

Taratura di un filtro di Kalman e controllo in retroazione e feedforward tramite stime dello stato per un motore in corrente continua

Luca Zanrosso

Sommario—L'esperienza simulativa pone l'attenzione sulla taratura del filtro di Kalman per la stima ottima dello stato del sistema e nella successiva implementazione per il controllo del motore tramite retroazione dello stato stimato e compensazione del disturbo in feedforward.

I. INTRODUZIONE

Gli obiettivi di questa esperienza sono:

- Taratura ottima di un filtro di Kalman applicato ad un motore in corrente continua tramite test di Bartlett sull'innovazione.
- Taratura del filtro in presenza di disturbi di coppia interni ed esterni sul sistema.
- Utilizzo del filtro di Kalman per il controllo in retroazione di posizione e velocità stimata e compensazione in feedforward del disturbo stimato.

II. DESCRIZIONE APPARATO

Data l'impossibilità di utilizzare il motore reale, si faranno gli esperimenti su un modello Simulink equivalente. Di seguito viene descritta brevemente la strumentazione presente in laboratorio (Fig.1).

- 1) Motore con encoder
- 2) Morsettiera
- 3) Cavo
- 4) Scheda 626
- 5) PC con Simulink
- 6) Amplificatore di corrente

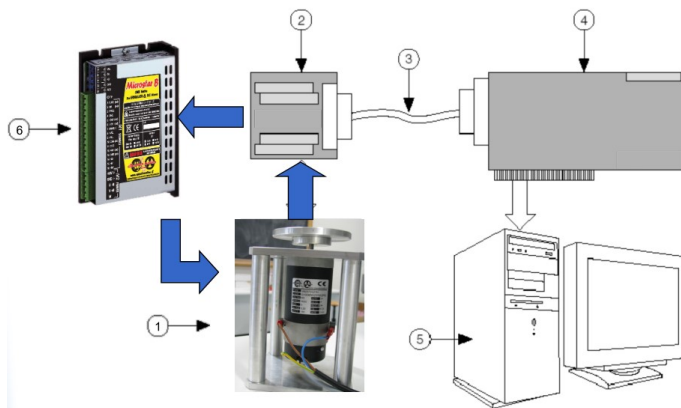


Figura 1. Strumenti di laboratorio.

A. PC con scheda di acquisizione Sensoray 626

La scheda consente di interfacciare il PC con il mondo esterno e ha le seguenti caratteristiche:

- Ingressi analogici (16x, 14 bit)
- Uscite analogiche (4x, 13 bit)
- I/O digitali (48 totali)
- Watchdog timer
- Ingressi encoder (6x, conteggio quadruplicato, con U/D e zero)

La scheda viene simulata con un quantizzatore e zero holder all'ingresso e all'uscita del modello virtuale del motore con:

- Tempo di campionamento $T_s = 1ms$
- Contatore encoder 2000 impulsi giro
- Ingresso al motore quantizzato su 13 bit, riferiti a $\pm 10V \rightarrow q = \frac{20}{2^{13}}$

B. Motore in corrente continua con pilotaggio in corrente e lettura posizione con encoder

Il motore utilizzato presenta le seguenti caratteristiche:

- Costante di coppia: $0.071 \frac{Nm}{A}$
- Inerzia rotorica: $0.000027 Kg m^2$
- Resistenza avvolgimenti: $3.85 Ohm$
- Coppia di attrito statico: circa $0.02 Nm$
- Tensione max: $60 V$
- Coeff. d'attrito viscoso: $2 - 3 \times 10^{-4} Nm/s$

Sul motore è montato un encoder incrementale con 500 impulsi/giro e una risoluzione 4X, quindi il conteggio verrà moltiplicato per 4. Per calcolare la misura dello spostamento angolare in gradi bisogna moltiplicare il conteggio per $360/2000$.

È presente un controllo di tipo PID per il controllo di corrente.

Nel motore agiscono diversi disturbi:

- Coppia di disturbo
- Coppia aleatoria proporzionale alla velocità (fino alla saturazione)
- Coppia di attrito statico e viscoso
- Coppia periodica dovuta alle spazzole

C. Amplificatore di corrente

L'amplificatore è in grado di comandare il motore con una corrente proporzionale al riferimento in tensione. In particolare il guadagno è:

$$Ki = 2A/V$$

Con gli alimentatori disponibili si raggiunge la tensione massima di $30V$ e una corrente massima di $6A$, quindi bisogna limitare il riferimento a $\pm 3V$. In realtà la massima velocità si raggiunge per valori inferiori ai $\pm 3V$, poiché interviene la forza contro elettromotrice (f_{cem}).

D. Carico meccanico inerziale

Sul motore è calettato un piccolo disco di alluminio e sono montati due dischi aggiuntivi di inerzia $J_1 = 1.08 \times 10^{-5} Kgm^2$ e $J_2 = 0.000149 Kgm^2$.

L'attrito statico e viscoso sono considerati invarianti, anche se ovviamente nella realtà entrambi dipendono pesantemente dalla temperatura, usura ecc.

L'insieme motore, carichi inerziali, controllo e amplificatore è rappresentato nella Fig.2.

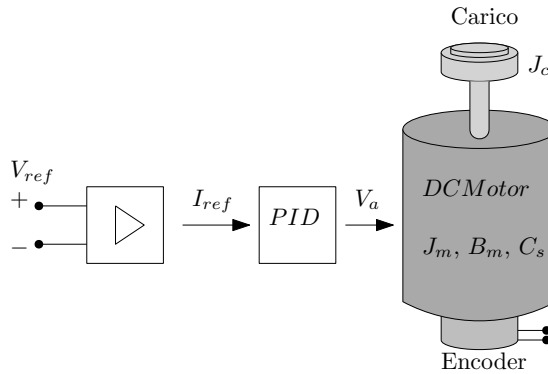


Figura 2. Rappresentazione amplificatore, controllo corrente, motore e carichi.

E. Controllo di posizione con Simulink

Il controllo di posizione, come quello di velocità, si realizza tramite Simulink. Verranno implementati diversi schemi per la realizzazione del progetto.

