = 71.237$        $S_1 = 0.07$        $S_3 = 0.02$        $G = 0.80$   
 $\chi_{2,a} = 0.000$        $\chi_{2,b} = 0.006$        $\chi_{2,c} = 0.006$        $b\bar{b} = 1.57$        $\sigma_\psi = 0.07$        $H = 0.10$

Morfometryka v6.6



Fonte: Algoritmo MORFOMETRYKA.

# Capítulo 5

## Conclusões

There is no good in anything until it is finished.

Genghis Khan

Neste trabalho, teve-se o objetivo de realizar um estudo morfométrico (concentrações  $C_1$  e  $C_2$ ) e fotométrico (quantidades efetivas de Sérsic  $I_{nef}$ ,  $R_{nef}$ ,  $n_{ef}$ ) sobre imagens simuladas de galáxias. Para isso, foi preciso desenvolver uma ferramenta em que se pudesse sintetizar essas imagens para um bom número de morfologias, semelhantes àquelas que se observa no céu. O banco de dados selecionado para o estudo ficou restrito a objetos que simulem ser constituídas por bojo e disco. As imagens se distinguem entre si i) pela razão entre as luminosidades de cada componente  $\xi_{BD} = L_B/L_D$  (ou  $\xi_{BT} = L_B/L_T$ ), ii) por diferentes tamanhos físicos relativos entre o bojo e o disco, razão  $R_d/R_b$  e iii) pelos diferentes valores utilizados para o índice de Sérsic do bojo,  $n_b$ .

Para observar como as medidas mencionadas são afetadas, foi utilizado a quantidade  $\xi_{BT}$  como variável, que indica o quão predominado por um disco  $\xi_{BT} < 0.5$  ou quão predominado por um bojo  $\xi_{BT} > 0.5$ , a galáxia é. Primeiramente, foi confirmado o que já é conhecido, que o índice de Sérsic obtido em uma análise (“efetivo”) dependente da estrutura da galáxia. Entretanto, encontrou-se que seu valor, em certas regiões de  $\xi_{BT}$ ,  $n_{ef}$  é maior do que o índice de Sérsic da componente bojo,  $n_b$ , FIGURA 4.1, ou seja, máximos para  $n_{ef}$  ocorrem. Notou-se também que mesmo o disco sendo pouco concentrado, ele traz uma contribuição para  $n_{ef}$  bastante significativa, e o efeito é mais acentuado para o bojo sendo muito menor que o disco. Esses resultados sugerem que para galáxias do céu, onde não são bem resolvidas espacialmente e onde se utiliza uma lei de Sérsic única para descrever  $I(R)$ , altos valores de  $n$  podem indicar a presença de outra componente.

As medidas morfométricas sobre as concentrações  $C_1$  e  $C_2$  foram afetadas de maneira semelhante.

Seus valores são significativamente afetados pela presença do disco, FIGURA 4.2 e FIGURA 4.2, e em certas regiões de  $\xi_{BT}$  também são maiores do que a concentração associada à um bojo puro, possuindo então valores máximos. Isso causou uma degenerescência entre  $n_{ef}$  e  $C$ , isto é, um mesmo  $n_{ef}$  possui diferentes distribuições de luminosidades acarretando em diferentes valores para esses  $C_1$  e  $C_2$ , além de que um mesmo  $C$ , possui dois valores distintos de  $n_{ef}$ , FIGURA 4.4 e FIGURA 4.5.

Foi identificado ainda, que o código MORFOMETRYKA apresentou um erro percentual que varia de 0.5% até 10% para as medidas de  $C_1$  e  $C_2$  para imagens constituídas de bojo puro, ver TABELA 4.2. Adicionalmente, a natureza de uma distribuição espacial de luz representada por uma composição entre bojo e disco, é diferente aquela representada por uma conjunto de parâmetros efetivos, de tal forma que  $(C_1, C_2)$  e  $(C_{1ef}, C_{2ef})$  são distintamente diferentes, FIGURA 4.9 e FIGURA 4.10.

Por fim, as quantidades  $R_{nef}$  e  $I_{nef}$  apresentaram comportamentos semelhantes às concentrações e  $n_{ef}$ , FIGURA 4.6 e FIGURA 4.7. Porém, revelaram que para  $n_b > 4$ , na região  $\xi_{BT} \in \sim [0.2, 0.55]$ , um perfil de Sércic único não é capaz de descrever  $I(R)$  como soma de um bojo e um disco, FIGURA 4.12, implicando em uma limitação da utilização das quantidades efetivas.

Como perspectivas futuras, que darão continuidade a este trabalho para o mestrado, temos o interesse em utilizar o índice morfométrico espiralidade  $\sigma_\psi$  para identificar as regiões de transição entre o bojo e o disco para galáxias espirais, em que para isso serão sintetizadas imagens com braços espirais e morfologias associadas. Outra perspectiva é aprofundar um estudo sobre os índices de concentração, nos quais vem se mostrando eficazes no estabelecimento de propriedades das galáxias. Nessa questão, também há o interesse na utilização de  $C$  como uma quantidade que delimita regiões em que o bojo predomina ou o disco predomina. Para isso, será investigado diversos índices de concentração  $C_{ij}$ , i.e. cobrir todas as combinações possíveis de  $i$  e  $j$  (ver equação (2.38)), na busca daqueles que melhor representem uma dada galáxia. Espera-se também encontrar aqueles índices que removam a degenerescência encontrada com relação à  $n_{ef}$  e a diferentes valores de  $\xi_{BT}$ .

