

Stima dei parametri di un motore in corrente continua e controllo ottimo di posizione con compensazione del disturbo

Luca Zanolto

Sommario—L'esperienza simulativa vuole porre l'attenzione nella valutazione dei parametri di un motore elettrico in corrente continua e nel successivo controllo in retroazione e feedforward tramite stima delle variabili di stato.

I. INTRODUZIONE

Gli obiettivi di questa esperienza sono:

- Valutazione tramite esperimenti virtuali della costante di coppia del motore assegnato, dei coefficienti di attrito viscoso e statico e dell'inerzia totale motore + carichi.
- Realizzazione del controllo ottimo LQR di posizione e velocità del motore virtuale utilizzando la retroazione dallo stato misurato.
- Realizzazione di uno stimatore e confronto tra stato misurato e stato stimato in presenza di disturbi di coppia.
- Compensazione feedforward del disturbo stimato e confronto con un controllo proporzionale-integrale.

II. DESCRIZIONE APPARATO

Data l'impossibilità di utilizzare il motore reale, si faranno gli esperimenti su un modello Simulink equivalente. Di seguito viene descritta brevemente la strumentazione presente in laboratorio (Fig.1).

- 1) Motore con encoder
- 2) Morsettiera
- 3) Cavo
- 4) Scheda 626
- 5) PC con Simulink
- 6) Amplificatore di corrente

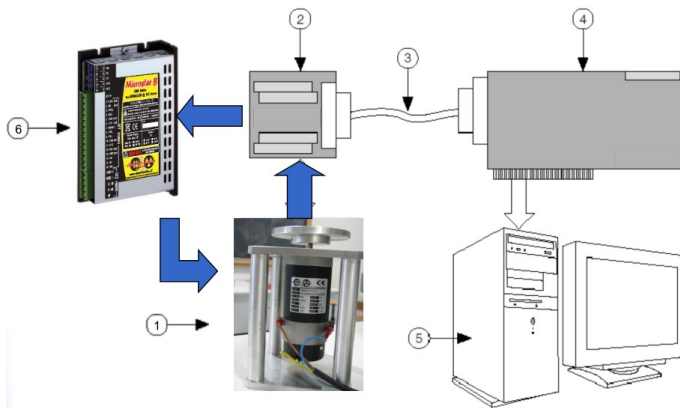


Figura 1. Strumenti di laboratorio.

A. PC con scheda di acquisizione Sensoray 626

La scheda consente di interfacciare il PC con il mondo esterno e ha le seguenti caratteristiche:

- Ingressi analogici (16x, 14 bit)
- Uscite analogiche (4x, 13 bit)
- I/O digitali (48 totali)
- Watchdog timer
- Ingressi encoder (6x, conteggio quadruplicato, con U/D e zero)

La scheda viene simulata con un quantizzatore e zero holder all'ingresso e all'uscita del modello virtuale del motore con:

- Tempo di campionamento $T_s = 1ms$
- Contatore encoder 2000 impulsi giro
- Ingresso al motore quantizzato su 13 bit, riferiti a $\pm 10V \rightarrow q = \frac{20}{2^{13}}$

B. Motore in corrente continua con pilotaggio in corrente e lettura posizione con encoder

Il motore utilizzato presenta le seguenti caratteristiche:

- Costante di coppia: $0.071 \frac{Nm}{A}$
- Inerzia rotorica: $0.000027 Kg m^2$
- Resistenza avvolgimenti: $3.85 Ohm$
- Coppia di attrito statico: circa $0.02 Nm$
- Tensione max: $60 V$
- Coeff. d'attrito viscoso: $2 - 3 \times 10^{-4} Nm/s$

Sul motore è montato un encoder incrementale con 500 impulsi/giro e una risoluzione 4X, quindi il conteggio verrà moltiplicato per 4. Per calcolare la misura dello spostamento angolare in gradi bisogna moltiplicare il conteggio per $360/2000$.

È presente un controllo di tipo PID per il controllo di corrente.

Nel motore agiscono diversi disturbi:

- Coppia di disturbo
- Coppia aleatoria proporzionale alla velocità (fino alla saturazione)
- Coppia di attrito statico e viscoso
- Coppia periodica dovuta alle spazzole

C. Amplificatore di corrente

L'amplificatore è in grado di comandare il motore con una corrente proporzionale al riferimento in tensione. In particolare il guadagno è:

$$K_i = 2A/V$$

Con gli alimentatori disponibili si raggiunge la tensione massima di 30V e una corrente massima di 6A, quindi bisogna limitare il riferimento a $\pm 3V$. In realtà la massima velocità si raggiunge per valori inferiori ai $\pm 3V$, poiché interviene la forza contro elettromotrice (f_{cem}).

D. Carico meccanico inerziale

Sul motore è calettato un piccolo disco di alluminio e sono montati due dischi aggiuntivi di inerzia $J_1 = 1.08 \times 10^{-5} Kgm^2$ e $J_2 = 0.000149 Kgm^2$.

L'attrito statico e viscoso sono considerati invarianti, anche se ovviamente nella realtà entrambi dipendono pesantemente dalla temperatura, usura ecc.

L'insieme motore, carichi inerziali, controllo e amplificatore è rappresentato nella Fig.2.

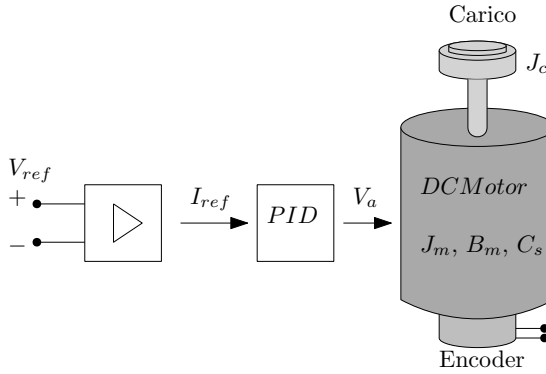


Figura 2. Rappresentazione amplificatore, controllo corrente, motore e carichi.

E. Controllo di posizione con Simulink

Il controllo di posizione, come quello di velocità, si realizza tramite Simulink. Verranno implementati diversi schemi per la realizzazione del progetto.

III. METODI

A. Stima dei parametri del motore

In questa sezione si vedranno le metodologie per la stima dei parametri fondamentali del motore. Si consideri il blocco Simulink in Fig.3. Il blocco costituisce l'insieme di amplificatore, controllo, motore e carico (Fig.2) e verrà chiamato semplicemente motore per comodità. Il motore in questione è un sistema criptato e si hanno a disposizione tre ingressi e quattro uscite. Gli ingressi sono:

- Riferimento di tensione
- Coppia di disturbo
- Pulsante on/off motore

Le uscite sono:

- Posizione misurata
- Posizione reale
- Velocità reale
- f_{cem} (bemf)

Le ultime tre misure non sono disponibili nella realtà, ma in questo caso si possono ottenere grazie alla simulazione. La f_{cem} reale si può misurare accoppiando un motore esterno che impone una coppia costante e ponendo il riferimento di tensione nullo. Si misura quindi la velocità e la tensione di armatura, che sarà circa uguale alla f_{cem} poiché la corrente è relativamente molto piccola. Ad ogni modo le misure non realmente disponibili verranno utilizzate solo come confronto.