III. METODI

A. Taratura del filtro di Kalman in assenza di disturbi

In questa prima parte si vogliono vedere le tecniche per la taratura di un filtro di Kalman in assenza di disturbi di coppia. Prima di iniziare la taratura si devono fare alcune premesse sul modello a disposizione. Si consideri il blocco Simulink in Fig.3. Il blocco costituisce l'insieme di amplificatore, controllo, motore e carico (Fig.2) e verrà chiamato semplicemente motore per comodità. Il motore in questione è un sistema criptato e si hanno a disposizione tre ingressi e quattro uscite. Gli ingressi sono:

- Riferimento di tensione
- Coppia di disturbo
- Pulsante on/off motore

Le uscite sono:

- Posizione misurata
- Posizione reale

- Velocità reale
- f_{cem} ($bemf$)

Le ultime tre misure non sono disponibili nella realtà, ma in questo caso si possono ottenere grazie alla simulazione. La f_{cem} reale si può misurare accoppiando un motore esterno che impone una coppia costante e ponendo il riferimento di tensione nullo. Si misura quindi la velocità e la tensione di armatura, che sarà circa uguale alla f_{cem} poiché la corrente è relativamente molto piccola. Ad ogni modo le misure non realmente disponibili verranno utilizzate solo come confronto.

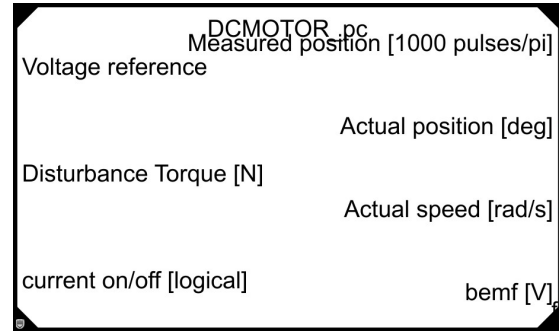


Figura 3. Blocco Simulink del motore CC.

Attraverso degli esperimenti svolti precedentemente si sono ricavati i seguenti parametri del motore:

$$K_t = 0.071$$

$$B_m = 0.000256 Nms$$

$$C_s = 0.0188 Nm$$

$$J_t = 1.95 \times 10^{-4} Kgm^2$$

Con i parametri a disposizione si costruisce il modello di stato a tempo continuo del motore:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad u(t) = i_{ref}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_t} \end{bmatrix} \quad B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_t} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il sistema viene discretizzato con la tecnica ZOH con un tempo di campionamento di $T_s = 1ms$, da cui si ricavano le matrici:

$$A \rightarrow F \quad B \rightarrow G \quad C \rightarrow H$$

Ora che si ha a disposizione il modello discreto del motore è possibile iniziare a costruire il filtro di Kalman. Ma cos'è un filtro di Kalman? Il filtro di Kalman è un filtro ricorsivo ottimo che stima lo stato di un sistema dinamico a partire da una serie di misure soggette a rumore. Da questa definizione si capisce che il filtro di Kalman altro non è che uno stimatore. Questa particolare tipologia di stimatore sfrutta però la dualità del regolatore lineare quadratico (LQR) per realizzare uno

stimatore ottimo che minimizza un indice di costo J . Prende il nome di filtro perché è particolarmente utile per sistemi soggetti a disturbi, poiché elimina il rumore presente sulle misure e l'incertezza sul modello. Il rumore sulle misure e l'incertezza sul modello possono essere modellati come dei processi stocastici, ovvero delle variabili aleatorie che possono cambiare nel tempo. Per la taratura iniziale del filtro di Kalman si consideri lo schema in Fig.4

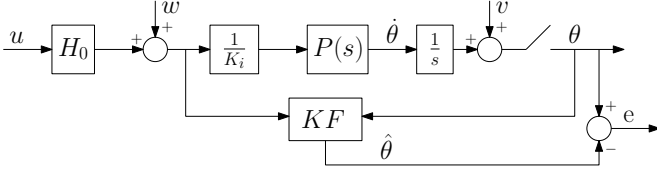


Figura 4. Schema rappresentativo comprensivo di incertezza sul modello e rumore di misura.

Si nota subito che in questo schema non è presente la retroazione dello stato. Come mai? La taratura iniziale del filtro deve essere fatta in catena aperta poiché il rumore di modello deve essere scorrelato dal rumore di misura. Con la retroazione il rumore di misura ricircolerebbe nel comando andando a inficiare la taratura del filtro. In questa rappresentazione il segnale $u(t)$ viene simulato con una variabile aleatoria uniforme simile al comando che si potrebbe avere con la retroazione dello stato. Al segnale $u(t)$ in ingresso al motore si sovrappone l'incertezza del modello $w(t)$ mentre al segnale in uscita dal processo si somma un rumore di misura $v(t)$. Le equazioni di stato del modello continuo risultano:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B[u(t) + w(t)]$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$

che a tempo discreto diventano:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + G_1w(k)$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k)$$

Si vuole far notare che $G \neq G_1$ poiché il disturbo di modello discreto non è equivalente al campione del disturbo continuo. È inoltre importante capire che tipo di disturbo affligge il sistema in questione: il rumore di misura è dovuto essenzialmente all'encoder mentre l'incertezza di modello è dovuta dal DAC e da altri disturbi riportati al segnale di corrente. I disturbi causati dall'encoder e dal DAC si possono considerare dei processi ergodici scorrelati con distribuzione uniforme, media nulla e intervallo $[-\frac{q}{2}, \frac{q}{2}]$, come riportato in Fig.5.

