

Vaja 16

VRTENJE IN VZTRAJNOSTNI MOMENT TELESA

Togo telo, ki je vrtljivo okoli nepremične osi, se vrti enakomerno pospešeno, če deluje nanj konstanten navor v smeri osi. Kotni pospešek α in navor M sta sorazmerna:

$$J\alpha = M. \quad (16.1)$$

Pri tem je J vztrajnostni moment telesa okoli dane osi, ki ga določa porazdelitev mase telesa Δm_i glede na oddaljenost od osi vrtenja r_i po formuli

$$J = \sum_i r_i^2 \Delta m_i \Rightarrow \int_V r^2 dm = \int_V \rho(r) r^2 dV, \quad (16.2)$$

kjer je $\rho(r)$ gostota na mestu r . Tako je vztrajnostni moment valjastega kolesa z radijem R glede na lastno os enak

$$J = \frac{1}{2} m R^2. \quad (16.3)$$

Kadar pa se vrti okoli osi, ki je vzporedna lastni, toda premaknjena za R_p , dobimo iz enačbe (16.2) vztrajnostni moment kot

$$J = \frac{1}{2} m R^2 + m R_p^2. \quad (16.4)$$

Okoli vodoravne osi vrtljivo kolo poganjamo z utežjo preko vrvic, ki je navita na jermenico z radijem r_j . Utež se giblje s pospeškom

$$a = g - T/m_u, \quad (16.5)$$

kjer sila T napenja vrvico in povzroča na kolesu navor $r_j T$. Kotni pospešek kolesa dobimo iz zveze

$$J\alpha = r_j m_u (g - a) = m_u (r_j g - r_j^2 \alpha) \quad (16.6)$$

ali

$$(J + r_j^2 m_u) \alpha = r_j m_u g \quad (16.7)$$

kjer je J skupni vztrajnostni moment kolesa, jermenice in morebitnih dodatkov pritrjenih na kolo.

Poglejmo še, kako je z izrekom o kinetični energiji pri tem poskusu! Spočetka kolo in utež mirujeta. Ko se spusti utež za višino h , se kolo vrti s kotno hitrostjo ω . Kinetična energija sistema je enaka spremembi potencialne energije uteži

$$m_u g h = J \frac{\omega^2}{2} + \frac{m_u v_u^2}{2} \quad (16.8)$$

kjer predstavlja zadnji člen kinetično energijo uteži. Odtod dobimo enačbo:

$$\frac{1}{2} [J + m_u r_j^2] \omega^2 = m_u g h. \quad (16.9)$$

16.1 Naloga

1. Preveri, da je vrtenje, ki ga povzroča konstanten navor, enakomerno pospešeno in iz pospeška določi vztrajnostni moment praznega kolesa.
2. Iz pospeška določi vztrajnostni moment priprave, potem ko si vpel manjši kolesi najprej
 - (a) togo in potem
 - (b) gibljivo v kroglična ležaja.

Izračunaj nova vztrajnostna momenta še iz podatkov za manjši kolesi in obe vrednosti primerjaj!

3. Preveri veljavnost izreka o kinetični energiji.

16.2 Potrebščine

1. Kolo z jermenico,
2. dva para manjših koles,
3. uteži,
4. vrvica,
5. detektor časovnih intervalov (optična vrata),
6. zapisovalnik rezultatov (računalnik z ustreznim vmesnikom).

16.3 Navodilo

1. Vključi računalnik! Zareze na obodu vrteče plošče prekinjajo snop infrardeče svetlobe v optičnih vratih. Kotno hitrost plošče določimo z merjenjem časa

