

Entrega Final - Series Cronológicas

Facultad de Ciencias Económicas y Administración - 2025 - UDeLaR

Leandro Berrueta, Lucca Frachelle, Cecilia Waksman

2025-06-29

Contenido

1	Resumen Ejecutivo	3
2	Introducción	4
3	Análisis Inicial	5
3.1	Gráfico de la Serie Temporal	5
3.2	Estadísticas Descriptivas	6
4	Identificación del Modelo	7
4.1	Análisis de la Serie Original en el Dominio del Tiempo	7
4.1.1	Análisis en el Dominio del Tiempo: Función de Autocorrelación (FAC)	7
4.1.2	Análisis en el Dominio del Tiempo: Función de Autocorrelación Parcial (FACP)	8
4.1.3	Análisis en el Dominio de Frecuencias de la Serie Original	9
4.1.4	Contrastes de Raíces Unitarias	10
4.1.5	KPSS	11
4.2	Serie Diferenciada de acuerdo a la Primera Diferencia Regular	12
4.2.1	FAC y FACP de la Serie Diferenciada	14
4.2.2	Dominio de Frecuencias: Análisis del Espectro de la Serie Diferenciada	15
4.2.3	Contrastes de Raíces Unitarias	16
4.3	Serie Diferenciada de acuerdo a Primera Diferencia Regular y Primera Diferencia Estacional	18
5	Modelo Final Propuesto: SARIMA(2,1,0)(1,1,0)	20
5.1	Procedimiento de Obtención del Modelo	20
5.2	Ajuste del Modelo Final	22
5.3	Criterios de Información y Medidas de Error	22
5.4	Diagnóstico de Residuos	23
5.4.1	Test de Ljung-Box	24
5.4.2	Análisis de Normalidad y Homocedasticidad	24
5.4.3	Contraste de Media Nula de los Residuos	26
6	Predicción	27
6.1	Enero, Febrero y Marzo de 2025	27

6.2	2024 y 2025	31
6.3	A partir de Junio de 2024	33
7	Descomposición de la Serie	35
8	Comentarios Finales	38
9	Anexo	39
9.1	Serie en Logaritmos:	39
9.2	Dickey-Fuller Aumentado	39
9.2.1	Serie Original: Determinación de la Cantidad de Rezagos y Regresión Auxiliar	39
9.2.2	Serie Diferenciada: Determinación de la Cantidad de Rezagos y Regresión Auxiliar	41
9.3	Modelización Automática por Medio de la Función “x13”	42
9.3.1	Regresión ARIMA	42
9.3.2	Predicción	43

1 Resumen Ejecutivo

El presente trabajo analiza la serie mensual de la cantidad de clientes con deuda vigente en el Banco Santander entre diciembre de 2018 y marzo de 2025, con el objetivo de construir un modelo que represente su comportamiento y permita realizar predicciones a corto plazo.

El análisis inicial reveló una serie no estacionaria con una clara tendencia creciente y un componente estacional. Para estabilizar la varianza y la media, se aplicó una Primera Diferencia Regular ($d = 1$) y una Primera Diferencia Estacional ($D = 1$). El modelo que mejor se ajustó a los datos fue un SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0). Un paso crucial en la modelización fue la detección e intervención de siete observaciones atípicas, sin las cuales los supuestos del Modelo no se cumplían.

El Modelo Final captura adecuadamente la dinámica de la serie. Se observaron incrementos significativos en el número de deudores en los meses de Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre. Los picos de Marzo y Septiembre podrían corresponder a períodos vacacionales que incentivan la solicitud de créditos. En el caso de Junio y Diciembre, se observa un aumento en el número de deudores, posiblemente debido a el pasaje de deudas no vigente a vigentes (se ponen al día). La descomposición de la serie en sus componentes permite observar claramente estos picos.

En cuanto a la capacidad predictiva, el Modelo demostró ser útil para horizontes cortos, logrando capturar dos de los tres valores reales reservados para 2025 dentro de intervalos de predicción del 50%. Sin embargo, su precisión disminuye para predicciones más lejanas.

En conclusión, el Modelo SARIMA planteado resulta satisfactorio, al reflejar el comportamiento de la serie, satisfacer los supuestos requeridos y lograr un desempeño predictivo satisfactorio, ya sea con datos pertenecientes a la muestra como con los disponibles por fuera de la misma.

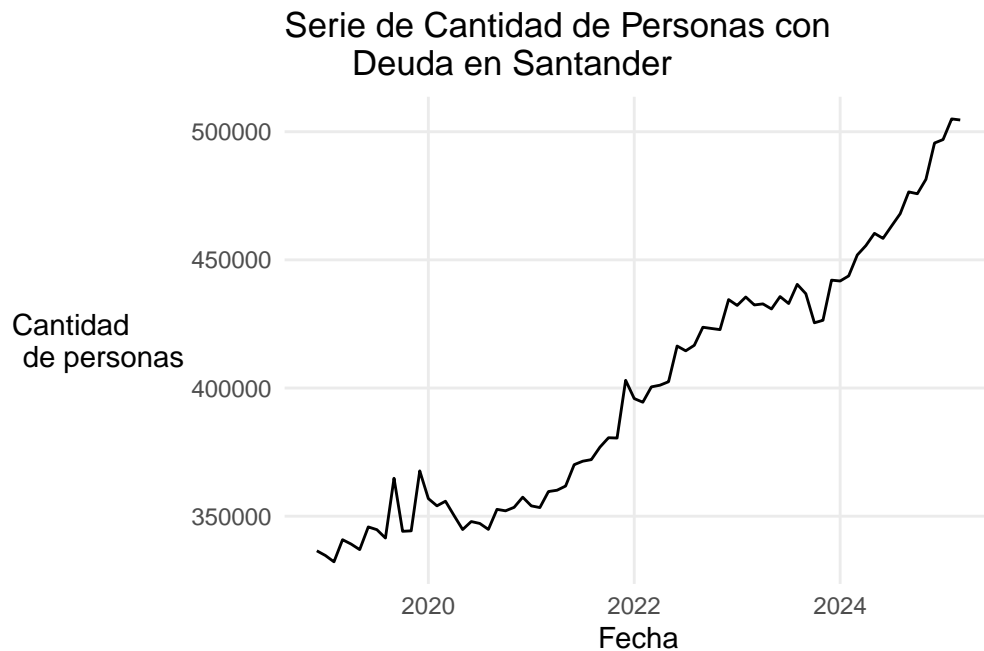
2 Introducción

El presente trabajo se desarrollará en base a la serie mensual de la cantidad de clientes con deuda vigente en el Banco Santander durante el período de Diciembre 2018 a Marzo 2025, proveniente de la central de riesgos que se informa al Banco Central del Uruguay (BCU). La serie se encuentra constituida, entonces, por 76 observaciones.

Dada la baja cantidad de observaciones disponibles se utilizará, a los efectos de identificar el modelo que logre representar el comportamiento de la serie, los datos de hasta Diciembre del 2024 inclusive (73 observaciones en total). Las tres observaciones restantes, referidas al año corriente, serán utilizadas con el fin de contrastar el desempeño de la predicción.

3 Análisis Inicial

3.1 Gráfico de la Serie Temporal



Una primera visualización de la serie permite identificar una clara tendencia creciente a lo largo del tiempo, especialmente a partir de mediados del año 2020, con un aumento significativo a fines de 2023 de cara al año 2024.

En principio no se logra reconocer un comportamiento estacional evidente o un patrón repetitivo a intervalos fijos en la serie.

A su vez, una inspección inicial de la serie sugiere que la misma podría presentar observaciones atípicas, en particular a fines de 2019, fines de 2021 y fines de 2023.

La variabilidad parece aumentar ligeramente con el nivel de la serie, lo que podría sugerir la necesidad de aplicar una transformación logarítmica a modo de homogeneizar la Varianza de la serie. El uso de dicha transformación se evaluará más adelante tomando como insumo el comportamiento del cuadrado de los residuos de los modelos propuestos.

3.2 Estadísticas Descriptivas

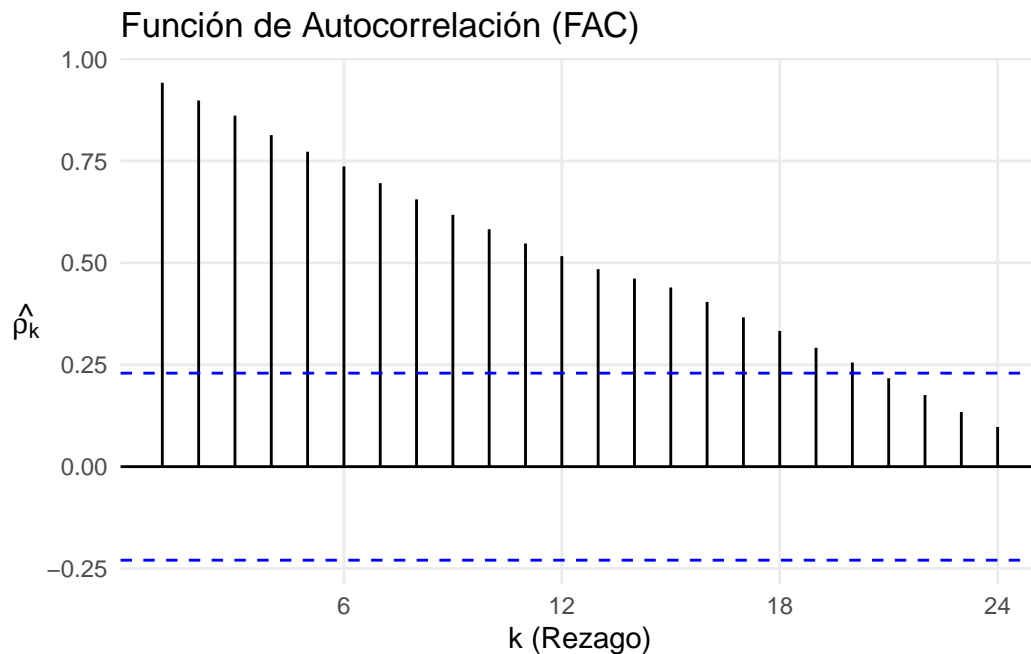
Table 1: Estadísticas Descriptivas de la Serie de Cantidad de Personas con Deuda

Estadística	Valor
Min.	332198
1st Qu.	353361
Median	394463
Mean	395286
3rd Qu.	432958
Max.	495587

4 Identificación del Modelo

4.1 Análisis de la Serie Original en el Dominio del Tiempo

4.1.1 Análisis en el Dominio del Tiempo: Función de Autocorrelación (FAC)

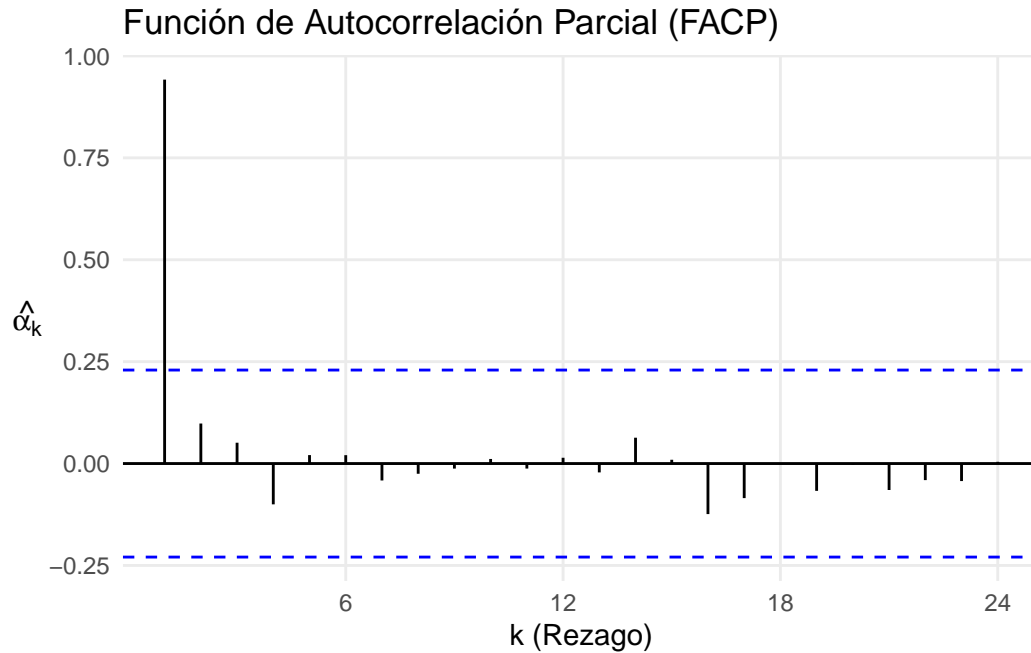


Se observa que la Función de Autocorrelación (FAC) decrece lentamente y de forma persistente, con coeficientes de autocorrelación significativos que se mantienen altos incluso en los mayores rezagos y que, por ende, no se comportan de acuerdo al decaimiento exponencial que caracteriza a las series débilmente estacionarias¹. Esto es un fuerte indicio de que la serie no es estacionaria.