Apêndice A

## O Perfil de Sérsic

O perfil de Sérsic proposto por Jose Luis Sérsic (SÉRSIC, 1963; SÉRSIC, 1968) é uma generalização do perfil de De Vaucouleurs (VAUCOULEURS, 1948; VAUCOULEURS, 1959) e posteriormente do perfil exponencial (FREEMAN, 1970). Sérsic introduziu um índice  $n$  que hoje se chama de *índice de Sérsic* e é fundamental para se estabelecer propriedades de inúmeras morfologias de galáxias, como foi visto ao longo deste texto. Ele mostrou que foi importante introduzir esse novo parâmetro pois nem todas as galáxias elípticas seguiam a lei de De Vaucouleurs. Observou-se então que  $n$  cobre um grande intervalo de valores,  $n \sim 0.5$  até superiores à  $n \sim 10.0$ . Este perfil é escrito como

$$I(R) = I_o e^{-\left(\frac{R}{R_o}\right)^{1/n}}. \quad (\text{A.1})$$

Na equação (A.1)  $I_o$  é o pico de intensidade central do perfil, e  $R_o$  sendo o raio de escala.

Posteriormente (CIOTTI; BERTIN, 1999) mostrou que é conveniente escrever um perfil generalizado de Sérsic como

$$I(R) = I_n e^{-b(n)\left[\left(\frac{R}{R_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right]} \quad (\text{A.2})$$

em que  $R_n$  é o *raio característico*, a região radial a partir do centro da galáxia que contém a metade da luminosidade total da galáxia. O parâmetro  $I_n$  é o *brilho característico* e corresponde a intensidade na isofota dada por  $R_n$ , ou seja

$$I_n = I(R = R_n). \quad (\text{A.3})$$

Por último, o termo  $b(n)$  é uma função que depende de  $n$ . Para encontrá-lo, deve-se calcular a luminosidade  $L$  da galáxia até uma certa região radial  $R$ , i.e.  $L = L(R)$ , veja a equação (2.4), além de calcular a luminosidade total  $L_T$ , equação (2.5). O termo  $b(n)$  é definido de tal forma que em  $R_n$ , a luminosidade

deve ser a metade da total, isto é

$$L(R_n) = \frac{L_T}{2}. \quad (\text{A.4})$$

Prosseguindo com o cálculo, usamos (A.1) na equação (2.4) e então

$$\begin{aligned} L(R) &= 2\pi I_n \int_0^{R'} e^{-b(n)\left[\left(\frac{R'}{R_n}\right)^{\frac{1}{n}} - 1\right]} R' dR' \\ &= 2\pi I_n e^{b(n)} \int_0^R e^{-b(n)\left(\frac{R'}{R_n}\right)^{\frac{1}{n}}} R' dR' \end{aligned} \quad (\text{A.5})$$

Para resolver esta integral, façamos uma substituição de variável da forma

$$\frac{R'}{R_n} \equiv \eta \quad \rightarrow \quad dR' = R'_n d\eta, \quad b(n)\eta^{\frac{1}{n}} = x \quad \Rightarrow \quad \eta = \frac{x^n}{b^n(n)} \quad \therefore \quad d\eta = \frac{nx^{n-1}dx}{b^n(n)} \quad (\text{A.6})$$

então

$$\begin{aligned} L(R) &= 2\pi I_n e^{b(n)} \int_0^{R/R_n} e^{-b(n)\eta^{\frac{1}{n}}} (R_n \eta) (R_n d\eta) \\ &= 2\pi I_n R_n^2 e^{b(n)} \int_0^{b(n)(R/R_n)^{1/n}} e^{-x} \left[ \frac{x^n}{b^n(n)} \right] \left[ \frac{nx^{n-1}dx}{b^n(n)} \right] \\ &= \frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \int_0^{b(n)(R/R_n)^{1/n}} e^{-x} x^{2n-1} dx. \end{aligned} \quad (\text{A.7})$$

A integral anterior se resume na definição da função gama  $\gamma$  incompleta, na qual sua definição é dada por

$$\gamma(\alpha, \nu) = \int_0^\nu e^{-t} t^{\alpha-1} dt. \quad (\text{A.8})$$

Sua relação com a função gama completa  $\Gamma(\alpha)$  é obtida quando  $\nu \rightarrow \infty$ , ou seja

$$\Gamma(\alpha) = \gamma(\alpha, \infty). \quad (\text{A.9})$$

Voltando a integração do perfil de Sérsic, identifica-se que as variáveis associadas são

$$\alpha \equiv 2n, \quad \nu = b(n) \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (\text{A.10})$$

e portanto a luminosidade no raio  $R' = R$  será

$$L(R) = \frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \gamma \left\{ 2n, b(n) \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} \right\} \quad (\text{A.11})$$

Assim, a luminosidade total  $L_T$  surge naturalmente quando  $R \rightarrow \infty$  ou

$$b(n) \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} \rightarrow \infty, \quad (\text{A.12})$$

logo

$$L_T = \frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \Gamma(2n). \quad (\text{A.13})$$