Il valore di q equivale al passo di quantizzazione e varia a seconda che si stia considerando l'encoder (numero di tacche disponibili) o il DAC (numero di bit disponibili). Assume particolare rilevanza la varianza dei rumori $w(k)$ e $v(k)$ che equivale a $\sigma^2 = \frac{q^2}{12}$. Questi valori saranno importanti per il calcolo delle matrici di peso Q e R che caratterizzano il controllo ottimo LQR per minimizzare l'indice di costo J . Come per il controllo LQR, anche in questo caso non sarà

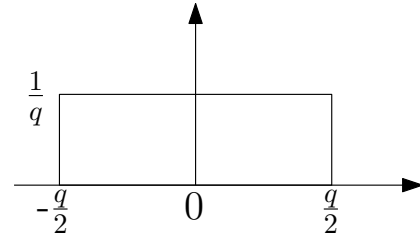


Figura 5. Funzione di densità di probabilità di una distribuzione uniforme.

importante il valore assoluto di Q e R bensì il loro rapporto. Cosa rappresentano ora Q e R ? Q rappresenta l'incertezza sul modello mentre R rappresenta l'incertezza sulla misura. Come detto poco sopra, l'incertezza di misura dipende strettamente dall'encoder utilizzato pertanto si associa

$$R = \sigma_v^2$$

dove σ_v^2 è la varianza associata al rumore di misura. Per quanto riguarda la definizione di Q , essa risulta più complessa poiché oltre all'errore di quantizzazione dovuto dal DAC ci sono altre incertezze presenti nel modello. In ogni caso si può definire Q come se dipendesse esclusivamente dall'errore del DAC e poi aggiustarlo con un fattore correttivo in modo da ottenere il rapporto desiderato tra Q e R . Si definisce quindi:

$$Q = \sigma_w^2 W_{0 \rightarrow T}$$

dove σ_w^2 è la varianza del rumore del DAC mentre

$$W_{0 \rightarrow T} = \int_0^T e^{A\sigma} B B^T e^{A^T \sigma} d\sigma$$

è definito come gramiano di raggiungibilità ad un passo e stabilisce di quanto viene disperso lo stato per effetto del rumore a tempo continuo in un passo di campionamento. Il calcolo dell'integrale di $W_{0 \rightarrow T}$ viene troncato al secondo termine. Si dimostra inoltre che

$$Q = G_1 \sigma_w^2 G_1^T$$

Ora che si hanno a disposizione tutti i termini si ottiene la matrice dei guadagni dello stimatore L utilizzando il sistema duale tramite la funzione Matlab `dlqr(F', H', Q, R)`. Il filtro di Kalman viene pertanto descritto con la seguente equazione di stato:

$$\hat{x}(k+1) = F\hat{x}(k) + Gu(k) + L(y(k) - H\hat{x}(k))$$

Rimane infine da capire se il filtro è stato tarato correttamente. Si dimostra che un filtro di Kalman è tarato correttamente quando produce innovazione bianca, ovvero quando l'innovazone ha uno spettro uniforme in tutte le sue frequenze. L'innovazone è la differenza tra lo stato misurato e lo stato stimato, e in questo caso sarà data dalla differenza tra posizione misurata e stimata. Si definisce quindi l'innovazone

$$e(k) = y(k) - H\hat{x}(k)$$

Uno strumento pratico ed efficace per capire l'andamento dello spettro dell'innovazone è il test di Bartlett (Fig.6)

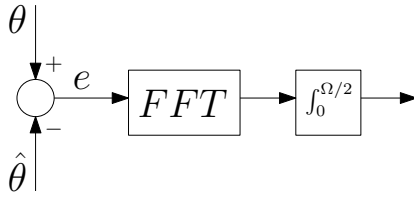


Figura 6. Schema test di Bartlett.

In questo test si calcola la trasformata di Fourier sui campioni di $e(k)$ a regime e successivamente si calcola l'integrale della trasformata su tutto lo spettro. Il segnale ottenuto viene confrontato con una retta che parte con valore nullo a frequenza 0 e arriva al valore 1 alla frequenza di Nyquist. La retta usata come confronto rappresenta il caso ideale, ovvero quando lo spettro è uniforme su tutte le frequenze. La taratura viene dunque fatta in modo visivo, facendo variare il fattore correttivo di Q in modo che il test si avvicini il più possibile alla retta ideale. Qualora si dovesse ottenere uno spettro concentrato alle alte frequenze allora la curva risultante dal test di Bartlett avrà una pancia verso il basso, mentre quando lo spettro è concentrato alle basse frequenze si ottiene curva con una pancia verso l'alto.

B. Taratura del filtro di Kalman in presenza di disturbi

Si consideri ora una coppia di disturbo τ_d agente sul sistema. τ_d viene associata ad una passeggiata aleatoria, in modo che il rumore affligga tutte le variabili di stato. τ_d è composta dalla somma dei disturbi esterni di coppia impressi al motore e dai disturbi interni dovuti, per esempio, dalla stima non perfetta dei vari coefficienti, dalle spazzole e da altre non idealità. Per comodità si porta il disturbo di coppia in un disturbo di corrente i_d . I parametri del motore calcolati restano quindi i medesimi, ma ora il coefficiente di attrito viscoso si può porre uguale a 0, poiché verrà considerato come una coppia di disturbo e verrà compensato nei punti successivi.

Si implementa un filtro di Kalman per il sistema aumentato (Fig.7), ovvero un nuovo sistema che stima, oltre a posizione e velocità, anche il disturbo τ_d .

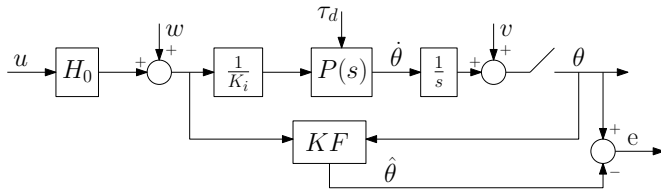


Figura 7. Schema di un filtro di Kalman con disturbi di coppia.

Le nuove equazioni di stato del modello continuo sono:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + B_1[u(t) + w_1(t)] + B_2 i_d$$

$$y(t) = Cx(t) + v(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ d \end{bmatrix} \quad u(t) = i_{ref}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_t} & -\frac{K_t}{J_t} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_t} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

che a tempo discreto diventano:

$$x(k+1) = Fx(k) + Gu(k) + G_1 w_1(k) + G_2 w_2(k)$$

$$y(k) = Hx(k) + v(k)$$

Dal momento che i due disturbi $w_1(k)$ e $w_2(k)$ sono indipendenti allora si possono calcolare separatamente Q_1 e Q_2 e successivamente sommarli per sovrapposizione degli effetti. In particolare vale:

$$Q_1 = \sigma_{w_1}^2 W_{10 \rightarrow T} = \sigma_{w_1}^2 \int_0^T e^{A\sigma} B_1 B_1^T e^{A^T \sigma} d\sigma = G_1 \sigma_{w_1}^2 G_1^T$$

$$Q_2 = W_{20 \rightarrow T} = \int_0^T e^{A\sigma} B_2 B_2^T e^{A^T \sigma} d\sigma = G_2 G_2^T$$