Además, las autocorrelaciones significativas en rezagos altos sugieren la presencia de una tendencia, detalle claramente observable al inspeccionar el gráfico de la serie.

¹En el presente trabajo se utilizará como sinónimos “estacionariedad en sentido débil”, “estacionariedad en covarianza” y “estacionariedad”, al igual que se hizo durante el desarrollo del curso.

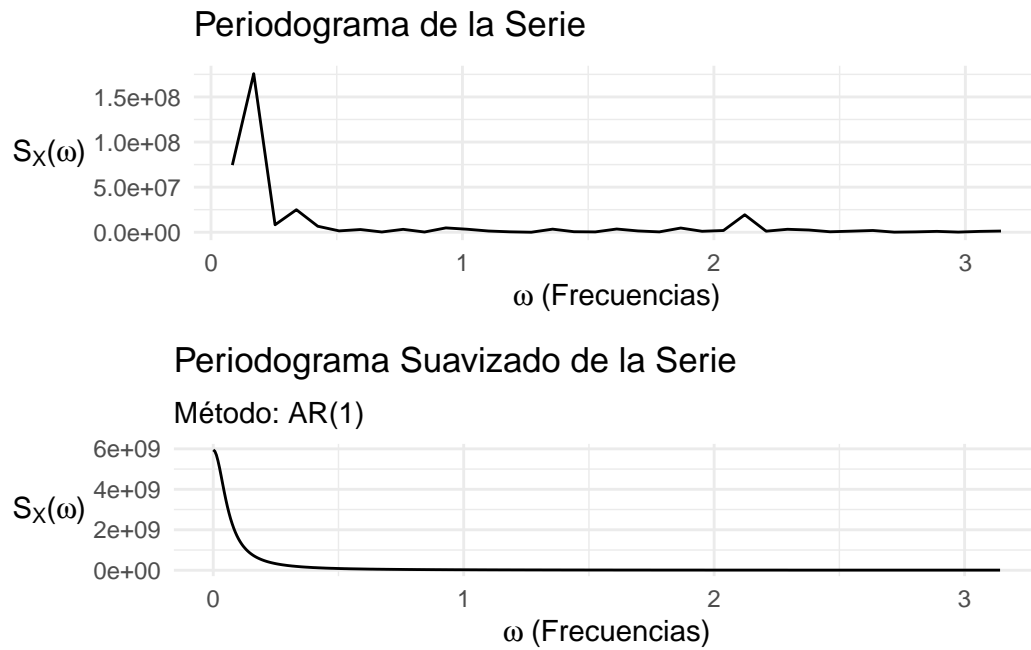
4.1.2 Análisis en el Dominio del Tiempo: Función de Autocorrelación Parcial (FACP)



La Función de Autocorrelación Parcial (FACP) muestra un coeficiente significativo en el primer rezago y luego decae rápidamente, no habiendo otro rezago que resulte significativo al nivel de significación usual del 5%.

Esto podría sugerir un componente AR(1) si la serie fuese estacionaria. Sin embargo, dada la FAC planteada anteriormente así como los comentarios realizados en base a esta y al gráfico de la propia serie, se concluye de este primer análisis del Dominio del Tiempo en la posibilidad de aplicar, al menos, una Primera Diferencia Regular a la misma.

4.1.3 Análisis en el Dominio de Frecuencias de la Serie Original



Mediante el Periodograma Suavizado de la serie es posible respaldar la idea de que la misma presenta una tendencia que debería ser modelada.

En particular, las frecuencias más próximas a 0, y por ende las asociadas a ciclos de período próximo a infinito (el componente tendencial) explican la mayor parte de la variabilidad de la serie².

²Corresponde resaltar, sin embargo, que la relación entre el área que se encuentra por debajo del Espectro/Periodograma y la Varianza de la serie se plantea para series estacionarias, propiedad que claramente no caracteriza a la serie en análisis.

4.1.4 Contrastes de Raíces Unitarias

A la hora de determinar si la tendencia puede ser modelada de forma determinística o si la misma es resultado de la presencia de raíces unitarias que motiven la aplicación de una Primera Diferencia Regular se lleva a cabo los Contrastes de Dickey-Fuller Aumentado (DF o DFA) y Kwiatkowski-Phillips-Schmidt-Shin (KPSS).

4.1.4.1 Dickey-Fuller Aumentado

A continuación se presentan los estadísticos de la prueba:

Table 2: Resultados del Test de Dickey-Fuller Aumentado

	Estadístico	VC.1.	VC.5.	VC.10.
tau3 (con tendencia)	-0.8745181	-4.04	-3.45	-3.15
phi2	9.9484835	6.50	4.88	4.16
phi3	2.3435201	8.73	6.49	5.47

Del contraste de Dickey-Fuller Aumentado se concluye que:

- No se rechaza la Hipótesis Nula de que la serie presente una raíz unitaria a ninguno de los niveles de significación planteados. De esta manera se tiene un respaldo estadístico para aplicar la Primera Diferencia Regular.

4.1.5 KPSS

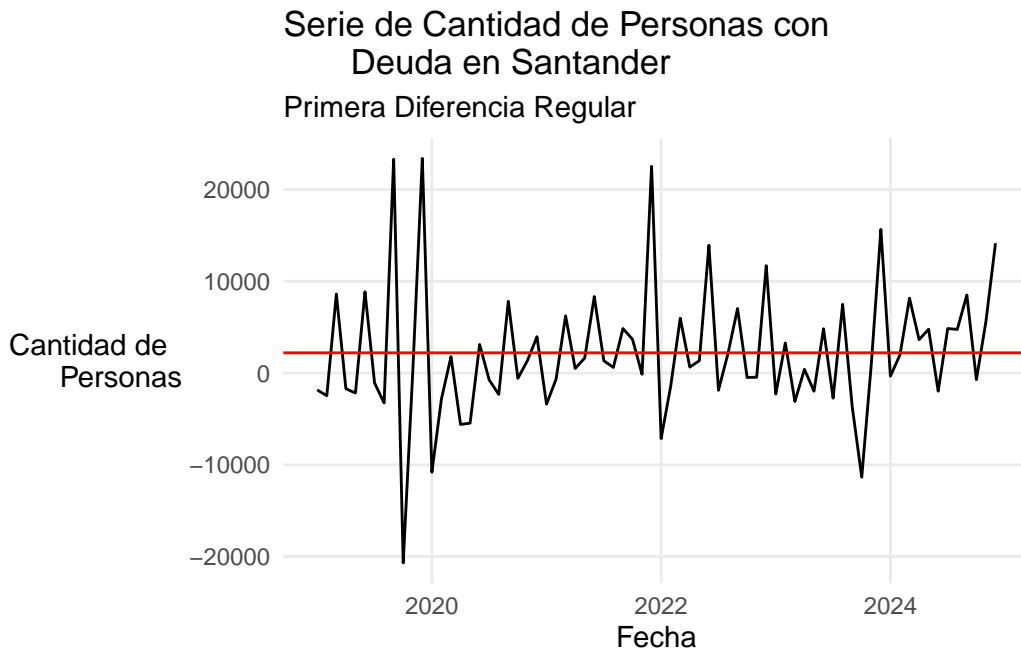
En segunda instancia se plantea el Contraste KPSS. Los resultados se muestran a continuación:

Table 3: Resultados del Test KPSS (con tendencia)

Item	Valor
Estadístico de Test	0.2567046
Valor Crítico 10%	0.1190000
Valor Crítico 5%	0.1460000
Valor Crítico 2.5%	0.1760000
Valor Crítico 1%	0.2160000

Como resultado se rechaza la Hipótesis Nula de que la serie sea Integrada de Orden 0, lo que nuevamente da un respaldo estadístico para la aplicación de la Primera Diferencia Regular en los datos.

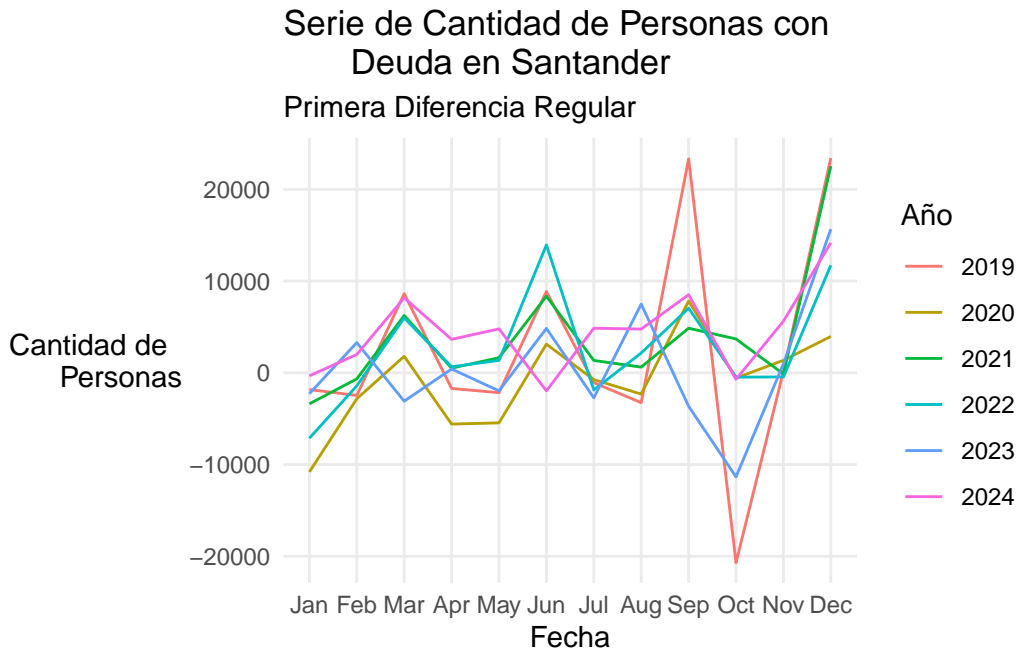
4.2 Serie Diferenciada de acuerdo a la Primera Diferencia Regular



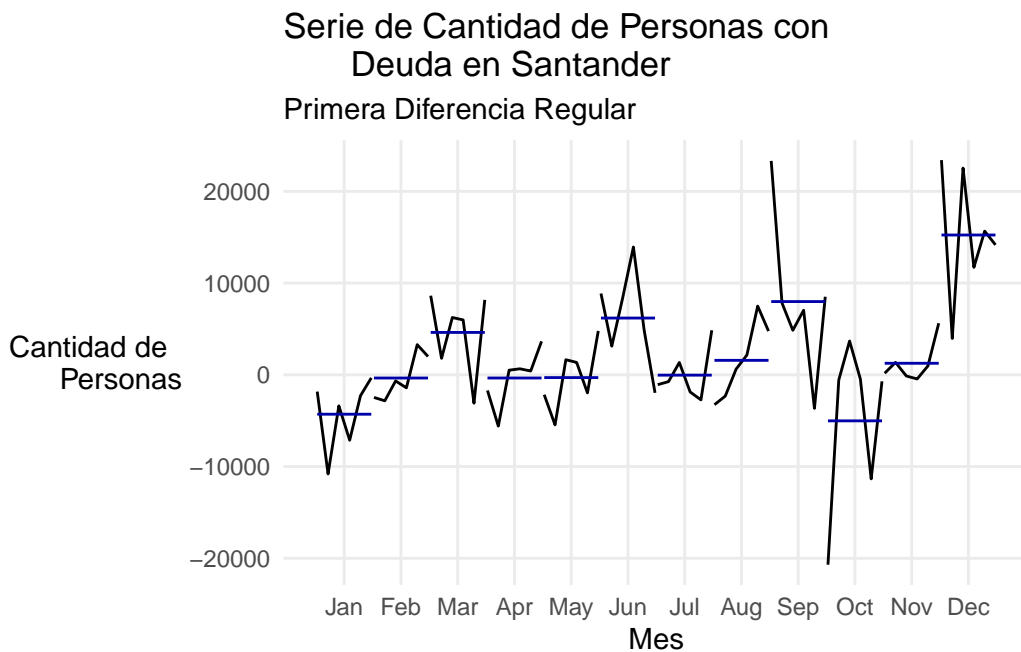
La Primera Diferencia Regular tiene como resultado una serie que adquiere un comportamiento más próximo al estacionario que la serie original.

En principio es posible observar que la tendencia ha sido eliminada y la Media parece ser constante. No obstante, la Varianza no se comporta de igual forma, lo que sugiere, nuevamente, la posible presencia de datos atípicos, particularmente a fines de los años 2019, 2021 y 2023.

