



1.0



Visión teórica del aislamiento de un elemento constructivo: Pared Simple

Sergi Soler Rocasalbas

Gerente de Àurea Ingeniería Acústica

Sergi@aurea-acustica.com



- **ESTRUCTURA DE LA PRESENTACIÓN:**
 - Definición del aislamiento
 - El concepto del aislamiento
 - Su cuantificación: índices evaluadores
 - Uso de sus valores numéricos
 - La pared simple
 - 1ª Aproximación: La pared simple, homogénea e infinita.
 - 2ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea e infinita.
 - Base teórica de vibración de paneles infinitos
 - 3ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea y finita.
 - Base teórica de vibración de paneles finitos
 - **CONCLUSIONES:** Repercusión de las características de la pared sobre su aislamiento.
 - La pared doble

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **EL CONCEPTO “AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO”:**

Cuando la perturbación del medio, representada por un frente de ondas, incide sobre las paredes de una sala que se halla conectada a otra por una pared común, éstas se ponen en **movimiento vibratorio** radiando energía hacia la sala receptora.

Higini Arau, *ABC de la acústica arquitectónica*.

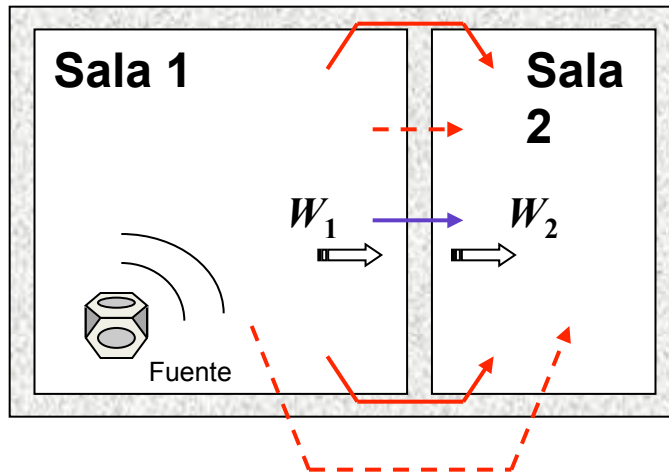
El aislamiento es la oposición de la pared a que esto suceda.

Consideraciones remarcables:

- La pared vibra porque se la excita acústicamente por una de sus caras (transducción acústico-vibracional).
- Por la otra cara la pared es un objeto en movimiento, por lo que radia ondas acústicas (transducción vibro-acústica).
- La facilidad o oposición a vibrar que presenta una pared depende de características como su masa, su elasticidad, su forma, sus dimensiones ...

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **EL CONCEPTO “AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO”:**
 - El aislamiento no va a acabar dependiendo solo de la pared divisoria (transmisión directa), veremos que hay otros caminos (transmisiones indirectas) por donde se puede transmitir energía de una sala a otra.



**Transmisión a través
de la muestra**

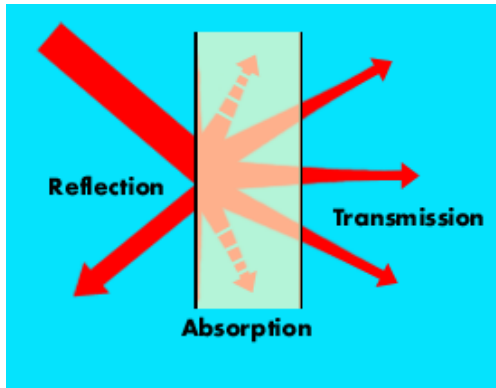
**Transmisión a través de
elementos laterales u
otros componentes.**

Esto ocasiona una gran diferencia entre el aislamiento que ofrece una solución constructiva en laboratorio y en su instalación *in situ*.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- EL CONCEPTO “AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO”:
 - No confundir **absorción** con **transmisión** de energía, una pared puede absorber y transferir a la vez:

$$E_{\text{Incidente}} = E_{\text{Reflejada}} + E_{\text{Absorbida}} + E_{\text{Transmitida}}$$

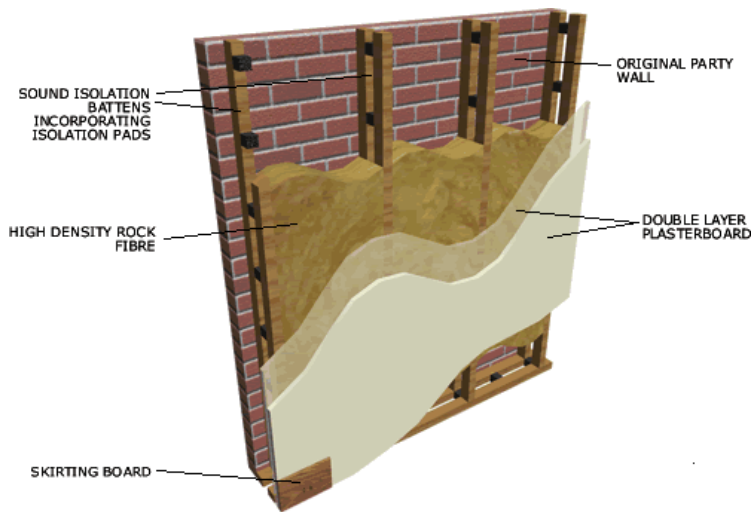


Desde el punto de vista del **acondicionamiento acústico** la energía transmitida computaba como energía absorbida por la pared. Esto es porque de cara al interior de recinto ambas son energías perdidas (que no se reflejan).

En **aislamiento acústico** hay que discernirlas.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **EL CONCEPTO “AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO”:**
 - No todas las paredes van a ser homogéneas, vamos a encontrarnos con paredes compuestas por diferentes elementos, p.e. puertas, ventanas, ...
 - Cada elemento podrá ser simple (una sola capa) o múltiple (dobles o triples capas).

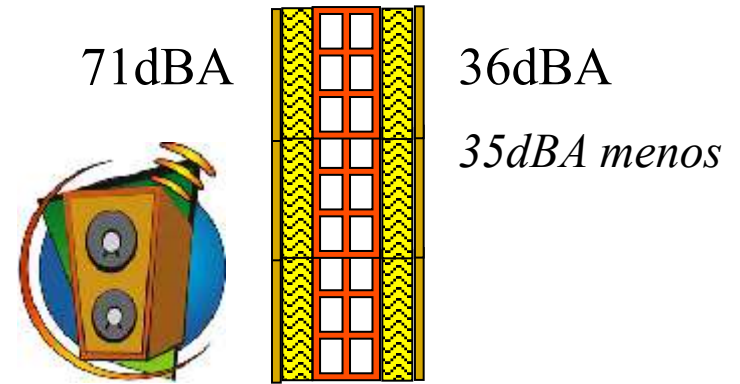
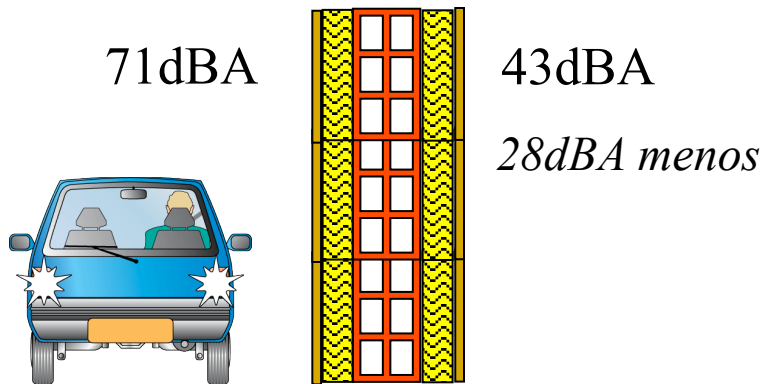


Una solución muy común para incrementar el aislamiento de una partición simple es hacerle una segunda capa, esto se llama **TRASDOSAR**.

El problema de esta solución es la pérdida de superficie útil de la planta de la habitación.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **EL CONCEPTO “AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO”:**
 - El aislamiento que presenta la pared será función de la frecuencia (o contenido espectral) de la onda acústica que en ella incida.



Esto dificultará la cuantificación de este fenómeno.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **CUANTIFICACIÓN DEL AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO:**

Buscamos un índice de aislamiento que cuantifique el aislamiento ofrecido por una solución constructiva dada.

A efectos prácticos, para consultoría acústica, nos interesaría que se tratara de un único número que restado al nivel SPL incidente nos diera el nivel SPL que cabe esperar en el recinto receptor.