Para determinar  $b(n)$ , deve-se calcular  $I(R)$  em  $R = R_n$  sob a condição (A.4). Em  $R = R_n$ , a função  $\gamma$  assume a forma  $\gamma\{2n, b(n)\}$  e assim

$$\frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \gamma\{2n, b(n)\} = \frac{I}{2} \left[ \frac{2\pi I_n R_n^2 n e^{b(n)}}{b^{2n}(n)} \Gamma(2n) \right],$$

ou seja,

$$\gamma\{2n, b(n)\} = \frac{\Gamma(2n)}{2}. \quad (\text{A.14})$$

A expressão anterior admite como solução a função  $b(n)$ . Uma solução encontrada é apresentada por (CIOTTI; BERTIN, 1999) como

$$b(n) \approx 2n - \frac{I}{3} + \frac{4}{405n} + \frac{46}{25515n^2} \quad (\text{A.15})$$

e ela vale com para o intervalo de  $n \in [0.5, 20.0]$  com um erro de  $10^{-4}$ . Para  $n > 8$  a aproximação

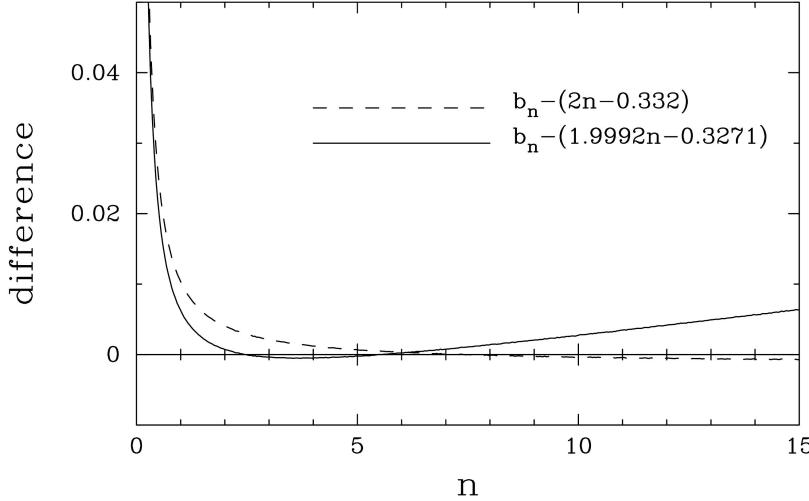
$$b(n) \simeq 2n - \frac{I}{3} \quad (\text{A.16})$$

é valida. A FIGURA A.1 extraída de (GRAHAM, 2001) mostra o desvio entre os valores de  $b(n)$  dados por (A.15) e (A.16).

É interessante expressar  $I(R)$  em termos das quantidades conhecidas que foram obtidas anteriormente. Sabendo-se então  $L_T$  é possível determinar  $I_n$  por meio de

$$I_n = \frac{b^{2n}(n)L_T}{2\pi R_n^2 e^{b(n)} n \Gamma(2n)} \quad (\text{A.17})$$

FIGURA A.1: Diferença entre o valor exato de  $b(n)$  e as aproximações (A.15) e (A.16).



Fonte: Adaptado de (GRAHAM, 2001).

e portanto  $I(R)$  pode ser escrito como

$$I(R) = \frac{b^{2n}(n)L_T}{2\pi R_n^2 e^{b(n)} n \Gamma(2n)} \exp \left\{ -b(n) \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{\frac{1}{n}} - 1 \right] \right\} \quad (\text{A.18})$$

Com as duas definições do perfil de Sérsic, (A.1) e (A.2), é possível através de  $I_n$  inferir o pico central do brilho  $I_o$ . A condição requerida é que para  $r \rightarrow o$  ambas expressões para  $I(r)$  devem ser idênticas, ou seja

$$I(R \rightarrow o) = I_o e^o = I_n e^{b(n)}$$

então

$$I_o = I_n e^{b(n)}. \quad (\text{A.19})$$

Para o perfil de De Vaucouleurs com  $n = 4$  temos  $I_o \approx 2142.4 I_n$ . Esse valor matematicamente está correto mas observationalmente na maioria dos casos ele não é tão elevado assim, devido a própria estrutura da galáxia, efeitos de atmosfera, instrumentação etc. Da mesma forma que foi determinado  $I_n$ , é possível determinar o raio de escala da galáxia  $R_o$  para um dado  $n$  em termos de  $R_n$ . Por (A.1) em  $r = R_o$ , se deverá ter

$$I(R_o) = \frac{I_o}{e} = \frac{2142.4 I_n}{e},$$

já pela equação (A.2)

$$I(R_o) = I_n e^{-b(n) \left[ \left( \frac{R_o}{R_n} \right)^{1/n} - 1 \right]}.$$

Igualando ambas as equações anteriores,

$$\frac{I_o}{e} = I_n e^{-b(n) \left[ \left( \frac{R_o}{R_n} \right)^{1/n} - 1 \right]} \quad (\text{A.20})$$

e assim resolvendo para  $R_o$ , encontra-se

$$R_o = R_n \left\{ 1 + \left[ 1 - \log \left( \frac{I_o}{I_n} \right) \right] \frac{1}{b(n)} \right\}^n. \quad (\text{A.21})$$