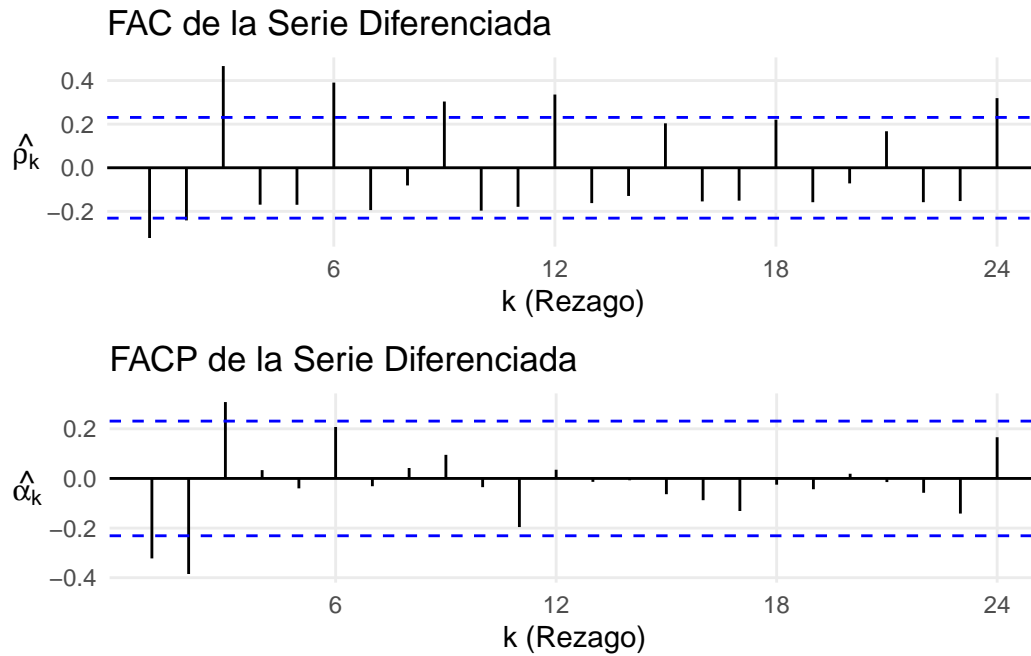
Considerando los años por separado, como se plantea en el gráfico siguiente, es posible observar que la serie diferenciada se comporta de forma similar en todos los años disponibles, con la excepción de los años 2019 y 2023, en los meses de Septiembre y Octubre en particular. Esto es un indicio de posibles outliers que requieran intervención.



Separando los datos de acuerdo a los meses se desprende que los meses de Marzo, Junio, Septiembre y Diciembre presentan medias mayores en comparación al resto de los meses.



4.2.1 FAC y FACP de la Serie Diferenciada



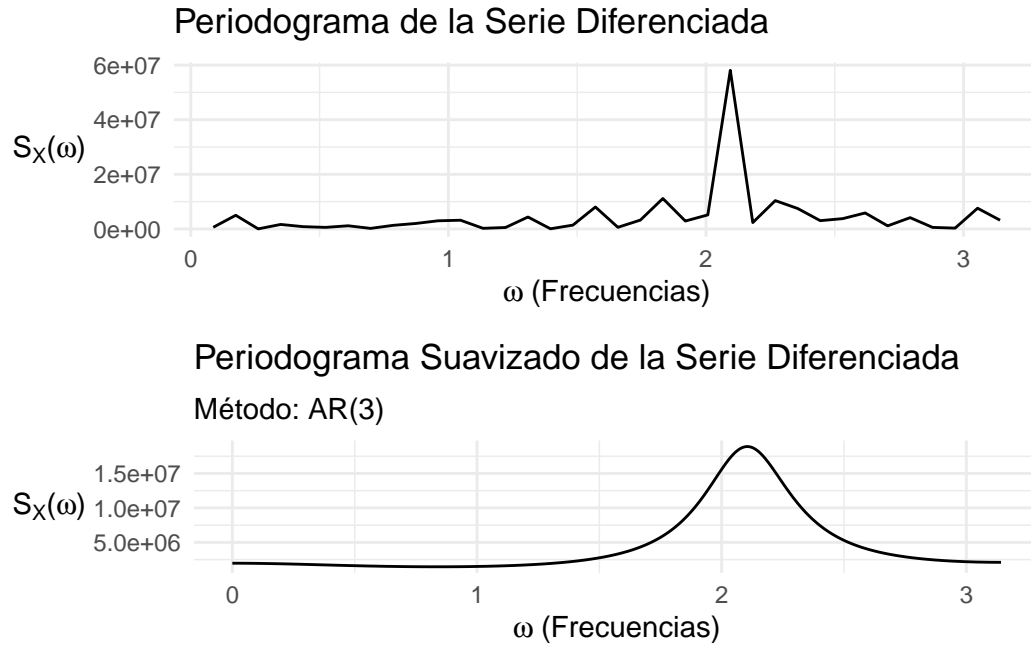
Al analizar la Función de Autocorrelación de la serie una vez aplicada la Primera Diferencia Regular ($d = 1$), se observa que el lento decaimiento de los coeficientes de autocorrelación fue subsanado. No obstante, persisten patrones significativos.

Específicamente, se nota la presencia de coeficientes significativos en los rezagos 3, 6, 9, con una rápida aproximación a las bandas de confianza.

Los coeficientes asociados a los rezagos 12 y 24 también resultan significativos, lo que constituye un indicio de que la serie presente un componente estacional.

De esta manera se puede destacar que las observaciones se encuentran autocorrelacionadas con sus valores de 3, 6 y 9 meses atrás. Este comportamiento sugiere la utilización, en principio, de un modelo SARIMA(3, 1, 0)(P, D, Q), bajo el argumento de que la FAC se comporta como la que presenta un AR(3) con $\phi_1 = \phi_2 = 0$.

4.2.2 Dominio de Frecuencias: Análisis del Espectro de la Serie Diferenciada



El Espectro también muestra como la Primera Diferencia Regular elimina el componente tendencial, al presentar bajos valores en las frecuencias más bajas. No obstante, es posible observar como se realza el peso de las frecuencias que se encuentran en torno a $\omega_{\max} = 2.10$.

Considerando que $\text{per}(\omega_j) = \frac{2\pi}{\omega_j}$, entonces se tiene que $\text{per}(\omega_{\max}) \approx 3$, lo que quiere decir que la aplicación de la Primera Diferencia Regular tuvo como resultado el incrementar la importancia de los ciclos que se repiten cada 3 meses a la hora de explicar la variabilidad de la serie.

4.2.3 Contrastes de Raíces Unitarias

Se procedió a llevar los contrastes de Dickey-Fuller Aumentado y KPSS a efectos de determinar si es necesaria la aplicación de una Segunda Diferencia Regular en la serie.

4.2.3.1 Dickey-Fuller Aumentado

Table 4: Resultados del Test de Dickey-Fuller Aumentado

	Estadístico	VC.1.	VC.5.	VC.10.
tau2 (con constante)	-10.23177	-3.51	-2.89	-2.58
phil	52.41887	6.70	4.71	3.86

Del contraste de Dickey-Fuller Aumentado se concluye que:

- Se rechaza la Hipótesis Nula de que la serie presente una raíz unitaria en todos los niveles de significación planteados. De esta manera se tiene un respaldo estadístico para continuar trabajando con la serie diferenciada, en el sentido de que la misma sea estacionaria.

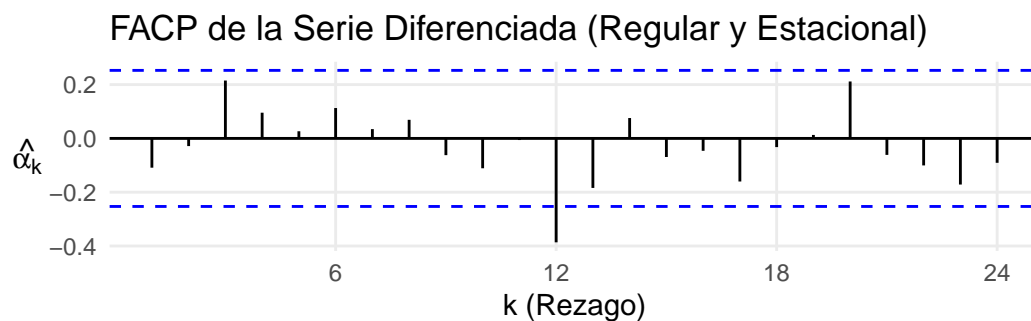
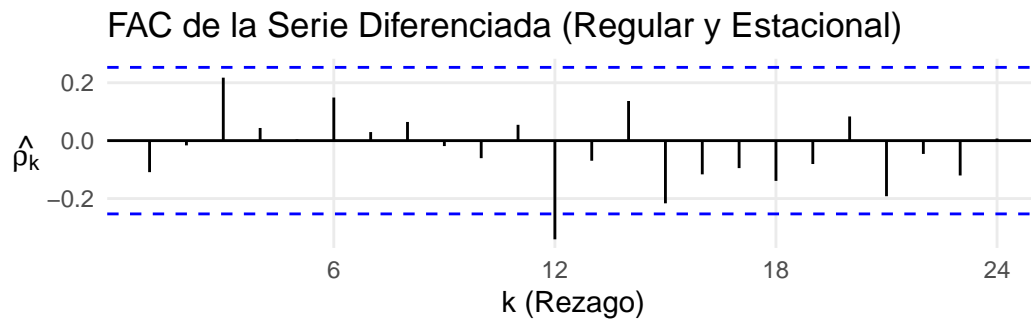
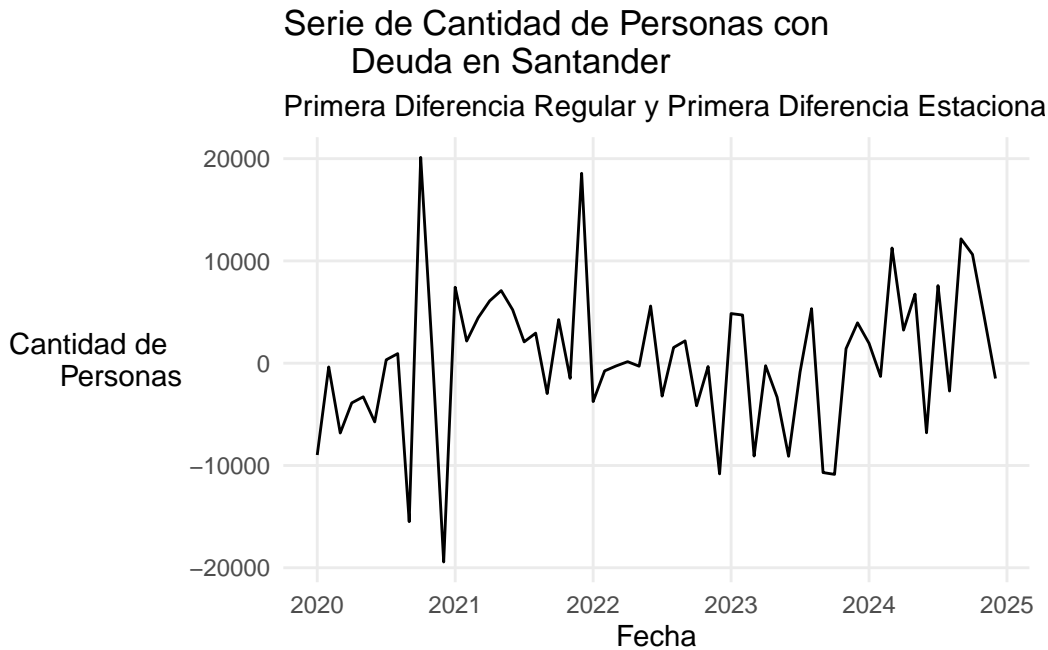
4.2.3.2 KPSS

En segunda instancia se plantea el Contraste KPSS, lo que resulta en el no rechazo de la Hipótesis Nula de que la serie sea Integrada de Orden 0, lo que nuevamente da un respaldo estadístico para continuar trabajando con la serie diferenciada, sin aplicar una Segunda Diferencia Regular ($d = 2$).

Table 5: Resultados del Test KPSS (con constante)

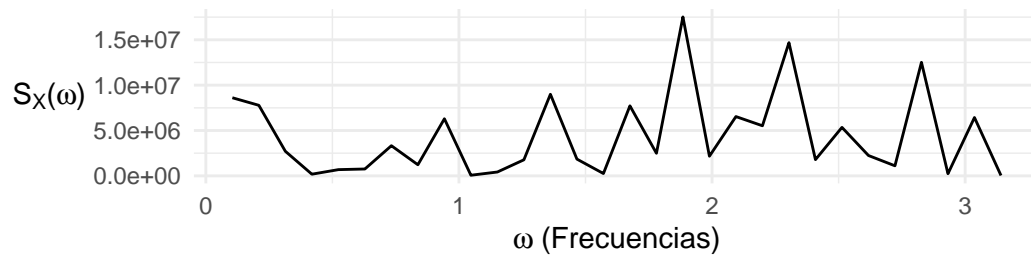
Item	Valor
Estadístico de Test	0.2987105
Valor Crítico 10%	0.3470000
Valor Crítico 5%	0.4630000
Valor Crítico 2.5%	0.5740000
Valor Crítico 1%	0.7390000

4.3 Serie Diferenciada de acuerdo a Primera Diferencia Regular y Primera Diferencia Estacional



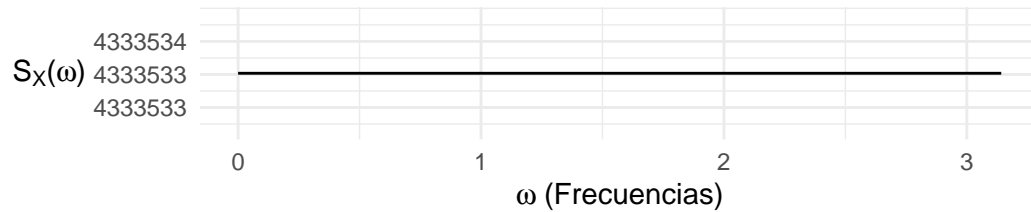
En este caso corresponde observar la FAC y FACP en los múltiplos de 12. Se observa la significación tanto del primer coeficiente de autocorrelación como de autocorrelación parcial, lo que sugiere la utilización de $(P = 1, D = 1, Q = 0)$ o $(P = 0, D = 1, Q = 1)$ para la parte estacional de un primer modelo SARIMA.