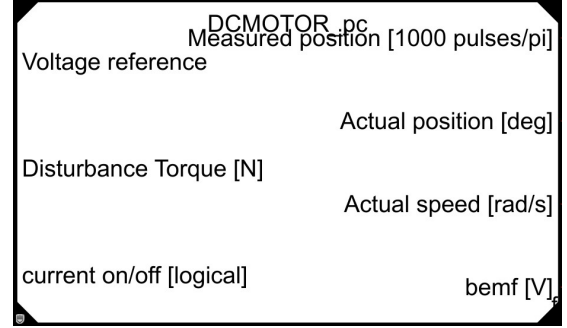


Figura 3. Schema Simulink per stima parametri motore.

1) *Stima costante di coppia K_t* : In riferimento a quanto detto poco sopra, per la stima di K_t si collega un secondo motore che impone una coppia e si pone un riferimento di tensione nullo al motore sotto test. In questo caso la coppia impressa dal secondo motore viene simulata con un disturbo di coppia esterno. Si misura quindi la velocità e la f_{cem} a regime. Risulta:

$$K_t = \frac{f_{cem}}{\omega_{mis}} \left[\frac{Nm}{A} \right]$$

2) *Stima coefficiente attrito viscoso B_m e coppia di attrito statico C_s* : Si impongono diversi valori di tensione e per ognuno si misura la velocità a regime. Inserendo i punti in un grafico tensione velocità si effettua un'interpolazione lineare. Dal momento che a regime la coppia applicata τ deve valere

$$\tau = B_m \Omega + C_s$$

dalla retta risultante si ottengono due importanti informazioni: tramite la pendenza si ricava B_m mentre con l'intercetta si ricava C_s , poiché la tensione imposta è direttamente proporzionale a τ :

$$\tau = K_t K_i V_{ref}$$

Quindi si ricava:

$$B_m = K_t K_i \cdot \text{pendenza}$$

$$C_s = K_t K_i \cdot \text{intercetta}$$

3) *Stima inerzia totale J_t motore + carichi*: la funzione di trasferimento tra velocità e coppia è:

$$\frac{\omega}{\tau} = \frac{1}{sJ_t + B_m}$$

dove la costante di tempo vale:

$$\tau_t = \frac{J_t}{B_m}$$

Avendo un sistema del 1° ordine, per il calcolo di J_t si dà un gradito di tensione come riferimento e si trova il tempo τ_t che impiega la velocità a raggiungere il 63% del valore a regime. Per questa valutazione è conveniente spegnere il motore quando la velocità è a regime, che equivale ad osservare un gradino negativo. In questo modo si evita la saturazione che si potrebbe avere con un normale gradino. C'è però un altro problema, ovvero la coppia di attrito statico che agisce per le basse velocità. D'altra parte, poiché è stata stimata al passo precedente, la si può compensare nel riferimento di tensione, ma solamente per la valutazione di J_t .

Grazie alla stima dei parametri è possibile implementare il modello del motore come in Fig.4

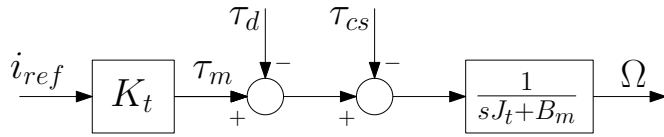


Figura 4. Schema motore.

B. Controllo di posizione con retroazione dallo stato

1) *Calcolo dei guadagni K_1 e K_2* : Si implementa su Simulink un controllo LQR schematizzato nella Fig.5 utilizzando i parametri ricavati precedentemente. Il blocco $G(s)$ equivale al sistema costituito da amplificatore, controllo di corrente, motore e carichi.

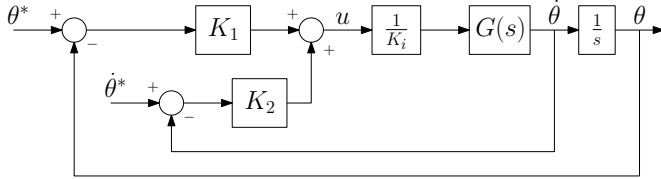


Figura 5. Schema controllo ottimo.

La retroazione viene effettuata con la misura di posizione e per la velocità si utilizza una derivata sulla posizione filtrata a 500 rad/s. Per la rappresentazione del sistema si utilizza la forma di stato:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \end{bmatrix} \quad u(t) = i_{ref}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_t} \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_t} \end{bmatrix} \quad C = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il sistema viene discretizzato con la tecnica ZOH con un tempo di campionamento di $T_s = 1ms$, da cui si ricavano le matrici:

$$A \rightarrow F \quad B \rightarrow G \quad C \rightarrow H$$

Dal momento che questo sistema è completamente raggiungibile è possibile calcolare la matrice dei guadagni K ricorrendo al controllo ottimo LQR che minimizza l'indice di costo

$$J = \sum_{k=0}^{\infty} (x^T(k)Qx(k) + u^T(k)Ru(k))$$

Si testano diverse matrici Q e R , cioè le matrici di peso dello stato e dell'ingresso, in modo da ottenere il risultato più soddisfacente in termini di overshoot, tempo di salita ed errore a regime. Gli autovalori del sistema in retroazione si ricavano dalla matrice

$$F - GK, \quad K = [K_1 \quad K_2]$$

2) *Costruzione dello stimatore*: Si realizza uno stimatore dello stato come in Fig.6

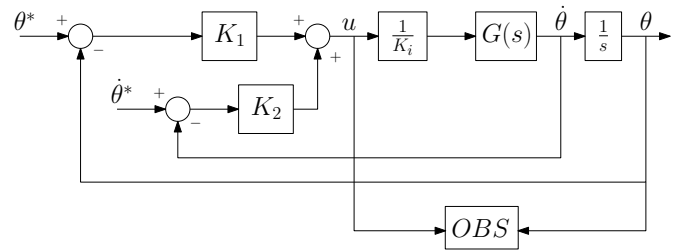


Figura 6. Schema stimatore dello stato.

In ingresso allo stimatore sono presenti il segnale di corrente $u(k)$ e la misura di posizione $\theta(k)$, quindi per la progettazione dello stimatore si definisce una nuova matrice

$$C' = [1 \quad 0]$$

Dalla teoria dei sistemi si conosce che i poli del sistema in retroazione sono indipendenti dai poli dello stimatore e si ricavano dalla matrice

$$F - LC'$$

dove L è la matrice dei guadagni dello stimatore. È possibile perciò allocare i poli dello stimatore, e quindi ricavare L , nel modo più proficuo possibile.

3) *Calcolo errore di stima in presenza di una coppia di disturbo*: Si pone ora in retroazione la stima dello stato e si applica una coppia esterna di disturbo τ_d (Fig.7).

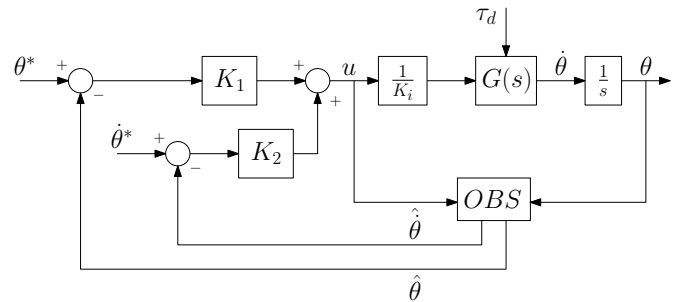


Figura 7. Schema retroazione della stima.