$$Q = Q_1 f_1 + Q_2 f_2$$

Si suppone per comodità che la passeggiata aleatoria $w_2(k)$ abbia varianza unitaria poiché anche in questo caso si potrà intervenire con un fattore correttivo su Q_2 (in modo indipendente da Q_1) fintantoché non si ottiene un risultato soddisfacente dal test di Bartlett. Ora probabilmente è più facile capire perché sia necessario associare un'incertezza anche al disturbo di coppia tramite una passeggiata aleatoria. Se così non fosse si otterrebbe una matrice Q con rango non pieno e di conseguenza nel calcolo della matrice dei guadagni dello stimatore si otterrebbe $L_3 = 0$. Vale la pena fare notare che per come sono costruite le matrici Q_1 e Q_2 , una variazione di Q_1 influenzerà maggiormente i guadagni L_1 e L_2 , mentre una variazione di Q_2 influenzerà maggiormente L_2 e L_3 .

Si chiede infine di implementare un filtro passa basso del primo ordine come in Fig.8 che simuli la banda passante dell'amplificatore e del driver di corrente.

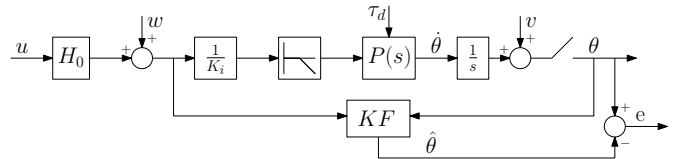


Figura 8. Schema filtro di Kalman con filtro passa basso.

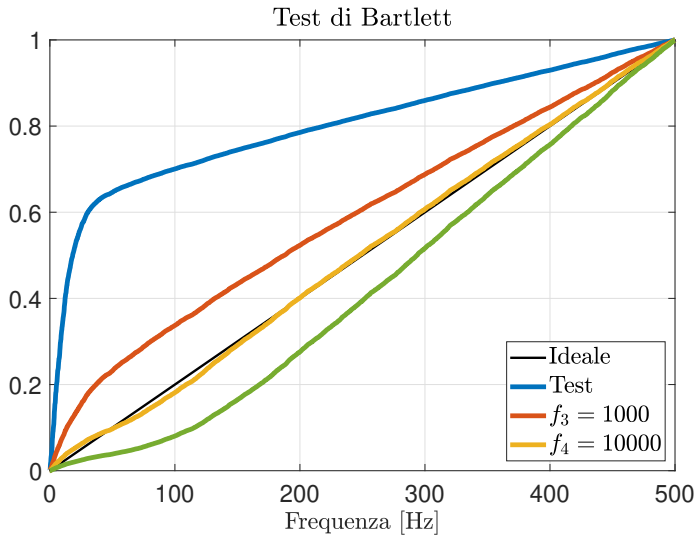


Figura 11. Confronto tra test di Bartlett ottenuti con diversi f .

lo spettro è concentrato alle basse frequenze mentre se Q è troppo grande lo spettro è concentrato alle alte frequenze. In pratica avere una Q molto bassa significa che la banda passante del filtro è anch'essa bassa. Riuscire a correlare Q alla banda passante del filtro può non essere un passaggio scontato quindi si vuole andare un po' più in profondità sull'argomento.

Come si è detto in precedenza il filtro di Kalman è uno stimatore di tipo ricorsivo e può essere riassunto nella seguente equazione:

$$\hat{x}(k) = \hat{x}(k-1) + \hat{\delta}(k)$$

dove $\hat{x}(k)$ è la stima corrente dello stato, $\hat{x}(k-1)$ è la stima al passo precedente mentre $\hat{\delta}(k)$ è una correzione data dalla nuova misura. Aumentare Q significa aumentare l'incertezza sul modello, quindi per la stima corrente $\hat{x}(k)$ si deve fare via via più affidamento sulla correzione $\hat{\delta}(k)$ e dare un peso minore alla stima precedente $\hat{x}(k-1)$. Per dare una maggiore importanza alla correzione $\hat{\delta}(k)$ si devono inevitabilmente aumentare i valori della matrice dei guadagni dello stimatore L , ma aumentare i valori di L significa rendere lo stimatore più veloce. Si arriva dunque all'affermazione fatta in partenza, ovvero che uno stimatore più veloce ha anche una banda passante più alta.

In sostanza si può riassumere che:

- se Q è troppo piccola la banda passante del filtro sarà anch'essa troppo piccola e quindi la curva risultate dal test di Bartlett avrà una pancia verso l'alto.
- se Q è troppo grande la banda passante del filtro sarà anch'essa troppo grande perciò la curva risultate dal test di Bartlett avrà una pancia verso il basso.

Fatte proprie queste considerazioni, si ritiene che il fattore f_3 soddisfi il test di Bartlett pertanto verrà usato come base anche nei punti successivi.

Prima di inserire una coppia di disturbo si vuole verificare il comportamento del filtro con un range del segnale di comando

differente rispetto ai $[-2V, +2V]$ usati finora. In Fig. 12 è riportato il test di Bartlett per diversi range.

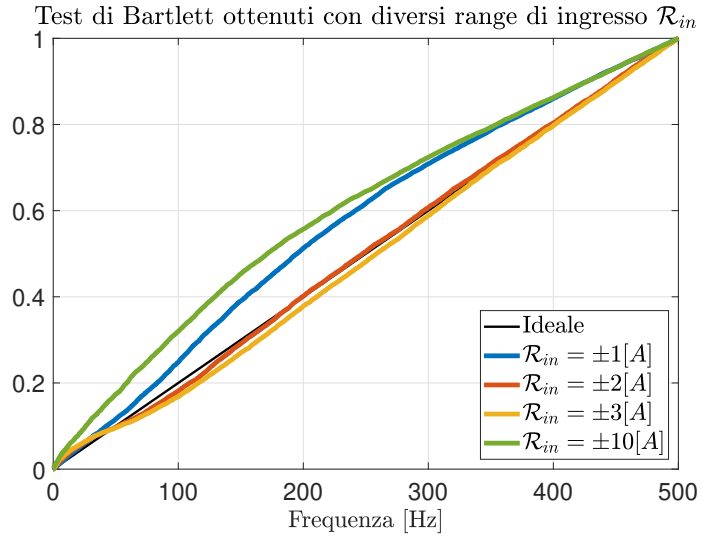


Figura 12. Test di Bartlett ottenuti con diversi range di ingresso \mathcal{R}_{in} .