Periodograma de la Serie Diferenciada



Periodograma Suavizado de la Serie Diferenciada

Método: AR(0)



En el Análisis en el Dominio de Frecuencias es posible observar como la Primera Diferencia Regular en conjunto con la Primera Diferencia Estacional resultan en un Periodograma Suavizado semejante al de un Ruido Blanco.

Dada dicha particularidad se observó el comportamiento del Periodograma Original, donde se alcanzan picos sucesivos en las frecuencias más altas, lo que está asociado a ciclos de período bajo.

5 Modelo Final Propuesto: SARIMA(2,1,0)(1,1,0)

A continuación, se presenta el modelo SARIMA finalista seleccionado para la serie temporal. El mismo ha sido ajustado con intervención de valores atípicos y sometido a un riguroso proceso de diagnóstico.

5.1 Procedimiento de Obtención del Modelo

Se partió de un Modelo SARIMA(3, 1, 0)(0, 0, 0) de acuerdo a lo expuesto en el análisis de la FAC y FACP desarrollado previamente. En particular, se había identificado:

- Coeficientes significativos en la FAC y FACP en el tercer rezago, así como significativos y con decaimiento a medida que aumenta el rezago en los que resultan múltiplos de 3. De esta manera se desprende utilizar $p = 3$ con $\phi_1 = \phi_2 = 0$ a la hora de modelar la parte regular de la serie.
- Los coeficientes significativos de la FAC y FACP de la serie resultante de aplicar tanto la Primera Diferencia Regular como Primera Diferencia Estacional en el doceavo retardo determinan el uso de $P = 1$ o $Q = 1$.

Si bien se resalta la existencia de un componente estacional a modelar se decide no hacerlo priorizando la identificación de puntos anómalos³.

El modelo resultante presenta el coeficiente ϕ_3 de la parte AR significativo a todos los niveles de significación usuales⁴. El modelo ajustado resultante es:

Characteristic	Beta ¹	SE	95% CI	p-value
ar1	0.00	0.000		
ar2	0.00	0.000		
ar3	0.52***	0.101	0.32, 0.72	<0.001

¹*p<0.05; **p<0.01; ***p<0.001

Abbreviations: CI = Confidence Interval, SE = Standard Error

Table 6: Criterios de Información del Modelo Inicial

AIC	AICc	BIC
1472.034	1472.208	1476.587

³La utilización de las funciones de detección de anómalos cuando se incluye las estacionalidades produce advertencias de llegar al número máximo de iteraciones, junto con una cantidad de puntos anómalos sugeridos superior a 10, lo que constituye los motivos para indagar sobre los atípicos previo a modelar la estacionalidad.

⁴Se probó ajustar el modelo sin forzar $\phi_1 = \phi_2 = 0$, no resultando significativos ϕ_1 y ϕ_2 , razón por la que se los dejó fijos en 0

Una primera observación de los residuos estandarizados indicó la presencia de outliers. A su vez, se rechazó la Hipótesis Nula de Normalidad en los contrastes de Shapiro-Wilk y Jarque-Bera, lo que motivó la intervención de los siguientes puntos anómalos:

- Outlier Aditivo en Setiembre de 2019.
- Cambio Transitorio en Diciembre de 2019.
- Cambio Transitorio en Diciembre de 2021.
- Outlier Aditivo en Febrero de 2023.
- Outlier Aditivo en Agosto de 2023.
- Cambio Transitorio en Octubre de 2023.
- Cambio Transitorio en Junio de 2024.

Recuérdese que se había planteado durante la inspección inicial de la serie la posibilidad de que hubieran observaciones atípicas a fines de los años 2019, 2021 y 2023, lo que es consistente con el resultado anterior⁵.

Si bien la cantidad de outliers intervenidos supera la proporción límite, arbitraria pero recomendada, de intervenciones (9.5% aproximadamente contra 5%), tiene como resultado el cumplimiento de varios supuestos en la etapa de diagnóstico, aunque requiriendo previamente la redefinición del orden del modelo.

Realizadas las intervenciones se modela la estacionalidad, por medio de $P = 1$ o $Q = 1$, en base a los observaciones realizadas sobre la FAC y FACP de la serie resultante de aplicar la Primera Diferencia Regular y Estacional. Como resultado se pierde la significación del coeficiente ϕ_3 de la parte regular, lo que motiva la redefinición del modelo en un SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0).

Por un lado, en la parte regular no resulta significativo el coeficiente ϕ_1 , por lo que se lo fijó en 0. Por otro lado, en la parte estacional se decidió utilizar $P = 1, D = 1, Q = 0$ en vez de $P = 0, D = 1, Q = 1$ dado que el coeficiente de la parte AR asociado a la primera modelización presenta un menor p-valor que el coeficiente de la parte MA de la segunda⁶.

⁵Se utilizó el paquete `tso` a efectos de identificar los outliers y su tipo.

⁶La utilización de un AR(1) o MA(1) en la parte estacional produce modelos con Criterios de Información prácticamente iguales.

5.2 Ajuste del Modelo Final

Se estima, finalmente, el siguiente modelo:

Characteristic	Beta ^I	SE	95% CI	p-value
ar1	0.00	0.000		
ar2	0.44***	0.124	0.19, 0.68	<0.001
sar1	-0.48**	0.150	-0.77, -0.18	0.002
AO10	19,189***	1,829	15,603, 22,774	<0.001
TC13	17,394***	2,542	12,412, 22,376	<0.001
TC37	11,534***	1,978	7,658, 15,411	<0.001
AO51	5,588***	1,557	2,536, 8,641	<0.001
AO57	7,679***	1,637	4,470, 10,888	<0.001
TC59	-11,055***	2,235	-15,436, -6,674	<0.001
TC67	-13,023***	2,419	-17,763, -8,282	<0.001

^I*p<0.05; **p<0.01; ***p<0.001

Abbreviations: CI = Confidence Interval, SE = Standard Error

5.3 Criterios de Información y Medidas de Error

Como resultado se obtiene una disminución significativa en los tres Criterios de Información utilizados respecto al modelo inicial:

Table 7: Criterios de Información del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0)

AIC	AICc	BIC
1140.64	1145.13	1161.583

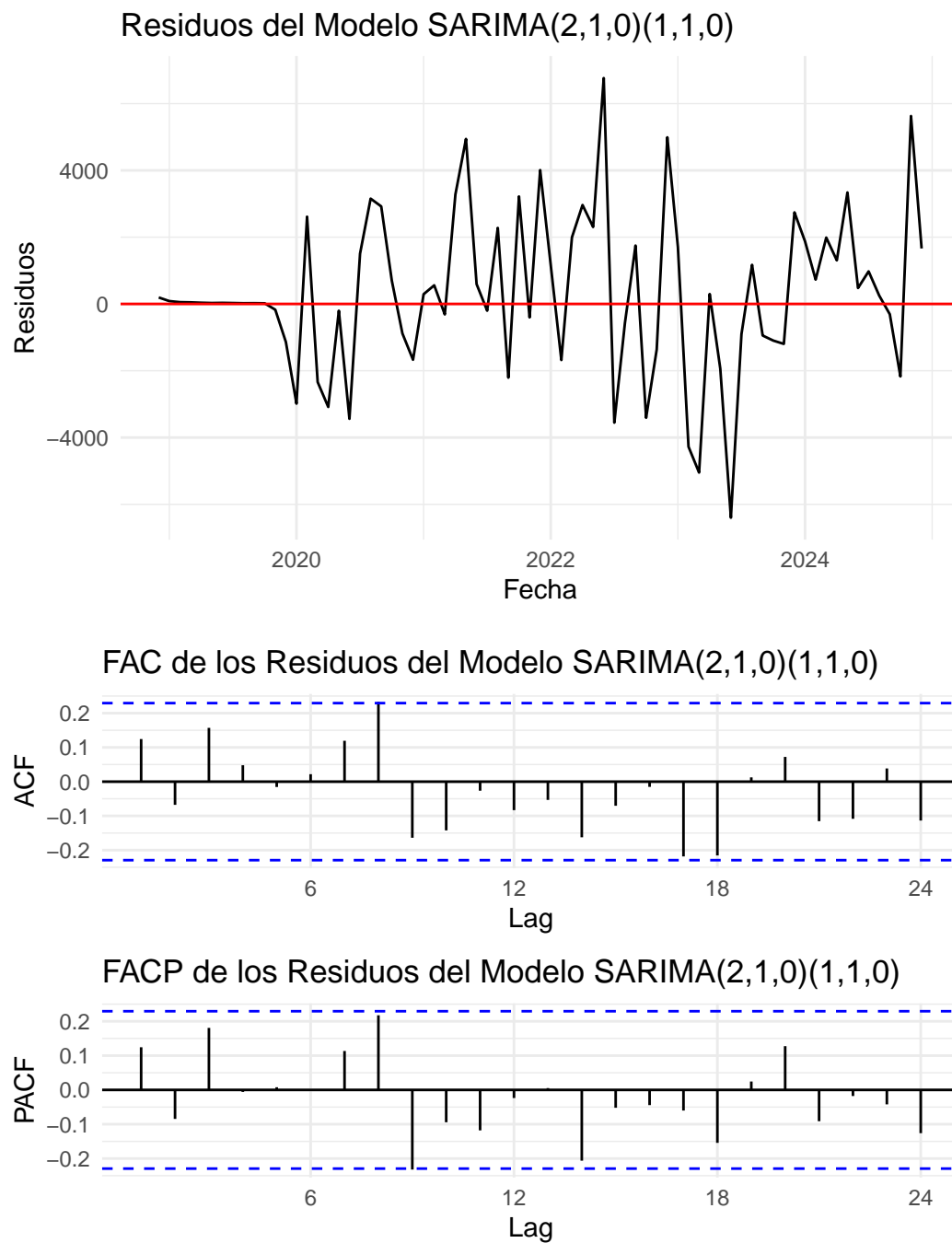
Y las medidas de error que serán objeto de análisis en la sección de Predicción:

Table 8: Medidas de Error del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0)

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1
Training set	312.1445	2426.677	1788.985	0.0756968	0.4437388	0.0718602	0.1243762

5.4 Diagnóstico de Residuos

A su vez los residuos presentan un buen comportamiento evidenciado por la FAC y FACP de los mismos, donde no hay coeficientes de autocorrelación ni autocorrelación parcial que resulten significativos.



5.4.1 Test de Ljung-Box

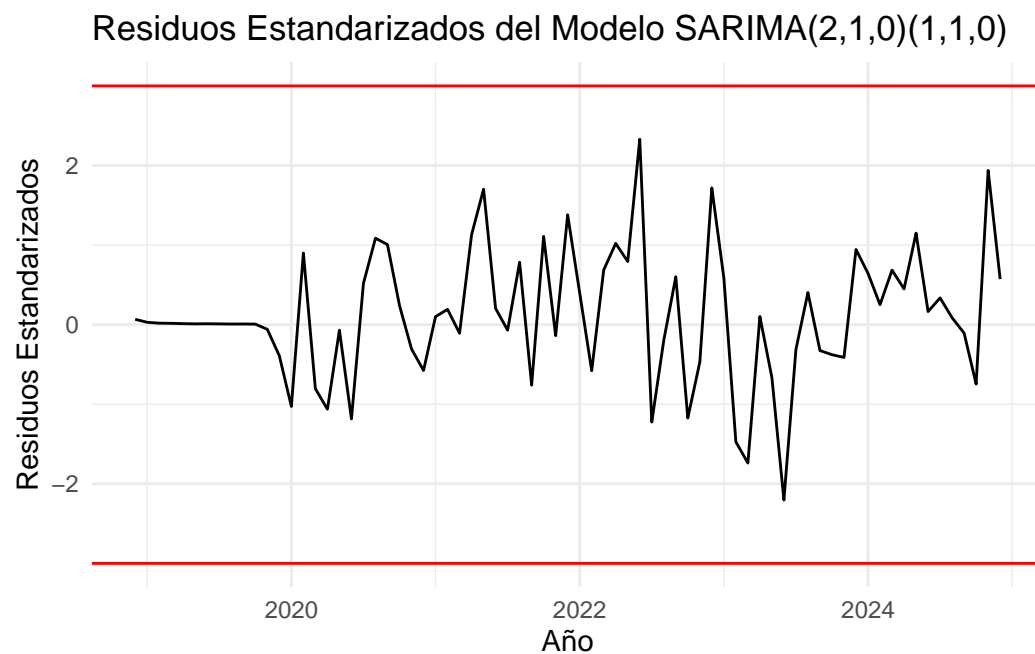
No obstante, los p-valores asociados al contraste de Ljung-Box resultan particularmente bajos, lo que sugiere que esta modelización puede estar incumpliendo el supuesto de residuos no autocorrelacionados.