Per comodità si riporta il disturbo di coppia in disturbo di corrente $d = \frac{\tau_d}{K_t}$. L'equazione di stato dello stimatore è

$$\hat{x}(k+1) = F\hat{x}(k) + Gu(k) + L(y(k) - C'\hat{x}(k))$$

A regime e in assenza di disturbi $u(k) = 0$, ma cosa accade in presenza di un disturbo? All'equilibrio deve comunque valere $u(k) - d(k) = 0$ perciò $u(k) = d(k)$. Si può inoltre certamente scrivere che a regime $\hat{x}(k+1) = \hat{x}(k)$ e $\dot{\theta} = 0$. All'equilibrio vale quindi:

$$\hat{\theta} = \hat{\theta} + F_{12}\hat{\theta} + G_1d + L_1(\theta - \hat{\theta})$$

$$\hat{\theta} = F_{22}\hat{\theta} + G_2d + L_2(\theta - \hat{\theta})$$

Da cui si ottiene

$$\hat{\theta} = \theta + d \frac{G_2}{L_2}$$

$$\hat{\theta} = d \left(G_2 \frac{L_1}{L_2} - G_1 \right) / F_{12}$$

È evidente che questo tipo di sistema, che utilizza la retroazione della stima, non è adeguato in presenza di disturbi di coppia, poiché si ha errore a regime sia sulla posizione, reale e stimata, ma anche sulla velocità stimata. Per far fronte a questo problema si deve implementare una compensazione del disturbo

C. Compensazione feedforward del disturbo

Si implementa uno stimatore per il sistema aumentato (Fig.8), ovvero un nuovo sistema che stima, oltre a posizione e velocità, anche il disturbo.

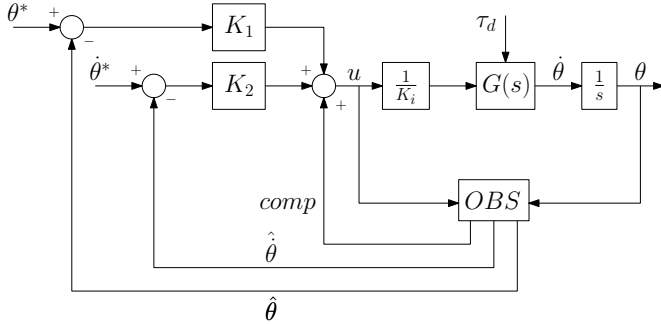


Figura 8. Schema con compensazione del disturbo stimato.

I parametri del motore calcolati restano i medesimi, ma ora il coefficiente di attrito viscoso si può porre uguale a 0, poiché verrà considerato come una coppia di disturbo e quindi compensato. Le equazioni del nuovo sistema sono:

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t)$$

$$y(t) = Cx(t)$$

$$x(t) = \begin{bmatrix} \theta \\ \dot{\theta} \\ d \end{bmatrix} \quad u(t) = i_{ref}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & -\frac{B_m}{J_t} & -\frac{K_t}{J_t} \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B = \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{K_t}{J_t} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Il sistema ora non è più completamente raggiungibile perché d non appartiene al sottospazio raggiungibile. Ad ogni modo il sistema è osservabile, quindi si pone in retroazione $\hat{\theta}$ e $\hat{\theta}$ come fatto in precedenza e con la stessa matrice dei guadagni K , mentre lo stato d viene sommato direttamente al riferimento di corrente. Dopo aver discretizzato il sistema si calcola nuovamente la matrice dei guadagni dello stimatore L cambiando la matrice

$$C' = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Grazie a questa modifica si risolvono i problemi riguardanti errori di posizione e velocità descritti nella sezione precedente. Ora la posizione, sia misurata che stimata, seguirà correttamente il riferimento dato, così come la velocità.

1) *Implementazione di un'azione integrale al posto della compensazione feedforward*: Si implementa un controllo di tipo proporzionale-integrale, lo si sostituisce alla compensazione (Fig.9) e si confrontano i risultati ottenuti.

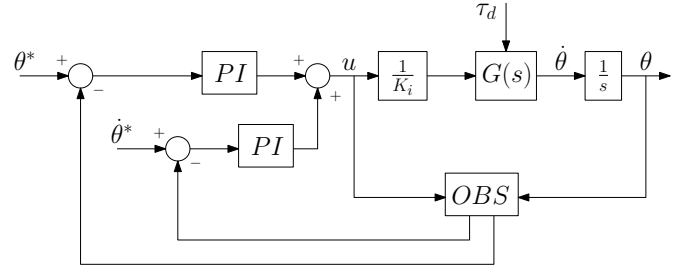


Figura 9. Schema con controllo PI.

IV. ESPERIMENTI

A. Stima dei parametri del motore

1) *Stima costante di coppia K_t* : Si impone un riferimento di tensione $V_{ref} = 0V$ e si applica un disturbo di coppia di $\tau_d = -0.5Nm$. Si misura una velocità $\omega = 529rad/s$ e una forza contro-elettromotrice $f_{cem} = 37.6V$. Si ricava

$$K_t = \frac{f_{cem}}{\omega} = 0.071 \frac{Nm}{A}$$

2) *Stima coefficiente attrito viscoso B_m e coppia di attrito statico C_s* : Impedendo diversi riferimenti di tensioni positivi e negativi si ottengono le velocità riportate in Fig.10.

Tramite interpolazione lineare si trova una pendenza di $0,0018 V/(rad/s)$, da cui si calcola il coefficiente di attrito viscoso:

$$B_m = K_t K_i \cdot \text{pendenza} = 0.000256 Nms$$

Per quanto riguarda l'intercetta la situazione varia a seconda che la velocità misurata sia positiva o negativa. La differenza

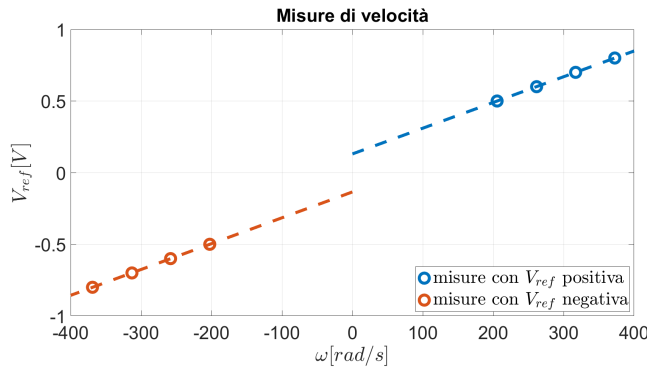


Figura 10. Misure di velocità.

è dovuta da un offset elettrico causato dalla catena analogica. L'offset misurato è pari a -2 mV . Utilizzando l'intercetta positiva si ricava una coppia di attrito statico:

$$C_s = K_t K_i \cdot (\text{intercetta} - \text{offset}) = 0.0188 \text{ Nm}$$

3) *Stima inerzia totale J_t motore + carichi*: Per la stima di J_t si compensa inizialmente la coppia di attrito statico mediante un contributo aggiuntivo sul riferimento di tensione. Successivamente si calcola la costante di tempo osservando la discesa della velocità (Fig11).

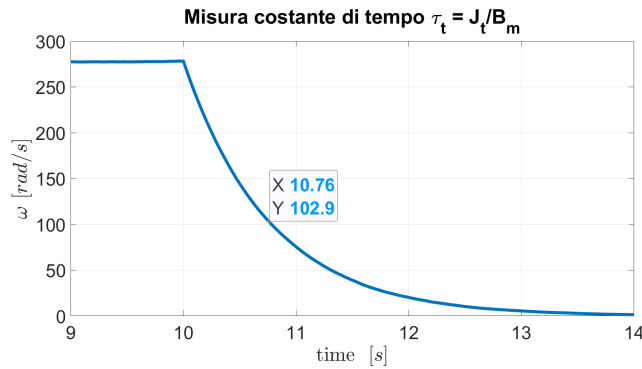


Figura 11. Misura costante di tempo τ_t .