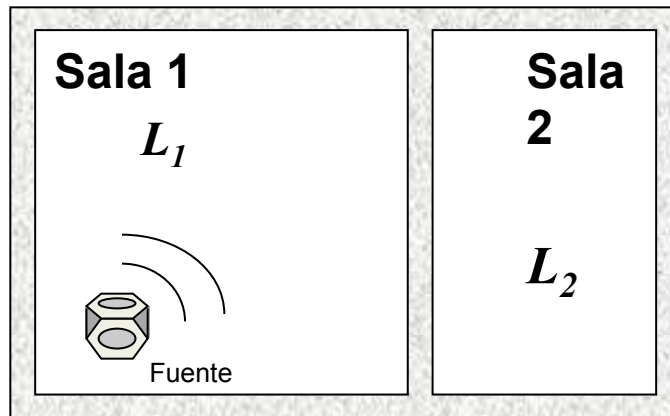
A priori, esto parece inviable por dos razones:

- 1.- Como acabamos de ver este índice solo sería válido para una frecuencia o un espectro de ruido en concreto.
- 2.- Como el nivel SPL de un recinto depende de su reverberación, este índice solo sería válido para recintos receptores con un TR determinado.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- CUANTIFICACIÓN DEL AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO:

Aún y estos problemas este índice existe y se llama Noise Reduction (NR) o Diferencia de niveles bruta (D):



Diferencia de niveles bruta:

$$D = L_1 - L_2$$

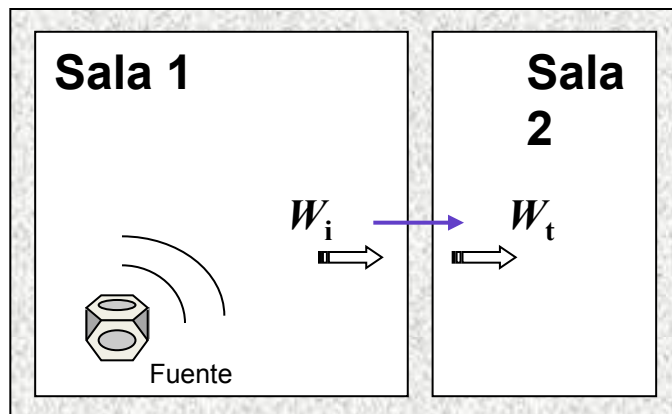
Esta Diferencia de niveles bruta es muy fácil de medir pero **no cuantifica el aislamiento de una solución constructiva**, sino el aislamiento de la solución constructiva frente a un determinado ruido y con un acondicionamiento acústico del recinto receptor en concreto.

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **CUANTIFICACIÓN DEL AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO:**

Para caracterizar el aislamiento del elemento independientemente del acondicionamiento del recinto receptor hay que definir el índice de aislamiento como una relación de potencias.

Así se define la Transmission Loss (TL) o Índice de Reducción sonora (R):



$$R = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{1}{\tau} \right) = 10 \cdot \log_{10} \left(\frac{W_i}{W_t} \right)$$

Donde τ se llama Factor de Transmisión:

$$\tau = \frac{W_t}{W_i}$$

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **CUANTIFICACIÓN DEL AISLAMIENTO ACÚSTICO AL RUIDO AÉREO:**

Este índice sigue dependiendo de la frecuencia, por lo que se calcula/mide siempre en bandas de octava o tercios de octava.

Es un índice ideal para comparar el aislamiento que ofrecen diferentes materiales pues solo depende del material en sí, no del acondicionamiento del entorno acústico en el que está.

Su medida es un poco más complicada que el caso de la Diferencia de niveles bruta y siempre debe efectuarse en laboratorio a no ser que queramos incluir las transmisiones indirectas, que entonces se indexa R' y se llama Índice de Reducción sonora aparente.

Aprenderemos también a calcular teóricamente este índice R' .

DEFINICIÓN DEL AISLAMIENTO

- **USO DE LOS VALORES DE R':**

Estrictamente, para estimar el nivel en recepción de una situación en concreto se debe partir de

- El Índice de Reducción sonora aparente (R') del elemento, por bandas.
- El espectro de ruido del recinto emisor L_1 , por bandas.
- La constante R de acondicionamiento acústico del recinto receptor, por bandas. (*No confundir con el Índice de Reducción sonora !*)

calcular la diferencia de niveles bruta (D) a partir de estos valores y una vez obtenida D utilizarla según:

$$D = L_1 - L_2 \longrightarrow L_2 = L_1 - D$$

obteniendo así el nivel en recepción por bandas, con lo que podremos calcular el nivel global en recepción.

Lo veremos detenidamente en la 3ª sesión de Teoría de Aislamiento.

- LA PARED SIMPLE -



1ª Aproximación: La pared simple, homogénea e infinita.

2ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea e infinita.

3ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea y finita.

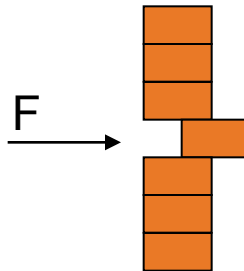
CONCLUSIONES: Repercusión de las características de la pared sobre su aislamiento.

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA:**

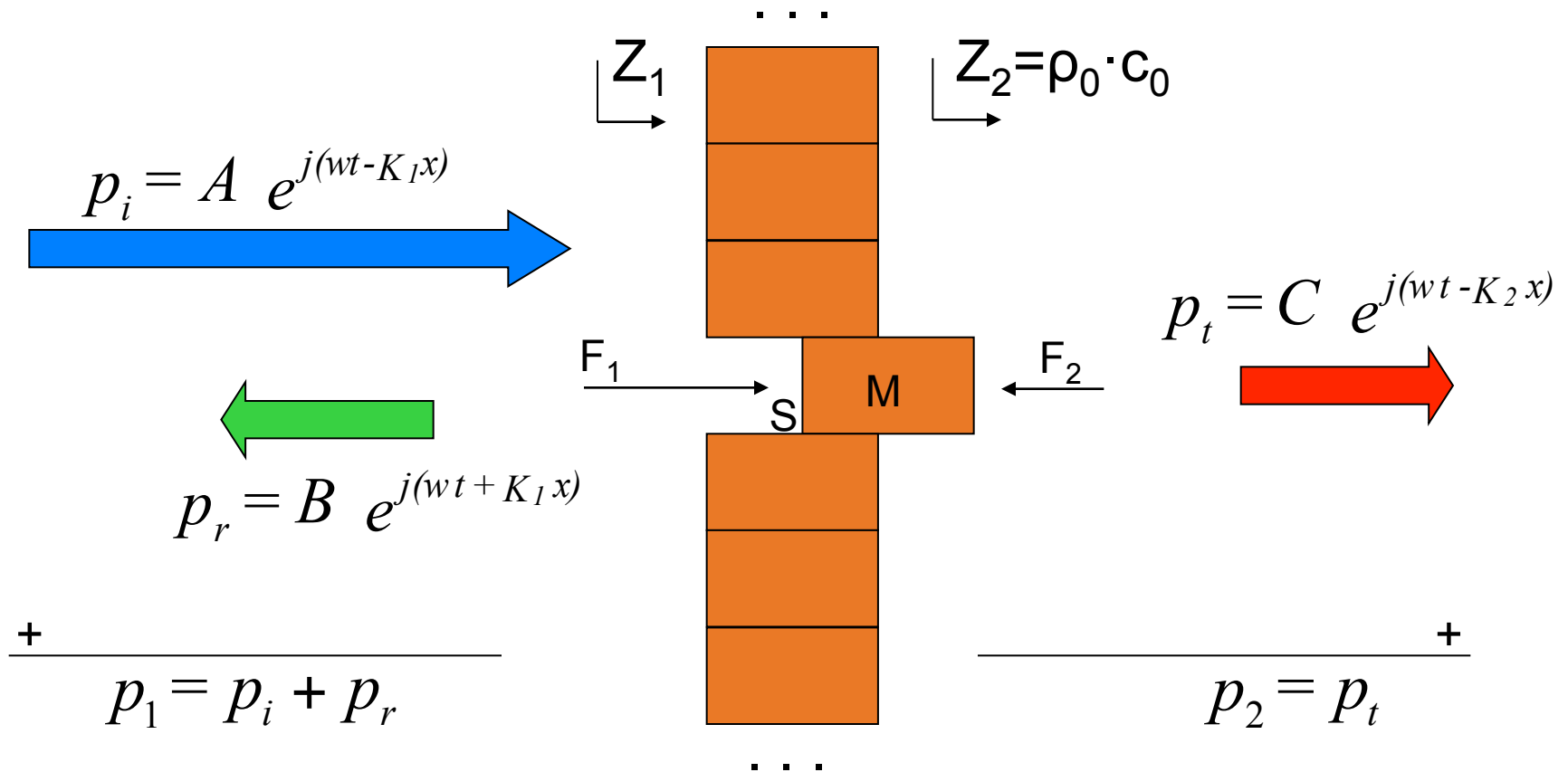
Dada la complejidad física de la vibración de una pared producida por una onda acústica y su consecuente radiación, abordaremos el problema en sucesivas aproximaciones cada vez más completas.

