Clube de Finanças ESAG

Processo Seletivo 2020 - Desafio Individual

DERIVATIVOS & RISCO

Candidato: Luccas Colicchio Gonzales

Florianópolis, 29 de março de 2020

CLUBE DE FINANÇAS
ESAG

I. Objetivos

a) Descrever como se mensura risco em uma carteira de ativos;
b) Elencar métricas de quantificação do risco de carteiras ou empresas;
c) Aplicar essas métricas para determinar o risco de uma carteira com:

Ativo	BRFS3	WEGE3	LAME4
%	20%	30%	50%

d) Apresentar maneiras de mitigar o risco de portfólios.

II. Solução do Desafio

a) Mensurar risco em carteira de ativos

Os investimentos no mercado financeiro, de modo geral, apresentam riscos sistêmicos e não-sistêmicos (que afetam todo o mercado ou apenas uma empresa/setor, respectivamente).

Nesse contexto, os investidores devem enfrentar o trade-off de risco e retorno, nos quais podem ser recompensados em retorno por tomarem mais riscos (ou não). Sendo assim, na gestão do capital investido, é de suma importância o conhecimento e controle sobre os riscos envolvidos.

É possível mensurar os riscos em uma carteira, por meio de métodos estatísticos baseados em dados históricos dos ativos, que envolvem preços, volatilidade*, taxas de retorno, comparação e relação com outros ativos, dentre outros modos que serão elucidados na próxima sessão.

*Vale ressaltar que nas medidas de volatilidade, um investimento específico pode flutuar muito acima dos retornos normais do mercado e acabar sendo considerado de alto risco.

b) Métricas para quantificação de risco

Riscos podem ser quantificados de modo individual (ativo a ativo), ou de forma combinada sobre todo o portfólio, ponderando sobre os pesos de cada ativo nele presente. A Teoria Moderna do Portfolio (MPT), com base em medidas estatísticas, enuncia que o retorno de um investimento individual é menos importante do que como o investimento se comporta no contexto de todo o portfólio.

O MPT apresenta a possibilidade de se construir um portfólio de múltiplos ativos com retornos máximos para um determinado nível de risco ou, dado um nível de retorno esperado, pode-se montar um portfólio com o menor risco possível.

Seguem algumas das medidas estatísticas, conceitos e abordagens na quantificação de riscos mais comuns:

- **Volatilidade**

A volatilidade trata da dispersão dos retornos de um ativo. Resumidamente, refere-se às oscilações do preço ou valor de um ativo para cima e para baixo.

· **Desvio Padrão (σ)**

Uma forma típica de se obter a volatilidade é através do desvio padrão.

Pode ser calculado a partir dos retornos diários do ativo, com os desvios quadrados da média destes retornos, como na formulação abaixo.

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum(x_i - \bar{x})^2}{n}}$$

Esse valor pode ser comparado entre diferentes carteiras e ativos para verificar suas estabilidades.

· **Variância (σ^2) e Covariância (Cov)**

A variância mostra o quão distante da média está cada valor de um conjunto. A covariância, ou variância conjunta, mede o grau de interdependência (ou inter-relação) numérica entre duas variáveis aleatórias. Assim, variáveis independentes têm covariância zero.

· **Índice Sharpe (S)**

O índice Sharpe é uma medida do excesso de retorno esperado de um investimento em relação à sua volatilidade, ele compara o retorno do portfólio com o retorno de um ativo sem risco sobre o desvio padrão dos retornos.

Quanto maior o índice Sharpe, indica um retorno satisfatório ao dado nível de risco, enquanto uma proporção baixa do mesmo, indica que muitos riscos estão sendo tolerados para gerar o dado retorno. A proporção de Sharpe é calculada com a seguinte fórmula:

$$S = \left(\frac{R_p - R_f}{\sigma_p}\right)$$

(Retorno da carteira - Retorno livre de risco) / Desvio padrão dos retornos

Serve como um indicador para determinar se o retorno de um investimento é devido ao investimento inteligente ou à suposição de excesso de risco.

· **Alfa (α)**

Alpha mede o risco em relação ao mercado ou a um índice de referência selecionado. Por exemplo, se o Índice IBOVESPA foi considerado a referência para um fundo em particular, a atividade do fundo seria comparada à experimentada pelo índice selecionado. Se o fundo supera o valor de referência, é considerado um alfa positivo. Se o fundo cair abaixo do desempenho do benchmark, é considerado um alfa negativo.

A diferença entre o retorno de um portfólio e o benchmark é o alfa. Um alfa positivo de um significa que o portfólio superou o benchmark em 1%. Da mesma forma, um alfa negativo indica o desempenho inferior ao de referência.

Pode ser obtido com a seguinte fórmula:

$$\alpha = (Rp - Rf) - \beta(Rm - Rf)$$

(Retorno do ativo - Retorno livre de risco) – β*(Retorno do mercado - Retorno livre de risco)

- **Beta (β)**

Beta mensura quanto o valor de um ativo individual altera em resposta a uma alteração no valor de mercado.

O mercado geral (referência) tem um beta de 1. Um beta de um indica que o fundo deve se mover em conjunto com o valor de referência. Os betas abaixo de um são considerados menos voláteis que o benchmark, enquanto os acima de um são considerados mais voláteis que o benchmark. A fórmula para cálculo do Beta de um ativo segue:

$$\beta_p = \frac{Cov\left(r_p, r_b\right)}{Var\left(r_b\right)}$$

Covariância entre os Retornos do ativo e Retornos do Mercado / Variância dos retornos do mercado

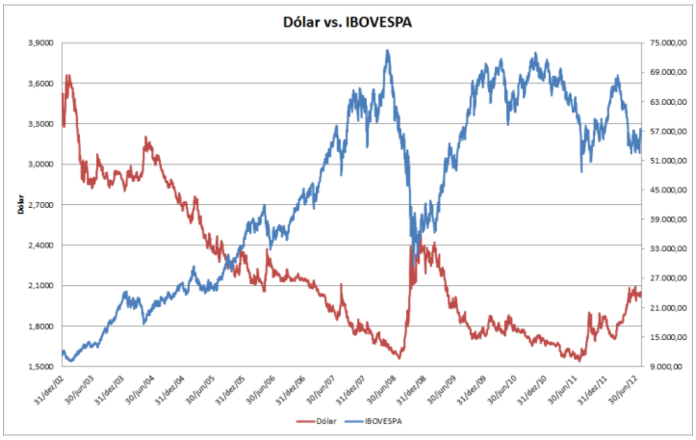
O beta de um portfólio é calculado como a média ponderada do beta de cada componente. Se o portfólio tiver um beta de 1,5 e o mercado cair 10%, espera-se que ele caia 15%.

A medida estatística beta é usada no CAPM, que usa risco e retorno para precificar um ativo. Diferentemente do alfa, o beta captura os movimentos e oscilações nos preços dos ativos.

- **Correlação (r)**

A correlação de ativos irá medir o quanto duas variáveis (como preço de uma ação) estão ou não relacionadas. Ela varia de 1 (alta correlação) a -1 (baixa correlação). Uma alta correlação implica em um comportamento semelhante nas oscilações do mercado, já uma baixa correlação implica em um comportamento oposto nos preços dos ativos.