Si osserva che

$$\tau_t = 0.760 \text{ s}$$

da cui si ricava l'inerzia totale del motore + carichi

$$J_t = 1.95 \times 10^{-4} \text{ Kg m}^2$$

B. Controllo di posizione con retroazione dallo stato

1) *Calcolo dei guadagni K_1 e K_2* : Si pongono i riferimenti di posizione e velocità a:

$$\theta^* = 1 \text{ rad}$$

$$\dot{\theta}^* = 0 \text{ rad/s}$$

Per il calcolo iniziale di K_1 e K_2 si utilizza una matrice

$$Q = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

e i seguenti valori di R:

- $R_1 = 1$
- $R_{01} = 0.1$
- $R_{001} = 0.01$

Le misure di posizione sono riportate in Fig.12

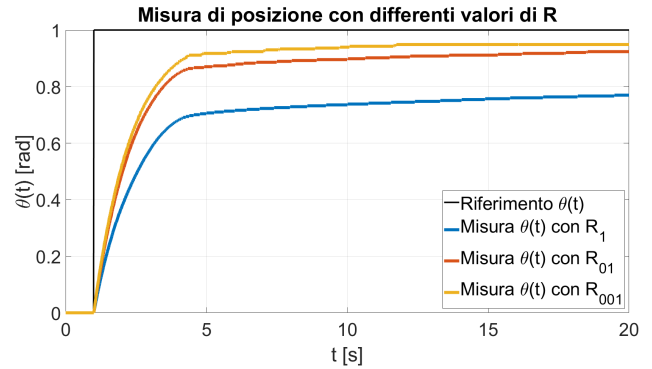


Figura 12. Misure di posizione con differenti R

Si nota che la misura con R minore ha un comportamento migliore rispetto le altre due misure. Questo è giustificato dal fatto che con un R più basso si dà un peso minore all'ingresso, che potrà quindi essere più elevato, ottenendo una risposta più rapida. Così facendo ci si avvicina maggiormente al riferimento desiderato, anche se non si riesce comunque a raggiungerlo a causa dell'attrito di primo distacco che interviene a velocità basse. Per queste motivazioni al momento si sceglie R_{001} . Si valutano ora le seguenti matrici Q:

- $Q_{1001} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$
- $Q_{100100} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 100 \end{bmatrix}$
- $Q_{1000} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
- $Q_{0001} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

Le misure di posizione sono riportate nella Fig.13. Vale la pena far notare che non è presente la misura effettuata con Q_{0001} . Come mai? Definito $Q = D^T D$, per avere un controllo stabilizzante è necessario che la seguente matrice

$$\begin{bmatrix} zI - \Phi \\ D \end{bmatrix}$$

abbia rango pieno $\forall z \in \mathbb{C}, |z| \geq 1$. Con Q_{0001} questo non accade perché $D_{0001} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix}$ e quindi non viene rispettata la condizione necessaria per la stabilizzabilità.

Dal grafico si osserva subito che il comportamento migliore è ottenuto con Q_{1000} , ovvero la matrice che non dà nessun peso alla velocità. Ciò implica che la velocità può raggiungere valori molto elevati, soprattutto in presenza di gradini di posizione. Tuttavia la dinamica che si ottiene con Q_{1001} non può certo ritenersi soddisfacente. Le misure di velocità sono riportate nella Fig.14 e per renderne più comprensibile l'andamento, per questa e le prossime figure di velocità, si è utilizzato un filtro a 10 rad/s.

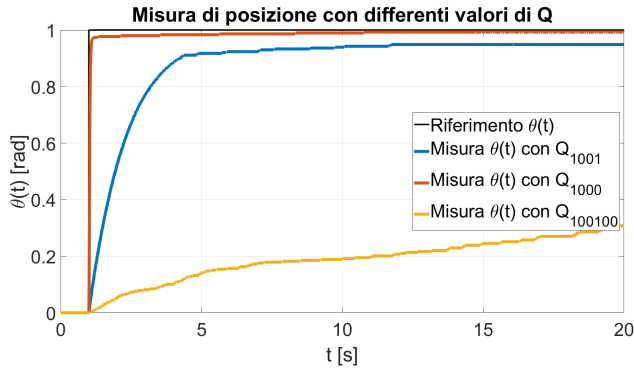


Figura 13. Misure di posizione con differenti Q

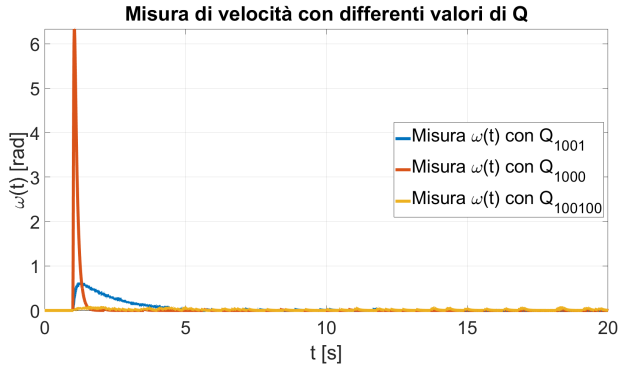


Figura 14. Misure di velocità con differenti Q

Bisogna inoltre osservare che l'ingresso al processo non deve saturare, altrimenti significa che si sta sbagliando il dimensionamento del controllo. La Fig.15 riporta l'andamento della comando di tensione in ingresso all'amplificatore negli istanti in cui la velocità è più alta.

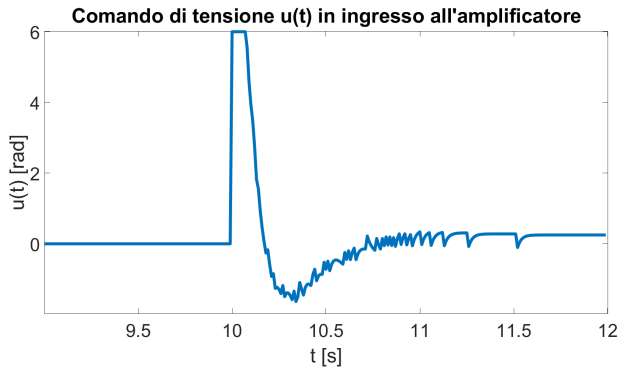


Figura 15. Comando di tensione in ingresso all'amplificatore

Si nota che effettivamente avviene una saturazione ma questa ha una durata inferiore a 100 ms ed è sicuramente un compromesso accettabile per le prestazioni che si ottengono. È inoltre doveroso sottolineare che leggi di moto con gradini di posizione sono raramente utilizzate quindi la saturazione ha meno probabilità di verificarsi.

La scelta finale ricade su R_{001} e Q_{1000} . Dal momento che Q_{1000} non è definita positiva si otterrà comunque un controllo stabilizzante ma l'indice di costo J non sarà minimo.

Si riportano per completezza nella Tab.I e Tab.II i dati riguardanti i guadagni K , gli autovalori in retroazione, sovraelongazione, tempo di salita ed errore a regime ricavati dagli esperimenti effettuati.