La primera aproximación será suponer una pared simple, homogénea e infinita sin elasticidad: suponiendo que sus elementos estructurales no se ejercen ninguna fuerza entre sí. Esto posibilitaría movimientos como:



LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- FÍSICA ASOCIADA:



LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CONCEPTOS PREVIOS NECESARIOS:**

La IMPEDANCIA ESPECÍFICA:

Es la relación entre la presión y velocidad de las partículas del aire:

$$Z = \frac{p}{v}$$

Para un frente de onda plano y libre (ninguna interferencia) la impedancia específica vale: $Z = \rho \cdot c$, que en el caso del aire es $Z = \rho_0 \cdot c_0 = 417 \text{ rayl}$.

MÓDULO Y FASE de las ondas armónicas simples:

Matemáticamente usamos la notación compleja para definir:

$$p = \underbrace{A}_{\text{módulo}} \underbrace{e^{j(\omega t - K x)}}_{\text{fase}} \quad v = \frac{A}{Z} e^{j(\omega t - K x)}$$

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **LEYES FÍSICAS QUE INTERVIENEN EN SU MOVIMIENTO:**

① Igualdad de presiones:

$$p_1 = p_2 \quad \longrightarrow \quad A + B = C$$

② Continuidad de velocidad:

$$v_1 = v_2 \quad (A+B) / Z_1 = C / Z_2$$

③ 2ª Ley de Newton:

$$\sum F = M \cdot a$$

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CÁLCULO DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN SONORA (R) :**

$$R = 10 \log \frac{1}{\tau} = 10 \log \frac{W_i}{W_t} = 10 \log \frac{|p_i|^2}{|p_t|^2} = 20 \log \left| \frac{p_i}{p_t} \right| = 20 \log \left| \frac{A}{C} \right|$$

Relación A/C:

De ① :

$$\left. \begin{array}{l} \text{De ② : } B = C - A \\ B = A - \frac{Z_1}{Z_2} \cdot C \end{array} \right\} C - A = A - \frac{Z_1}{Z_2} \cdot C \rightarrow \frac{A}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{Z_1}{Z_2} + 1 \right)$$

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CÁLCULO DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN SONORA (R) :**

Relación Z_1/Z_2 :

De ③ :

$$F_1 - F_2 = M \cdot a$$

$$S \cdot p_1 - S \cdot p_2 = M \cdot j \cdot w \cdot v$$

$$p_1 - p_2 = \frac{M}{S} \cdot j \cdot w \cdot v \quad , \frac{M}{S} \stackrel{\left[\frac{Kg}{m^2} \right]}{=} m$$

$$\frac{p_1}{v} - \frac{p_2}{v} = m \cdot j \cdot w \quad \longrightarrow \quad Z_1 - Z_2 = m \cdot j \cdot w$$

$$\longrightarrow \quad Z_1 = Z_2 + m \cdot j \cdot w = \rho_0 c_0 + m \cdot j \cdot w$$

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CÁLCULO DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN SONORA (R) :**

substituyendo:

$$\frac{A}{C} = \frac{1}{2} \left(\frac{\rho_0 c_0 + jmw}{\rho_0 c_0} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(1 + \frac{jmw}{\rho_0 c_0} + 1 \right) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{jmw}{\rho_0 c_0} \right) = \left(1 + \frac{jmw}{2\rho_0 c_0} \right)$$

$$\boxed{R = 20 \log \left(\left| \frac{A}{C} \right| \right) = 20 \log \left(\left| 1 + j \frac{wm}{2\rho_0 c_0} \right| \right) \approx \overline{20 \log \left(\frac{wm}{2\rho_0 c_0} \right)}}$$

O en notación más compacta:

$$\boxed{R = 20 \log \left(\frac{m2\pi f}{2\rho_0 c_0} \right) = 20 \log \left(\frac{m\pi f}{\rho_0 c_0} \right) = 20 \log(mf) - 20 \log \left(\frac{\rho_0 c_0}{\pi} \right) = \overline{20 \log(mf) - 42}}$$

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CÁLCULO DEL ÍNDICE DE REDUCCIÓN SONORA (R) :**

Resultado (*forma compacta*): $R = 20\log(mf) - 42$

Esto era considerando la incidencia normal (perpendicular a la pared)

para incidencia oblicua (en otros ángulos): $Z_1 = \rho_0 c_0 + m \cdot j \cdot w \cdot \cos \theta$

con lo que promediando todos los ángulos de incidencia posibles se obtiene en promedio:

$$R_{aleat.} = 20\log(mf) - 47$$

o bien

$$R_{aleat.} \approx 20\log\left(\frac{wm}{2\rho_0 c_0}\right) - 5$$

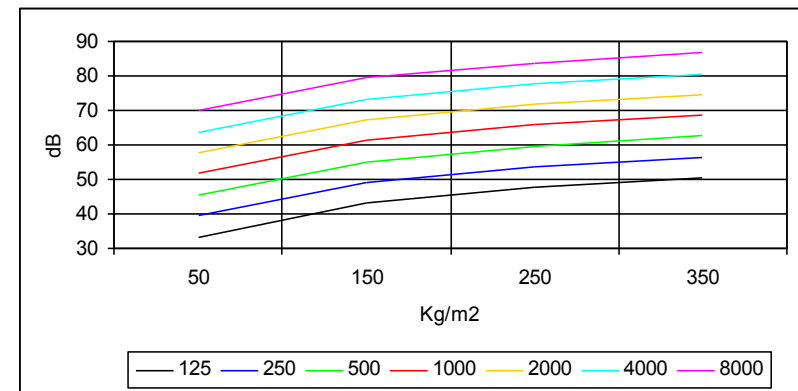
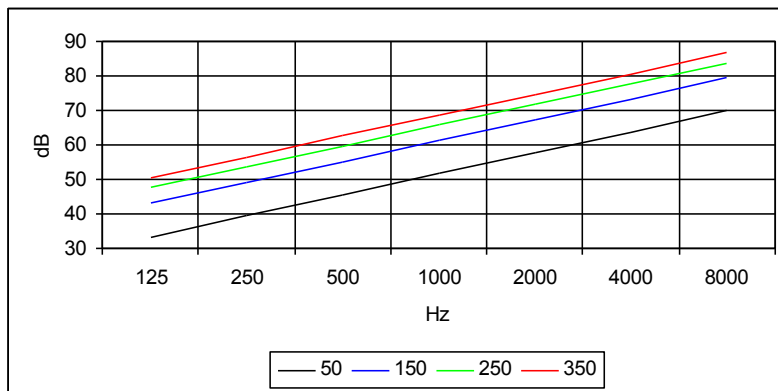
que es válido para incidencia aleatoria (campo difuso).

Es la llamada LEY DE MASAS.

LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA E INFINITA

- **CONSECUENCIAS DE LA LEY DE MASAS:**

Gráficos de R en función de la frecuencia y la masa superficial:



Al doblar la frecuencia, para una misma masa superficial la R incrementa en +6 dB.

Al doblar la masa superficial, para una misma frecuencia la R incrementa en +6 dB.

- LA PARED SIMPLE -

1ª Aproximación: La pared simple, homogénea e infinita.



2ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea e infinita.

3ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea y finita.

CONCLUSIONES: Repercusión de las características de la pared sobre su aislamiento.

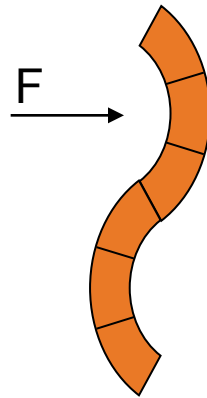
LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- **LA PARED SIMPLE HOMOGÉNEA, ELÁSTICA E INFINITA :**

En realidad las paredes no se componen de elementos independientes que pueden moverse libremente sin afectarse entre sí, sino que estos elementos presentan elasticidad entre ellos.

Esto provoca que al moverse un elemento se muevan los adyacentes y por lo tanto que se puedan formar ondas que se propagan por la pared.

Se trata de **ondas de flexión.**



Si suponemos la pared infinita estas ondas se propagaran y no volverán. Pero cuando consideremos la pared finita se podrán crear ondas estacionarias.