med prekinitvami snopa. Sunki padca napetosti na fotocelici se spreminjajo v intervalih $\Delta t = \frac{N}{\nu}$, kjer je N število zarez na obodu, ν pa je frekvenca vrtenja plošče. Intervale merimo s pomočjo vmesnika na računalniku. Svetlobna vrata morajo biti s kablom povezana z digitalnim vhodom (DIG/SONIC 1) merilnega vmesnika LabPro, Varnier. Električno omrežje napaja merilni vmesnik. Ko vključimo napetost, se na vmesniku prižge nekaj kontrolnih lučk, nato pa je pripravljen. Vmesnik mora biti s kablom povezan z vhodom USB na računalniku. Preverite ali so vse priprave pravilno povezane. Nato poženite program **Logger Pro 3.1**. Program načeloma sam prepozna merilni senzor. To lahko preverimo tako, da z ukazom **Experiment/Show Sensors (LabPro)** odpremo okno **Sensors**, v katerem je spisek senzorjev, vsi preklučki merilnika in vsi sezorji, ki so priključeni na vhode vmesnika. (Isto okno odpremo, če kliknemo ikono **LabPro** (druga ikona z desne v orodni vrstici). V okencu, ki ustreza vhodu DIG/SONIC 1 mora biti ikona svetlobnih vrat (**Photogate**). Če je ni, jo poiščite v desnem oknu **Digital Sensors** in jo prenesite v pravo okence (na tisti vhod, na katerega je senzor priključen). Potem kliknite **Close** in v delovnem oknu programa boste videli na levi tabelo z dvema stolpcema: **Time (s)** in **GateState**. Na desni je graf, ki kaže stanje vrat v odvisnosti od časa. Merilniku določite hitrost in čas zajema podatkov z ukazom **Experiment/Data Collection**. Odpre se okno **Data Collection** (isto okno odprete s klikom na ikono na kateri je narisana ura - to je tretja ikona z desne v orodni vrstici). Način zajema podatkov (**Mode**) pustite takega kot je (**Time Based**). Trajanje meritve (**Length**) nastavite tako, kot potrebujete (par sekund je običajno dovolj). Pogostost merjenja (**Sample Rate**) naj bo vsaj 1000. Pri zelo dolgih časih merjenja so pri prepogostem zajemu možne težave s spominom. Ko vnesete željene vrednosti, kliknite **Done**. Meritev poženete z ukazom **Experiment/Start Collection**, s pritiskom na tipko **F11** ali pa s klikom na ikono **Collect** (prva z desne v orodni vrstici). V tabelo se zapišejo časi, ob katerih se optična vrata zaprejo in odprejo. Podatke iz tabele lahko shranite v tekstovno datoteko z ukazom **File/Export as Text...** Podatke lahko naprej obdelujete s programom, ki vam je najbolj pri srcu, ali pa računate na roko. Merilnik omogoča neposredno merjenje hitrosti (in s pravo pretvorbo tudi kotne hitrosti). Kdor hoče lahko opravi ustrezne nastavitve in si olajša obdelavo podatkov. V pomoč so na mizi priložena navodila.

Ko poženeš program, z roko zavrti kolo s hitrostjo, ki bo približno tolikšna, kot jo bo imelo kolo, ko ga boš poganjal z navorom obešenih uteži. Trajanje meritve nastavi tako, da bo merilnik preštel kakih 1000 časovnih intervalov. Meritev posnemi v datoteko na svoj gibki disk, in jo ustrezno poimenuj. Iz pojemka vrtenja boš kasneje določil navor trenja kolesa.

2. Navij vrvico na jermenico in obesi na konec vrvice utež! Sproži meritev in

izpusti utež, da bo prosto padala. Ponovno ustrezno preimenuj datoteko z rezultati in si jo presnemi na disketo. Meritev ponovi vsaj trikrat!

Na konec vrvice obesi še utež z dvakrat večjo maso in vse meritve še enkrat ponovi.

3. Mala kolesa togo vpni v izvrtini na večjem kolesu in ponovi meritve iz prejšnje naloge.
4. Mala kolesa vpni gibljivo v oba kroglična ležaja in ponovi meritve kot prej. Iz podatkov o masi in radiju malih koles ter njihovem položaju izračunaj skupni vztrajnostni moment za oba primera in ju primerjaj z izmerjenimi.
5. Za eno od merjenj z računom preveri veljavnost izreka o kinetični in potencialni energiji.