Utilizando (A.19), é concluído que

$$R_o = \frac{R_n}{b(n)^n}. \quad (\text{A.22})$$

Para  $n = 4$ , obtém-se um valor de

$$R_o \approx \frac{R_n}{3459.48}. \quad (\text{A.23})$$

Observa-se aqui que é muito mais vantajoso trabalhar com  $R_n$  (equação (2.20)) do que com  $R_o$  já que este último tende a ser muito menor para altos  $n$ 's. Obter o valor de  $R_o$  a partir de um dado observational é mais difícil do que  $R_n$ , este por sua vez se relaciona de forma direta com a luminosidade do objeto, o raio de meia luz. Para a lei exponencial, a relação entre  $R_d$  e  $R_o$  é mais próxima, sendo

$$R_d = 1.678R_o, \quad (\text{A.24})$$

e para a intensidade central,  $I_o \approx 5.3I_d$ .

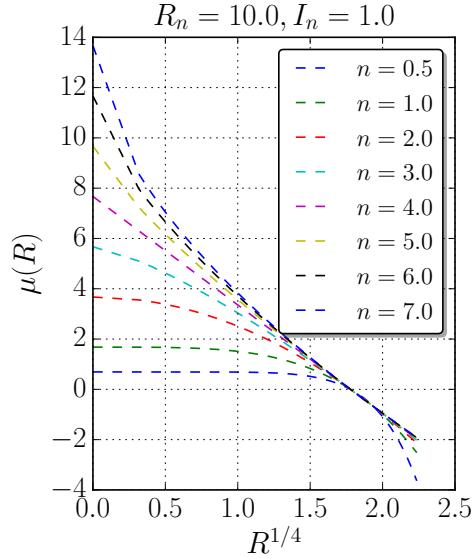
Para encontrar  $\mu(R)$  dado por (2.13) com o perfil de Sérsic, façamos

$$\begin{aligned} \mu(R) &= -2.5 \log \left\{ I_n e^{-b(n) \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{1/n} - 1 \right]} \right\} \\ &= -2.5 \log(I_n) - 2.5 \log \left\{ I_n e^{-b(n) \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{1/n} - 1 \right]} \right\} \\ \mu(R) &= \mu_n + \frac{5b(n)}{2 \ln(10)} \left[ \left( \frac{R}{R_n} \right)^{1/n} - 1 \right] \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

em que

$$\mu_n = -\frac{5 \log(I_n)}{2} \quad (\text{A.26})$$

FIGURA A.2: Formas de  $\mu(R)$  fornecidas pelo perfil de Sérsic.



Fonte: Elaborado pelo autor.

Em especial, para o perfil de Vaucouleurs,

$$\mu(r) \approx \mu_4 + 8.324 \left[ \left( \frac{R}{R_4} \right)^{\frac{1}{4}} - 1 \right] \quad (\text{A.27})$$

e para o perfil exponencial,

$$\mu(r) = \mu_o + 1.086 \frac{R}{R_o}. \quad (\text{A.28})$$

As várias formas de  $\mu(R)$  estão contidas no gráfico da FIGURA A.2.

# Referências Bibliográficas

ABRAHAM, R. G.; BERGH, S. van den; NAIR, P. A New Approach to Galaxy Morphology. I. Analysis of the Sloan Digital Sky Survey Early Data Release. *The Astrophysical Journal*, The University of Chicago Press, Chigaco, E.U.A., v. 588, p. 218–229, maio 2003. Citado 2 vezes nas páginas [59](#) e [60](#).

ABRAHAM, R. G. et al. The morphologies of distant galaxies. I: an automated classification system. *The Astrophysical Journal*, Hampton, E.U.A., v. 432, p. 75–90, set. 1994. Citado 4 vezes nas páginas [8](#), [50](#), [51](#) e [55](#).

ANDREDAKIS, Y. C.; SANDERS, R. H. Exponential bulges in late-type spirals: an improved description of the light distribution. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Oxford University Press, Hampton, E.U.A., v. 267, p. 283–296, mar. 1994. Disponível em: [\(<http://mnras.oxfordjournals.org/content/267/2/283.abstract>\)](http://mnras.oxfordjournals.org/content/267/2/283.abstract). Citado na página [81](#).

ATHANASSOULA, E. et al. The shape of bars in early-type barred galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, Hampton, E.U.A., v. 245, p. 130–139, jul. 1990. Citado 4 vezes nas páginas [41](#), [68](#), [69](#) e [70](#).

BERGH, S. van den. A Preliminary Luminosity Classification for Galaxies of Type Sb. *Astrophysical Journal*, E.U.A., v. 131, p. 558, maio 1960. Disponível em: [\(<http://adsabs.harvard.edu/abs/1960ApJ...131..558V>\)](http://adsabs.harvard.edu/abs/1960ApJ...131..558V). Citado na página [24](#).

BERGH, S. van den. A Preliminary Luminosity Classification of Late-Type Galaxies. *Astrophysical Journal*, E.U.A., v. 131, p. 215, jan. 1960. Disponível em: [\(<http://adsabs.harvard.edu/abs/1960ApJ...131..215V>\)](http://adsabs.harvard.edu/abs/1960ApJ...131..215V). Citado na página [24](#).