Exemplo de correlação negativa:



Fonte: https://gestaofinanceirapersonalizada.blogspot.com/2012/07/dolar-e-ibovespa-quando-um-sobe-o-outro.html

A fórmula da correlação obtém o r, ou coeficiente de correlação de Pearson, comparando 2 variáveis (x e y):

$$r = \frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sqrt{\left[\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2\right]\left[\sum_{i=1}^{n}(y_i - \bar{y})^2\right]}}$$

- **Valor em Risco (VaR)**

O valor em risco (VaR) mede a perda máxima possível de uma carteira em um determinado período. O resultado é calculado para um nível específico de confiança (95% ou 99%). As estatísticas do VaR fornecem aos investidores uma análise do pior cenário possível. Existem dois métodos para calcular o VaR – o paramétrico e não-paramétrico.

O primeiro, também conhecido como método da variância-covariância, calcula o desvio padrão dos movimentos de preços de um investimento. Supondo que o retorno e a volatilidade do preço do ativo sigam uma distribuição normal, é calculada a perda máxima dentro de um nível de confiança especificado.

Já o não paramétrico ou de simulação, consiste em reunir dados históricos do portfólio, montando uma distribuição com os retornos através do tempo, supondo que essa se manterá a mesma no futuro.

Por exemplo, se um investimento tiver um VaR diário de 5 milhões (95% de confiança), implica uma perda potencial de um dia para o outro de no máximo 5 milhões, porém ainda há 5% de chance de se perder mais do que isso de um dia para outro, pelo grau de confiança.

- **Modelo de precificação de ativos (CAPM)**

O CAPM é utilizado para precificar ativos de risco e gerar seus retornos esperados, dado o risco e o custo de capital dos mesmos. É um modelo que descreve a relação entre risco e retorno esperado de ativos, usualmente baseado no histórico.

Desta forma, de acordo com o CAPM o custo de capital equivale à taxa de rentabilidade esperada como compensação pelo risco de mercado ao qual o portfólio está exposto. Como resultado, o investidor obtém a taxa de retorno ou desconto esperada, que pode ser utilizada a fim de se encontrar o valor de um ativo.

O equacionamento se apresenta da seguinte forma:

$$R_i = R_f + \beta_i * (R_m - R_f)$$

Onde:

Ri = a taxa de retorno exigida para investir em um ativo específico

Rf = taxa de retorno dos ativos sem risco (custo de capital)

βi = nível de risco em um ativo específico (ou grau de volatilidade)

Rm = a taxa de retorno de uma carteira de mercado

O objetivo desta fórmula é avaliar se um ativo é avaliado de forma justa quando seu risco e o custo de capital são comparados ao seu retorno esperado.

· **Fronteiras Eficientes e Carteira de Mínima Variância (CVM)**

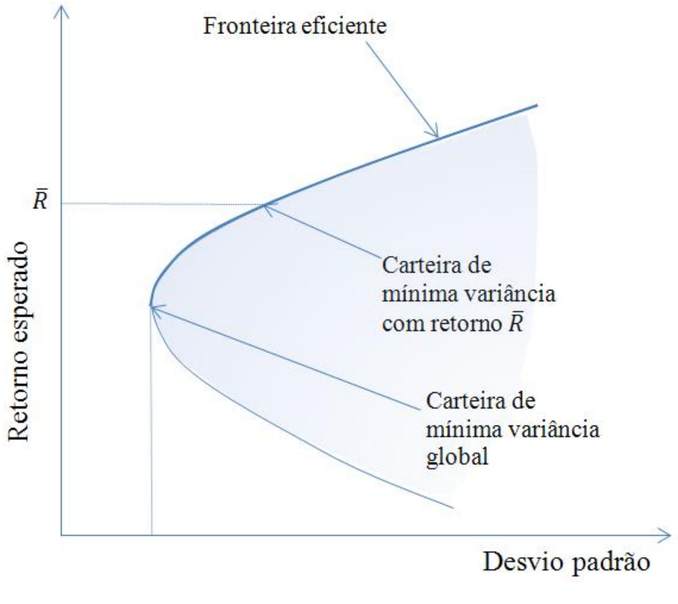
A fronteira eficiente, introduzida por Harry Markowitz em 1952, é o conjunto de carteiras ideais que oferecem o maior retorno esperado para um nível definido de risco ou o menor risco para um determinado nível de retorno esperado. Os portfólios que ficam abaixo da fronteira eficiente são abaixo do ideal, pois não fornecem retorno suficiente para o nível de risco. Os portfólios agrupados à direita da fronteira eficiente ficam abaixo do ideal, pois apresentam um nível de risco mais alto para a taxa de retorno definida.

Fronteiras eficientes são derivadas da análise da variância média, que tenta criar opções de investimento mais eficientes. O investidor típico prefere altos retornos esperados com baixa variação (princípio da dominância). A fronteira eficiente é construída de acordo com o uso de um conjunto de portfólios ideais que oferecem o maior retorno esperado para um nível de risco específico.

Ao se aplicar o princípio da dominância para todas as combinações possíveis de carteiras, chegamos a um dos pontos principais da teoria do portfólio de Markowitz: a "Carteira de Mínima Variância" (CMV).

O processo para encontrar a carteira de mínima variância (CMV) se resume em encontrar o portfólio ótimo através de um ponto de mínimo (derivada). Este portfólio será o de menor desvio-padrão dentre todas as combinações possíveis.

A partir da CMV, se forem marcados pontos em todas as combinações de ativos que possuem o menor nível de risco (desvio-padrão) para qualquer retorno superior ao da CMV, obtêm-se a "fronteira eficiente de Markowitz".



Fonte: https://www.wrprates.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente/#A_carteira_de_minima_variancia_e_a_fronteira_eficiente

c) Obtenção do risco da carteira hipotética:

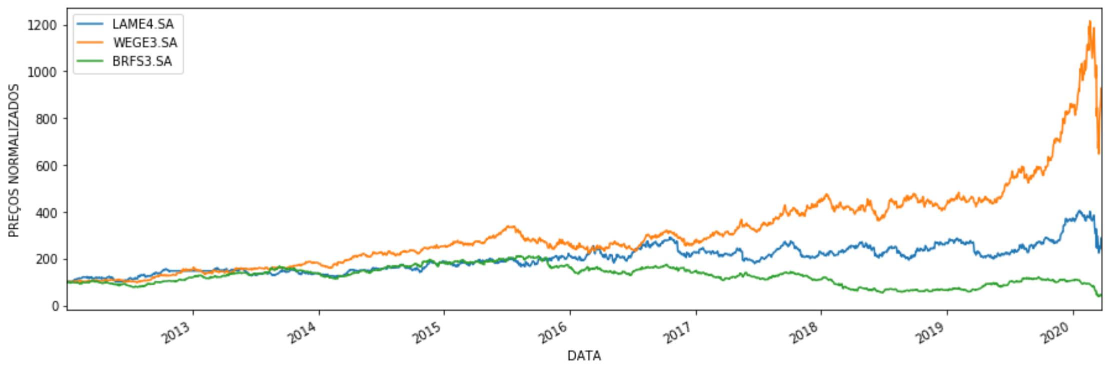
Passados os principais conceitos acerca da mensuração de riscos em um portfólio, alguns deles serão selecionados para a obtenção do risco da carteira hipotética fornecida:

BRFS3	20%
WEGE3	30%
LAME4	50%

Na abordagem quantitativa, de modo a facilitar os cálculos e a visualização das informações, os indicadores foram implementados em Python, mediante o uso de bibliotecas de manipulação e análise de dados, tais como: Pandas, Numpy, Matplotlib e Seaborn.

