

Ejercicios resueltos de vibraciones

Rafael Torres

Responsable del Dpto. de Ingeniería en Vibroacústica de VIBCON Gerente de AV ENGINYERS

rafa@vibcon.es



Receptor

Medio o camino transmisión



rafa@vibcon.es



rafa torrescastillo

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015



Receptor

Medio o camino transmisión

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015

Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Receptor

Medio o camino transmisión

Solución óptima: actuar sobre los fenómenos que las originan

Aislamiento pasivo directo

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015

Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Receptor

Medio o camino transmisión

Solución: actuar sobre el receptor de las vibraciones

Aislamiento pasivo indirecto

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015

Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Receptor

Medio o camino transmisión

Solución: actuar sobre la via de trasnmisión

Aislamiento pasivo indirecto

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015

Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Sistema sintonizado

Fuente de vibración

Receptor

Medio o camino transmisión

Solución mejorada: actuar sobre los fenómenos que las originan

Aislamiento activo directo

Ref: Ana Barjau (ana.barjau@upc.edu)

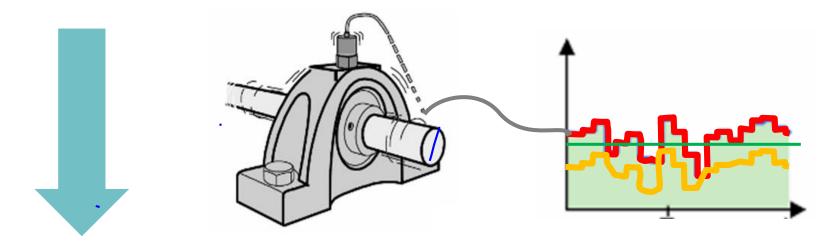
Dep.de Ingeniería Mecánica Universidad Politécnica de Catalunya

Ed.14: 24/02/2015

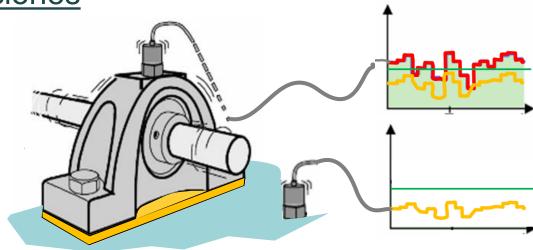
Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Control de vibraciones



Aislamiento de vibraciones



Ed.14: 24/02/2015



AISLAMIENTO DE RUIDOS Y VIBRACIONES (Transmisión)

- El concepto de aislamiento en la vibroacústica significa impedir el paso de la energía producida por un movimiento periódico en forma de ruido o bien de vibración mecánica. Por tanto una forma de medir la eficacia de las acciones que lleven a ello será por la cantidad de energía que se ha transmitido o escapado a las acciones de aislamiento adoptadas.
- Así la transmisión de energía se determinará en ruidos por la perdida por transmisión (TL) o índice de reducción sonora (R) o bien la transmisibilidad (FT) en vibraciones mecánicas. El resultado de los anteriores conceptos dependerán directamente del espesor, masa y elasticidad.
- En general podemos decir que el AISLAMIENTO de ruidos y de vibraciones consisten en proteger frente a los ruidos y las vibraciones en los recintos habitables



ABSORCIÓN Y AMORTIGUACIÓN DE RUIDOS Y VIBRACIONES

- Ambos términos hacen referencia a reducir o atenuar la energía sonora o vibratoria degradándola en calor.
- Si una onda sonora incide sobre una superficie, una pequeña parte de la energía se disipa absorbida por la misma. Cuando una máquina vibra, parte del movimiento vibratorio que se produce es amortiguado por la viscosidad del elemento antivibratorio que se coloca entre su apoyos y el suelo.
- Tanto la eficacia de la absorción como de la amortiguación se expresa adimensionalmente con un número entre 0 y 1, llamado coeficiente de absorción (α) o coeficiente de amortiguación (ζ), En ambos casos "0" indicará absorción o amortiguación nula y 1 corresponde a la absorción o amortiguación total (perfecta).

$$\alpha = \frac{Energía\ sonora\ absorbida}{Energía\ sonora\ incidente}$$

$$\zeta = \frac{Energía\ cinetica\ disipada}{Energía\ cinetica\ total\ producida}$$



EJERCICIO 1

Enfriadora en planta cubierta de un edificio situado en Rbla. Catalunya nº 9 de Barcelona.