Table 9: Test de Ljung-Box para Residuos del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0) (Rezagos 3, 6, 9, 12 y 24)

statistic	p.value	parameter	method
3.459295	0.0000000	0	Box-Ljung test
3.699865	0.2957504	3	Box-Ljung test
11.753917	0.0676892	6	Box-Ljung test
14.198213	0.1154471	9	Box-Ljung test
31.505574	0.0656457	21	Box-Ljung test

5.4.2 Análisis de Normalidad y Homocedasticidad

Los Contrastes de Normalidad resultan en el no rechazo de la correspondiente Hipótesis Nula, por lo que no se dispone de evidencia estadísticamente significativa de que los residuos no se distribuyan de acuerdo a una Distribución Gaussiana.



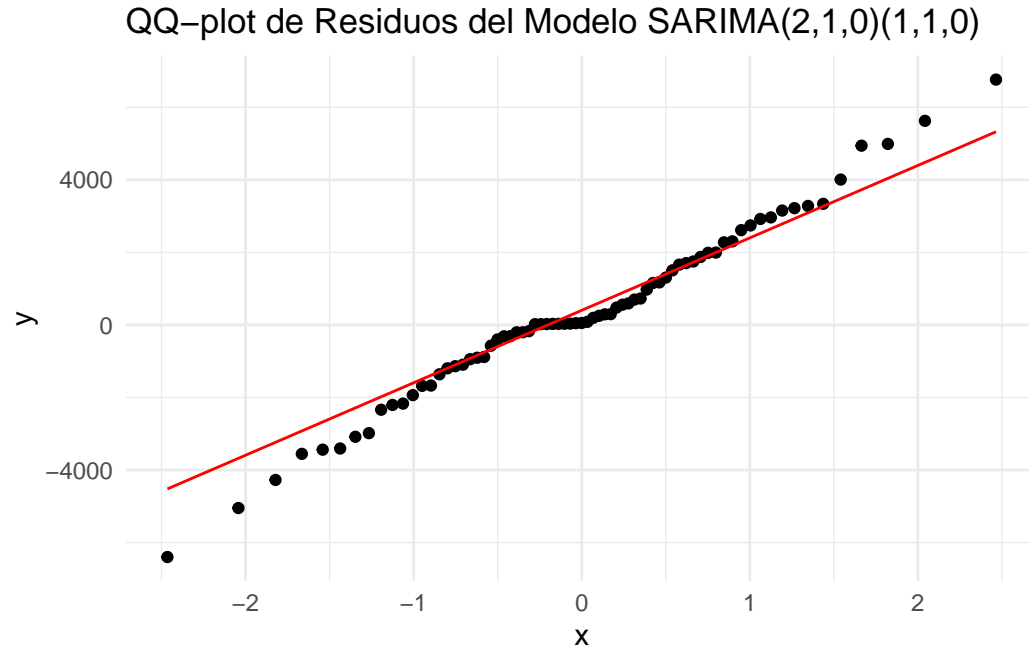


Table 10: Tests de Normalidad para Residuos del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0)

Test	statistic	p.value	method	parameter
Shapiro-Wilk	0.9863716	0.6212044	Shapiro-Wilk normality test	NA
Jarque-Bera	0.7470338	0.6883093	Jarque Bera Test	2

A efectos de evaluar el cumplimiento del supuesto de Homocedasticidad o Varianza Constante, se planteó el contraste de Ljung-Box así como la FAC y FACP del cuadrado de los residuos. En el primero se observa la significación de los coeficientes de autocorrelación y autocorrelación parcial de orden 6, lo que sugiere el incumplimiento del supuesto.

Los resultados del contraste de Ljung-Box para dicho retardo sugieren lo mismo, no obstante considerando los retardos posteriores se procede a desestimar esta idea.

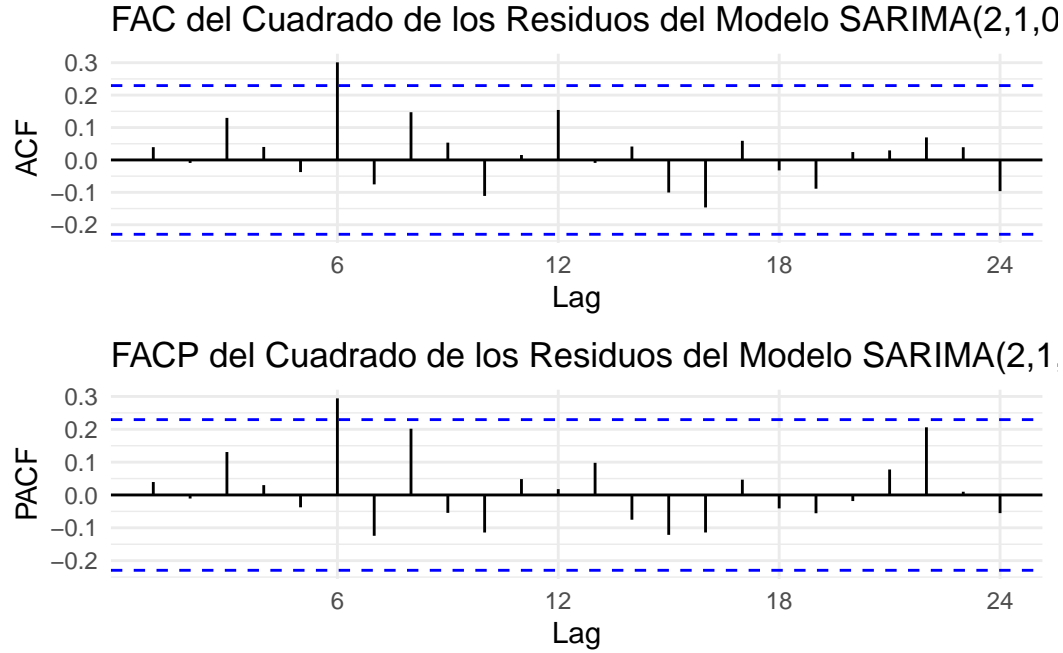


Table 11: Test de Ljung-Box para el Cuadrado de los Residuos del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0) (Rezagos 3, 6, 9, 12 y 24)

statistic	p.value	parameter	method
1.442034	0.0000000	0	Box-Ljung test
9.094459	0.0280610	3	Box-Ljung test
11.636340	0.0705911	6	Box-Ljung test
14.860645	0.0948356	9	Box-Ljung test
21.160442	0.4491840	21	Box-Ljung test

5.4.3 Contraste de Media Nula de los Residuos

Finalmente se lleva acabo un contraste de hipótesis a efectos de determinar si las perturbaciones tienen media nula:

Table 12: Tests de Media Nula para Residuos del Modelo SARIMA(2,1,0)(1,1,0)

estimate	statistic	p.value	parameter
312.1445	1.100609	0.2747331	72

No se rechaza la Hipótesis Nula de que los residuos tengan una media distinta de 0, por lo que se culmina la etapa de diagnóstico del modelo.

6 Predicción

El Modelo a utilizar es un SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0) con $\phi_1 = 0$, que puede expresarse como:

$$(1 - L)(1 - L^{12})(1 - L^2\phi_2)(1 - L\Phi_1)Y_t = \epsilon_t$$

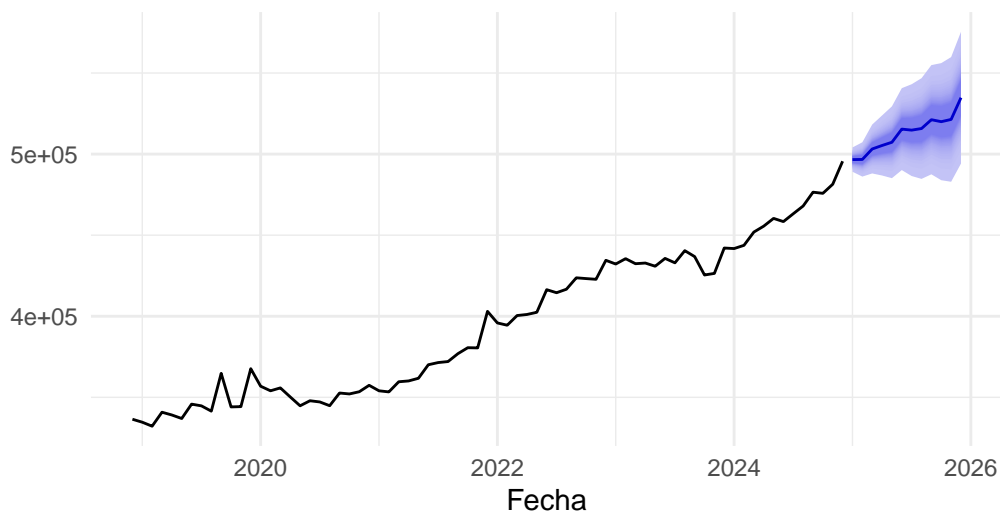
Donde Y_t denota a la serie de datos original, L al operador de rezagos y ϵ_t un ruido blanco. ϕ_2 y Φ_1 son los coeficientes respectivos de las partes AR del componente regular y estacional del Modelo.

6.1 Enero, Febrero y Marzo de 2025

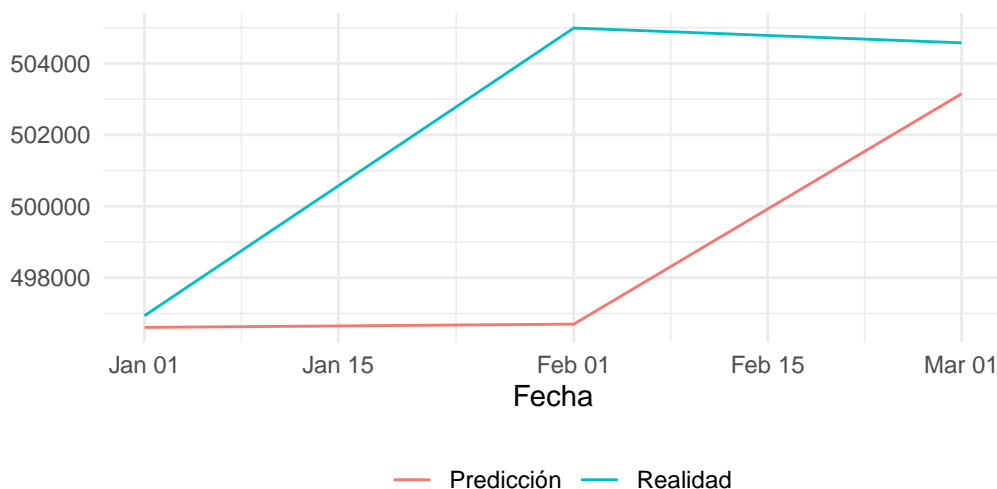
Se realiza predicciones para los meses de Enero, Febrero y Marzo de 2025, a efectos de contrastarla con las tres observaciones que no se utilizaron a la hora de ajustar el Modelo.

**Cantidad de Clientes con Deuda en Santander:
Predicción de 2025**

Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



Cantidad de Clientes con Deuda en Santander:
Predicción contra Realidad
Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



Se predice que la Cantidad de Clientes con Deuda Vigente en el Banco Santander aumentará, respecto al mes de Diciembre de 2024, en un 0.21%, 0.22% y 1.53% para los meses de Enero, Febrero y Marzo de 2025, respectivamente. En la realidad, dichas variaciones porcentuales fueron de 0.27%, 1,90% y 1.81% respectivamente, lo que comienza a evidenciar una característica que se repetirá durante el siguiente análisis: la subestimación a la hora de predecir por parte del Modelo planteado.

Table 13: Intervalos de Confianza al 50% de los Primeros 3 Meses de 2025 contra Realidad

Fecha	Límite Inferior 50%	Predicción	Límite Superior 50%	Realidad	Capturado
Enero - 2025	494652.4	496610.6	498568.8	496939	Si
Febrero - 2025	493933.3	496702.7	499472.1	504989	No
Marzo - 2025	499202.9	503148.9	507094.8	504575	Si

Table 14: Intervalos de Confianza al 75% de los Primeros 3 Meses de 2025 contra Realidad

Fecha	Límite Inferior 75%	Predicción	Límite Superior 75%	Realidad	Capturado
Enero - 2025	493270.8	496610.6	499950.4	496939	Si
Febrero - 2025	491979.5	496702.7	501425.9	504989	No
Marzo - 2025	496419.1	503148.9	509878.7	504575	Si

Table 15: Intervalos de Confianza al 90% de los Primeros 3 Meses de 2025 contra Realidad

Fecha	Límite Inferior 90%	Predicción	Límite Superior 90%	Realidad	Capturado
Enero - 2025	491835.1	496610.6	501386.1	496939	Si
Febrero - 2025	489949.2	496702.7	503456.2	504989	No
Marzo - 2025	493526.1	503148.9	512771.7	504575	Si

Table 16: Intervalos de Confianza al 96% de los Primeros 3 Meses de 2025 contra Realidad

Fecha	Límite Inferior 96%	Predicción	Límite Superior 96%	Realidad	Capturado
Enero - 2025	490648.0	496610.6	502573.2	496939	Si
Febrero - 2025	488270.3	496702.7	505135.1	504989	Si
Marzo - 2025	491133.9	503148.9	515163.8	504575	Si

Se puede apreciar que se captura al 50% de confianza el valor real de la serie en los meses de Enero y Marzo de 2025. Sin embargo, el valor de Febrero de 2025 requiere utilizar un intervalo de amplitud mayor asociado a una confianza aproximada del 96%.