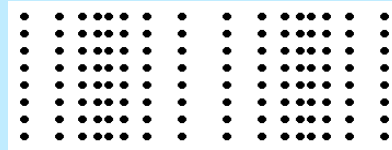
LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- CONCEPTOS PREVIOS NECESARIOS:

La PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS DE FLEXIÓN EN UNA PARED:

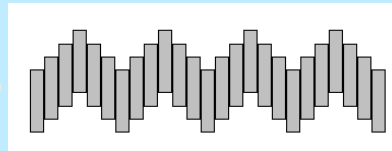
Los cuerpos sólidos pueden vibrar de muchas formas y cada tipo de onda tiene su velocidad de propagación:

ONDAS DE DENSIDAD



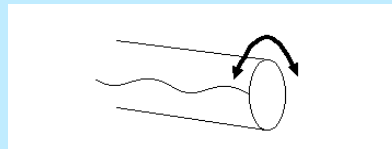
$$c = \sqrt{\frac{K}{\rho}}, \quad K = \text{Módulo de compresión}$$

ONDAS TRANSVERSALES



$$c = \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

ONDAS DE TORSIÓN



$$\text{● } c = \sqrt{\frac{G}{\rho}} \quad \text{■ } c = 0,898 \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

G = Módulo transversal o de zizalladura

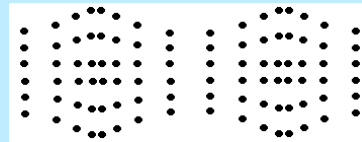
LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- CONCEPTOS PREVIOS NECESARIOS:

La PROPAGACIÓN DE LAS ONDAS DE FLEXIÓN EN UNA PARED:

Los cuerpos sólidos pueden vibrar de muchas formas y cada tipo de onda tiene su velocidad de propagación:

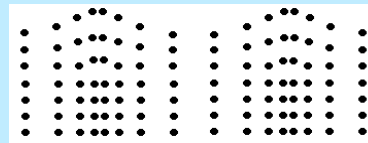
ONDAS DE
ALARGAMIENTO



$$c = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

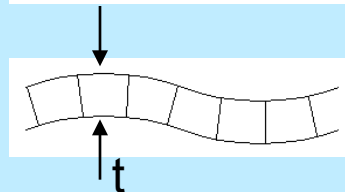
E = Módulo de elasticidad (de Young)

ONDAS DE RAYLEIGH



$$c = 0,93 \sqrt{\frac{G}{\rho}}$$

ONDAS DE FLEXIÓN



$$c = \sqrt{\omega^4 \frac{B}{m}} \quad B = \frac{E}{1 - \sigma^2} \cdot \frac{t^3}{12}$$

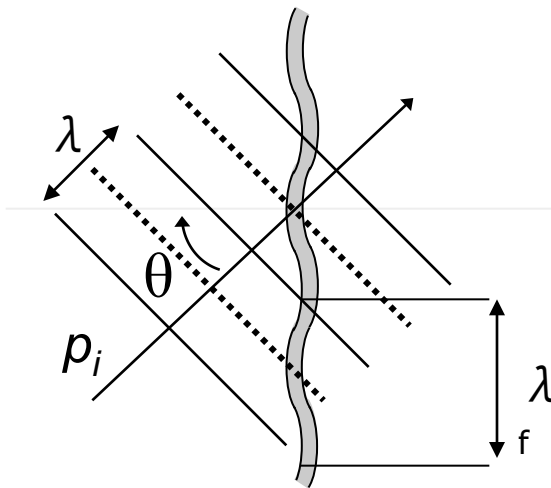
B= Rigidez m= Masa superficial
 σ = Módulo de Poisson

(La velocidad de propagación depende de la frecuencia !)

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- **EL FENÓMENO DE COINCIDENCIA:**

El fenómeno de coincidencia consiste en que la longitud de onda de la onda acústica proyectada sobre la pared (λ) coincide con la longitud de onda de la onda de flexión (λ_f) que en ella puede propagarse:



Coincidencia: $\lambda = \lambda_f \cdot \sin\theta$

recordad que $\lambda = c/f$

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- **EL FENÓMENO DE COINCIDENCIA:**

En esta situación la onda acústica y la vibracional se mueven en fase por lo que el aislamiento baja mucho. (Alta eficiencia en la transducción acústico-vibracional)

Lo mucho o poco que llegue a vibrar la pared dependerá de su Amortiguamiento , que viene cuantificado con el Factor de pérdidas (η).

El hecho que la velocidad de propagación (y por lo tanto la longitud de onda) de una onda de flexión dependa de la frecuencia ocasiona que para cada ángulo de incidencia de la onda acústica en la pared exista una frecuencia donde se da el fenómeno de coincidencia.

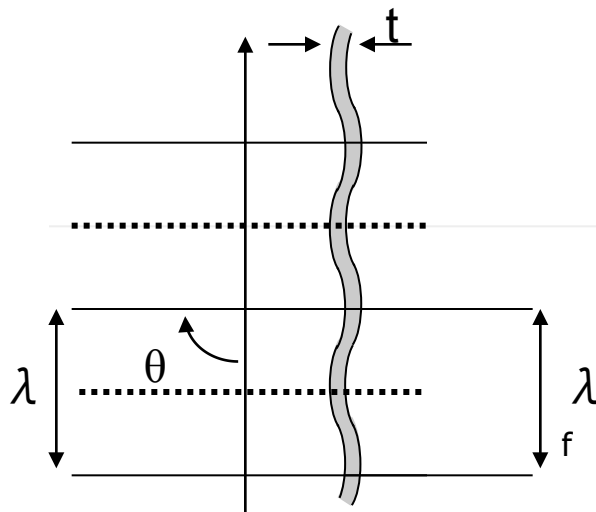
Así mismo, hay todo un intervalo de frecuencias en el que para cada frecuencia existe un ángulo tal que se da el fenómeno de coincidencia.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EL FENÓMENO DE COINCIDENCIA:

La frecuencia de coincidencia más baja es la correspondiente a un ángulo de incidencia de 90°:

$$\text{Coincidencia: } \lambda = \lambda_f \cdot \sin 90 = \lambda_f$$



$$\rightarrow \frac{c_0}{f_c} = \frac{c_f}{f_c} \rightarrow c_0 = c_f = \sqrt{2 \cdot \pi \cdot f_c} \cdot \sqrt[4]{\frac{B}{m}}$$

$$\rightarrow \boxed{f_c = \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt[2]{\frac{m}{B}}} \quad , \quad B = \frac{E}{1 - \sigma^2} \cdot \frac{t^3}{12}$$

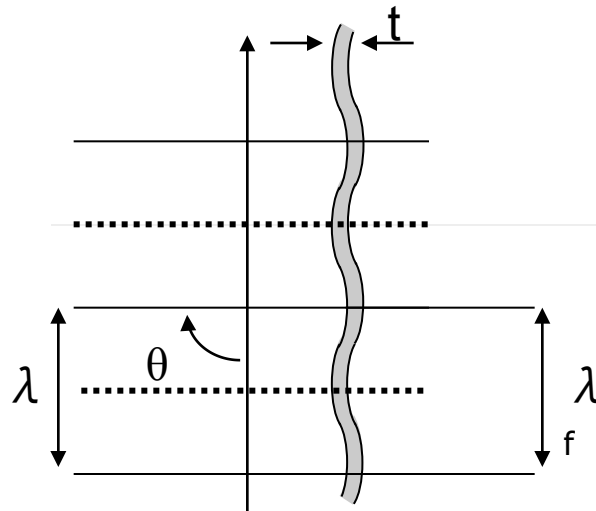
B = Rigidez m = Masa superficial
 σ = Coeficiente de Poisson

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- **EL FENÓMENO DE COINCIDENCIA:**

La frecuencia de coincidencia más baja es la correspondiente a un ángulo de incidencia de 90°:

En el CTE saldrá la expresión aproximada:



$$f_c = \frac{6.4 \cdot 10^4}{t} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot (1 - \sigma^2)}{E}}$$

siendo:

t espesor de la pared, [m];

ρ densidad, [kg/m³];

E módulo de Young, [N/m²];

σ coeficiente de Poisson.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EL FENÓMENO DE COINCIDENCIA:**

Otra aproximación común es que como el coeficiente de Poisson es pequeño comparado con 1 se puede hacer:

$$\left. \begin{aligned} f_c &= \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt[2]{\frac{m}{B}} \\ B &= \frac{E}{1 - \sigma^2} \cdot \frac{t^3}{12} \approx \frac{E \cdot t^3}{12} \end{aligned} \right\} \rightarrow f_c = \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{m \cdot 12}{E \cdot t^3}} \overset{m = \rho \cdot t}{=} \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot 12}{E \cdot t^2}} = \\
 = \frac{c_0^2}{2 \cdot \pi \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{\rho \cdot 12}{E}} = \frac{c_0^2}{1'8 \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{E}}$$