Ha estado en servicio durante 20 años y no poseen la memoria técnica de la instalación y únicamente tienen archivados algunos datos debido a actuaciones como resultado de la gestión de su mantenimiento.





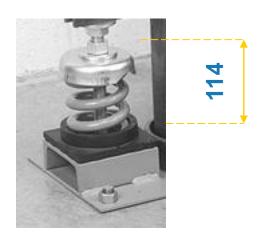


Ed.14: 24/02/2015
Rafael Torres del Castillo
Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



Datos facilitados

Fecha de instalación	1986
Peso de la enfriadora	Se desconoce
Motocompresores rpm al 100%	3000 rpm
Régimen de trabajo	Al 20%

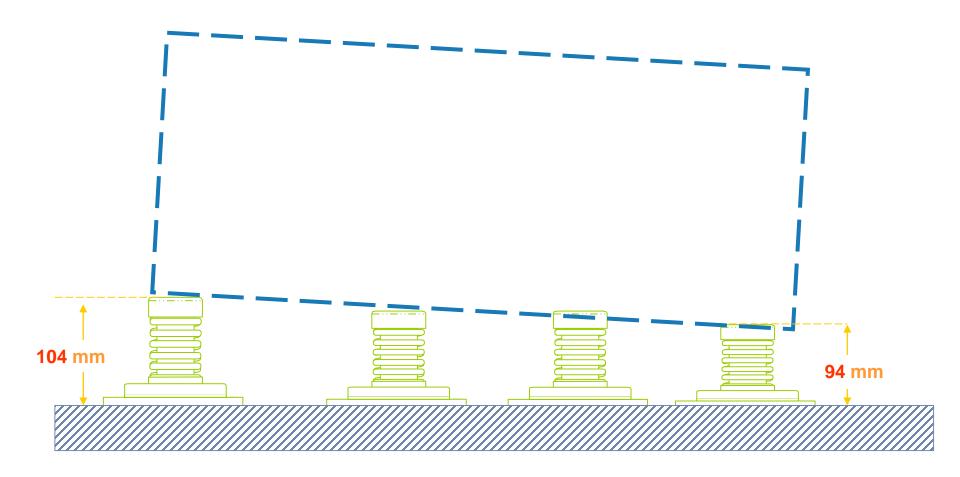


8 Aisladores montados	Marca ACME
Altura libre	114 mm
Carga mínima	500 N
Flecha mínima	5 mm.
Carga máxima	2500 N
Flecha Máxima	25 mm.

Los 8 aisladores son iguales



-En inspección ocular medimos las alturas de trabajo de los muelles (Ht).



Ed.14: 24/02/2015





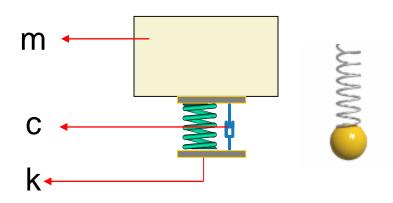




1.1.-¿Que tipo de sistema mecánico tengo?

Tengo un sistema mecánico MASA-MUELLE discretizado en los siguientes elementos

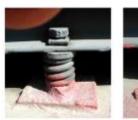
- •M: masa del climatizador ¿simétrico?
- C: componente amortiguadora bajísima
- •K: componente elástica elevada del montaje antivibratorio pero notablemente deteriorada.
- •Sistema de VIBRACIÓN FORZADA a una frecuencia de 3000 rpm.
- •GLD ≈1Lin+1angular acoplado por los aisladores a diferentes alturas.



Ed.14: 24/02/2015









1.2.-¿Que tipo de sistema mecánico tengo?

Tengo un sistema mecánico MASA-MUELLE discretizado en los siguientes elementos

•M: masa del climatizador ¿simétrico?

C: componente amortiguadora bajísima

- •K: componente elástica elevada del montaje antivibratorio pero notablemente deteriorada.
- •Sistema de VIBRACIÓN FORZADA a una frecuencia de 3000 rpm.