Quanto detto inizialmente risulta evidente: variare il range del segnale di comando comporta anche una modifica della varianza del segnale stesso (oltre a innescare fenomeni non lineari come attrito statico o saturazione). Questo andrà inevitabilmente a influenzare la taratura del filtro che non sarà più ottima se si mantiene lo stesso fattore correttivo f_3 .

B. Taratura del filtro di Kalman in presenza di disturbi

La procedura di taratura del filtro di Kalman in presenza di disturbi è analoga alla precedente, con la differenza che ora si ottengono due matrici di incertezza del modello Q_1 e Q_2 da tarare in modo indipendente. Il coefficiente di attrito viscoso B_m viene posto a 0 poiché da ora in poi verrà considerato un disturbo di coppia. Le matrici di incertezza risultano

$$Q_1 = \begin{bmatrix} \frac{T^3}{3}\beta^2 & \frac{T^2}{2}\beta^2 + \frac{T^3}{3}\alpha\beta^2 & 0 \\ \frac{T^2}{2}\beta^2 + \frac{T^3}{3}\alpha\beta^2 & T\beta^2 + \frac{T^3}{3}\alpha^2\beta^2 + \frac{T^2}{2}\alpha\beta^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{T^3}{3}\beta^2 & -\frac{T^2}{2}\beta \\ 0 & -\frac{T^2}{2}\beta & T \end{bmatrix}$$

dove $\alpha = -\frac{B_m}{J_m}$ e $\beta = \frac{K_t}{J_m}$. Applicando un fattore correttivo $f_1 = 1000$ su Q_1 e lasciando, per il momento, Q_2 con un fattore $f_2 = 1$ si ottiene il seguente test di Bartlett (Fig.13)

Il risultato del test è una curva che spaccia verso il basso a frequenze basse rispetto il caso ideale. Dal momento che f_1 è già stato tarato per l'incertezza sul modello bisogna diminuire solamente f_2 . Si testano i seguenti valori di f_2 e si riportano i dati nella Fig. 14

- $f_{2_1} = 1$
- $f_{2_2} = 0.1$
- $f_{2_3} = 0.01$

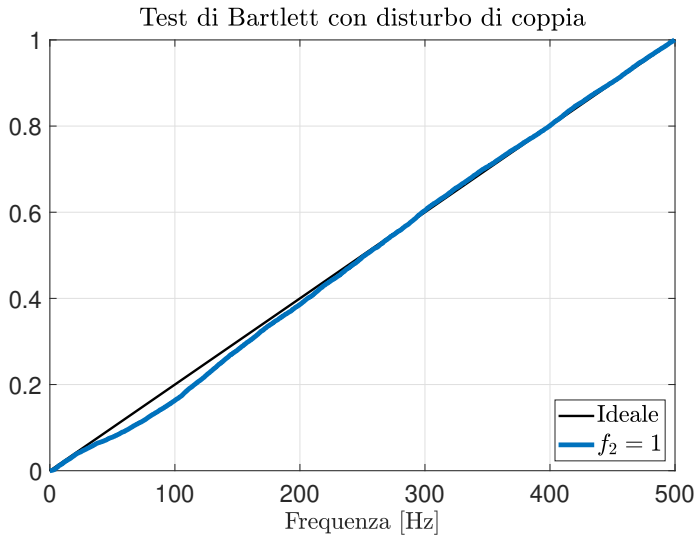


Figura 13. Test di Bartlett con disturbo di coppia

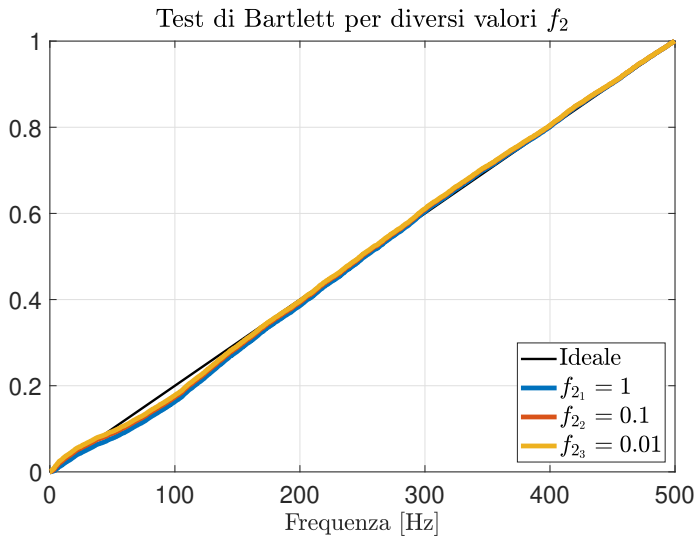


Figura 14. Test di Bartlett con disturbo di coppia

I risultati sono tutti molto vicini. Ad ogni modo si sceglie di utilizzare la $f_2 = 0.01$ perché rispecchia maggiormente il test di Bartlett fatto in assenza di disturbi. La stima dei disturbi di coppia τ_d presenti durante la simulazione e riportati in corrente i_d è rappresentata nella Fig. 15

Si vuole ora simulare l'effetto di una possibile banda passante dell'amplificatore e del driver di corrente. A scopo puramente dimostrativo si sceglie un filtro a 10Hz. L'effetto è riportato nella Fig.16

Come ci si poteva aspettare il test di Bartlett ha una pancia verso l'alto. A causa del filtro infatti si stanno attenuando le alte frequenze del segnale di comando. Per forza di cose sarà influenzato anche lo spettro dell'innovazione che si concentrerà alle basse frequenze. A causa del filtro l'incertezza sul modello cresce perciò per ottenere nuovamente un'innovazione bianca bisogna aumentare i valori di Q .