Métricas sobre los errores de predicción

Se obtiene algunas medidas de los errores de predicción sobre el conjunto de testeo. Para ello los errores son tomados como la diferencia en cada punto de la serie entre el conjunto de testeo (los valores reales) y los valores predichos, es decir, $(x - \hat{x})$.

Table 17: Métricas de Predicción - SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	312.1445	2426.677	1788.985	0.0757	0.4437	0.0719	0.1244	NA
Test set	3346.9395	4858.133	3346.939	0.6632	0.6632	0.1344	-0.6559	1.0427

Un ME (Mean Error o Error Medio) positivo implica que el modelo en promedio subestima. Es posible ver con qué porcentaje al observar el MPE (Mean Percentage Error o Error Medio Porcentual). En el caso de las predicciones a un paso sobre el conjunto de entrenamiento⁷, los errores se compensan lo suficiente generando que dicha subestimación sea considerablemente pequeña, con un PME de solo el 7,6%. Por otro lado, para los errores de predicción sobre el conjunto de testeo, la subestimación es relativamente grande, en promedio de un 66%, lo que está explicado por la predicción referida a Febrero de 2025.

El MAE (Mean Absolute Error o Error Absoluto Medio) presenta un error en términos absolutos que, para ambos casos, en comparación con el rango de valores de la serie, no parece ser tan alto. Sin embargo, el MAPE (Mean Absolute Percentage Error o Error Medio Absoluto Porcentual), el cual muestra dichos errores en términos relativos, es considerablemente alto. El modelo comete en

⁷Se recuerda que en este caso el set de entrenamiento está compuesto por las observaciones hasta diciembre de 2024, mientras que el de prueba o test está integrado por las tres observaciones disponibles para 2025.

promedio un 44% de error relativo respecto al valor real para el caso del set de entrenamiento y un 66% para el caso de los tres meses de 2025.

Es preciso señalar que los valores de ME y MAE son prácticamente los mismos para el set de testeo, lo que es producto de que en las tres predicciones realizadas se subestimó el valor real de la serie, como se pudo bien observar en gráficos anteriores.

El RMSE (Root Mean Square Error o Raíz Media de los Errores al Cuadrado), el cual tiene la característica de penalizar errores grandes, si bien es más alto que el MAE para ambos casos, en proporción a la media de la serie representa solo un 0,6% y un 1% respectivamente. De esta manera no se presenta errores extremadamente grandes en las predicciones al comparar con el promedio de la serie.

El MASE (Mean Absolute Scaled Error o Error Medio Absoluto Escalado) es una métrica que compara el MAE de la predicción con el MAE que se obtiene al utilizar un modelo naive de un lag. En este caso el modelo planteado predice ampliamente mejor que uno naive, ya que los valores 7,2%, para el set de training, y 13,5%, para el set de testeo, son extremadamente bajos.

Por su lado, el ACF1 (Autocorrelation of errors at lag 1 o Autocorrelación de los Errores en el Rezago 1), medida de la correlación entre errores a un rezago, muestra que existe poca correlación entre los errores del set de training, mientras que para el set de testeo parece existir cierta correlación negativa.

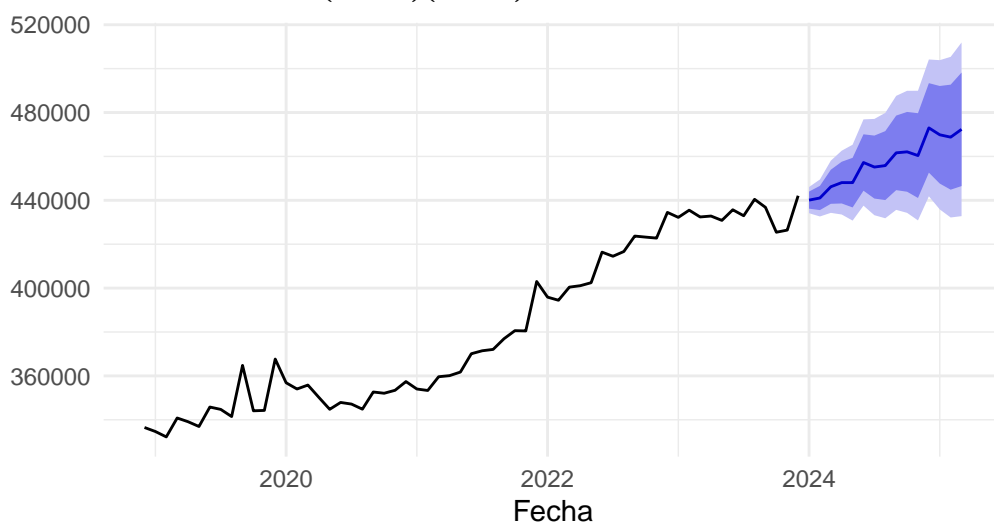
Por último, la Métrica de Theil's U (*Theil's Inequality Coefficient*) para el set de testeo es mayor que 1, esto sugiere que las predicciones son inexactas.

6.2 2024 y 2025

También se realiza predicciones para el 2024 y los primeros tres meses de 2025, utilizando el mismo modelo propuesto pero entrenándolo con las observaciones disponibles hasta diciembre de 2023.

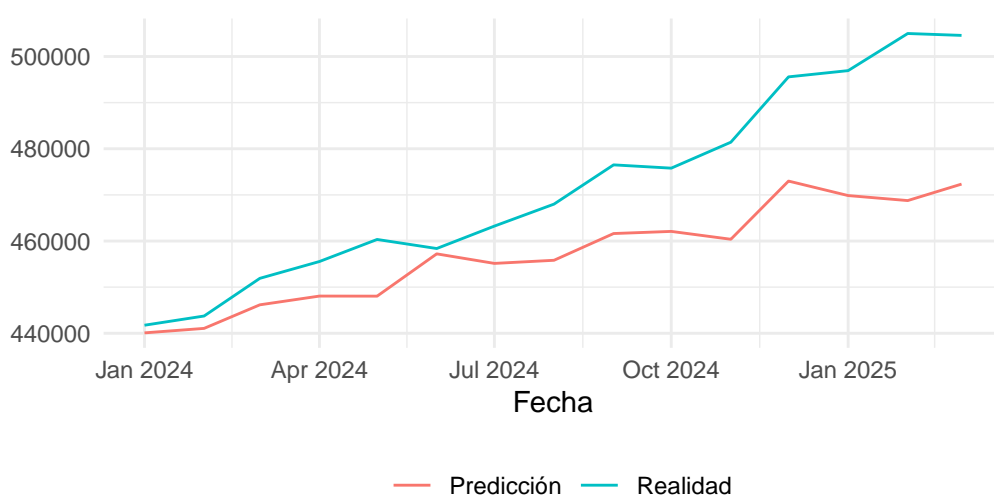
Cantidad de Clientes con Deuda en Santander: Predicción de 2024 y Principios 2025

Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



Cantidad de Clientes con Deuda en Santander: Predicciones dentro de Muestra

Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



De forma similar al modelo anterior se nota una diferencia en la pendiente de la predicción puntual y la realidad. Nuevamente, la primera tiende a ser cada vez menor que la segunda a medida que aumenta el horizonte de predicción.

Métricas sobre los errores de predicción

Table 18: Métricas de Predicción - SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	107.9246	2461.756	1768.281	0.0339	0.4512	0.0753	0.1116	NA
Test set	14604.1749	18096.407	14604.175	3.0075	3.0075	0.6222	0.7409	2.9412

Los errores en el nuevo set de entrenamiento⁸ presentan métricas muy similares a las de las predicciones del punto anterior. Solo el ME, en conjunto con el MPE en términos relativos, disminuyó notablemente. Esto implica que los errores en promedio se compensan aún más.

En el caso del set de testeo, las métricas de los errores en general empeoraron, lo cual es esperable tomando en cuenta que el horizonte de predicción es ahora considerablemente más lejano.

Según el ME y el MPE, se subestima ampliamente los valores de la serie empírica. Esto se puede observar claramente en el gráfico inmediato anterior.

El RMSE y el MAE también aumentaron notablemente. Aunque en comparación con la escala no parecen ser tan altos y en proporción a la media solo representan un 8%.

Analizándolo en términos relativos, el MAPE implica un error de predicción muy alto.

Por su parte, el MASE, al ser menor que 1, sugiere que se predice mejor que con un modelo naive.

En este caso el ACF1 indica una posible correlación positiva entre los errores.

Finalmente, el Theil's U muestra un valor considerablemente alejado de 0, entendiéndose que las predicciones presentan errores bastante altos.

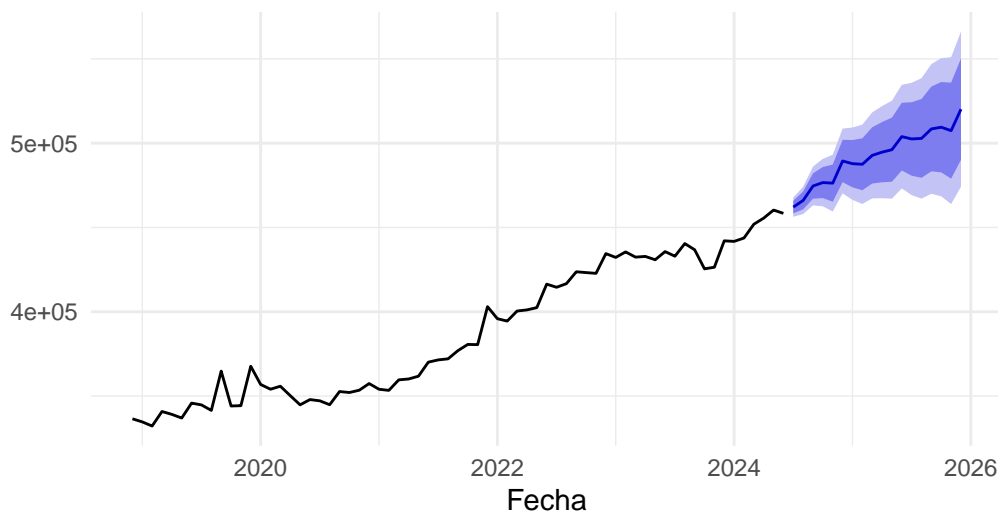
⁸Que ahora está constituido por las observaciones hasta diciembre de 2023.

6.3 A partir de Junio de 2024

Considerando una muestra de entrenamiento con límite en Junio de 2024, tal que se incorpore el cambio transitorio identificado para ese mes, se obtiene los siguientes resultados para un horizonte de predicción hasta Marzo de 2025:

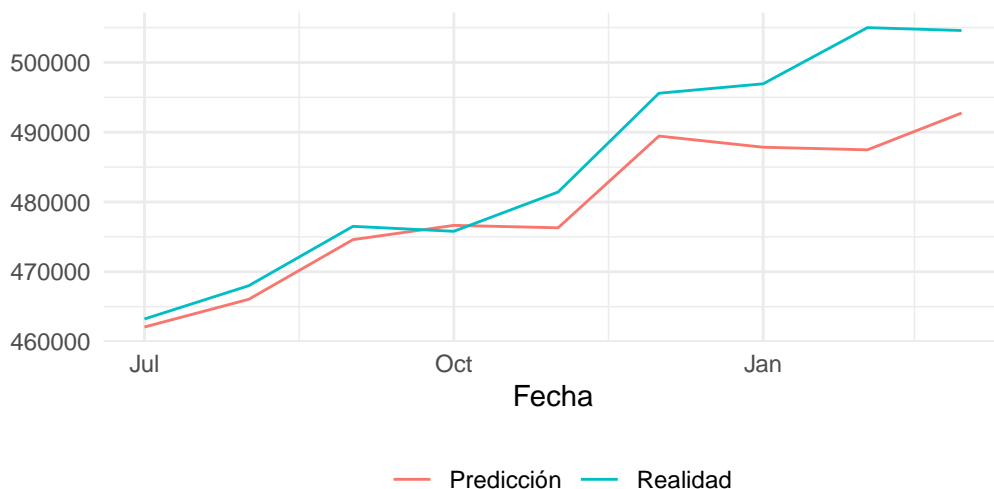
Cantidad de Clientes con Deuda en Santander: Predicción a partir de Junio de 2024

Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



Cantidad de Clientes con Deuda en Santander: Predicciones dentro de Muestra

Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)



La predicción para los siguientes meses resulta bastante precisa. Es solo a partir de Diciembre del 2024 que se observa una discrepancia relativamente mayor con la serie empírica con tendencia a subestimar.