A análise partirá das cotações diárias dos 3 ativos e do Índice Ibovespa desde 01/01/2012 até o dia de hoje (29/03/2020), obtidas da fonte Yahoo Finance, tomando uma série temporal de aproximadamente 8 anos para a análise.

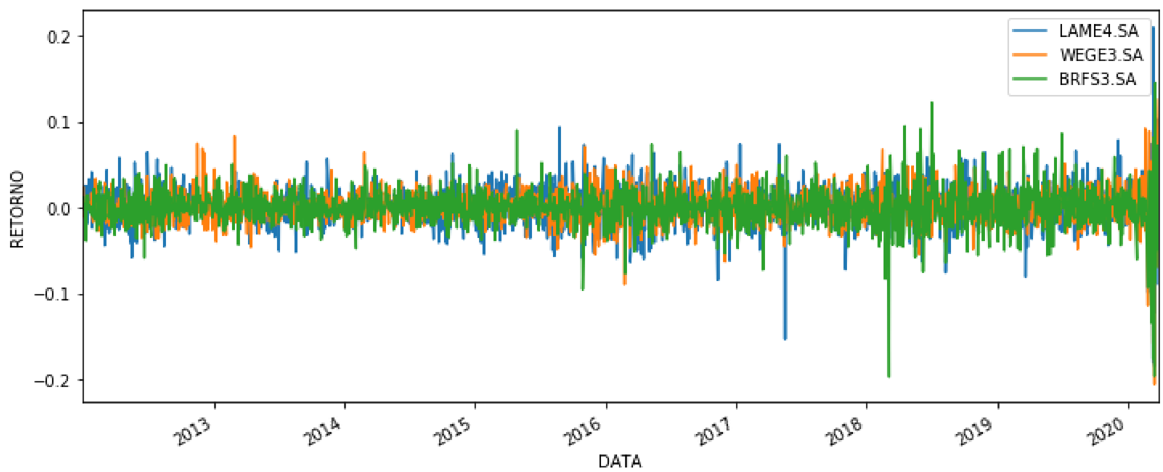
Figura: Cotações de cada ativo normalizadas



Fonte: Elaborado pelo autor

Foi possível extrair os retornos diários a partir das variações percentuais entre os dias de pregão.

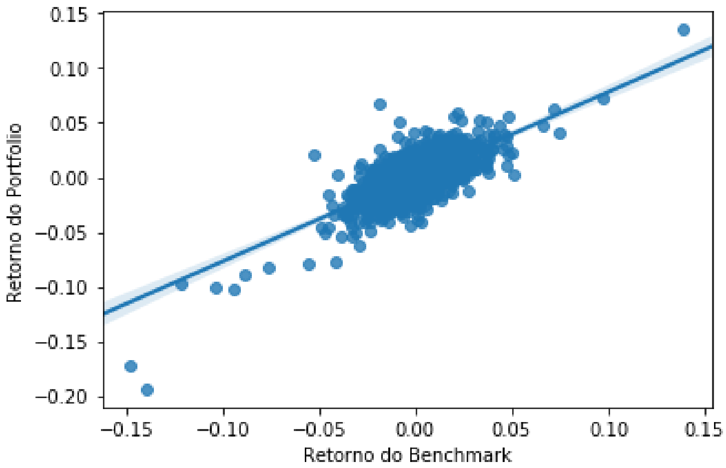
Figura: Retornos diários



Fonte: Elaborado pelo autor

Após obtidos os retornos diários de cada ação e do índice de benchmark (Ibovespa), podemos visualizar o gráfico de dispersão dos retornos de nosso portfólio versus os retornos de referência.

Figura: Retorno do Portfolio x Retorno do IBOV



Fonte: Elaborado pelo autor

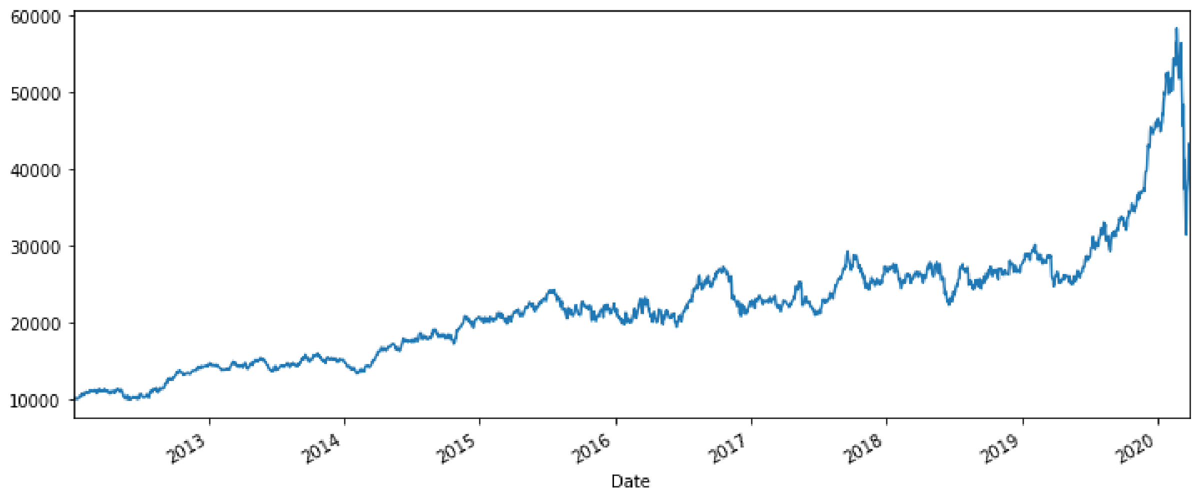
Será acrescentado ao conjunto de dados o retorno normalizado, a alocação da ação na carteira, e o valor da posição de cada ação, em cada dia. Além disso, para acompanhar a posição, será feita uma suposição de que o tamanho do portfólio seja 10 mil no primeiro dia.

Para cada dia, é possível saber qual é o valor da posição para cada uma das ações. Ademais, foi criada uma coluna para mostrar a soma de todas as posições, ou seja, a posição total.

A partir da posição total, pode-se ter uma ideia do que aconteceu com o valor do portfólio durante todos os dias do período.

Desde o início do período analisado (2012-hoje), o retorno da carteira foi de **301,07%**

Figura: Rentabilidade da Carteira desde seu início



Fonte: Elaborado pelo autor

Com o que foi obtido até agora, já é possível ter uma boa visualização do comportamento do portfólio de modo geral, todavia, seu risco poderá ser melhor mensurado através de medidas de volatilidade, obtidas por meio de funções estatísticas das bibliotecas.

Matriz de Covariâncias entre as ações, obtida a partir dos retornos diários:

	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
LAME4.SA	0.129343	0.043810	0.048706
WEGE3.SA	0.043810	0.091827	0.034362
BRFS3.SA	0.048706	0.034362	0.119599

Matriz de Correlação entre as ações, obtida da mesma forma que a anterior, alterando-se a função:

	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
LAME4.SA	1.000000	0.401995	0.391602
WEGE3.SA	0.401995	1.000000	0.327894
BRFS3.SA	0.391602	0.327894	1.00000

Variância do mercado (IBOV), obtida dos retornos diários do índice: 6,50%.