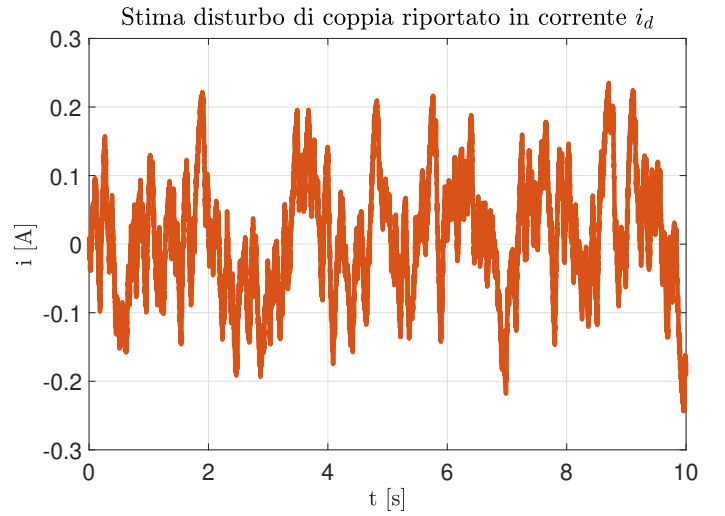


Figura 15. Stima del disturbo di coppia riportato in corrente i_d

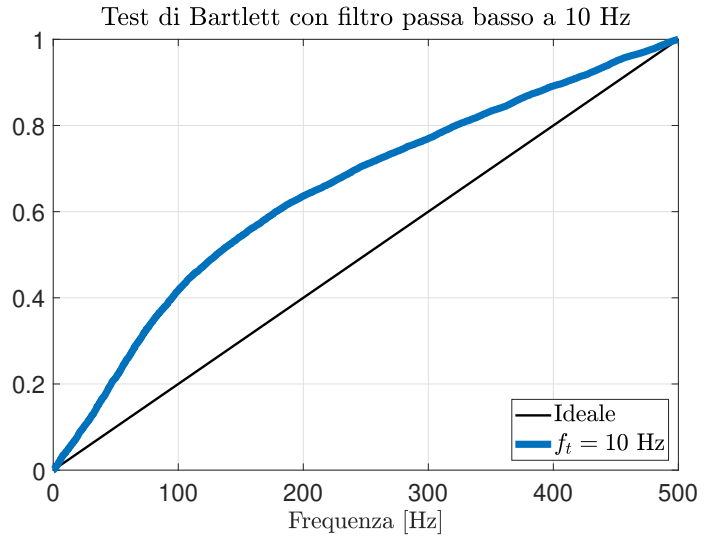


Figura 16. Test di Bartlett con filtro passa basso a 10 Hz

C. Retroazione dello stato e compensazione del disturbo stimato

Come ultimo punto si finalizza l'implementazione del filtro di Kalman utilizzando la retroazione dello stato stimato. Non si discuterà nel dettaglio la tecnica di controllo poiché è stata abbondantemente trattata nell'esperienza precedente. In questo caso è sufficiente sapere che le stime di posizione e velocità vengono poste in retroazione con un controllo LQR e la stima del disturbo viene compensata in feedforward (Fig. 9). Le matrici dei pesi utilizzate per il controllo LQR sono:

$$Q_R = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix} \quad R_R = 0.01$$

Il riferimento di posizione che si vuole ottenere è rappresentato in Fig. 17.

Prima di fare delle riflessioni sul segnale di riferimento si vuole subito vedere che risposta restituisce il modello con il

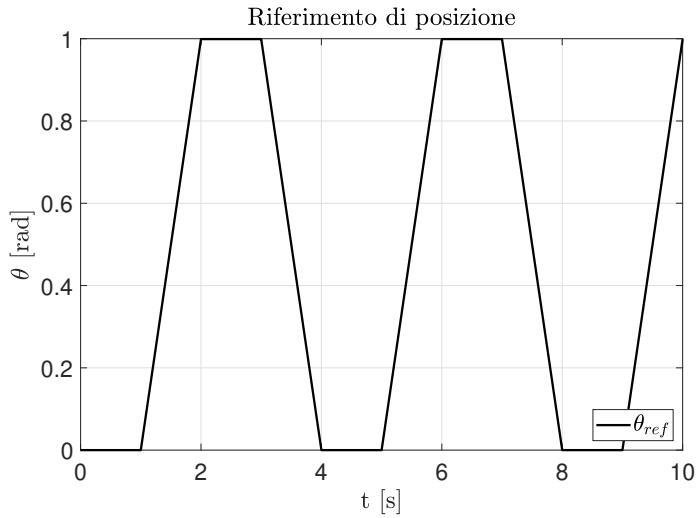


Figura 17. Riferimento di posizione

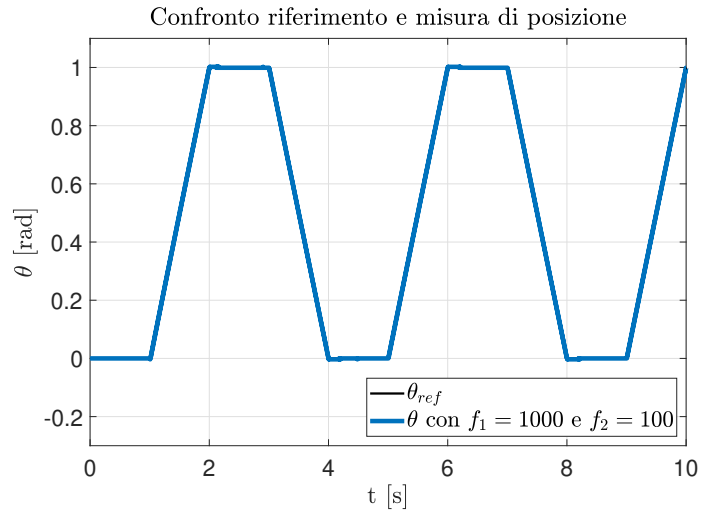


Figura 19. Confronto riferimento e misura di posizione

filtro di Kalman tarato con $f_1 = 1000$ e $f_2 = 0.01$ (Fig. 18). Per testare a fondo il filtro è stata aggiunta un'ulteriore coppia di disturbo costante pari $0.1Nm$ a che agisce da $1s$ in poi.