Densidad volumétrica Densidad superficial

$$\rho = \frac{m}{t} \left[\frac{Kg}{m^3} \right] \longrightarrow m = \rho \cdot t \left[\frac{Kg}{m^2} \right]$$

$$\boxed{f_c = \frac{c_0^2}{1'8 \cdot t} \cdot \sqrt{\frac{\rho}{E}}}$$

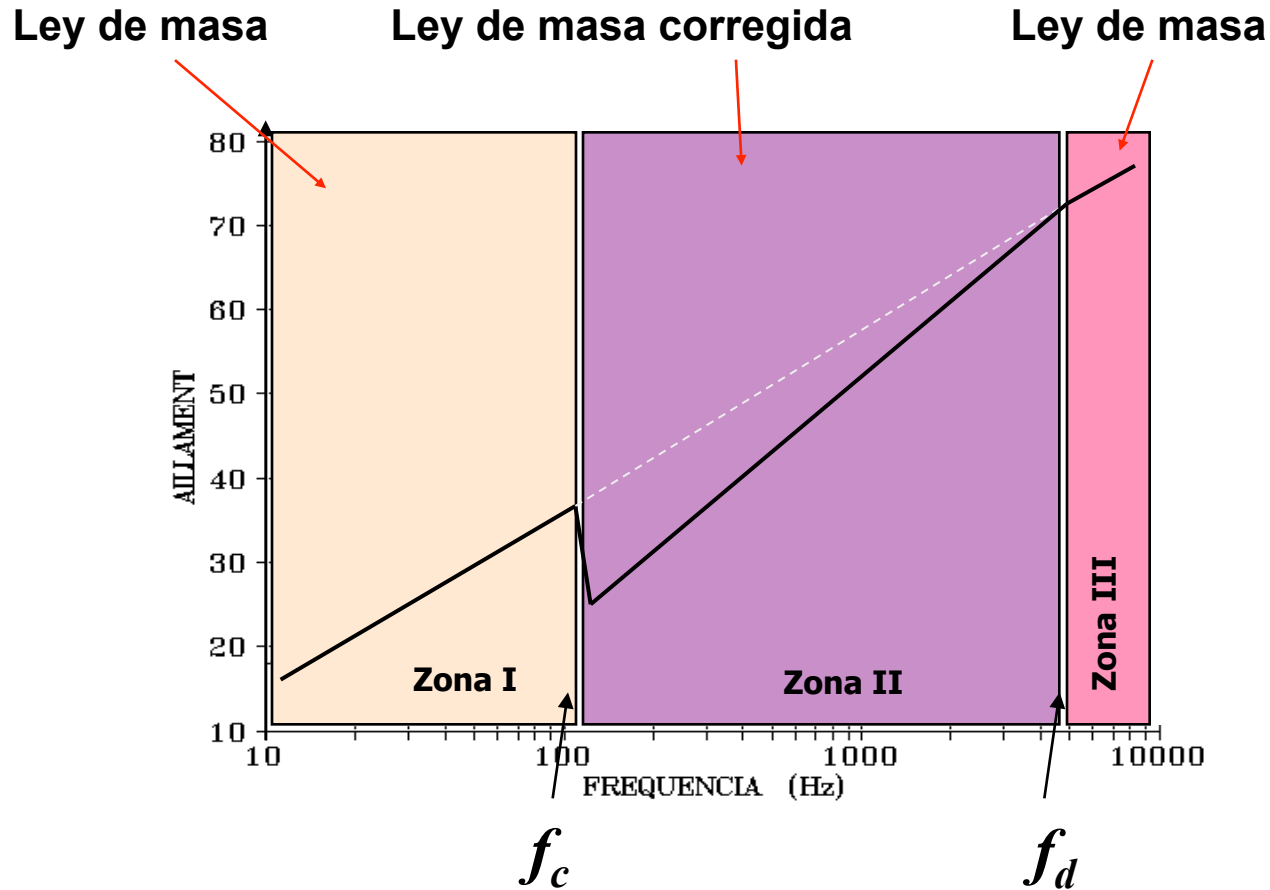
LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EJEMPLO DE MATERIALES Y SUS CARACTERÍSTICAS:

	Densidad volumétrica [Kg/m ³]	Módulo de Young [N/m ²]	Factor de amortiguamiento [-]	Grosor evaluado [m]	Frecuencia de coincidencia [Hz]
Acero / Hierro	7700	1,95E+11	1,00E-04	1,00E-03	13139,95
Aluminio	2700	7,10E+10	1,00E-03	1,00E-03	12894,91
Arena	1500		6,00E-01	1,00E-02	
Bronce	8500	1,04E+11	1,00E-02	1,00E-03	18904,21
Cobre	8900	1,22E+11	2,00E-03	1,00E-03	17859,97
Corcho	250	6,20E+10	0,13	0,01	419,89
Estaño	7300	4,50E+10	2,00E-03	1,00E-03	26633,05
Goma (Dura)	1100	2,30E+09		0,002	22864,84
Goma (Elástica)	950	5,00E+06		0,002	455735,11
Hormigón	2300	2,50E+10	1,00E-02	1,00E-01	200,57
Ladrillo	2100	2,50E+10	1,00E-02	7,00E-02	273,78 (100-300Hz)
Latón, Bronce	8500	1,04E+11	1,00E-02	1,00E-03	18904,21
Madera	650	1,20E+10	1,00E-02	3,00E-02	512,99
Placa de Yeso	1200	3,00E+10	6,00E-03	1,00E-02	(2000-3000Hz)
Placa MDF(12mm)	660	2,45E+09	1,00E-02	1,50E-02	2288,04
Plástico	1200	3,00E+09	5,00E-03	4,00E-03	10455,28
Plomo	11300	1,70E+10	5,00E-04	2,00E-03	26955,69
Vidrio Duro	2400	8,70E+10	6,00E-04	4,00E-02	274,57
Zinc	7100	8,20E+10	3,00E-04	1,00E-03	19457,54

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EFECTOS DEL FENÓMENO DE COINCIDENCIA EN R:



LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- **MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA ELASTICIDAD:**

- Zona I: Ley de masa ($f < f_c$)

$$R = 20 \log \left(\frac{wm}{2\rho_0 c_0} \right) - 5$$

$$R = 20 \log(mf) - 47$$

- Pendiente +6dB/oct

- Zona II: Ley de masa corregida ($f > f_c$)

$$R = 20 \log \frac{wm}{2\rho_0 c_0} - 10 \log \frac{\pi}{4\eta} + 10 \log \frac{w}{w_c} + 10 \log \left(1 - \frac{w_c}{w} \right) - 5$$

- η = Factor de amortiguamiento del material

- Pendiente: 10 dB/oct

- **MODELIZACIÓN MATEMÁTICA DE LA ELASTICIDAD:**

- Zona III: Ley de masa ($f > f_d$)

Existe una tercera zona en la que se vuelve a cumplir la ley de masa. Su intervalo frecuencial empieza en la denominada frecuencia de densidad:

$$f_d = \frac{K}{2\pi\rho} \sqrt{\frac{m}{B}} \quad , K \text{ es el módulo de compresión del material.}$$

A partir de esta frecuencia la transmisión se efectúa por ondas de densidad que cruzan la pared.

En los materiales comunes, esta frecuencia es tan alta que queda fuera del intervalo frecuencial útil, por lo que típicamente no afecta a nuestros problemas.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EJEMPLO DE CÁLCULO:

Calcula teóricamente el aislamiento acústico introducido por una pared de 5 cm. de grosor con recubrimiento de yeso y una masa superficial de 130 Kg/m².

Módulo de elasticidad

$$E = K = 16 \text{e}9 \text{ N/m}^2$$

Módulo de Poisson

$$\sigma = 0,15$$

Coeficiente de amortiguamiento

$$\eta = 2 \cdot 10^{-2}$$

$$B = \frac{E}{1 - \sigma^2} \frac{h^3}{12} = 170.503 \quad Nm$$

$$f_c = \frac{1}{2\pi} c^2 \sqrt{\frac{m}{B}}$$

$$\mathbf{f_c = 523 \text{ Hz.}}$$

$$f_d = \frac{K}{2\pi \rho} \sqrt{\frac{m}{B}}$$

$$\mathbf{fd = 27.044 \text{ Hz}}$$

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EJEMPLO DE CÁLCULO:

Zona I, de 125 a 500 Hz.

