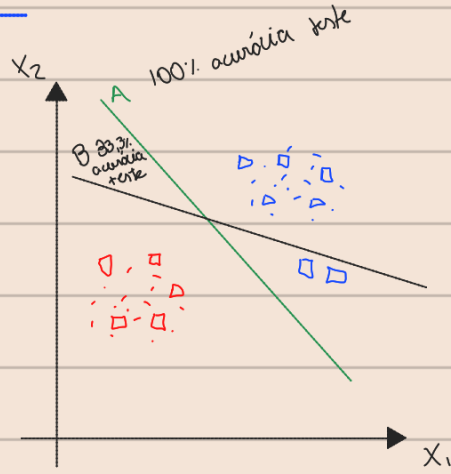
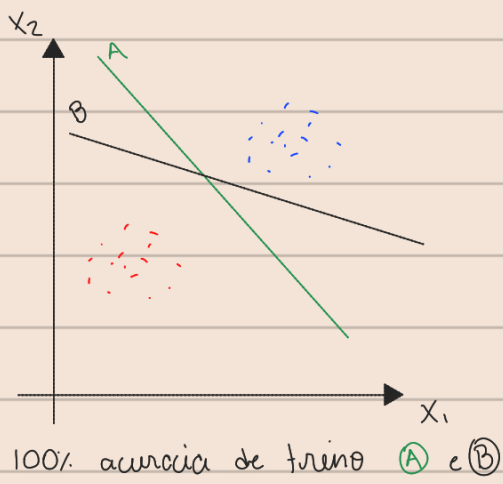


# Support Vector Machines



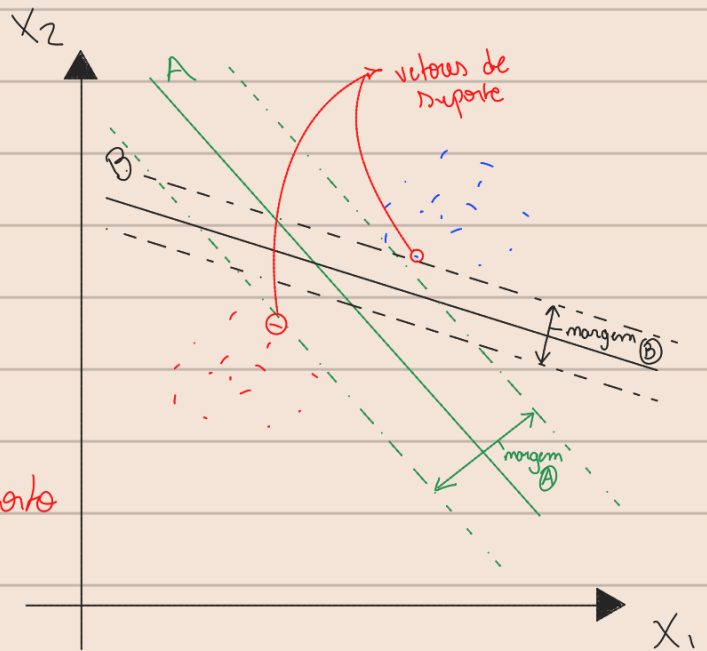
mas são equivalentes?

## Formulação SVM versão 0

Acho a linha separadora que separa mais os pontos dos negativos

## Formulação SVM versão 1

Acho a linha separadora que maximiza a margem de separação e tal que nenhum ponto de treino está dentro da margem



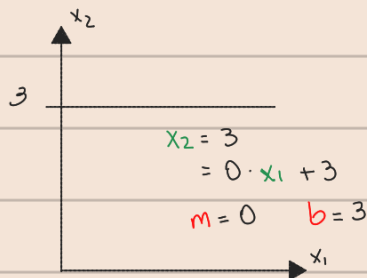
## Linha

Qual é a equação da reta?

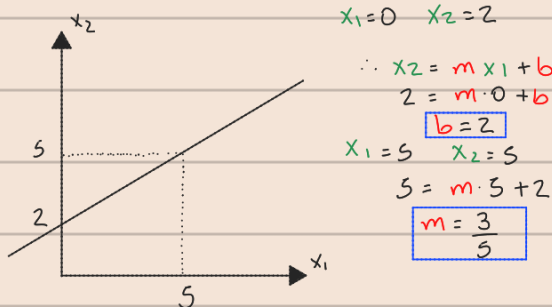
i)  $y = mx + b$

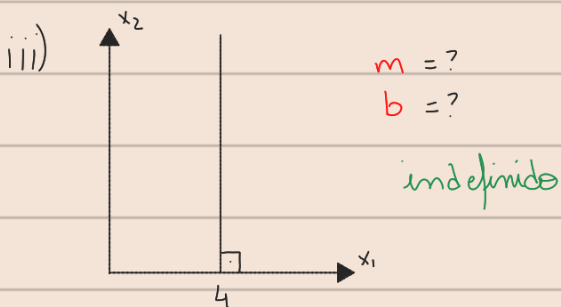
$x_2 = mx_1 + b$

ii)



ii)