Métricas sobre los errores de predicción

Table 19: Métricas de Predicción - SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	247.9815	2393.661	1743.755	0.0638	0.4397	0.076	0.1366	NA
Test set	5983.7858	8183.217	6172.520	1.2035	1.2432	0.269	0.6178	1.1937

Para este último período de predicción, las métricas para el conjunto de entrenamiento⁹ resultan también muy parecidas a las resultantes de entrenar el modelo con los anteriores dos períodos.

Por otro lado, para el set de testeo, las métricas son en general mejores que las del anterior período tomado, pero relativamente peores que las del primero. Esto es de esperarse nuevamente debido al horizonte de predicción, de menor extensión que en el punto anterior, y al hecho de que se contempla el efecto de un nuevo dato atípico.

La subestimación según el ME y el MPE continúa siendo alta, y nuevamente el RMSE no resulta grande en comparación a la escala de la serie.

Según el MASE, el modelo propuesto predice mejor en comparación con un modelo naive.

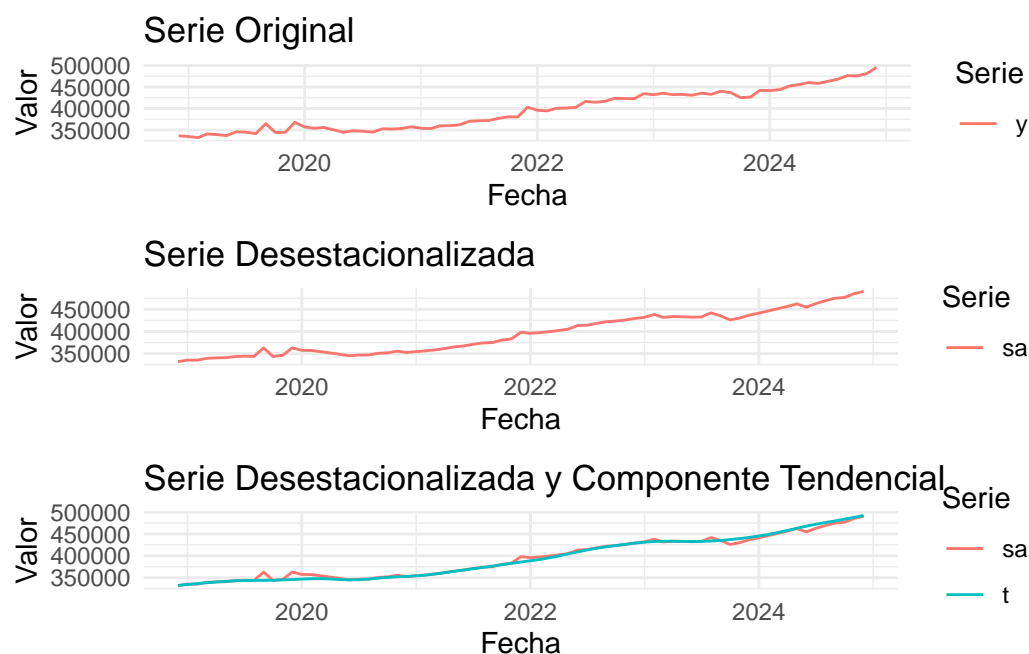
En general las métricas en general sugieren errores de predicción altos para la muestra de testeo en comparación con los que resultan a un paso en la muestra de entrenamiento.

⁹Ahora integrado por observaciones hasta Junio de 2024, tal que se pueda incluir el efecto del atípico de este último mes en la predicción.

7 Descomposición de la Serie

Mediante la función `x13` (asociada al método estadístico del mismo nombre) del paquete `RJDemetra` se llevó a cabo la descomposición de la serie (de acuerdo a términos aditivos), tomando en cuenta el Modelo Final planteado anteriormente¹⁰

Como resultado se obtuvo la descomposición de la serie, lo que permitió computar una serie desestacionalizada, que se muestra a continuación:

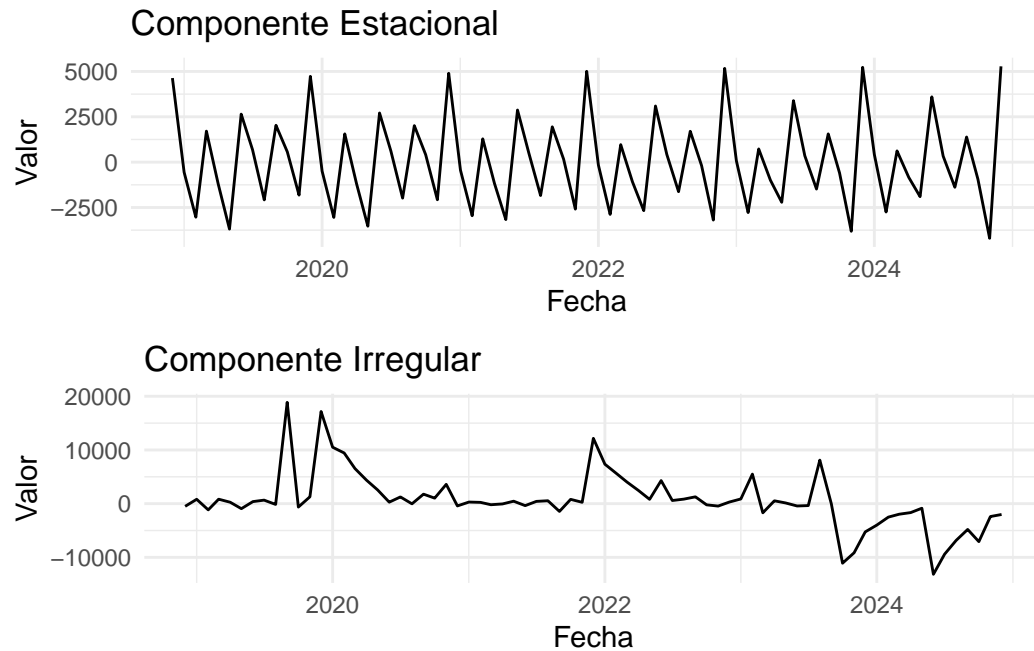


En el primer gráfico es posible observar la serie original, mientras que su versión desestacionalizada puede apreciarse en el segundo. Se puede notar como la serie se ha vuelto más suave, no reflejando las periodicidades de la serie original. En el tercer gráfico se compara la serie desestacionalizada con el componente tendencial, siendo posible identificar los apartamientos de la tendencia debido a los outliers destacados en el desarrollo del presente trabajo¹¹.

De interés puede ser observar el componente estacional y el irregular por separado:

¹⁰Y por ende se estableció el orden del modelo, se fijó los coeficientes en 0 que correspondiesen así como se señaló los outliers identificados en la especificación que la función `x13` utilizó como insumo. Se desactivó otras funcionalidades, como la aplicación de logaritmo o los efectos calendario.

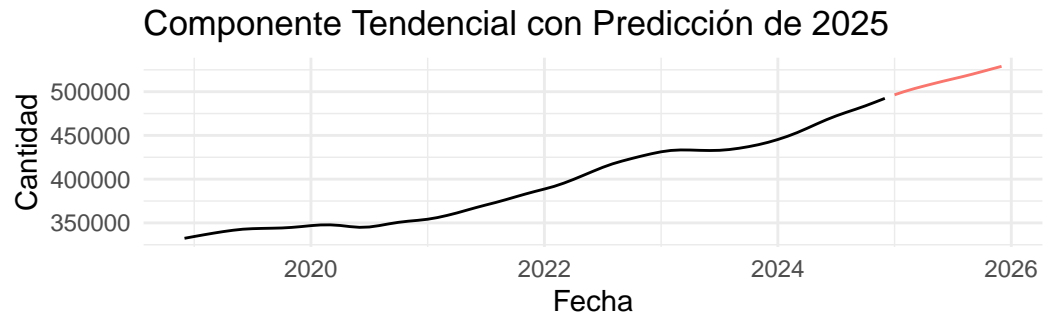
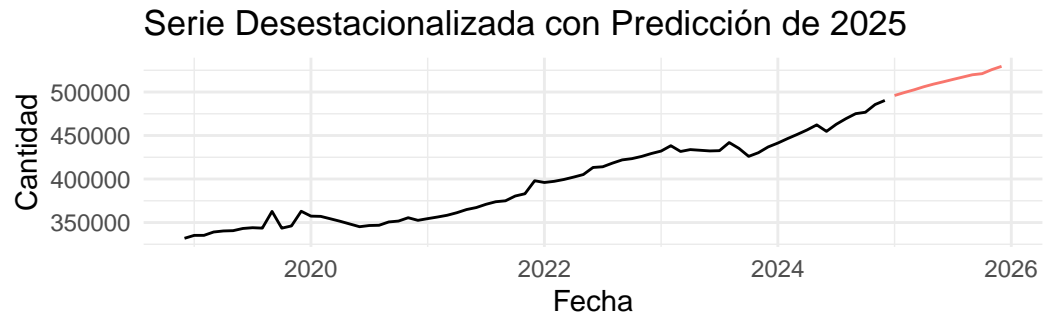
¹¹Al ser outliers de tipo aditivo y de cambio transitorio los mismos quedan incluidos en el componente irregular y por ende son apreciables en la serie desestacionalizada.



Por un lado, el componente estacional se comporta de forma esperable, presentando, en general, picos de altura similar cada 12 meses. Esto se condice con la estacionalidad identificada al graficar la serie diferenciada de acuerdo al año: cada mes se comporta de forma similar todos los años. A su vez, los picos ocurren, en general, con una frecuencia trimestral, lo que va de la mano con el hecho de que en los meses de Marzo y Septiembre incluyan períodos vacacionales que incentivan la solicitud de créditos mientras que en Junio y Diciembre aumente en el número de deudores debido a el pasaje de deudas no vigentes a vigentes.

El componente irregular, por otro lado, refleja en su comportamiento la inclusión de los outliers, que fueron de tipo aditivo y de cambio transitorio.

Finalmente, a las predicciones realizadas en el punto anterior, se le agrega las predicciones de los componentes tendencial así como de la serie desestacionalizada:



Se espera, entonces, que la tendencia de la Cantidad de Clientes con Deuda en el Banco Santander continúe aumentando en el tiempo, más allá de la estacionalidad que caracteriza a la serie.

8 Comentarios Finales

Respecto al Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0) se debe tener en cuenta que:

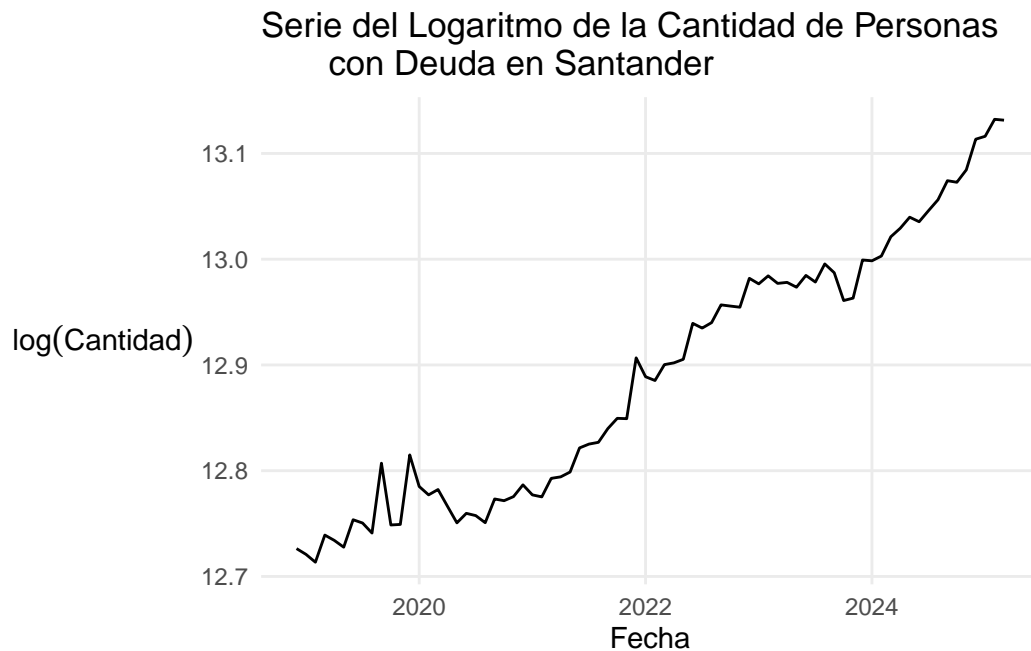
- Se logra el no rechazo de los Contrastes de Normalidad utilizando siete intervenciones por atípicos, lo que dada la baja cantidad de observaciones disponibles puede resultar un número no deseable.
- El supuesto de residuos no autocorrelacionados puede no estar cumpliéndose, tal y como se refleja en los p-valores del Contraste de Ljung-Box, que resultan cercanos al 5%.
- Dadas dos muestras de entrenamiento se observó la tendencia a subestimar por parte del modelo.