Freqüència	125	250	500	523	1K	2K	4K
LLei de massa	39,2	45,2	51,2	51,6	57,2	63,2	69,2

Zona II, de 523 a 4.000 Hz. *TL* anterior más:

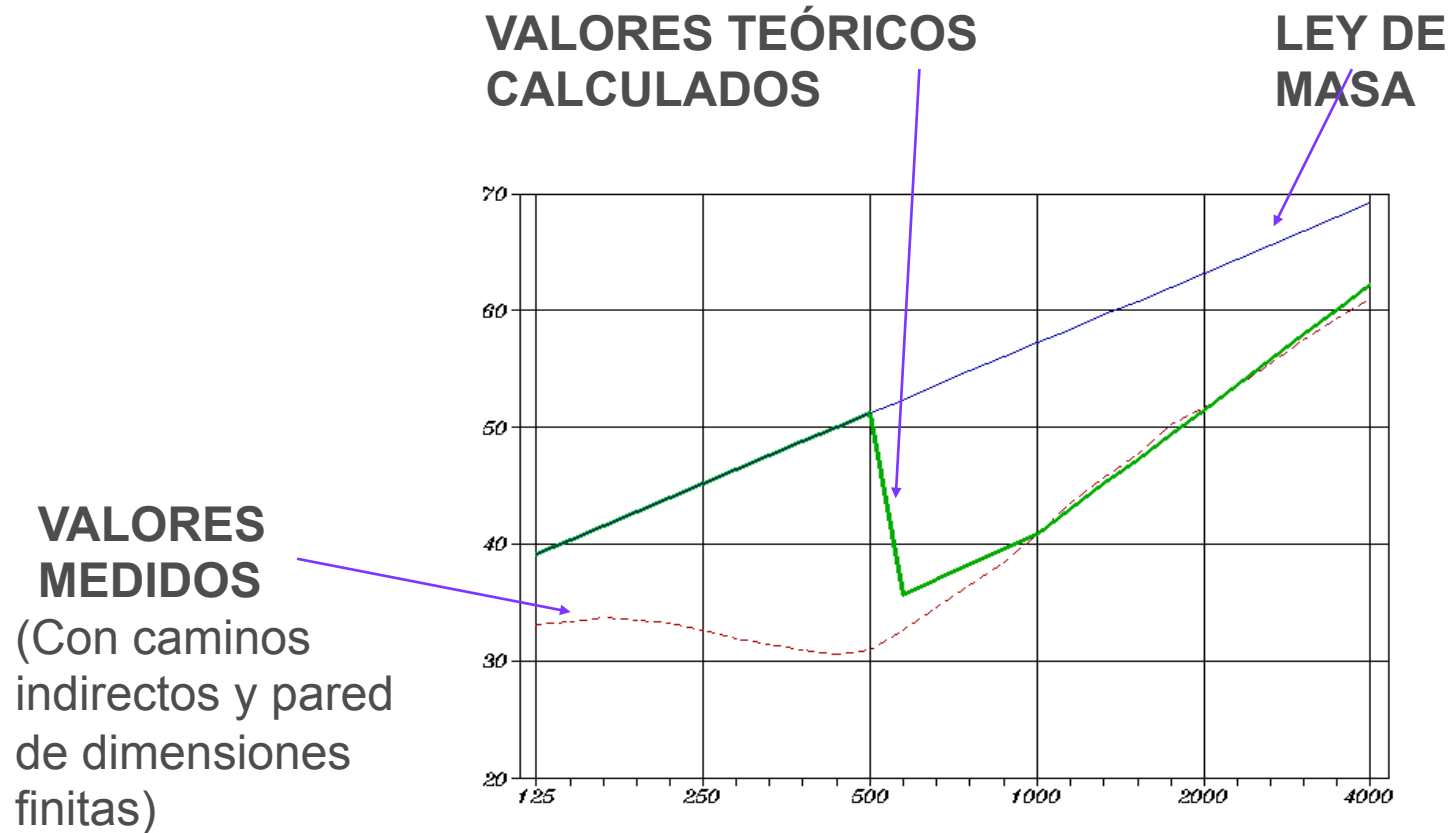
Freqüència	125	250	500	523	1K	2K	4K
$-10 \log \frac{\pi}{4\eta}$				-15,9	-15,9	-15,9	-15,9
$+10 \log (1 - \frac{\omega_c}{\omega})$				0	2,8	5,8	8,8
$+10 \log \frac{\omega}{\omega_c}$				0	-3,2	-1,3	0
Total	39,2	45,2	51,2	35,7	40,9	51,8	62

La zona III no se considera

Freqüència	125	250	500	523	1K	2K	4K
Teòric	39,2	45,2	51,2	35,7	40,9	51,8	62
Mesurat	33	33	31	31,5	40,5	52	60
LLei M.	39,2	45,2	51,2	51,5	57,2	63,2	69,2

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA E INFINITA

- EJEMPLO DE CÁLCULO:



- LA PARED SIMPLE -

1ª Aproximación: La pared simple, homogénea e infinita.

2ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea e infinita.



3ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea y finita.

CONCLUSIONES: Repercusión de las características de la pared sobre su aislamiento.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

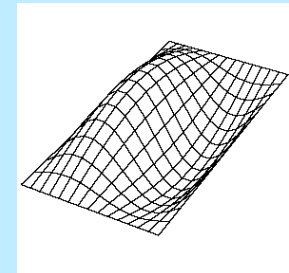
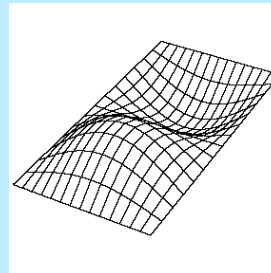
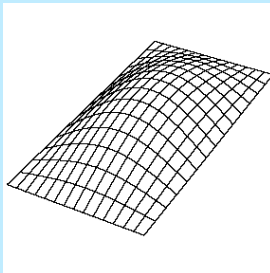
- CONCEPTOS PREVIOS NECESARIOS:

La VIBRACIÓN DE UNA PARED FINITA:

Los cuerpos sólidos con forma de placa de dimensiones finitas tienen resonancias a las siguientes frecuencias:

$$f_{n_x n_y} = 0,45 \sqrt{\frac{E}{\rho (1 - \sigma^2)}} \left[\left[\frac{n_x}{l_x} \right]^2 + \left[\frac{n_y}{l_y} \right]^2 \right] h$$

Sus modos propios de vibración hacen formas como:



LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

AISLAMIENTO DE ELEMENTOS ESTRUCTURALES MONOLÍTICOS :

La norma UNE EN 12354-1 define un método de cálculo teórico del índice de reducción acústica (R) en su anexo B. Este modelo matemático contempla todos los fenómenos anteriores e incluye la pérdida de aislamiento a baja frecuencia producida por las resonancias de la pared de dimensiones finitas.

Su programación no es fácil, pero los resultados nos pueden dar una estimación razonablemente segura en aquellos casos en que no dispongamos de datos de mediciones.

Es aplicable a elementos homogéneos de una sola hoja, pero el mortero y el yeso pueden incluirse en la determinación de la densidad superficial.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

El cálculo se hace para las frecuencias centrales de las bandas de octava o tercio de octava. Y se calcula:

$$R = -10 \cdot \log \tau$$

$$\tau = \begin{cases} \left(\frac{2 \cdot \rho_0 \cdot c_0}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot m'} \right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot f_c \cdot \sigma^2}{2 \cdot f \cdot \eta_{tot}} & , f > f_c \\ \left(\frac{2 \cdot \rho_0 \cdot c_0}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot m'} \right)^2 \cdot \frac{\pi \cdot \sigma^2}{2 \cdot \eta_{tot}} & , f \approx f_c \\ \left(\frac{2 \cdot \rho_0 \cdot c_0}{2 \cdot \pi \cdot f \cdot m'} \right)^2 \cdot \left(2 \cdot \sigma_f + \frac{(l_1 + l_2)^2}{l_1^2 + l_2^2} \cdot \sqrt{\frac{f_c}{f}} \cdot \frac{\sigma^2}{\eta_{tot}} \right) & , f < f_c \end{cases}$$

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

... donde:

$$f_c = \frac{c_0^2}{1'8 \cdot c_L \cdot t} \quad c_L = \sqrt{\frac{E}{\rho}} \quad m' = \rho \cdot t$$

- $c_L \rightarrow$ Velocidad longitudinal del material [m/s].
- $m' \rightarrow$ Densidad superficial [kg/m²].
- $l_1, l_2 \rightarrow$ Longitudes de los bordes [m].
- $\sigma \rightarrow$ Factor de radiación de ondas de flexión libres.
- $\sigma_f \rightarrow$ Factor de radiación para transmisión forzada.
- $\eta_{\text{tot}} \rightarrow$ Factor de pérdida total (amortiguamiento).
- $\rho \rightarrow$ Densidad volumétrica [kg/m³].
- $t \rightarrow$ Grosor [m].