Variância do portfólio, calculada por meio do produto das matrizes de covariância com os pesos de cada ativo da carteira: 7,24%.

Já o **Desvio Padrão (Risco)** do Portfólio, é obtido pela raiz quadrada da variância: 26.91%.

No cálculo da proporção de Sharpe, é removido do retorno esperado do portfólio a taxa de um investimento sem risco. Divide-se o resultado pelo desvio padrão do portfólio. Atualmente, com taxas de juros relativamente baixas, assumiu-se a taxa livre de risco como sendo zero, pois se recebe muito pouco dinheiro se o deixar em um Tesouro Selic (um exemplo genérico de um ativo livre de risco).

Índice Sharpe (D): 4,899%

Anualiza-se a taxa de Sharpe, pois foi calculada a partir dos valores diários. Por convenção, adota-se 250 dias úteis de negociação no ano e multiplica-se o índice Sharpe pela raiz de 250.

Índice Sharpe Anualizado: 77,469%

d) Mitigação dos riscos em portfólios

Em busca de reduzir os riscos sobre a carteira, foi aplicado a teoria da fronteira eficiente de Markowitz, para rebalancear a carteira, de modo a atingir a mitigar os riscos, alcançando maiores retornos.

O algoritmo utilizado poderá ser encontrado no apêndice, ao final do documento.

De forma resumida, o algoritmo gera a seguinte tabela, mostrada até o índice 3, com um número pré-definido de portfólios a serem gerados, que no caso, foi de n = 50.000.

Os **Retornos**, **Volatilidade** e **Sharpe** foram calculados da mesma forma que da demonstrada na sessão anterior, porém, para cada uma das 50.000 linhas.

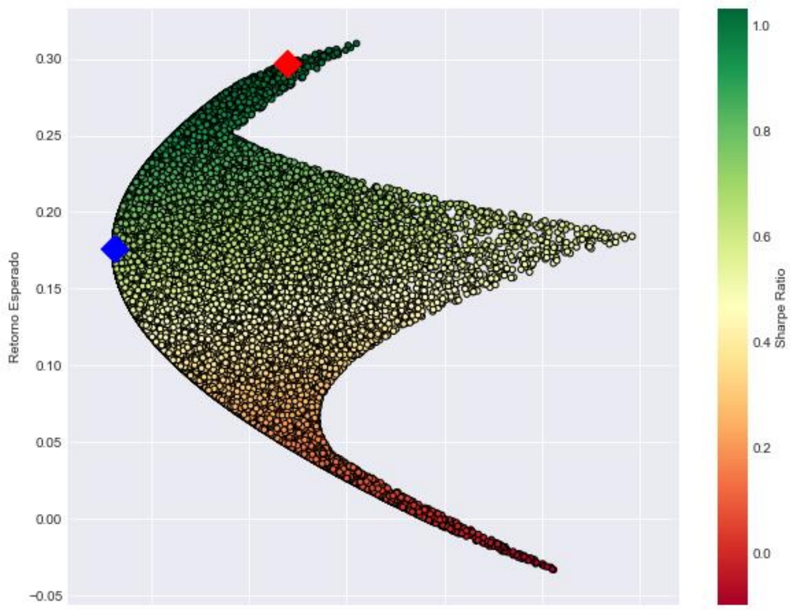
	Retornos	Volatilidade	Sharpe Ratio	Peso LAME4.SA	Peso WEGE3.SA	Peso BRFS3.SA
0	0.243618	0.273172	0.891813	0.462913	0.511562	0.025525
1	0.126552	0.260247	0.486276	0.101450	0.405323	0.493227
2	0.160208	0.253652	0.631608	0.159702	0.464909	0.375389
3	0.177363	0.252874	0.701391	0.173255	0.505544	0.321201

.

.

.

Com esses resultados, é possível gerar o gráfico contendo a fronteira eficiente, além dos pontos de **Maior Índice Sharpe** (**vermelho**) e de **Menor Volatilidade** (**azul**):



Seguem os detalhes dos 2 portfólios em destaque:

Menos Volátil

```
Retornos        0.176594
Volatilidade    0.252489
Sharpe Ratio    0.699412
Peso LAME4.SA   0.215889
Peso WEGE3.SA   0.476223
Peso BRFS3.SA   0.307888
```

Maior Índice Sharpe

```
Retornos        0.297166
Volatilidade    0.287869
Sharpe Ratio    1.032298
Peso LAME4.SA   0.109488
Peso WEGE3.SA   0.890070
Peso BRFS3.SA   0.000443
```

Nota-se um peso expressivo em WEG e desprezível em Brasil Foods na carteira com maior retorno, dado os bons retornos passados nos preços ação da WEG e as quedas consecutivas na ação da BRF, muito relacionado aos resultados anuais e fundamentos de ambas às empresas.

Outra alternativa na mitigação de risco, uma das mais conhecidas, é a diversificação do portfólio, envolvendo uma quantidade maior de ativos, que contenham por exemplo, valores mais baixos de Beta, correlação negativa, buscando menor volatilidade no investimento.

Visando gerar retornos mais altos, um portfólio precisa ter exposição a ativos de risco, que por sua vez, possuem maior volatilidade. A diversificação permite compensar a maior volatilidade dos ativos mais arriscados, incluindo instrumentos não correlacionados. A longo prazo, um portfólio diversificado de ativos terá menor volatilidade geral, mas cada classe de ativos ainda gerará seu próprio retorno ideal.

III. Referências

https://www.investopedia.com/articles/investing/032415/how-investment-risk-quantified.asp

https://www.investopedia.com/terms/r/riskmeasures.asp

https://catanacapital.com/blog/volatility-reduce-stock-portfolio-risk/

https://www.sunoresearch.com.br/artigos/alfa-de-jensen/

https://www.investopedia.com/terms/m/modernportfoliotheory.asp

http://clubedefinancas.com.br/materias/valor-em-risco/

https://www.investopedia.com/terms/e/efficientfrontier.asp

https://towardsdatascience.com/calculating-sharpe-ratio-with-python-755dcb346805

https://towardsdatascience.com/python-markowitz-optimization-b5e1623060f5

https://www.wrprates.com/teoria-de-markowitz-teoria-da-carteira-e-a-fronteira-eficiente/#A_carteira_de_minima_variancia_e_a_fronteira_eficiente

https://medium.com/python-data/assessing-the-riskiness-of-a-portfolio-with-python-6444c727c474

https://medium.com/python-data/effient-frontier-in-python-34b0c3043314

https://finance.yahoo.com/

https://catanacapital.com/blog/portfolio-risk-measure-manage-investment-portfolio/

https://blog.quantinsti.com/portfolio-management-strategy-python/

https://towardsdatascience.com/python-markowitz-optimization-b5e1623060f5

http://clubedefinancas.com.br/materias/valor-em-risco-de-indices-setoriais-na-bovespa/

http://gouthamanbalaraman.com/blog/calculating-stock-beta.html

https://medium.com/python-data/assessing-the-riskiness-of-a-single-stock-in-python-12f2c5bb85b2