BERGH, S. van den. A new classification system for galaxies. *Astrophysical Journal*, Hampton, E.U.A., v. 206, p. 883–887, jun. 1976. Disponível em: [\(<http://adsabs.harvard.edu/abs/1976ApJ...206..883V>\)](http://adsabs.harvard.edu/abs/1976ApJ...206..883V). Citado na página [24](#).

BERGH, S. van den. *Galaxy Morphology and Classification*. Cambridge, Reino Unido: Cambridge University Press, 1998. ISBN 0-521-62335-9. Citado na página [24](#).

BERSHADY, M. A.; JANGREN, A.; CONSELICE, C. J. Structural and Photometric Classification of Galaxies. I. Calibration Based on a Nearby Galaxy Sample. *The Astronomical Journal*, The University of Chicago Press, Chigaco, E.U.A., v. 119, p. 2645–2663, jun. 2000. Disponível em: [\(<http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib\\_query?arXiv:astro-ph/0002262>\)](http://adsabs.harvard.edu/cgi-bin/bib_query?arXiv:astro-ph/0002262). Citado 3 vezes nas páginas [8](#), [50](#) e [55](#).

BERTIN, G. *Spiral Structure in Galaxies*: A density wave theory. E.U.A.: The MIT Press, 1996. ISBN 0-262-02396-2. Citado na página 35.

BERTIN, G. *Dynamics of Galaxies*. draft 2ed. [S.l.]: CUP, 2014. ISBN 9781107000544. Citado 2 vezes nas páginas 17 e 35.

BIGNONE, L. A. et al. Non-parametric Morphologies of Mergers in the Illustris Simulation. *ArXiv e-prints*, out. 2016. Citado na página 66.

BINNEY, S. T. J. *Galactic Dynamics*. 2nd. ed. [S.l.]: Princeton University Press, 2008. (Princeton Series in Astrophysics). ISBN 0691130264, 9780691130262, 0691130272, 9780691130279. Citado 3 vezes nas páginas 35, 41 e 49.

BISHOP, C. M. *Pattern Recognition and Machine Learning*. 1st ed. 2006. corr. 2nd printing. ed. [S.l.]: Springer, 2007. (Information science and statistics). ISBN 9780387310732, 0387310738. Citado na página 61.

BUTA, R. Morphology of galaxies: an overview. In: *Morphological and Physical Classification of Galaxies*. [S.l.]: Springer, 1992. p. 1–16. Citado na página 18.

BUTA, R. J. Galaxy Morphology. *ArXiv e-prints*, fev. 2011. Citado na página 24.

CARROLL, B.; OSTLIE, D. *An introduction to modern astrophysics*. 2ed., pearson. ed. [S.l.: s.n.], 2007. ISBN 0321442849, 9780321442840. Citado na página 30.

CIOTTI, L.; BERTIN, G. Analytical properties of the  $R^{1/m}$  law. *Astronomy and Astrophysics*, v. 352, p. 447–451, dez. 1999. Citado 5 vezes nas páginas 47, 68, 73, 105 e 107.

COLLABORATION, P. . et al. Planck 2013 results. XVI. Cosmological parameters. *Astronomy & Astrophysics*, v. 571, p. A16, nov. 2014. Citado na página 7.

CONSELICE, C. J. The Relationship between Stellar Light Distributions of Galaxies and Their Formation Histories. *The Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 147, p. 1–28, jul. 2003. Citado 4 vezes nas páginas 8, 50, 57 e 58.

CONSELICE, C. J. The Evolution of Galaxy Structure over Cosmic Time. *Ann. Rev. Astron. Astrophys.*, v. 52, p. 291–337, 2014. Citado na página 52.

CONSELICE, C. J.; BERSHADY, M. A.; JANGREN, A. The Asymmetry of Galaxies: Physical Morphology for Nearby and High-Redshift Galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 529, p. 886–910, fev. 2000. Citado na página 8.

CONSELICE, C. J.; BERSHADY, M. A.; JANGREN, A. The Asymmetry of Galaxies: Physical Morphology for Nearby and High-Redshift Galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 529, p. 886–910, fev. 2000. Citado 2 vezes nas páginas 50 e 51.

CONTOPOULOS, G.; SPYROU, N. K.; VLAHOS, L. *Galactic Dynamics and N-Body Simulations*. 1. ed. [S.l.]: Springer Berlin Heidelberg, 1994. (Lecture Notes in Physics 433). ISBN 3540579834, 9783540579830, 0387579834. Citado na página 35.

COUGO, J.; FERRARI, F. Morfometria de galáxias: Assimetria. Dissertação de Mestrado. 2013. Citado na página 53.

DAVARI, R.; HO, L. C.; PENG, C. Y. On the limits of measuring the bulge and disk properties of local and high-redshift massive galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 824, n. 2, p. 112, 2016. Disponível em: <http://stacks.iop.org/0004-637X/824/i=2/a=112>. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 81.

EFTHYMIOPoulos, C.; VOGLIS, N.; KALAPOTHARAKOS, C. Special Features of Galactic Dynamics. In: Benest, D.; Froeschle, C.; Lega, E. (Ed.). *Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag*. [S.l.: s.n.], 2007. (Lecture Notes in Physics, Berlin Springer Verlag, v. 729), p. 297–389. Citado na página 35.

ELMEGREEN, D. M.; ELMEGREEN, B. G. Flocculent and grand design spiral structure in field, binary and group galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 201, p. 1021–1034, dez. 1982. Citado na página 24.