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

El factor de pérdidas se puede medir o calcularse aproximadamente:

- **Medida :**

$$\eta_{tot} = \frac{2'2}{f \cdot T_s}$$

$T_s \rightarrow$ Tiempo de caída de la vibración 60dB's.

- **Cálculo :**

$$\eta_{tot} \approx 0'01 + \frac{m'}{485 \cdot \sqrt{f}}$$

Válido si $m' < 800 \text{ kg/m}^2$. Probado empíricamente.

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

Cálculo del Factor de radiación de las ondas de flexión libres (σ) :

- Cálculos previos:

$$\sigma_1 = \frac{1}{\sqrt{1 - \left(\frac{f_c}{f}\right)^2}}$$

$$\sigma_2 = 4 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \left(\frac{f}{c_0}\right)^2$$

$$\sigma_3 = \sqrt{\frac{2 \cdot \pi \cdot f \cdot (l_1 + l_2)}{16 \cdot c_0}}$$

$$f_{11} = \frac{c_0^2}{4 \cdot f_c} \cdot \left(\frac{1}{l_1^2} + \frac{1}{l_2^2}\right)$$

- Estructura de programación del cálculo de σ : *(siguiente transparencia)*

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

Cálculo del Factor de radiación de las ondas de flexión libres (σ) :

- Si $f_{11} \leq \frac{f_c}{2}$:

- Si $f \geq f_c$: $\sigma = \sigma_1$

- Si $f < f_c$: $\sigma = \frac{2 \cdot (l_1 + l_2) \cdot c_0}{l_1 \cdot l_2 \cdot f_c} \cdot \delta_1 + \delta_2$

- Donde:

$$\delta_1 = \left(\frac{(1 - \lambda^2) \cdot \ln \frac{1 + \lambda}{1 - \lambda} + 2 \cdot \lambda}{4 \cdot \pi^2 \cdot (1 - \lambda^2)^{1.5}} \right) , \lambda = \sqrt{\frac{f}{f_c}}$$

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

Cálculo del Factor de radiación de las ondas de flexión libres (σ) :

y :

$$\delta_2 = \begin{cases} 0 & , \text{si } f > \frac{f_c}{2} \\ \frac{8 \cdot c_0 \cdot (1 - 2 \cdot \lambda^2)}{f_c^2 \cdot \pi^4 \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot \lambda \cdot \sqrt{1 - \lambda^2}} & , \text{resto} \end{cases}$$

- Corrección necesaria: $\text{si} \left(f < f_{11} < \frac{f_c}{2} \right) \text{y} (\sigma > \sigma_2) \Rightarrow \sigma = \sigma_2$

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

Cálculo del Factor de radiación de las ondas de flexión libres (σ) :

- Si $f_{11} > \frac{f_c}{2}$:

- si $(f < f_c)$ y $(\sigma_2 < \sigma_3)$: $\sigma = \sigma_2$

- si $(f > f_c)$ y $(\sigma_1 < \sigma_3)$: $\sigma = \sigma_1$

- resto : $\sigma = \sigma_3$

LA PARED SIMPLE ELÁSTICA, HOMOGÉNEA Y FINITA

- **MODELO MATEMÁTICO DE LA PARED SIMPLE:**

Cálculo del Factor de radiación de las ondas de flexión forzadas (σ_f) :

$$\sigma_f = 0'5 \cdot \left[\ln(k_0 \cdot \sqrt{l_1 \cdot l_2}) - \Lambda \right] \quad , \quad k_0 = \frac{2 \cdot \pi \cdot f}{c_0}$$

donde:

$$\Lambda = -0'964 \cdot \left(0'5 + \frac{l_2}{\pi \cdot l_1} \right) \cdot \ln\left(\frac{l_2}{l_1}\right) + \frac{5 \cdot l_2}{2 \cdot \pi \cdot l_1} - \frac{1}{4 \cdot \pi \cdot l_1 \cdot l_2 \cdot k_0^2}$$

Y nunca σ ni σ_f podrán ser mayores a 2.

Si lo son hay que cambiarlos por su valor máximo 2.

- LA PARED SIMPLE -

1ª Aproximación: La pared simple, homogénea e infinita.

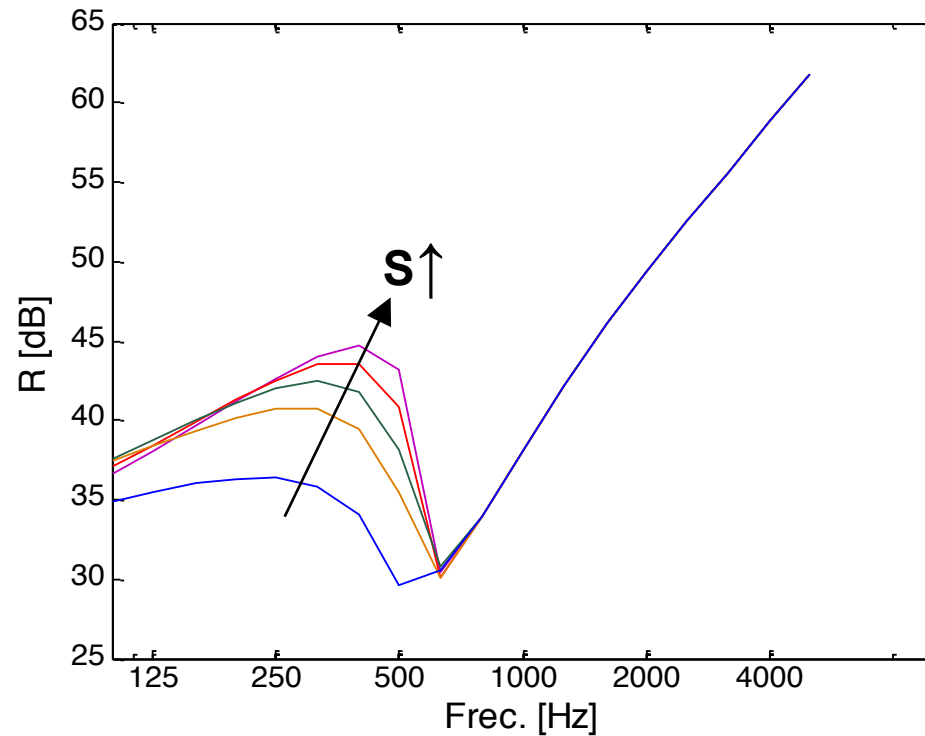
2ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea e infinita.

3ª Aproximación: La pared simple, elástica, homogénea y finita.

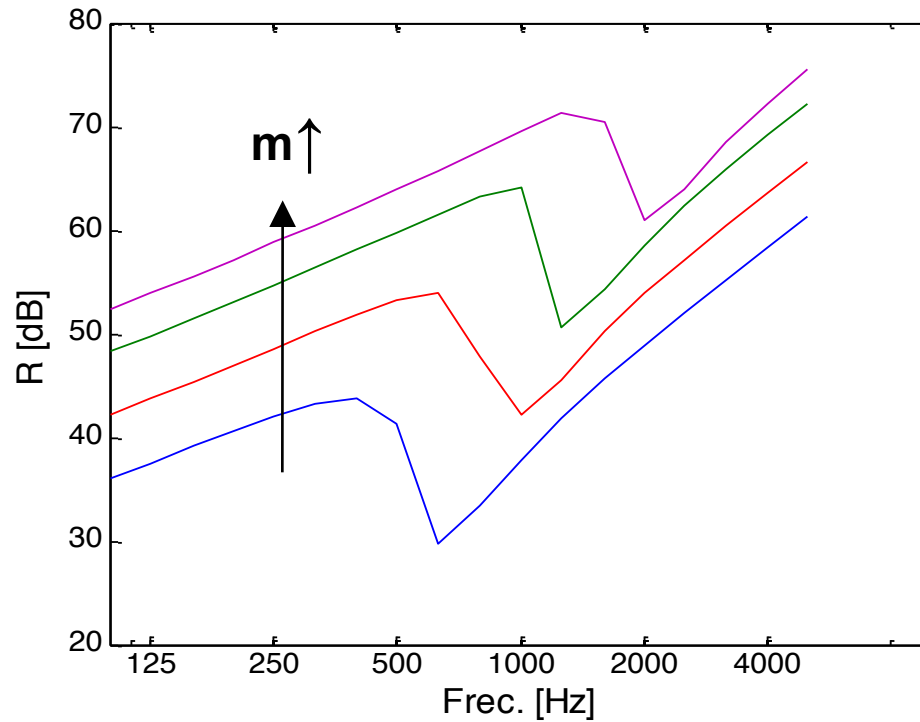


CONCLUSIONES: Repercusión de las características de la pared sobre su aislamiento (R).