Outra forma de escrita

ii)  $ax + by + c = 0$

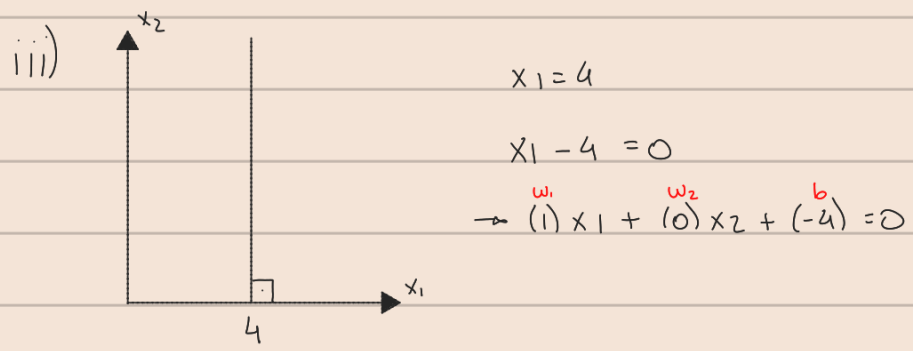
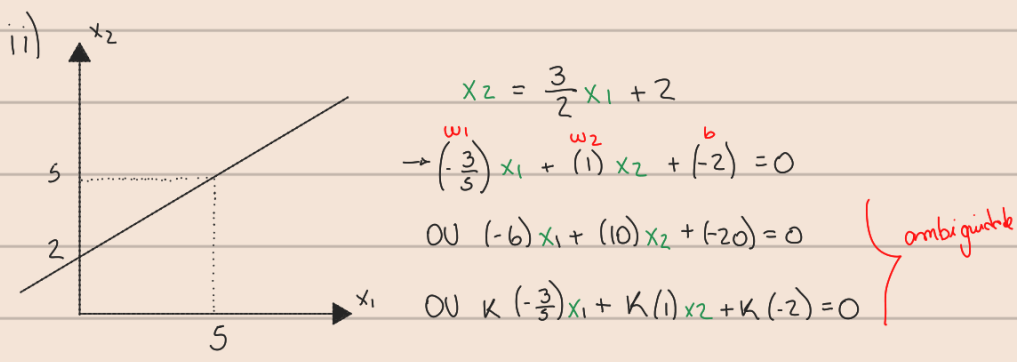
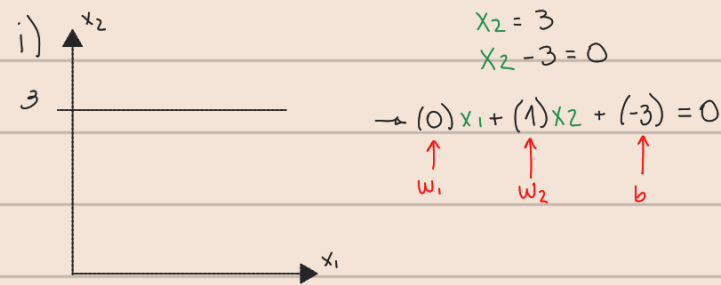
$\Downarrow$

$w_1 x_1 + w_2 x_2 + b = 0$

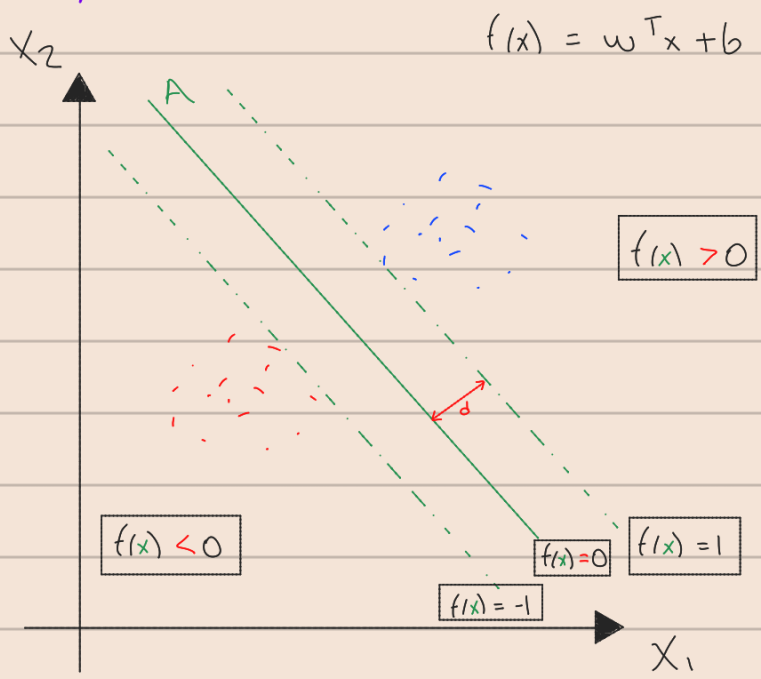
### Terminologia

$w = \begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} \quad x = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad b \in \mathbb{R}$

equação da reta  $w^T x + b = 0$



### Função de decisão



### Margem de separação

Com  $f(x) = \pm 1$  na margem, temos que ... (desv dist de pontos) ...