ELMEGREEN, D. M.; ELMEGREEN, B. G. Arm classifications for spiral galaxies. *Astrophysical Journal*, v. 314, p. 3–9, mar. 1987. Citado na página 24.

ERWIN, P. IMFIT: A Fast, Flexible New Program for Astronomical Image Fitting. *The Astrophysical Journal*, v. 799, p. 226, fev. 2015. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 81.

FERRARI, F.; CARVALHO, R. R. de; TREVISON, M. Morfometryka – A New Way of Establishing Morphological Classification of Galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 814, p. 55, nov. 2015. Citado 17 vezes nas páginas xxvi, 8, 17, 50, 53, 54, 55, 56, 57, 58, 61, 62, 63, 80, 84, 88 e 92.

FERREIRA, A. L. Os efeitos do redshift na morfometria de galáxias. Trabalho de Conclusão de Curso. 2015. Citado 3 vezes nas páginas 6, 8 e 19.

FREEMAN, K. C. On the Disks of Spiral and so Galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 160, p. 8II, jun. 1970. Citado 4 vezes nas páginas 47, 68, 73 e 105.

GADOTTI, D. A. Image decomposition of barred galaxies and AGN hosts. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 384, p. 420–439, fev. 2008. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 81.

GADOTTI, D. A. Structural properties of pseudo-bulges, classical bulges and elliptical galaxies: a Sloan Digital Sky Survey perspective. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 393, p. 1531–1552, mar. 2009. Citado 12 vezes nas páginas xxii, xxiii, 33, 34, 41, 55, 56, 68, 71, 72, 81 e 88.

GILMORE, G.; REID, N. New light on faint stars. III - Galactic structure towards the South Pole and the Galactic thick disc. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 202, p. 1025–1047, mar. 1983. Citado na página 38.

GINI, C. *Variabilità e mutabilità*. [S.l.: s.n.], 1912. Citado na página 59.

GRAHAM, A. et al. Brightest cluster galaxy profile shapes. *Astrophys. J.*, v. 465, p. 534–547, 1996. Citado na página 81.

GRAHAM, A. W. An investigation into the prominence of spiral galaxy bulges. *The Astronomical Journal*, v. 121, n. 2, p. 820, 2001. Disponível em: <http://stacks.iop.org/1538-3881/121/i=2/a=820>. Citado 3 vezes nas páginas 81, 107 e 108.

GRAHAM, A. W.; DRIVER, S. P. A Concise Reference to (Projected) Sérsic  $R^{1/n}$  Quantities, Including Concentration, Profile Slopes, Petrosian Indices, and Kron Magnitudes. *Publications of the Astronomical Society of Australia*, v. 22, p. 118–127, 2005. Citado 2 vezes nas páginas 55 e 56.

GRAHAM, A. W. et al. Total Galaxy Magnitudes and Effective Radii from Petrosian Magnitudes and Radii. *The Astronomical Journal*, v. 130, p. 1535–1544, out. 2005. Citado 3 vezes nas páginas 54, 55 e 71.

GRAHAM, A. W. et al. A New Empirical Model for the Structural Analysis of Early-Type Galaxies, and A Critical Review of the Nuker Model. *The Astronomical Journal*, v. 125, p. 2951–2963, jun. 2003. Citado 3 vezes nas páginas 65, 81 e 99.

GRAHAM, A. W.; GUZMÁN, R. HST Photometry of Dwarf Elliptical Galaxies in Coma, and an Explanation for the Alleged Structural Dichotomy between Dwarf and Bright Elliptical Galaxies. *The Astronomical Journal*, v. 125, p. 2936–2950, jun. 2003. Citado 2 vezes nas páginas 29 e 65.

HUBBLE, E. A Relation between Distance and Radial Velocity among Extra-Galactic Nebulae. *Proceedings of the National Academy of Science*, v. 15, p. 168–173, mar. 1929. Citado 2 vezes nas páginas 5 e 6.

HUBBLE, E.; HUMASON, M. L. The Velocity-Distance Relation among Extra-Galactic Nebulae. *The Astrophysical Journal*, v. 74, p. 43, jul. 1931. Citado na página 6.

HUBBLE, E. P. Extragalactic nebulae. *The Astrophysical Journal*, v. 64, dez. 1926. Citado 2 vezes nas páginas 32 e 35.

HUBBLE, E. P. *Realm of the Nebulae*. [S.l.: s.n.], 1936. ISBN 9780300025002. Citado 3 vezes nas páginas 2, 8 e 18.

HUBBLE, E. P. *Realm of the Nebulae*. [S.l.: s.n.], 1936. ISBN 9780300025002. Citado na página 2.

JOÃO, G. B. Diagramas de diagnóstico para bojos clássicos e pseudo-bojos com parâmetros morfométricos. Dissertação de Mestrado. 2016. Citado na página 34.

JONG, R. S. de. Near-infrared and optical broadband surface photometry of 86 face-on disk dominated galaxies. II. A two-dimensional method to determine bulge and disk parameters. *Astronomy and Astrophysics Supplement*, v. 118, p. 557–573, set. 1996. Citado na página 81.

KEEL, T. D. O. W. C. *Planets, Stars and Stellar Systems: Volume 6: Extragalactic Astronomy and Cosmology*. 2013. ed. [S.l.]: Springer, 2013. ISBN 9400756089, 9789400756083. Citado 3 vezes nas páginas 17, 22 e 24.