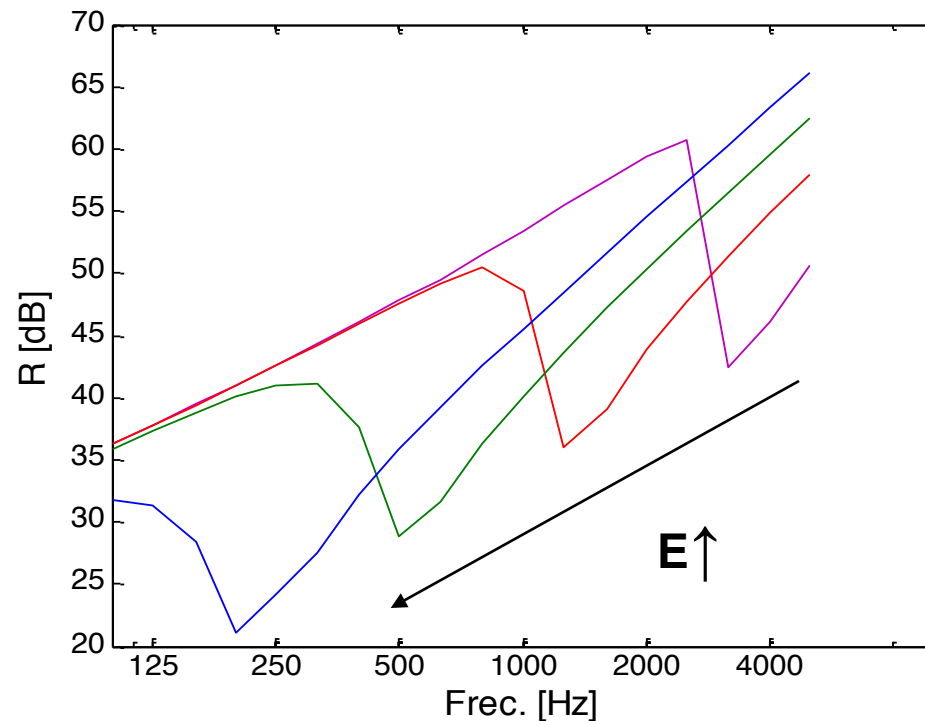
- **REPERCUSIÓN DE LA SUPERFÍCIE (S) DE LA PARED SOBRE R:**



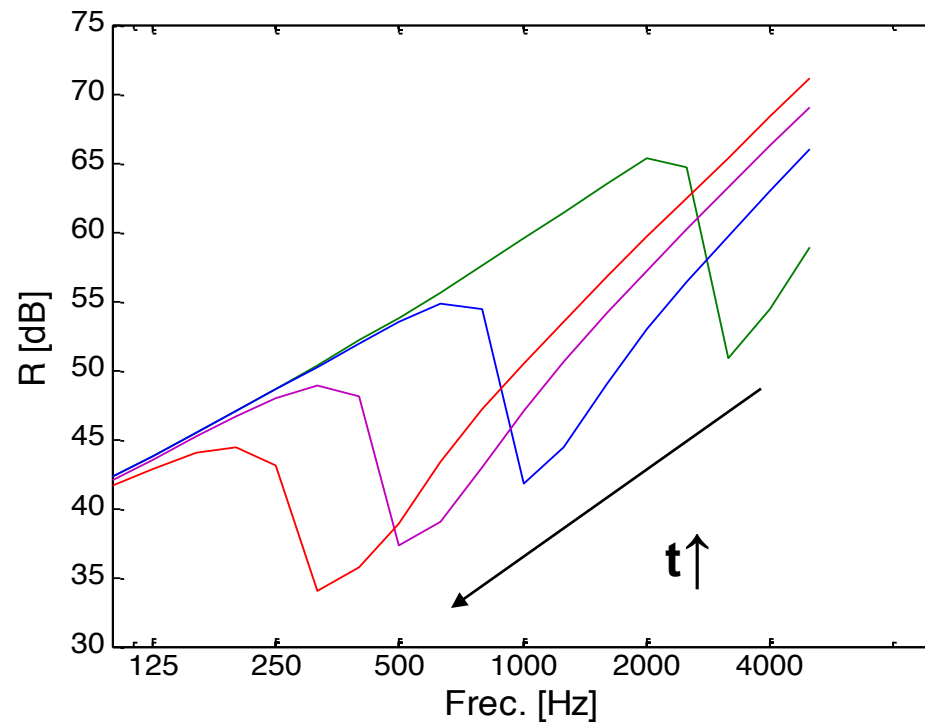
- **REPERCUSIÓN DE LA DENSIDAD SUPERFICIAL (m) DE LA PARED SOBRE R:**



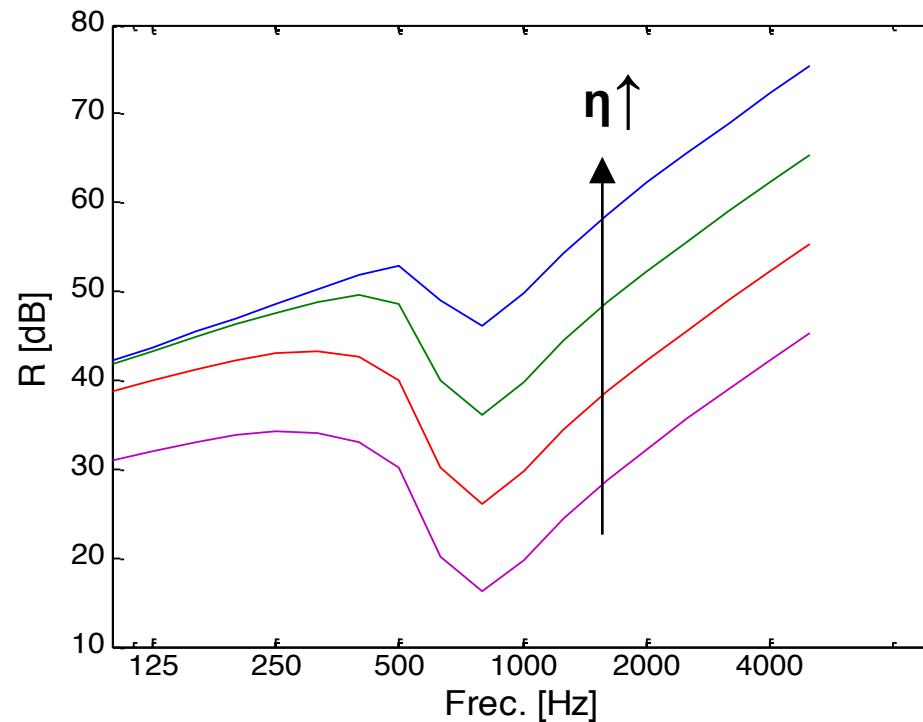
- **REPERCUSIÓN DEL MÓDULO DE YOUNG (E) DE LA PARED SOBRE R:**



- **REPERCUSIÓN DEL GROSOR (t) DE LA PARED SOBRE R:**



- **REPERCUSIÓN DEL FACTOR DE PÉRDIDAS (η) DE LA PARED SOBRE R:**



- **CONCLUSIONES:**

- La pared ideal, en cuanto a aislamiento refiere, sería una pared de un material muy **pesado** (densidad superficial), con un **elevado factor de pérdidas** (Amortiguamiento) y de **dimensiones elevadas** (mucho superficie de pared).

Y a priori podemos decir que nos interesaría un **Módulo de Young elevado*** (Rigidez) y que la pared fuera **gruesa***.

(* Ver siguiente transparencia)

- Es obvio que en los materiales reales estas especificaciones son muy difíciles pues las características tienen interrelaciones. Por ejemplo:
 - Una pared delgada es difícil que tenga mucha densidad superficial.
 - Los materiales elásticos tienden a no ser pesados.
- Desde este punto de vista un material bueno para el aislamiento es el plomo, por su alta densidad. (pero a efectos prácticos habrá que controlar el peso de cara a la edificación ...)
El hormigón, sin ser tan pesado, tiene un buen factor de pérdidas y es más práctico.

- **CONCLUSIONES:**

- * Normalmente nos interesará más situar la f_c (frec. de coincidencia) a bajas frecuencias. Esto es para evitar que la caída de aislamiento de la coincidencia se de en la zona de frecuencias más audibles y porque nos interesa tener más intervalo de Zona II ya que su pendiente es mayor (10 dB/oct). Pero hay que estudiar cada caso detenidamente (Depende del ruido a aislar puede interesar tener f_c mas elevada).

- Ejemplo:

La misma pared pero

- delgada y con $\eta \downarrow$
- delgada y con $\eta \uparrow$
- gruesa y con $\eta \downarrow$
- gruesa y con $\eta \uparrow$