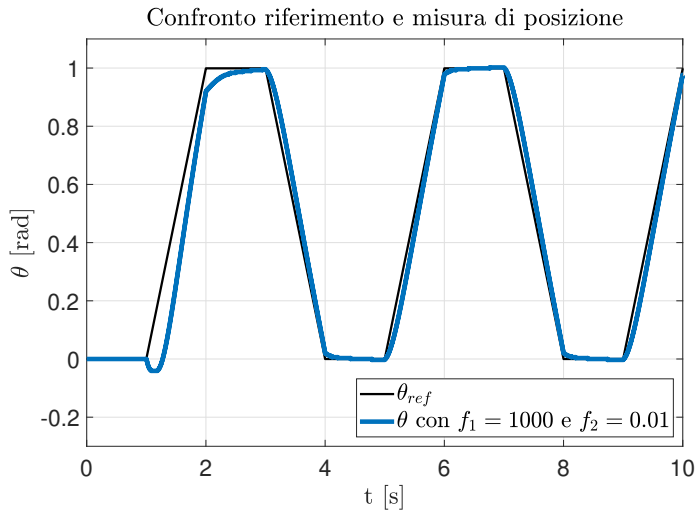


Figura 18. Confronto riferimento e misura di posizione

Il risultato è alquanto deludente. Ma perché accade ciò se teoricamente il filtro è stato tarato correttamente? Precedentemente si era tarato il filtro su un disturbo di coppia che ora non è più lo stesso. L'attrito viscoso adesso gioca un ruolo rilevante poiché le velocità sono cresciute molto. Il disturbo quindi non viene stimato abbastanza velocemente pertanto è necessario aumentare il guadagno L_3 . Per incrementare L_3 serve dare un peso maggiore a Q_2 . Dopo alcuni tentativi si è trovato un buon compromesso tra velocità di stima e rumore a regime utilizzando $f_2 = 100$ (Fig. 19).

Si vuole ora analizzare il segnale di comando $u = (t)$ in ingresso al motore per capire se rispetta le caratteristiche di taratura fatte per Q_1 (Fig. 20).

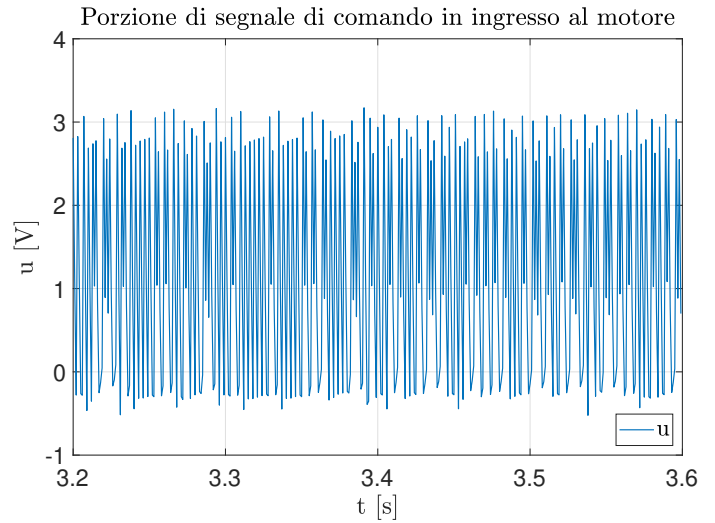


Figura 20. Segnale di comando $u(t)$ in ingresso al motore

Al di là del fatto che la corrente non ha media nulla poiché il motore sta compensando una coppia di disturbo costante e in alcuni tratti si lavora a velocità costante, si può ritenere soddisfacente l'assunzione fatta inizialmente sul tipo di segnale in ingresso. La taratura finale della matrice Q per questa applicazione risulta:

$$Q = Q_1 \cdot 1000 + Q_2 \cdot 100$$

Si vogliono ora analizzare i segnali di risposta e stima del sistema per valutare la bontà del filtro di Kalman e delle scelte fatte. Come primo confronto si vuole esaminare il grande effetto benefico della compensazione feedforward del disturbo di coppia (Fig. 21).

L'effetto è chiaro ed evidente. Senza la compensazione attiva la coppia di disturbo costante genera un errore costante sulla posizione. Si ricorda inoltre che, anche se osservando l'immagine non è così esplicito, assieme alla coppia di

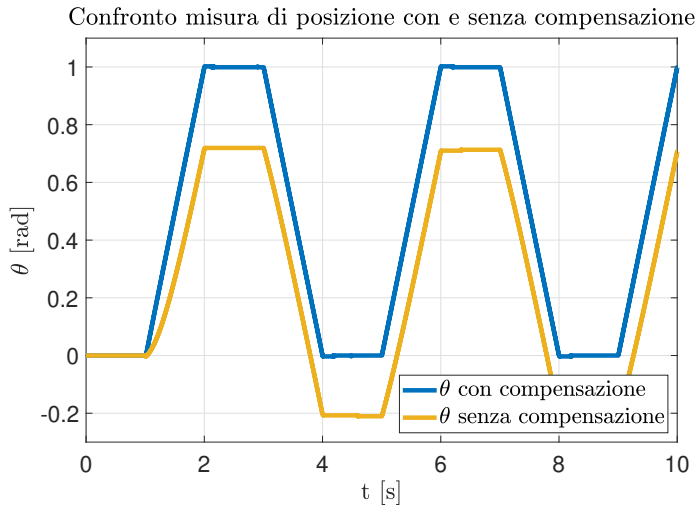


Figura 21. Confronto di posizione con e senza compensazione del disturbo τ_d

disturbo costante sono comunque presenti i disturbi dovuti dall'attrito viscoso e altre non idealità che, in assenza di compensazione feedforward, perturbano la posizione finale.

Si confrontano ora le variabili di stato misurate e stimate con compensazione del disturbo attiva (posizione Fig. 22, velocità Fig. 23). Per la misura di velocità si utilizza una derivata della posizione filtrata a 500 rad/s.