KENNICUTT JR., R.; HODGE, P. A comparison of measured spiral arm properties with model predictions. *The Astrophysical Journal*, v. 253, p. 101–107, fev. 1982. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 68.

KENNICUTT JR., R. C. The shapes of spiral arms along the Hubble sequence. *The Astronomical Journal*, v. 86, p. 1847–1858, dez. 1981. Citado 2 vezes nas páginas 48 e 68.

KENNICUTT JR., R. C. A spectrophotometric atlas of galaxies. *Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 79, p. 255–284, abr. 1992. Citado na página 31.

KENT, S. M. CCD surface photometry of field Galaxies. II - Bulge/disk decompositions. *Astrophysical Journal Supplement Series*, v. 59, p. 115–159, out. 1985. Citado 4 vezes nas páginas 8, 50, 55 e 56.

KORMENDY, J. Brightness distributions in compact and normal galaxies. II - Structure parameters of the spheroidal component. *The Astrophysical Journal*, v. 218, p. 333–346, dez. 1977. Citado na página 33.

- LEAVITT, H. S. 1777 variables in the Magellanic Clouds. *Annals of Harvard College Observatory*, v. 60, p. 87–108.3, 1908. Citado na página 5.
- LEAVITT, H. S.; PICKERING, E. C. Periods of 25 Variable Stars in the Small Magellanic Cloud. *Harvard College Observatory Circular*, v. 173, p. 1–3, mar. 1912. Citado na página 5.
- LEMAÎTRE, G. Un Univers homogène de masse constante et de rayon croissant rendant compte de la vitesse radiale des nébuleuses extra-galactiques. *Annales de la Société Scientifique de Bruxelles*, v. 47, p. 49–59, 1927. Citado na página 6.
- LOTZ, J. M.; PRIMACK, J.; MADAU, P. A New Nonparametric Approach to Galaxy Morphological Classification. *The Astronomical Journal*, v. 128, p. 163–182, jul. 2004. Citado 5 vezes nas páginas 8, 17, 50, 59 e 60.
- MACARTHUR, L. A.; COURTEAU, S.; HOLTZMAN, J. A. Structure of Disk-dominated Galaxies. I. Bulge/Disk Parameters, Simulations, and Secular Evolution. *The Astrophysical Journal*, v. 582, p. 689–722, jan. 2003. Citado 3 vezes nas páginas 68, 72 e 81.
- MCALPINE, S. et al. The EAGLE simulations of galaxy formation: Public release of halo and galaxy catalogues. *Astronomy and Computing*, v. 15, p. 72–89, abr. 2016. Citado na página 66.
- MESSIER, C. *Catalogue des Nébuleuses & des amas d'Étoiles, que l'on découvre parmi les Étoiles fixes sur l'horizon de Paris*. [S.l.], 1774. 435-461+Pl. VIII p. Citado na página 3.
- MESSIER, C. *Catalogue des Nébuleuses & des amas d'Étoiles (Catalog of Nebulae and Star Clusters)*. [S.l.], 1781. 227-267 p. Citado na página 3.
- MO, H.; BOSCH, F. van den; WHITE, S. *Galaxy Formation and Evolution*. 1. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2010. ISBN 0521857937, 9780521857932. Citado 7 vezes nas páginas 4, 17, 29, 33, 36, 38 e 72.
- MORGAN, W. W. A Preliminary Classification of the Forms of Galaxies According to Their Stellar Population. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 70, p. 364, ago. 1958. Citado 3 vezes nas páginas 8, 24 e 54.
- MORGAN, W. W. Preliminary Classification of the Forms of Galaxies According to Their Stellar Population. II. *Publications of the Astronomical Society of the Pacific*, v. 71, p. 394, out. 1959. Citado 3 vezes nas páginas 8, 24 e 54.
- NELSON, D. et al. The *illustris* simulation: Public data release. *Astronomy and Computing*, v. 13, p. 12–37, nov. 2015. Citado na página 66.
- PENG, C. Y. et al. Detailed Structural Decomposition of Galaxy Images. *The Astronomical Journal*, v. 124, p. 266–293, jul. 2002. Citado 4 vezes nas páginas 68, 69, 70 e 81.
- PENG, C. Y. et al. Detailed Decomposition of Galaxy Images. II. Beyond Axisymmetric Models. *The Astronomical Journal*, v. 139, p. 2097–2129, jun. 2010. Citado 2 vezes nas páginas 68 e 81.
- PÉREZ-GONZÁLEZ, P. G. et al. Optical photometry of the UCM lists I and II. II. B band surface photometry and morphological discussion. *Astronomy and Astrophysics*, v. 365, p. 370–391, jan. 2001. Citado na página 35.
- PETROSIAN, V. Surface brightness and evolution of galaxies. *The Astrophysical Journal*, v. 209, p. L1–L5, out. 1976. Citado na página 53.