In [1]:

```
# importação das bibliotecas
from pandas_datareader import data as wb
import pandas as pd
import numpy as np
import seaborn as sns
import matplotlib.pyplot as plt
%matplotlib inline
```

In [2]:

```
# Ações do Desafio

TickerA='LAME4.SA'
TickerB='WEGE3.SA'
TickerC='BRFS3.SA'
TickerD='^BVSP'     # mercado
prices = pd.DataFrame()
tickers = [TickerA, TickerB, TickerC, TickerD]

# Importando as cotações diárias do Yahoo Finance
for t in tickers:
    prices[t]=wb.DataReader(t, data_source='yahoo', start='2012-1-1')['Adj Close']


lame = prices.drop(columns = ['WEGE3.SA','BRFS3.SA', '^BVSP']).rename(columns={'LAME4.S
A': 'Preço'})
weg = prices.drop(columns = ['LAME4.SA','BRFS3.SA', '^BVSP']).rename(columns={'WEGE3.S
A': 'Preço'})
brf = prices.drop(columns = ['WEGE3.SA','LAME4.SA', '^BVSP']).rename(columns={'BRFS3.S
A': 'Preço'})
ibov = prices.drop(columns = ['WEGE3.SA','LAME4.SA', 'BRFS3.SA']).rename(columns={'^BVS
P': 'Preço'})

prices2 = prices #contem o IBOV
prices = prices.sort_values(by = ['Date'],ascending=True).drop(columns = '^BVSP')
prices.head()
```

Out[2]:

	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
Date			
2012-01-02	7.184129	4.082735	33.019550
2012-01-03	7.213193	4.179007	33.418934
2012-01-04	7.198660	4.200883	33.688293
2012-01-05	7.203507	4.227145	33.883343
2012-01-06	7.193813	4.179007	33.985516

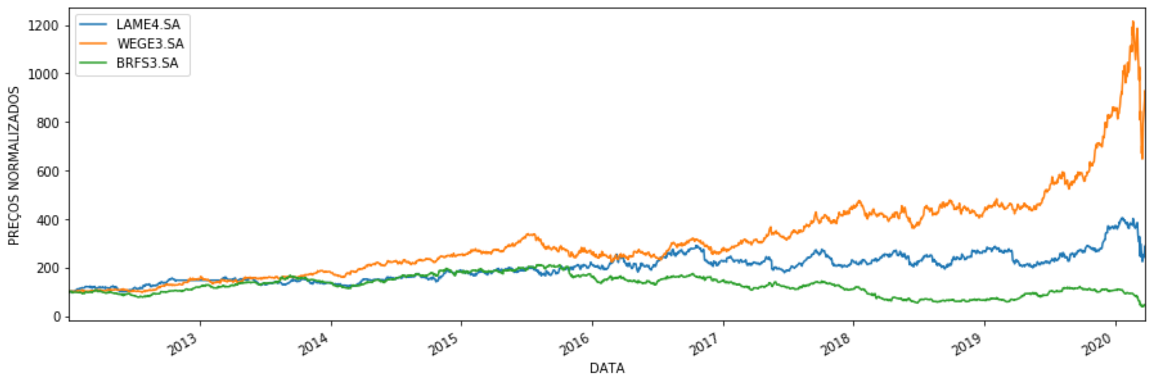
In [3]:

```
# Atribua pesos aos 3 ativos.

pesos = np.array([0.5, 0.3, 0.2])
print('Pesos:', pesos)
```

```
Pesos: [0.5 0.3 0.2]
```

In [4]:

```
# Gráfico com preços normalizados
price_norm = (prices/prices.iloc[0]*100)
price_norm.plot(figsize=(15,5))
plt.ylabel('PREÇOS NORMALIZADOS')
plt.xlabel('DATA')
plt.show()
```



Retornos e Evolução da Carteira

In [5]:

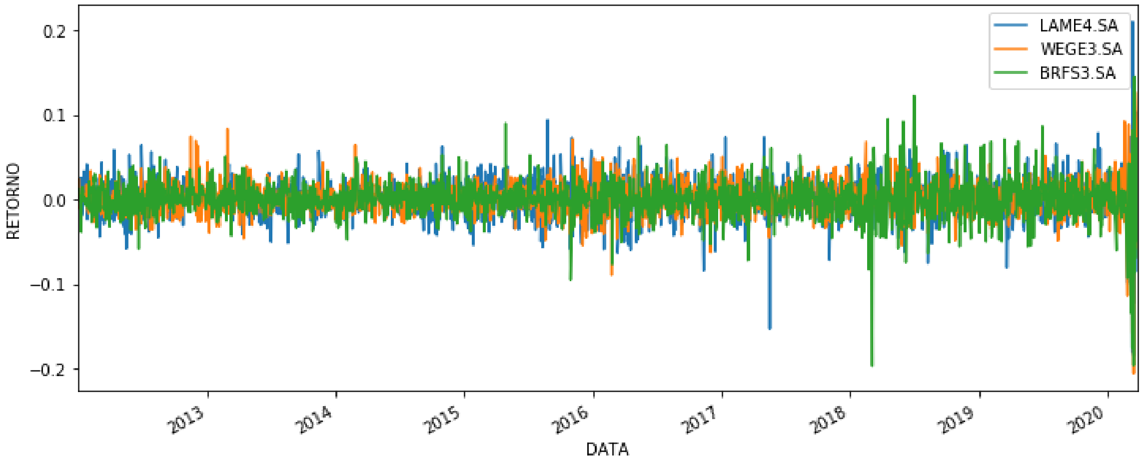
```
# Retornos diários

d_returns = prices.pct_change()
d_returns2 = prices2.pct_change()
returns_annual = d_returns.mean() * 250

ret_ibov = ibov['Preço'].pct_change()
ret_data = prices.pct_change()
ret_port = (ret_data * pesos).sum(axis = 1)
ret_data.head()
```

Out[5]:

	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
Date			
2012-01-02	NaN	NaN	NaN
2012-01-03	0.004046	0.023580	0.012095
2012-01-04	-0.002015	0.005235	0.008060
2012-01-05	0.000673	0.006251	0.005790
2012-01-06	-0.001346	-0.011388	0.003015

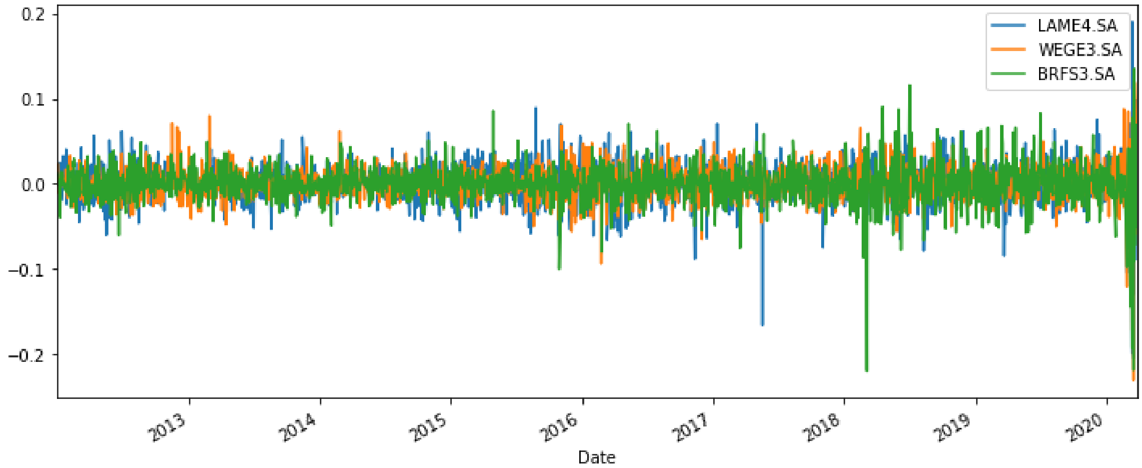
In [6]:

```
# Retornos diários

ret_data.plot(figsize=(12,5))
plt.xlabel('DATA')
plt.ylabel('RETORNO')
plt.show()
```