No obstante lo anterior, esta modelización presenta los siguientes puntos a destacar:

- El Modelo SARIMA resultante es de bajo orden, lo que va de la mano con la idea de que los modelos de este tipo sean los mejores a la hora de predecir, además de resultar más parsimoniosos.
- Si bien se tiene indicios de que puede no estar cumpliéndose el supuesto de homocedasticidad, la transformación logarítmica no logra homogeneizar la Varianza de la serie, por lo que se descarta la aplicación de dicha transformación.
- Se logra predecir con éxito a un bajo nivel de confianza dos de tres valores que tomó la serie en 2025: los asociados a los meses de Enero y Marzo. En el caso de Febrero se subpredice el valor que toma efectivamente la serie.
- Ensayando el Modelo sugerido por $\mathbf{x13}$ (SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1)) también se observa la tendencia a subestimar a la hora de predecir, con el detalle de que en este se hace de forma más notoria que el Modelo Original, evidenciado por los valores más altos en las métricas ME, MAE, MPE y MAPE. Para más desarrollo consultar Anexo correspondiente.

9 Anexo

9.1 Serie en Logaritmos:

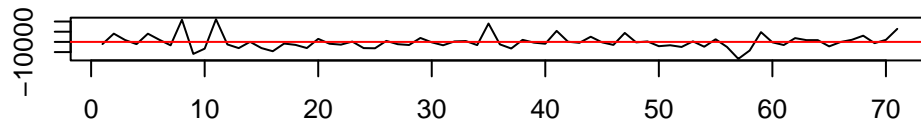


9.2 Dickey-Fuller Aumentado

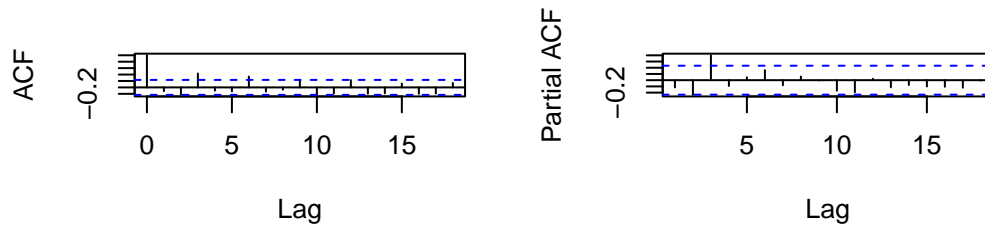
9.2.1 Serie Original: Determinación de la Cantidad de Rezagos y Regresión Auxiliar

En primera instancia se planteó el contraste seleccionando la cantidad de rezagos por medio de Criterios de Información (AIC y BIC) lo que resulta en la elección de $p = 1$. Con este valor, sin embargo, no se logró el comportamiento deseado de los residuos (que los mismos no se encuentren autocorrelacionados), lo que motivó el ensayo con varios valores de lags adicionales. Esto resultó en la elección de $p = 2$, con ambos coeficientes significativos a los niveles de significación usuales.

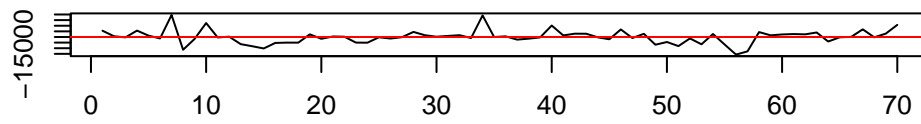
Residuals



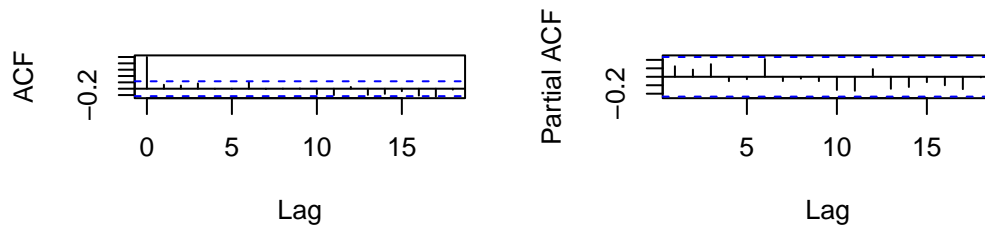
Autocorrelations of Residuals Partial Autocorrelations of Residuals



Residuals



Autocorrelations of Residuals Partial Autocorrelations of Residuals



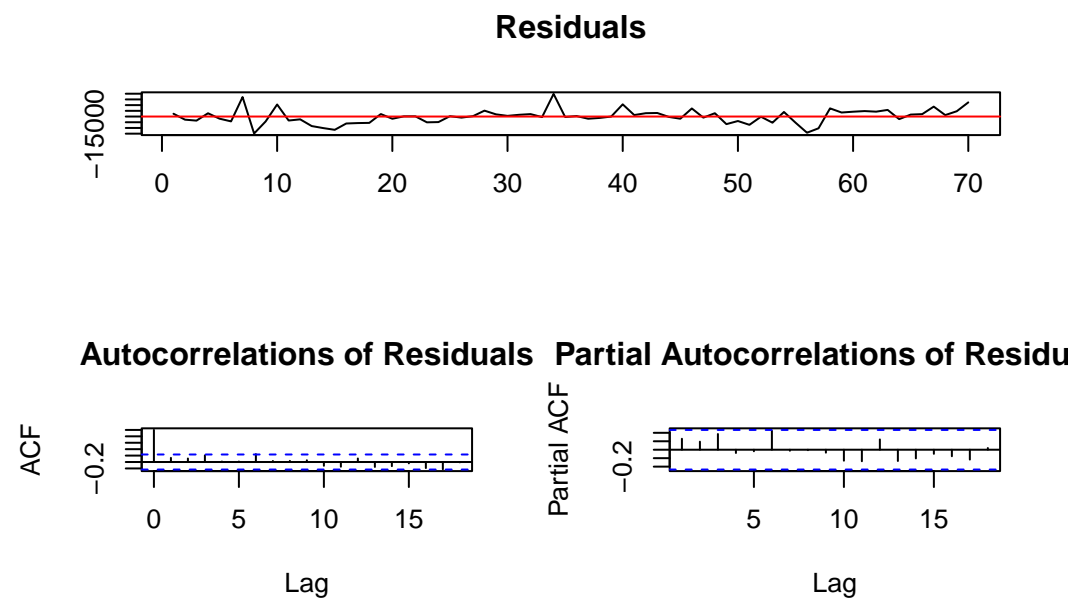
Characteristic	Beta ^I	SE	95% CI	p-value
(Intercept)	22,500	24,030	-25,491, 70,490	0.4
z.lag.1	-0.07	0.076	-0.22, 0.09	0.4
tt	212	162	-111, 534	0.2
z.diff.lag				
z.diff.lag1	-0.48***	0.122	-0.72, -0.23	<0.001
z.diff.lag2	-0.43***	0.116	-0.66, -0.20	<0.001

^I*p<0.05; **p<0.01; ***p<0.001

Abbreviations: CI = Confidence Interval, SE = Standard Error

9.2.2 Serie Diferenciada: Determinación de la Cantidad de Rezagos y Regresión Auxiliar

En primera instancia se planteó el contraste seleccionando la cantidad de rezagos por medio de Criterios de Información (AIC y BIC) lo que resulta en la elección de $p = 1$. Con dicha cantidad de rezagos los residuos no se encuentran autocorrelacionados, por lo que, al contrario de la aplicación del contraste en la serie original, no se realiza el ensayo con otros lags.



Characteristic	Beta ^I	SE	95% CI	p-value
(Intercept)	4,197***	853	2,494, 5,900	<0.001
z.lag.1	-1.9***	0.187	-2.3, -1.5	<0.001
z.diff.lag	0.42***	0.114	0.19, 0.65	<0.001

^I*p<0.05; **p<0.01; ***p<0.001

Abbreviations: CI = Confidence Interval, SE = Standard Error

9.3 Modelización Automática por Medio de la Función “x13”

Se procedió a utilizar la función `x13` para obtener una sugerencia de modelo y compararlo, en su desempeño predictivo para los tres primeros meses de 2025, con el Modelo Final planteado en la parte principal del trabajo.

9.3.1 Regresión ARIMA

El Modelo resultante es un SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1), destacándose lo siguiente:

- Incluye una media en la especificación.
- El coeficiente Θ_1 asociado a la parte MA estacional resulta significativo únicamente al 5%.
- Incluye tres outliers, de modo que cumple la proporción deseable de una cantidad de intervenciones menor al 5% del total de observaciones. Los tres atípicos fueron incluidos en el Modelo Original.
- Las tres métricas de información resultan mayores en comparación con el Modelo SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0) con intervención de 7 atípicos, por ende sería preferible este último desde esa óptica.

A continuación puede verse los resultados del `summary` del Modelo sugerido por `x13`:

Table 20: Criterios de Información del Modelo sugerido por X13 - SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1)

AIC	AICc	BIC
1421.251	1423.001	1437.188

Table 21: Coeficientes Estimados del Modelo sugerido por X13 - SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1)

	Estimate	Std. Error	T-stat	Pr(> t)
BPhi(1)	-0.8024	0.1067	-7.5181	0.0000
BTheta(1)	-0.4150	0.1592	-2.6063	0.0111

Table 22: Media y Outliers del Modelo sugerido por X13 - SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1)

	Estimate	Std. Error	T-stat	Pr(> t)
Mean	2231.298	1028.466	2.1695	0.0333
AO (9-2019)	19834.257	3029.951	6.5461	0.0000
TC (12-2019)	20151.381	3943.546	5.1100	0.0000
TC (12-2021)	13684.783	3678.972	3.7197	0.0004

9.3.2 Predicción

La predicción de los primeros tres meses de 2025 tiene como resultado las siguientes métricas:

Table 23: Métricas de Predicción del Modelo sugerido por X13 - SARIMA(0, 1, 0)(1, 0, 1)

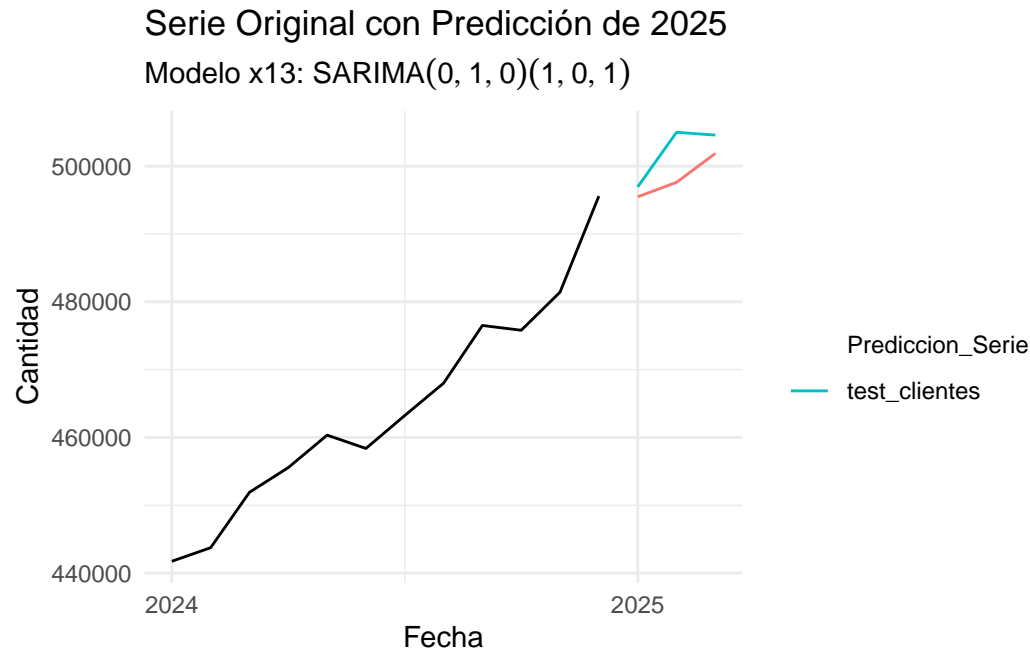
	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	ACF1	Theil's U
Test set	3846.128	4613.241	3846.128	0.7633	0.7633	-0.6405	0.9728

Recordando las del Modelo planteado por el equipo:

Table 24: Métricas de Predicción - SARIMA(2, 1, 0)(1, 1, 0)

	ME	RMSE	MAE	MPE	MAPE	MASE	ACF1	Theil's U
Training set	312.1445	2426.677	1788.985	0.0757	0.4437	0.0719	0.1244	NA
Test set	3346.9395	4858.133	3346.939	0.6632	0.6632	0.1344	-0.6559	1.0427

Se puede concluir que el Modelo sugerido por x13 también subestima a la hora de predecir, lo que puede apreciarse mediante las métricas de ME y MAE así como en el gráfico a continuación, aunque lo hace de forma más notoria que el Modelo Original, lo que queda evidenciado por los valores más altos en esas métricas en conjunto con el MPE y MAPE.



No obstante, presenta un RMSE menor que el Modelo Original, de modo que al penalizar los errores de mayor tamaño se tendría un resultado predictivo mejor para el Modelo de x13.