Q e R	Autovalori di F-GK	K
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 1$	0.9990 0.6956	0.8342 0.8333
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 0.1$	0.9990 0.3335	1.8266 1.8257
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 0.01$	0.9990 0.0656	2.5610 2.5601
$Q = \text{diag}(1, 100)$ $R = 0.01$	0.9999 0.0007	0.2740 0.2737
$Q = \text{diag}(1, 0)$ $R = 0.01$	$0.9573 + 0.0409i$ $0.9573 + 0.0409i$	9.5881 0.2257

Tabella I
AUTOVALORI E GUADAGNI DI RETROAZIONE.

Q e R	% Sovrael.	T_{salita} [s]	e_{regime} [rad]
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 1$	0	3.1	0.05
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 0.1$	0	9.4	0.07
$Q = \text{diag}(1, 1)$ $R = 0.01$	0	X	0.22
$Q = \text{diag}(1, 100)$ $R = 0.01$	0	X	X
$Q = \text{diag}(1, 0)$ $R = 0.01$	0	0.065	0.006

Tabella II
SOVRAELONGAZIONE, TEMPO SALITA E ERRORE A REGIME.

2) *Costruzione dello stimatore*: Si costruisce uno stimatore che abbia una velocità 4 volte superiore rispetto la retroazione di posizione (non serve renderlo 4 volte più veloce dell'autovalore associato alla velocità). Dal momento che la

parte reale dell'autovalore associato alla posizione equivale a $\lambda_1 = 0.9573$ allora gli autovalori dello stimatore saranno

$$\lambda_{ST} = (\lambda_1)^4 = 0.84$$

da cui si ricava la matrice dei guadagni dello stimatore

$$L = \begin{bmatrix} 0.3187 \\ 25.1975 \end{bmatrix}$$

Nella Fig.16 e Fig.17 sono riportati gli andamenti delle misure e stime di posizione e velocità.

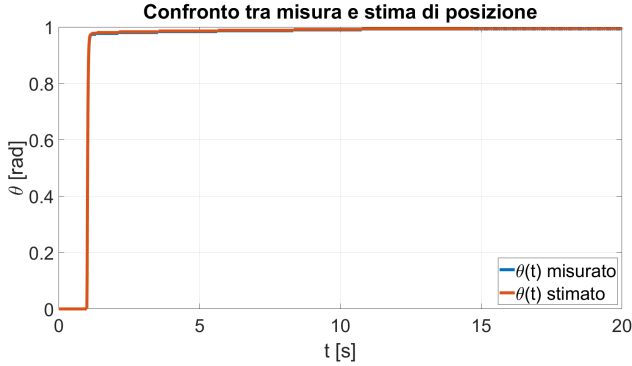


Figura 16. Confronto tra misura e stima di posizione

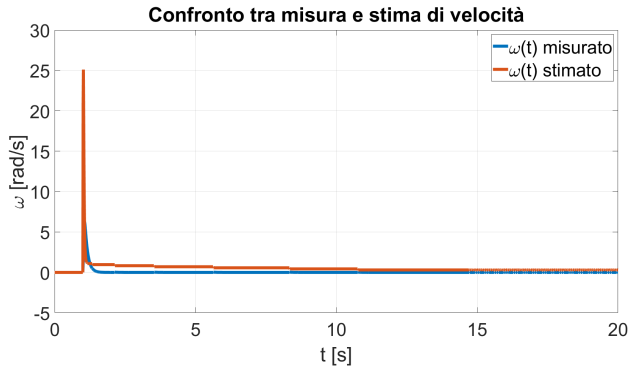


Figura 17. Confronto tra misura e stima di velocità

È evidente notare che non si vedono differenze ad occhio nudo tra la misura di posizione e la stima. Si nota invece uno scostamento tra la misura di velocità e la stima. Nella Fig.18 è riportato un ingrandimento della misura e stima della velocità a regime.

Questa differenza è dovuta dal fatto che i poli dello stimatore non sono abbastanza veloci per una rapida convergenza della stima di velocità. Tuttavia questa differenza sarà colmata successivamente attraverso la compensazione del disturbo. Viene naturale pensare perché non sia sufficiente aumentare la velocità dei poli. La risposta è data dalla Fig.19 dove i poli sono stati posti (a puro titolo dimostrativo) a $\lambda_{ST} = 0.1$, ovvero 50 volte più veloci rispetto a λ_1 .

Si osserva che, benché la stima converga a 0, interviene un rumore molto pesante che rende controproducente la scelta

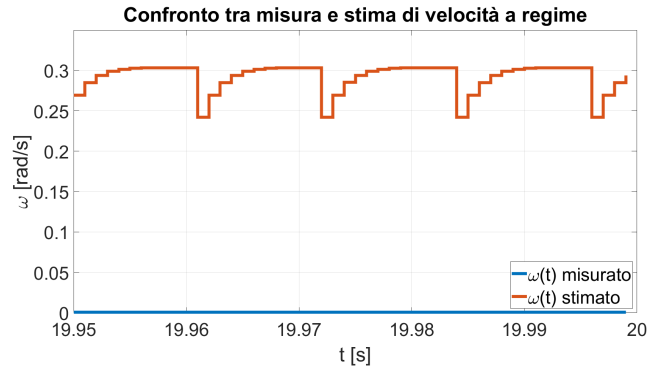


Figura 18. Confronto tra misura e stima di velocità a regime

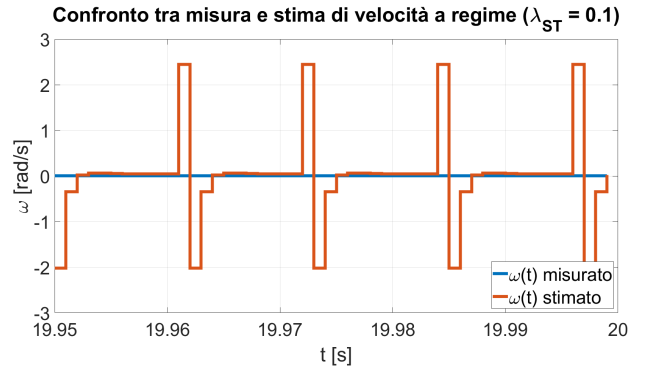


Figura 19. Confronto tra misura e stima di posizione a regime

fatta. Come si spiega? Aumentare la velocità dei poli corrisponde ad aumentare la banda passante dello stimatore ed è quindi naturale trovare un rumore maggiore rispetto ad uno stimatore più lento. Ancora una volta si tratta di trovare il compromesso migliore. Vale la pena infine soffermarsi sulla Fig.20, che corrisponde ad un ingrandimento della misura e stima di posizione a regime ($\lambda_{ST} = 0.84$).

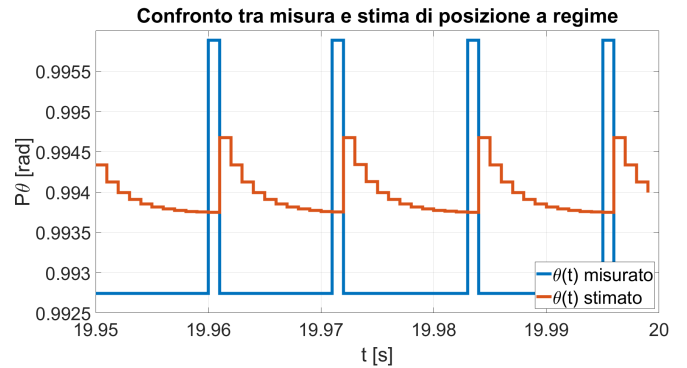


Figura 20. Confronto tra misura e stima di posizione a regime

Si può vedere che il rumore di stima è addirittura inferiore rispetto al rumore di misura grazie ad una scelta intelligente dei poli dello stimatore. È quindi giusto ribadire quanto detto poco sopra: avere dei poli lenti porta ad avere una stima lenta, ma avere dei poli troppo veloci porta ad avere un rumore di

stima via via crescente. Per questo motivo si è ritenuto che la scelta di porre i poli di stima 4 volte più veloci rispetto il polo di posizione λ_1 sia una scelta ragionevole.