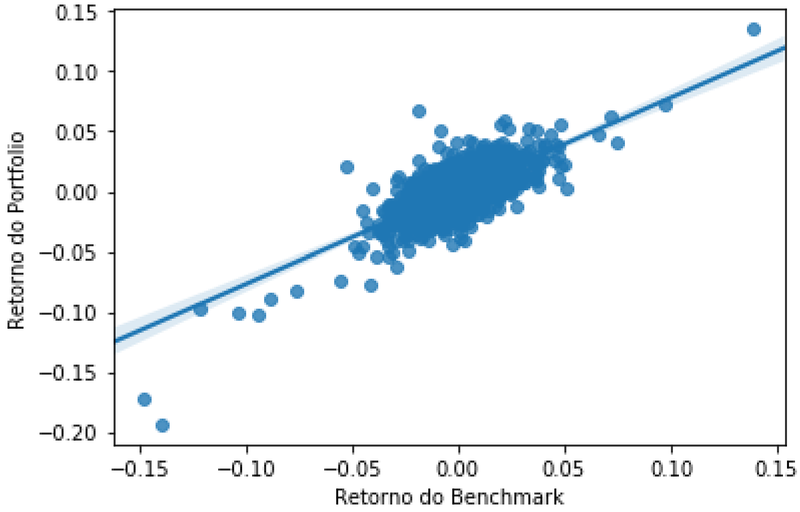
In [7]:

```
# Retornos Logarítmicos

log_returns = np.log(prices/prices.shift(1))
log_returns.plot(figsize=(12,5))
plt.show()
```



In [8]:

```
sns.regplot(ret_ibov.values, ret_port.values)
plt.xlabel("Retorno do Benchmark")
plt.ylabel("Retorno do Portfolio")
plt.show()
```



In [9]:

```
# Evolução da Carteira

for stock_df in (lame, weg, brf):
    stock_df['Norm return'] = stock_df['Preço'] / stock_df.iloc[0]['Preço']
for stock_df, allocation in zip((lame, weg, brf),[.5,.3,.2]):
    stock_df['Allocation'] = stock_df['Norm return'] * allocation
for stock_df in (lame, weg, brf):
    stock_df['Position'] = stock_df['Allocation']*10000

all_pos = [lame['Position'], weg['Position'], brf['Position']]

# Evolução do portfolio

portf_val = pd.concat(all_pos, axis=1)
portf_val.columns = ['LAME Pos','WEG Pos','BRF Pos']
portf_val['Total Pos'] = portf_val.sum(axis=1)
portf_val.head()
```

Out[9]:

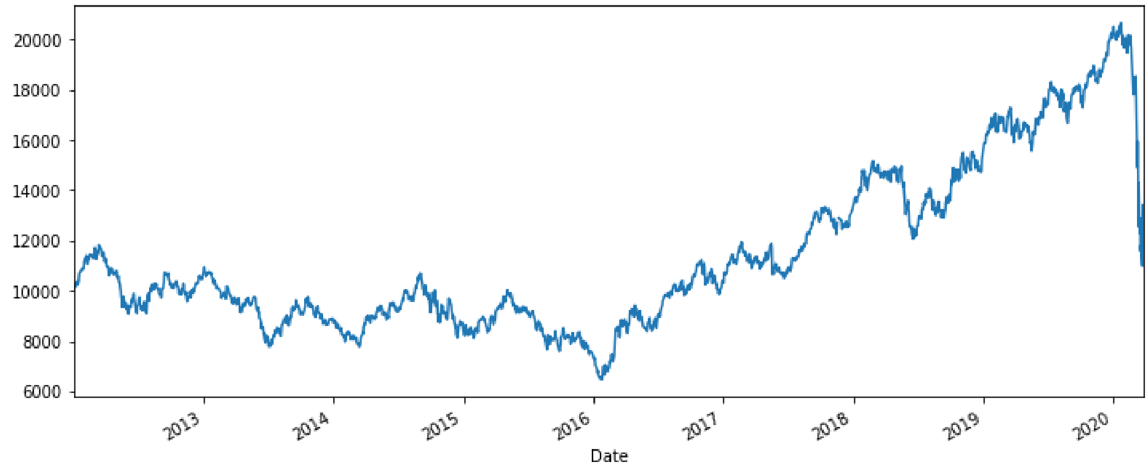
Date	LAME Pos	WEG Pos	BRF Pos	Total Pos
2012-01-02	5000.000000	3000.000000	2000.000000	10000.000000
2012-01-03	5020.228047	3070.740808	2024.190732	10115.159586
2012-01-04	5010.113691	3086.815572	2040.505890	10137.435154
2012-01-05	5013.487134	3106.112438	2052.320060	10171.919632
2012-01-06	5006.740249	3070.740808	2058.508687	10135.989743

In [10]:

```
# Rentabilidade do Bench

ibov_norm = (ibov/ibov.iloc[0]*10000)
ibov_norm['Preço'].plot(figsize=(12,5))
```

Out[10]:

```
<matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x26c6b2704a8>
```



In [11]:

```
cumulative_return = 100 * ( ibov_norm['Preço'] [-1 ] / ibov_norm['Preço'][0]-1)
print('O seu retorno cumulativo foi {:.2f}% '.format(cumulative_return))
```

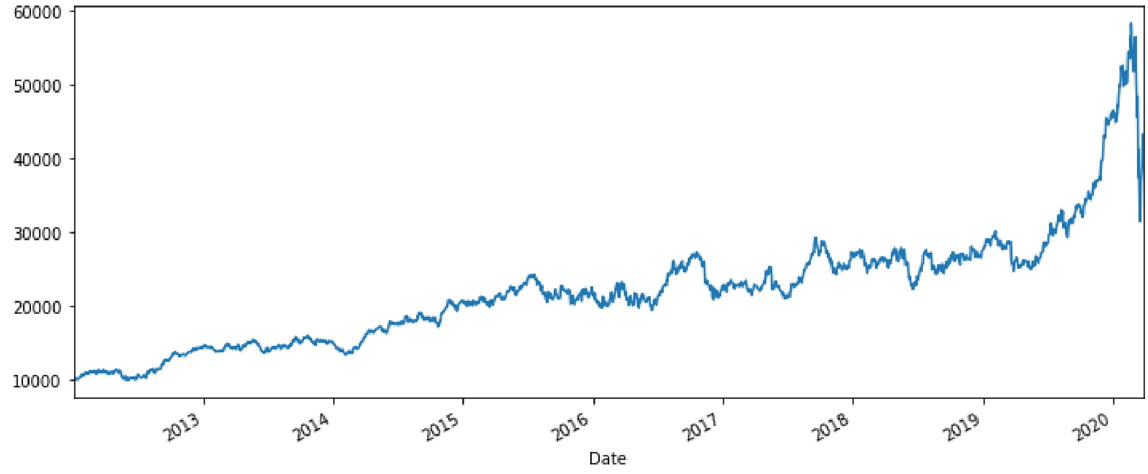
```
O seu retorno cumulativo foi 26.98%
```