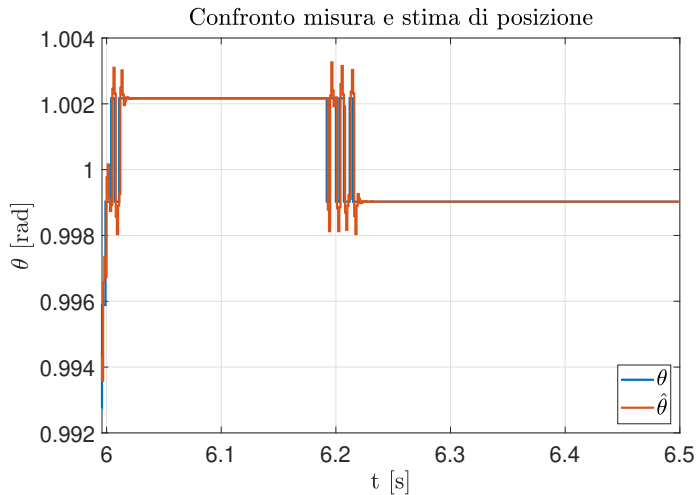


Figura 22. Confronto misura e stima di posizione

Grazie al confronto fatto in queste immagini possiamo trarre due importanti conclusioni: il filtro di Kalman così come è tarato offre una grande velocità di stima e allo stesso tempo il rumore a regime è praticamente assente. In una precedente esperienza si era utilizzato il metodo pole placement per realizzare lo stimatore e ci si era scontrati con il compromesso tra velocità di stima e rumore a regime. Con il filtro di Kalman invece, essendo uno stimatore ottimo, si possono ottenere prestazioni decisamente migliori e le immagini riportate sopra ne sono una prova.

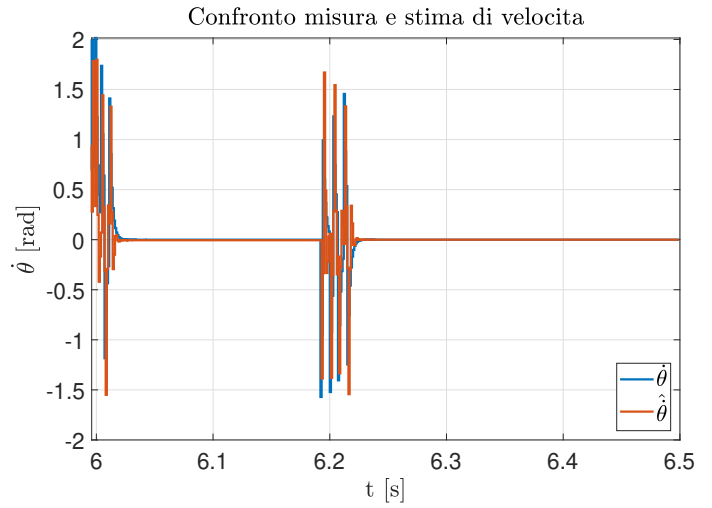


Figura 23. Confronto misura e stima di velocità

Per completezza si riporta in Fig. 24 il disturbo stimato. Si nota la presenza di un offset dovuto alla coppia di disturbo costante applicata al motore.

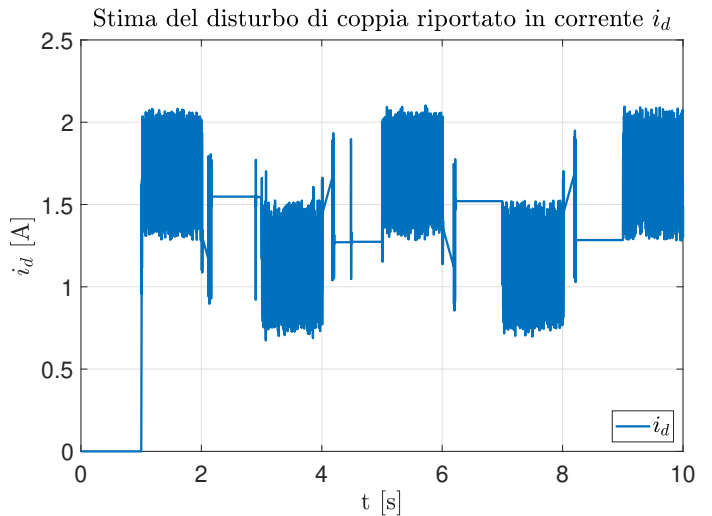


Figura 24. Stima disturbo di coppia

Si vuole confrontare come ultimo punto l'errore tra riferimento e misura di posizione nella Fig.17.

Ancora una volta si può notare come, grazie ad un controllo ed una stima ottima, il risultato sia alquanto soddisfacente. Riferimento e misura si discostano di pochissimo, anche quando viene applicato un gradino di disturbo a 1s.

V. CONCLUSIONI

Tramite l'esperienza simulativa si sono ricavati i parametri di base per la taratura del filtro di Kalman e tramite il test di Bartlett si sono variati i pesi delle matrici di incertezza del modello e di rumore di misura fintantoché l'innovazione non ha avuto uno spettro assimilabile ad un rumore bianco. In secondo luogo si è fatta una nuova taratura del filtro per il

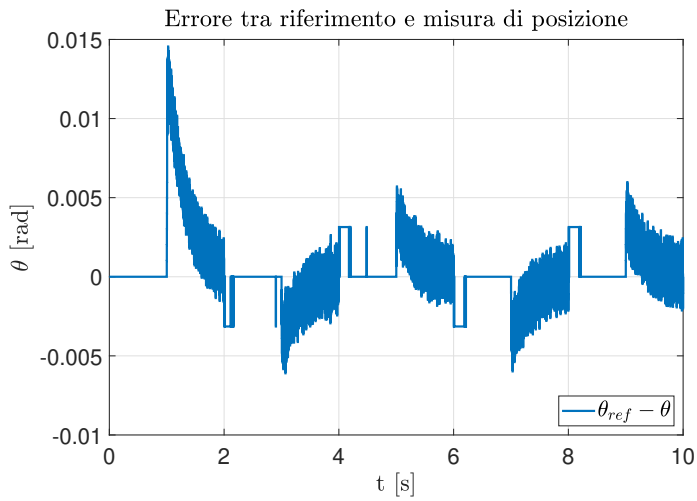


Figura 25. Errore tra riferimento e misura di posizione

sistema aumentato, in modo da poter stimare, oltre a posizione e velocità, anche il disturbo di coppia agente sul motore. Infine si è implementato il filtro nel controllo LQR del motore utilizzando le stime di posizione e velocità per la retroazione mentre la stima del disturbo è usata come compensazione in feedforward. Dalle prove sperimentali è emerso che il filtro di Kalman opportunamente tarato, oltre ad essere molto veloce, produce un rumore di stima molto piccolo rispetto ad altre tecniche di stima. I risultati ottenuti sono notevoli e sono prova di una buona riuscita dell'esperienza.