3) *Calcolo errore di stima in presenza di una coppia di disturbo*: Si vuole ora analizzare cosa accade se al motore viene applicata una coppia di disturbo $\tau_d = 0.1 Nm$ a 3 secondi dall'inizio della simulazione. Da questo momento si porrà in retroazione la stima. Dal calcolo analitico, che tiene in considerazione solo il disturbo $\tau_d = 0.1 Nm$, la differenza tra misura e stima di posizione è

$$\Delta\theta(t) = 0.02 \text{ rad}$$

mentre la stima di velocità è pari a

$$\hat{\theta}(t) = 6.2 \text{ rad/s}$$

Dopo 20 secondi di simulazione si riportano le misure e stime di posizione e velocità (Fig.21 e Fig.22).

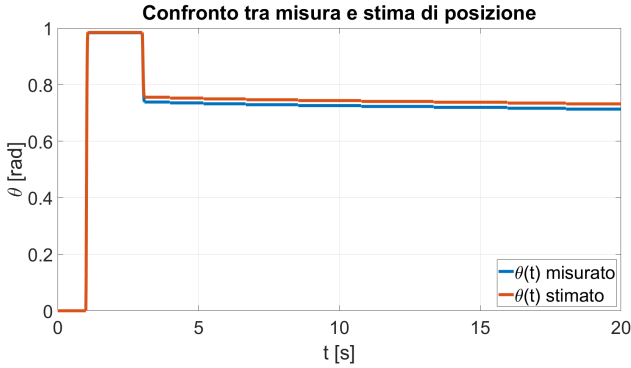


Figura 21. Confronto tra misura e stima di posizione

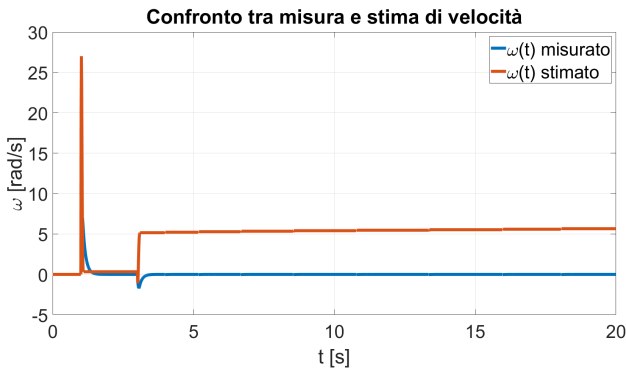


Figura 22. Confronto tra misura e stima di velocità

In particolare dopo 20 secondi le misure riscontrare (Fig.23) sono:

$$\Delta\theta(t)_{mis} = 0.02 \text{ rad}$$

mentre la stima di velocità (Fig.24) è pari a

$$\hat{\theta}(t)_{mis} = 5.7 \text{ rad/s}$$

Dal confronto tra calcoli e misure si nota un perfetto riscontro tra $\Delta\theta(t)$ e $\Delta\theta(t)_{mis}$ mentre c'è una leggera differenza tra

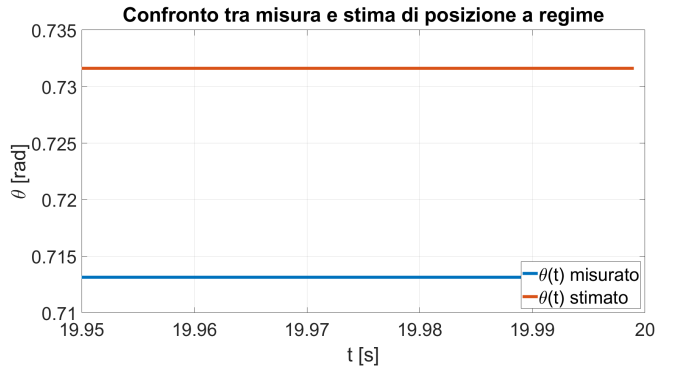


Figura 23. Confronto tra misura e stima di posizione a regime

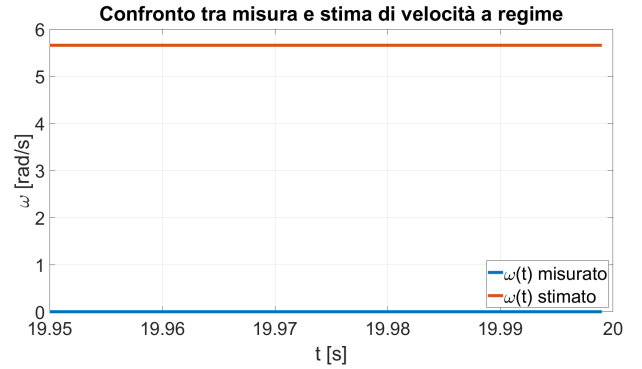


Figura 24. Confronto tra misura e stima di velocità a regime

misura e calcolo di $\hat{\theta}(t)$. Come spiegato in precedenza, questa differenza si deve al fatto che la stima di velocità non converge rapidamente al valore che dovrebbe assumere. Oltre a ciò si deve anche tenere in considerazione che all'interno del motore sono presenti altri tipi di disturbi e non linearità che non sono presenti nel calcolo analitico.

C. Compensazione feedforward del disturbo

Si pone l'attrito $B_m = 0$ e si implementa uno stimatore per il sistema aumentato che stimi i disturbi di coppia presenti nel motore. La velocità dei poli dello stimatore viene tenuta fissa a $\lambda_{ST} = 0.84$ e la nuova matrice dei guadagni dello stimatore risulta

$$L = \begin{bmatrix} 0.4800 \\ 74.7520 \\ -11.2242 \end{bmatrix}$$

Dal momento che i guadagni sono un po' diversi rispetto allo stimatore 2x2 è normale aspettarsi una leggera variazione nella stima di posizione e velocità. Si impone il solito riferimenti di posizione $\theta(t)^* = 1 \text{ rad}$ e velocità $\dot{\theta}(t)^* = 0$. Nella Fig.25 viene confrontata la misura di posizione con e senza compensazione del disturbo.

Il risultato è notevole. È evidente infatti che tramite la compensazione del disturbo si riesca ad annullare l'errore di posizione. Rispetto i casi precedenti di stima ora si nota una leggera sovralongazione. Tuttavia poichè è inferiore al 5% non si ritiene possa essere un problema.