In [12]:

```
# Rentabilidade do portfolio
portf_val['Total Pos'].plot(figsize=(12,5))
```

Out[12]:

```
<matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x26c6b277be0>
```



In [13]:

```
cumulative_return = 100 * ( portf_val [ 'Total Pos' ] [-1 ] / portf_val ['Total Pos'][0
]-1)
print('O seu retorno cumulativo foi {:.2f}% '.format(cumulative_return))
```

```
O seu retorno cumulativo foi 304.78%
```

In [14]:

```
# Posição hoje
portf_val.tail(1)
```

Out[14]:

	LAME Pos	WEG Pos	BRF Pos	Total Pos
Date				
2020-03-27	13279.27196	26298.547695	900.678522	40478.498177

Índice Sharpe

In [15]:

```
portf_val['Daily Return'] = portf_val['Total Pos'].pct_change(1)
Sharpe_Ratio = portf_val['Daily Return'].mean()/portf_val['Daily Return'].std()
print('Índice Sharpe (D): ' + str(Sharpe_Ratio))
```

```
Índice Sharpe (D): 0.04929774685401003
```

In [16]:

```
A_Sharpe_Ratio = (250**0.5)*Sharpe_Ratio
print('Índice Sharpe Anualizado: ' + str(A_Sharpe_Ratio))
```

```
Índice Sharpe Anualizado: 0.7794658178653596
```

Variância, Covariância, Desvio Padrão e Correlação

In [17]:

```
# Construa uma matriz de covariância para os retornos diários do portfólio com o método
.cov ()

cov_matrix_d = ret_data.cov()

# Anualize a matriz de covariância diária com os 250 dias de negociação padrão

cov_matrix_a = cov_matrix_d * 250
cov_matrix_a
```

Out[17]:

	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
LAME4.SA	0.129260	0.043659	0.048673
WEGE3.SA	0.043659	0.091649	0.034267
BRFS3.SA	0.048673	0.034267	0.119599

In [18]:

```
# Variância do mercado
var_m = ret_ibov.var()*250
print('Variancia do mercado (IBOV): ' + str(round(var_m*100, 4)) + '%')
```

```
Variancia do mercado (IBOV): 6.4979%
```

In [19]:

```
# Calcular a variância com a fórmula

port_variance = np.dot(pesos.T, np.dot(cov_matrix_a, pesos))

print('Variancia: ' + str(round(port_variance, 4) * 100) + '%')
```

```
Variancia: 7.23%
```

In [20]:

```
# O desvio padrão de um portfólio é apenas a raiz quadrada de sua variação

print('Desvio Padrão (Risco): '+ str(round(np.sqrt(port_variance)*100,2)) + '%')
```

```
Desvio Padrão (Risco): 26.89%
```

In [21]:

```
# Matriz de correlação dos retornos diários

ret_data.corr()
```

Out[21]:

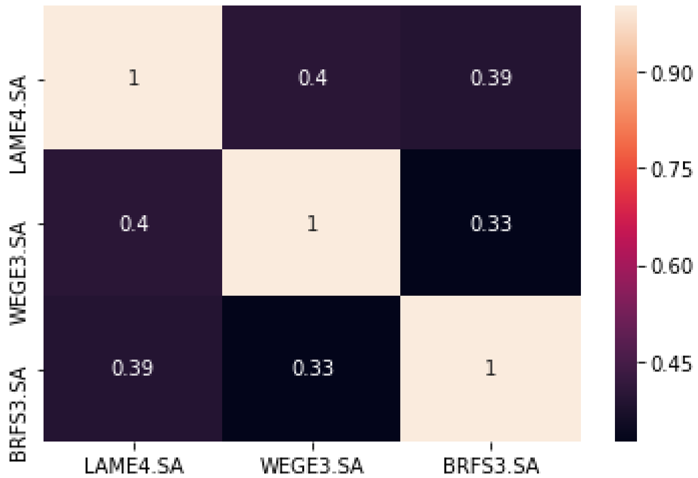
	LAME4.SA	WEGE3.SA	BRFS3.SA
LAME4.SA	1.000000	0.401118	0.391467
WEGE3.SA	0.401118	1.000000	0.327299
BRFS3.SA	0.391467	0.327299	1.000000

In [22]:

```
sns.heatmap(ret_data.corr(), annot=True)
```

Out[22]:

```
<matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x26c6b1a8be0>
```

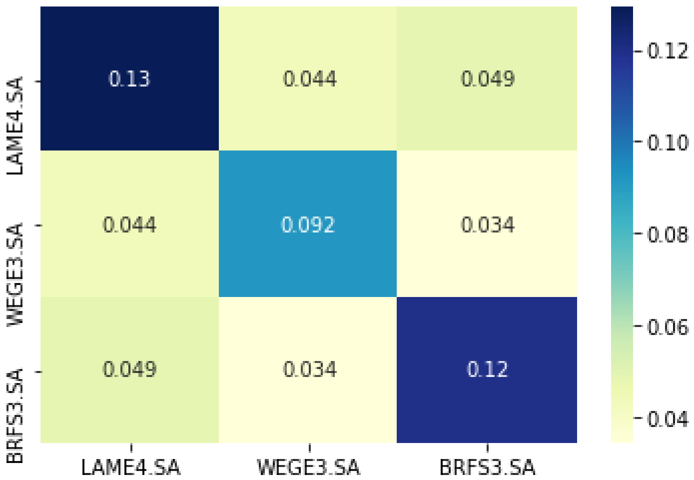


In [23]:

```
sns.heatmap(cov_matrix_a, annot=True, cmap="YlGnBu")
```

Out[23]:

```
&lt;matplotlib.axes._subplots.AxesSubplot at 0x26c6aff7c88&gt;
```



Markowitz

In [24]:

```python
# empty lists to store returns, volatility and weights of imiginary portfolios
port_returns = []
port_volatility = []
sharpe_ratio = []
stock_weights = []

tickers = [TickerA, TickerB, TickerC]

#set random seed for reproduction's sake
np.random.seed(101)
num_portfolios = 50000
num_assets = len(tickers)

# populate the empty lists with each portfolios returns,risk and weights
for single_portfolio in range(num_portfolios):
    weights = np.random.random(num_assets)
    weights /= np.sum(weights)
    returns = np.dot(weights, returns_annual)
    volatility = np.sqrt(np.dot(weights.T, np.dot(cov_matrix_a, weights)))
    sharpe = returns / volatility
    sharpe_ratio.append(sharpe)
    port_returns.append(returns)
    port_volatility.append(volatility)
    stock_weights.append(weights)


# a dictionary for Returns and Risk values of each portfolio
portfolio = {'Retornos': port_returns,
             'Volatilidade': port_volatility,
             'Sharpe Ratio': sharpe_ratio}

# extend original dictionary to accomodate each ticker and weight in the portfolio
for counter,symbol in enumerate(tickers):
    portfolio['Peso '+symbol] = [Weight[counter] for Weight in stock_weights]


# make a nice dataframe of the extended dictionary
df = pd.DataFrame(portfolio)
df.head()
```