$d = \frac{1}{w^T w}$

### Formulação SVM versão 2

$w, b \text{ ótimo} = \underset{w, b}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{1}{w^T w} \right\}$

sujeito a ninguém "na pista"

## Formulação SVM versão 2.1

$$\overset{\text{ótimo}}{w}, \overset{\text{ótimo}}{b} = \underset{w, b}{\operatorname{argmax}} \left\{ \frac{1}{w^T w} \right\} \leftarrow d$$

$$\text{sujeito a: } \begin{cases} f(x_i) \geq 1 & \text{p/ positivos} \\ f(x_i) \leq -1 & \text{p/ negativos} \end{cases}$$

Cosmético:

$$\text{Defina } t_i \begin{cases} 1 & \text{p/ positivo} \\ -1 & \text{p/ negativo} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f(x_i) \geq 1 & \text{p/ positivos} \\ f(x_i) \leq -1 & \text{p/ negativos} \end{cases} \rightarrow t_i (w^T x_i + b) \geq 1$$

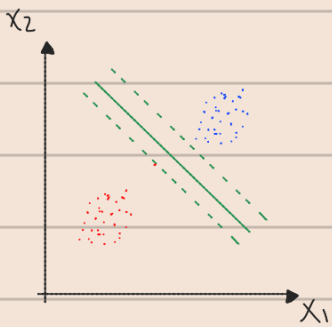
$$ii) \quad \boxed{\frac{1}{w^T w}} \leftrightarrow \boxed{\frac{1}{2} w^T w}$$

## SVM hard margin

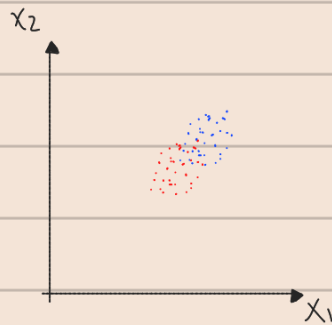
$$w^*, b^* = \underset{w, b}{\operatorname{argmin}} \quad \frac{1}{2} w^T w$$

$$\text{sujeito a } t_i (w^T x_i + b) \geq 1, \forall i$$

## Problemas no parâmetro

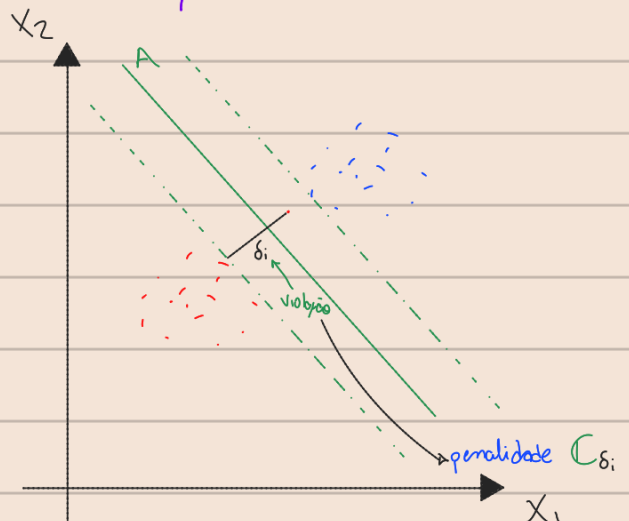


1 outlier estragou a festa



Sem solução!

## Violações e Penalidades



## SVM soft margin

$$w^*, b^* = \underset{w, b}{\operatorname{argmin}} \quad \frac{1}{2} w^T w + C \sum_{i=1}^m \delta_i$$

hiper parâmetro

$$\text{sujeito a: } C_i (w^T x_i + b) \leq 1 - \delta_i$$

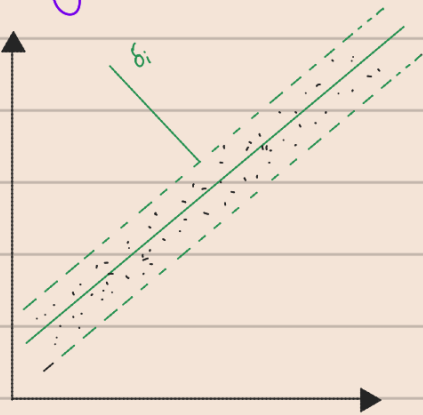
$$\delta_i \geq 0$$

SVM linear

com regularização

Algoritmo de otimização: otimização quadrática

## Regressão



USE Standard Scaler ANTES !  
SVM PRECISA DE PADRONIZAÇÃO

## Custo de treinamento

SVM Linear:  $O(mn)$

$m$ :  $n$ -linhas

SVM Kernel polinomial:  $O(m^2n)$

$n$ :  $n$ -colunas

SVM Kernel XPTO:  $O(m^3n)$