- PHILLIPPS, S. *The Structure & Evolution of Galaxies*. [S.l.]: John Wiley & Sons, Ltd, 2005. Citado 7 vezes nas páginas [3](#), [17](#), [24](#), [32](#), [33](#), [38](#) e [41](#).
- RAMOS, G. L. Determinação de períodos de pulsação estelar através da entropia condicional de shannon. Trabalho de Conclusão de Curso. 2016. Citado na página [5](#).
- REYNOLDS, J. H. Nebula, Photometric measures of the nuclei of some typical spiral nebulae. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 80, p. 746, jun. 1920. Citado na página [18](#).
- RINGERMACHER, H. I. L. R. M. A new formula describing the scaffold structure of spiral galaxies. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, John Wiley and Sons, v. 397, 2009. Citado 3 vezes nas páginas [49](#), [50](#) e [68](#).
- ROWE, B. T. P. et al. GALSIM: The modular galaxy image simulation toolkit. *Astronomy and Computing*, v. 10, p. 121–150, abr. 2015. Citado na página [68](#).
- SANDAGE, A. *The Hubble atlas of galaxies*. [S.l.: s.n.], 1961. Citado 2 vezes nas páginas [8](#) e [21](#).
- SANDAGE, A.; SANDAGE, M.; KRISTIAN, J. *Galaxies and the Universe*. [S.l.: s.n.], 1975. Citado 2 vezes nas páginas [8](#) e [21](#).
- SCHAYE, J. et al. The EAGLE project: simulating the evolution and assembly of galaxies and their environments. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 446, p. 521–554, jan. 2015. Citado 2 vezes nas páginas [9](#) e [66](#).
- SCHOMBERT, J. The Structure of Galaxies: II. Fitting Functions and Scaling Relations for Ellipticals. *Publ. Astron. Soc. Austral.*, v. 30, p. 34, 2013. Citado na página [81](#).
- SERNA, A. Contribution of spiral arms to the surface brightness distribution of disk galaxies. *Astronomy and Astrophysics*, v. 318, p. 741–746, fev. 1997. Citado na página [36](#).
- SÉRSIC, J. L. Influence of the atmospheric and instrumental dispersion on the brightness distribution in a galaxy. *Boletin de la Asociacion Argentina de Astronomia La Plata Argentina*, v. 6, p. 41, 1963. Citado 2 vezes nas páginas [47](#) e [105](#).
- SÉRSIC, J. L. *Atlas de galaxias australes*. [S.l.: s.n.], 1968. Citado 3 vezes nas páginas [47](#), [68](#) e [105](#).
- SLIPHER, V. M. Spectrographic Observations of Nebulae. *Popular Astronomy*, v. 23, p. 21–24, jan. 1915. Citado na página [6](#).
- SLIPHER, V. M. Nebulae. *Proceedings of the American Philosophical Society*, v. 56, p. 403–409, 1917. Citado na página [6](#).
- SNYDER, G. F. et al. Galaxy morphology and star formation in the Illustris Simulation at  $z = 0$ . *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 454, p. 1886–1908, dez. 2015. Citado na página [66](#).
- SPARKE S. LINDA, G. S. J. *Galaxies in the Universe: An Introduction*. 2. ed. [S.l.]: Cambridge University Press, 2007. ISBN 0521855934, 9780521855938, 0521671868, 9780521671866. Citado 4 vezes nas páginas [17](#), [36](#), [37](#) e [38](#).
- SPRINGEL, V. et al. Simulating the joint evolution of quasars, galaxies and their large-scale distribution. *Nature*, v. 435, p. 629–636, 2005. Citado na página [9](#).

- TASCA, L. A. M.; WHITE, S. D. M. Quantitative morphology of galaxies from the SDSS. I. Luminosity in bulges and discs. *Astronomy and Astrophysics*, v. 530, p. A106, jun. 2011. Citado na página [81](#).
- TORREY, P. et al. Synthetic galaxy images and spectra from the Illustris simulation. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 447, p. 2753–2771, mar. 2015. Citado na página [66](#).
- TRUJILLO, I.; GRAHAM, A. W.; CAON, N. On the estimation of galaxy structural parameters: the Sérsic model. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 326, p. 869–876, set. 2001. Citado 3 vezes nas páginas [56](#), [81](#) e [88](#).
- VAUCOULEURS, G. Classification and Morphology of External Galaxies. *Handbuch der Physik*, v. 53, p. 275–310, 1959. Citado 2 vezes nas páginas [8](#) e [21](#).
- VAUCOULEURS, G. de. Recherches sur les Nebuleuses Extragalactiques. *Annales d'Astrophysique*, v. II, p. 247, jan. 1948. Citado 3 vezes nas páginas [46](#), [68](#) e [105](#).
- VAUCOULEURS, G. de. General Physical Properties of External Galaxies. *Handbuch der Physik*, v. 53, p. 311, 1959. Citado 3 vezes nas páginas [46](#), [68](#) e [105](#).
- VAUCOULEURS, G. de et al. *Third Reference Catalogue of Bright Galaxies. Volume I: Explanations and references. Volume II: Data for galaxies between 0<sup>b</sup> and 12<sup>b</sup>. Volume III: Data for galaxies between 12<sup>b</sup> and 24<sup>b</sup>*. [S.l.: s.n.], 1991. Citado na página [21](#).
- VOGELSBERGER, M. et al. Introducing the Illustris Project: simulating the coevolution of dark and visible matter in the Universe. *Monthly Notices of the Royal Astronomical Society*, v. 444, p. 1518–1547, out. 2014. Citado 2 vezes nas páginas [9](#) e [66](#).