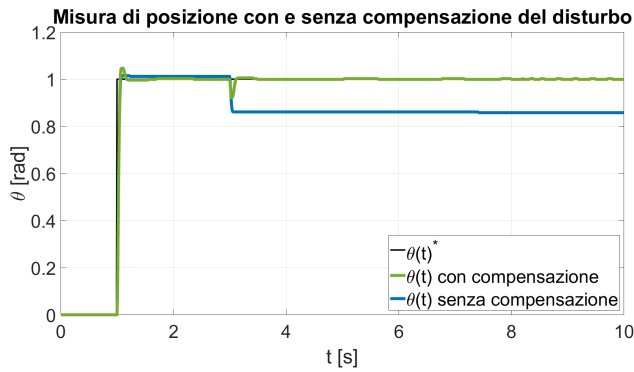


Figura 25. Confronto tra misura e stima di velocità a regime

Di seguito vengono presentate una serie di immagini che mostrano le misure e le stime delle variabili di stato con e senza disturbo τ_d in ingresso al motore e con compensazione attiva (Fig.26, Fig.27, Fig.28, Fig.29, Fig.30).

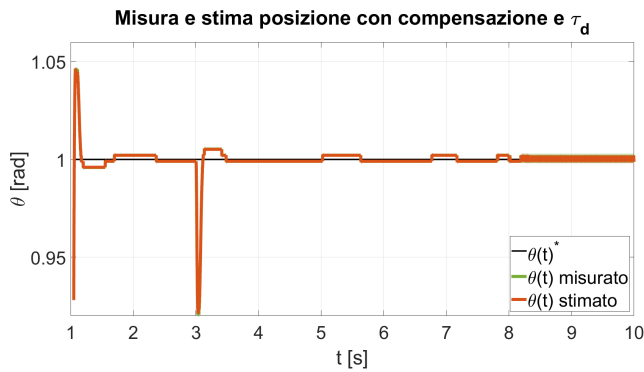


Figura 26. Misura e stima posizione con compensazione e τ_d

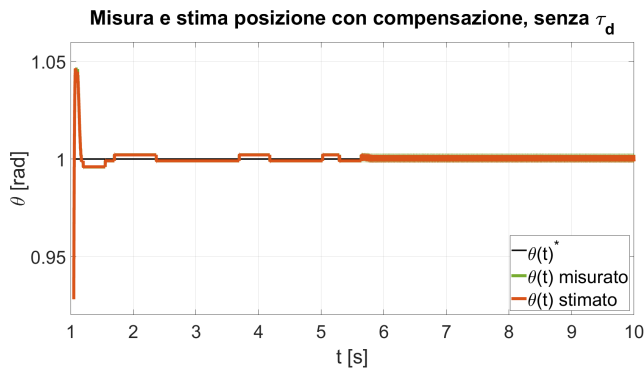


Figura 27. Misura e stima posizione con compensazione e senza τ_d

Osservando la Fig.26 e la Fig.27 si può ragionevolmente dire che la stima e la misura di posizione di equivalgono. A regime è presente il solito rumore di cui si è discusso precedentemente quindi non si tratterà nuovamente la spiegazione. Anche la stima di velocità (Fig.28 e Fig.29) può ritenersi soddisfacente (da ora come confronto si utilizza la misura reale ottenuta con con la derivata di posizione e un filtro passa basso

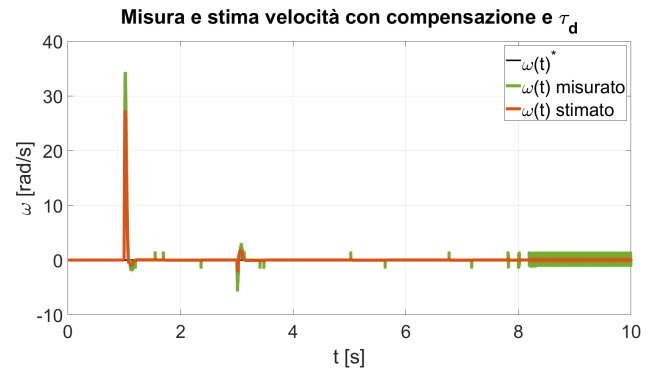


Figura 28. Misura e stima velocità con compensazione e τ_d

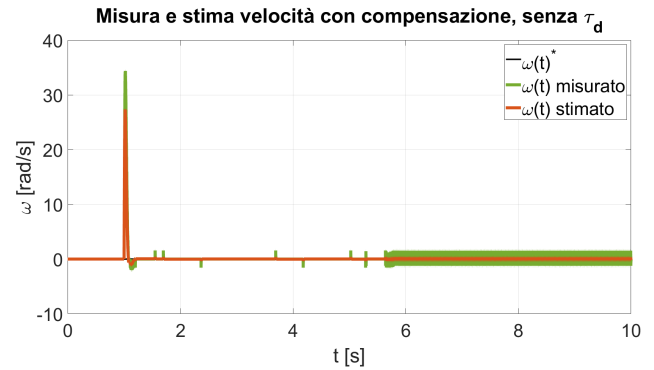


Figura 29. Misura e stima velocità con compensazione e senza τ_d

a 500 rad/s): essa infatti converge abbastanza rapidamente alla misura e il rumore a regime è attenuato. Infine è di notevole interesse la Fig.30 poiché viene mostrata la stima del disturbo (in tensione) con e senza disturbo τ_d applicato. Questa stima è di fondamentale importanza, poiché è grazie ad essa che è possibile fare la compensazione del disturbo: la stima infatti viene sommata direttamente al riferimento di tensione $u(t)$.

Si impone ora un riferimento di posizione a rampa con una velocità di 0.1 rad/s. In Fig.31 è posto il confronto tra compensazione e non del disturbo.

Anche qui si può constatare il grosso contributo positivo

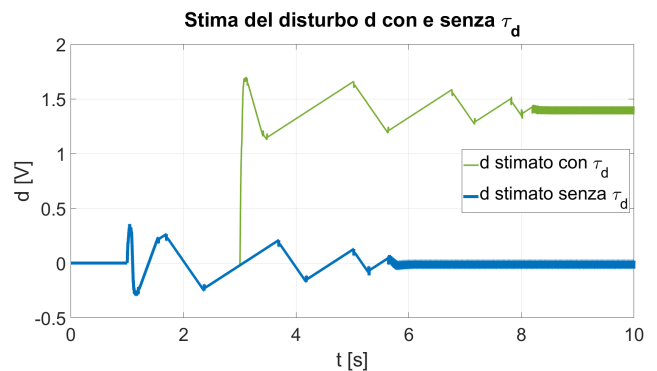


Figura 30. Confronto tra misura e stima di velocità a regime

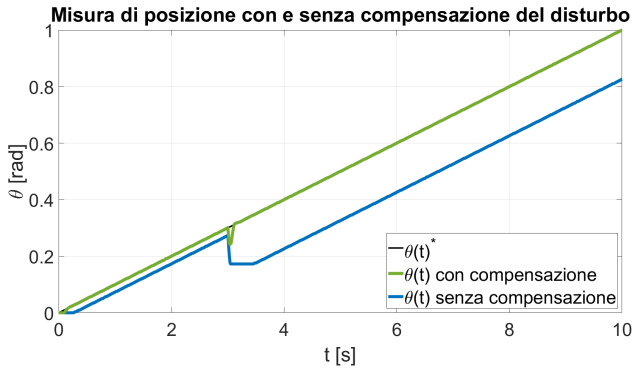


Figura 31. Stima del disturbo d con e senza τ_d

dello stimatore, che annulla l'errore di posizione dovuto dal disturbo di coppia. Si osserva inoltre in Fig.32 la stima e misura di posizione per una porzione di simulazione. Il confronto rafforza la scelta di aver posto i poli a $\lambda_{ST} = 0.84$.