Out[24]:

	Retornos	Volatilidade	Sharpe Ratio	Peso LAME4.SA	Peso WEGE3.SA	Peso BRFS3.SA
0	0.244547	0.272917	0.896048	0.462913	0.511562	0.025525
1	0.127163	0.260086	0.488926	0.101450	0.405323	0.493227
2	0.160929	0.253454	0.634945	0.159702	0.464909	0.375389
3	0.178147	0.252658	0.705092	0.173255	0.505544	0.321201
4	0.125915	0.260667	0.483049	0.094100	0.406421	0.499480

In [25]:

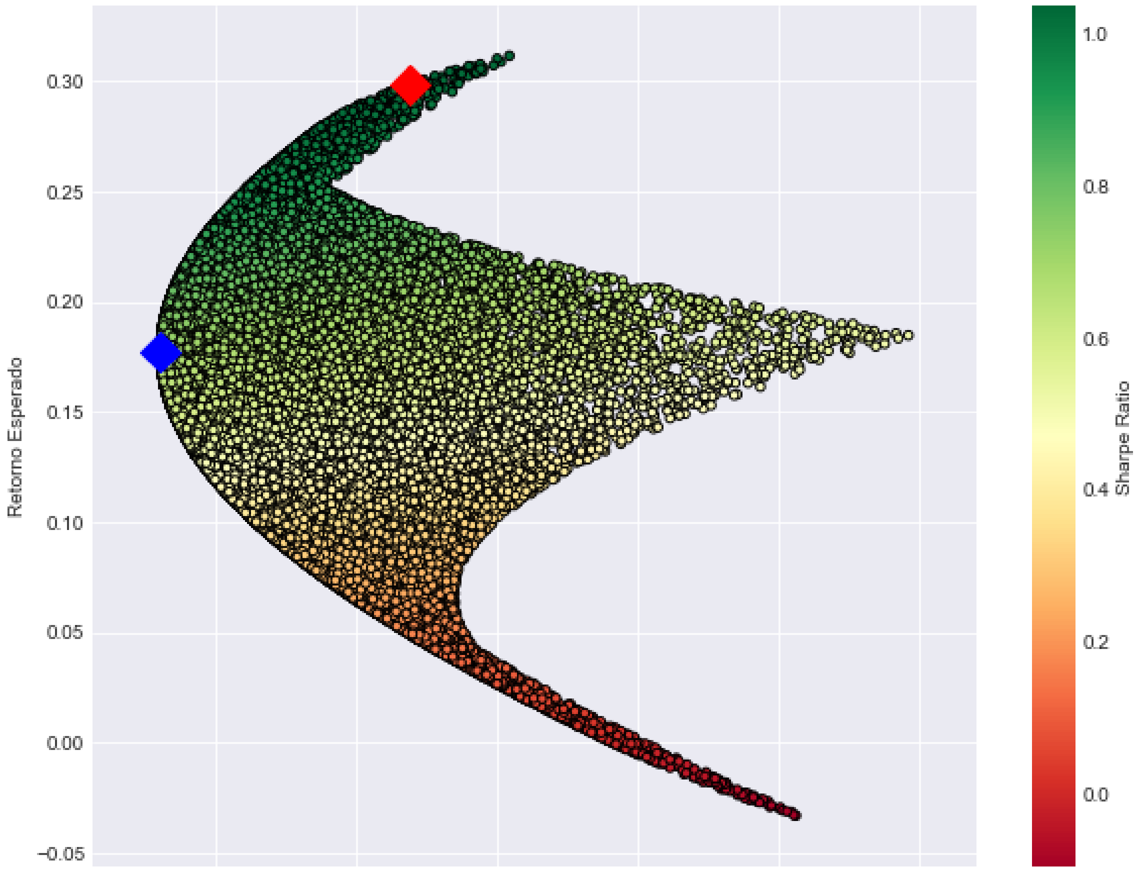
```
len(df)
```

Out[25]:

```
50000
```

In [26]:

```
# find min Volatility & max sharpe values in the dataframe (df)

min_volatility = df['Volatilidade'].min()

max_sharpe = df['Sharpe Ratio'].max()


# use the min, max values to locate and create the two special portfolios
sharpe_portfolio = df.loc[df['Sharpe Ratio'] == max_sharpe]
min_variance_port = df.loc[df['Volatilidade'] == min_volatility]


# plot frontier, max sharpe & min Volatility values with a scatterplot
plt.style.use('seaborn-dark')
df.plot.scatter(x='Volatilidade', y='Retornos', c='Sharpe Ratio',
                cmap='RdYlGn', edgecolors='black', figsize=(10, 8), grid=True)

plt.scatter(x=sharpe_portfolio['Volatilidade'], y=sharpe_portfolio['Retornos'], c='red'
, marker='D', s=200)
plt.scatter(x=min_variance_port['Volatilidade'], y=min_variance_port['Retornos'], c='bl
ue', marker='D', s=200 )
plt.xlabel('Volatilidade (Desv. Padrão)')
plt.ylabel('Retorno Esperado')
#plt.title('Fronteira Eficiente')
plt.show()
```



Retorno Esperado
0.30
0.25
0.20
0.15
0.10
0.05
0.00
−0.05
Sharpe Ratio
1.0
0.8
0.6
0.4
0.2
0.0

In [27]:

```
# print the details of the 2 special portfolios

print(min_variance_port.T)
print('\n')
print(sharpe_portfolio.T)
```

```
                    3542
Retornos        0.177357
Volatilidade    0.252276
Sharpe Ratio    0.703028
Peso LAME4.SA   0.215889
Peso WEGE3.SA   0.476223
Peso BRFS3.SA   0.307888


                   44063
Retornos        0.298454
Volatilidade    0.287571
Sharpe Ratio    1.037845
Peso LAME4.SA   0.109488
Peso WEGE3.SA   0.890070
Peso BRFS3.SA   0.000443
```

In [28]:

```
print("O retorno máximo esperado é de: ",str(round(sharpe_portfolio['Retornos']*100,3))
+"%") # Maior retorno
```

```
O retorno máximo esperado é de:  44063    29.845
Name: Retornos, dtype: float64%
```

In [29]:

```
print("Os valores ótimos % de cada ativo são:\n",
      "\nLAME4:", str(round(sharpe_portfolio['Peso LAME4.SA']*100, 3))+"%",
      "\nWEGE3:", str(round(sharpe_portfolio['Peso WEGE3.SA']*100, 3))+"%",
      "\nBRFS3:", str(round(sharpe_portfolio['Peso BRFS3.SA']*100, 3))+"%")
```

```
Os valores ótimos % de cada ativo são:

LAME4: 44063    10.949
Name: Peso LAME4.SA, dtype: float64%
WEGE3: 44063    89.007
Name: Peso WEGE3.SA, dtype: float64%
BRFS3: 44063    0.044
Name: Peso BRFS3.SA, dtype: float64%
```

In [ ]:

```

```