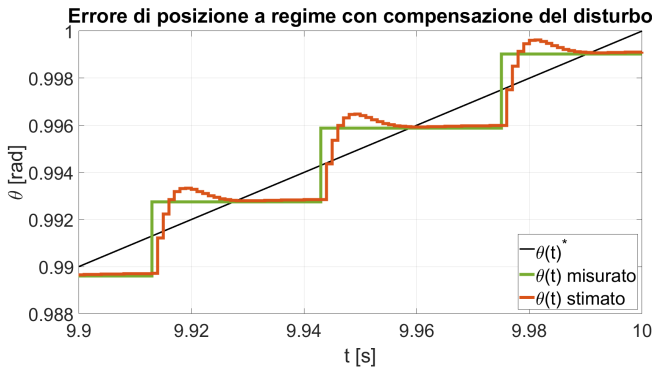


Figura 32. Misura di posizione con e senza compensazione del disturbo

Prima di passare all'introduzione dell'integratore in sostituzione della compensazione ci si vuole soffermare brevemente su due importanti punti. Cosa cambia se nel modello si inserisce l'attrito viscoso B_m stimato inizialmente al posto di porlo nullo? Il risultato è dato nella Fig.34

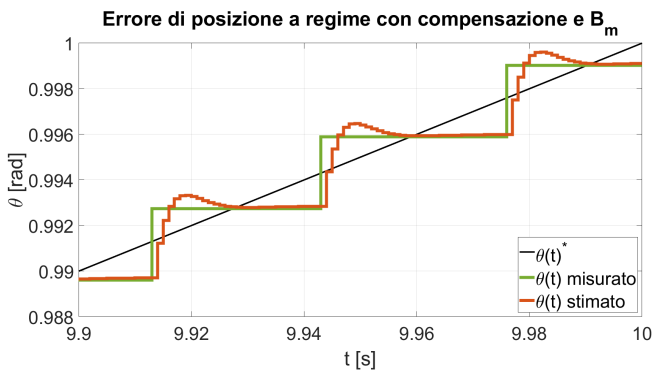


Figura 33. Errore di posizione a regime con compensazione del disturbo e B_m

Quali sono le differenze? Praticamente nessuna. Tralasciando il fatto che di per se l'attrito viscoso B_m è molto basso,

usando la compensazione non si notano discrepanze. Infatti se l'attrito viene posto nullo sarà percepito dallo stimatore come una coppia di disturbo e quindi verrà compensato.

Il secondo punto riguarda il comando di tensione $u(t)$ che arriva all'amplificatore in presenza della compensazione (Fig.33).

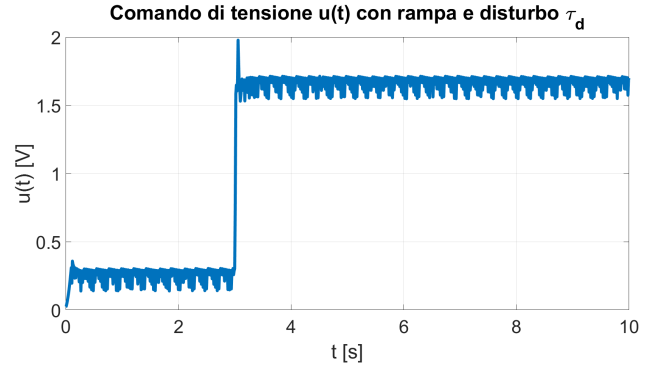


Figura 34. Comando di tensione $u(t)$ con rampa e disturbo τ_d

Analizzare $u(t)$ con un riferimento a rampa è importante, poiché una rampa di posizione si avvicina di più alle leggi di moto utilizzate realmente. Ora che la legge è più dolce non si raggiunge più la saturazione che invece si incontrava con un riferimento a gradino.

1) *Implementazione di un'azione integrale al posto della compensazione feedforward:* Come ultima trattazione si vuole confrontare la compensazione del disturbo attraverso la stima con un'azione integrale. I guadagni K_i dell'integratore non sono stati ricavati con una tecnica particolare, bensì sono stati regolati in modo da avere una risposta comparabile con la compensazione feedforward. In particolare si è scelto

$$K_i = [80 \quad 2]$$

I risultati sperimentali sono riportati nella Fig.35 per il gradino di posizione, mentre nella Fig.36 si trova il riferimento a rampa.

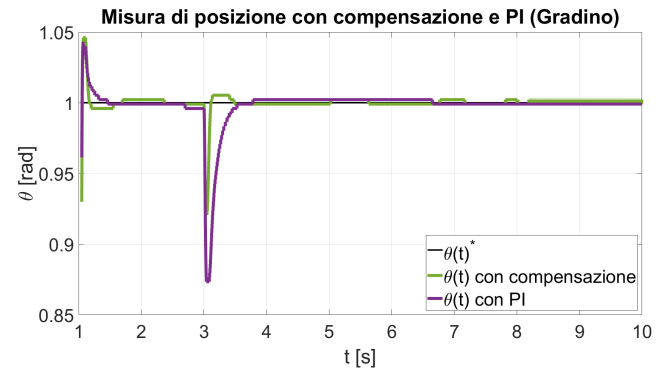


Figura 35. Misura di posizione con compensazione e PI (Gradino)

In entrambi i casi il risultato è evidente: il controllo con il regolatore PI, oltre ad avere una sovralongazione maggiore, impiega più tempo a compensare il disturbo. Introdurre

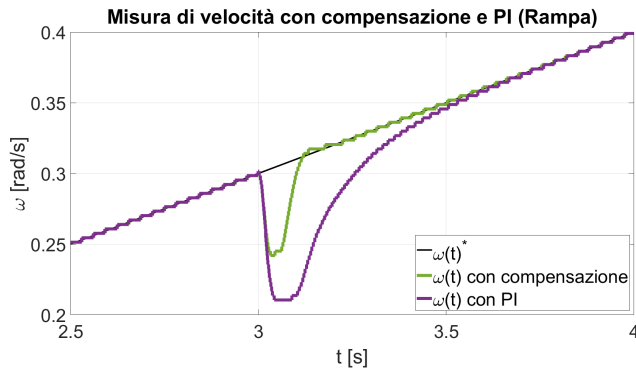


Figura 36. Misura di posizione con compensazione e PI (Rampa)

un integratore infatti porta a ridurre il margine di fase, di conseguenza è normale che per ottenere risposte simili la compensazione in feedforward sia più veloce.

V. CONCLUSIONI

Tramite l'esperienza simulativa si sono ricavati i principali parametri di un motore in corrente continua necessari per costruire il modello di stato al fine di realizzare un controllo con retroazione dello stato. Il controllo è stato ricavato sfruttando la tecnica LQR e le matrici dei pesi sono state scelte in modo da garantire le prestazioni ottimali in termini di errore a regime, sovra elongazione e tempo di salita. Successivamente si è realizzato uno stimatore dello stato tramite la tecnica pole placement che garantisca una buona velocità di stima ma allo stesso tempo un basso rumore a regime. Si è poi introdotto un disturbance observer, ovvero uno stimatore per il sistema aumentato che stima, oltre a posizione e velocità, anche il disturbo interno ed esterno che affligge il motore. La stima del disturbo viene tradotta in corrente e utilizzata come compensazione in feedforward. Un confronto con un controllo di tipo PI ha messo in risalto i pregi del disturbance observer che risulta sempre più veloce. I risultati ottenuti sono notevoli e sono prova di una buona riuscita dell'esperienza.