•mf: masa del forjado

•K': parte elástica del forjado

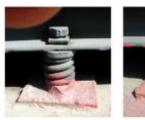
•C': componente amortiguadora alta del forjado

Mejor!! $c \leftarrow c_f$ $k \leftarrow c_f$

Ed.14: 24/02/2015



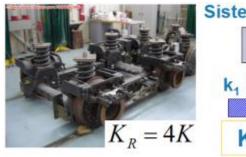




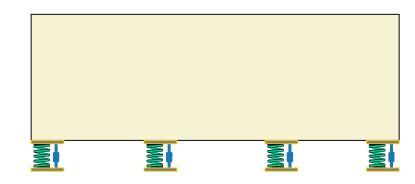


1.3.-¿Que tipo de montaje antivibratorio tiene?

- Montaje antivibratorio formado por AISLADORES METALICOS DE MUELLE LINEAL
- •Es un montaje de 8 aisladores en PARALELO

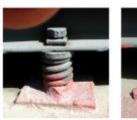














-1 Como son aisladores SIN AMORTIGUADOR la frecuencia Natural (f₀)será

$$\boldsymbol{\varpi}_0 = 2\pi f_0$$

$$\boldsymbol{\varpi}_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

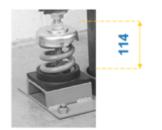
$$k = \frac{F}{\delta}$$

f0:frecuencia natural [Hz] k:Constante del muelle [N/m] δ: Flecha del muelle [m] F:fuerza o carga puntual sobre el muelle [N]

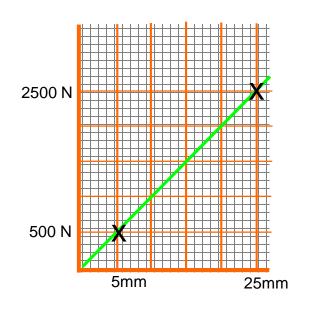


-CALCULAMOS LA K DEL SISTEMA MASA-MUELLE.

Es un sistema lineal por tanto



Aislador	Marca ACME	
Altura libre	114 mm	
Carga mínima	500 N	
Flecha mínima	5 mm.	
Carga máxima	2500 N	
Flecha Máxima	25 mm.	



$$k = \frac{F}{\rho} = \frac{500 \, N}{0,005 m} = \frac{2500 \, N}{0,025 m}$$
$$k = 100.000 \, N/m$$

Ed.14: 24/02/2015



-DETERMINAMOS LA fO DEL SISTEMA MASA-MUELLE.

Por tanto utilizamos la expresión

$$\boldsymbol{\varpi}_{0} = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

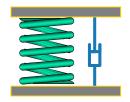
$$\boldsymbol{\varpi}_{0} = 2 \cdot \boldsymbol{\pi} \cdot f_{0}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Conocemos la k, pero NO CONOCEMOS LA MASA DEL CLIMATIZADOR COMO DETERMINARLO?

Ed.14: 24/02/2015





Esta expresión solamente es aplicable para AISLADORES METÁLICOS DE MUELLE

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}} \\ k\delta = mg \\ \frac{k}{m} = \frac{g}{s} \end{cases}$$

$$\begin{cases} f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{g}{\delta}} = \frac{\chi}{2} \end{cases}$$

$$f_0 = \frac{\sqrt{g}}{2\pi} \frac{1}{\sqrt{\delta}} = \frac{0.5}{\sqrt{\delta}} [Hz]$$

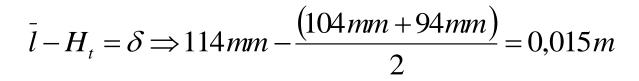
 δ en [m]

Ed.14: 24/02/2015



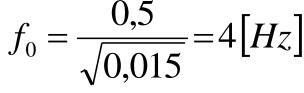
-Ahora determinamos la flecha de compresión de los aisladores

Por tanto utilizamos la expresión



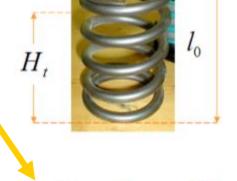
$$f_0 = \frac{0.5}{\sqrt{\delta}} \left[Hz \right]$$

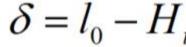
$$f_0 = \frac{0.5}{\sqrt{0.015}} = 4[Hz]$$



Ed.14: 24/02/2015

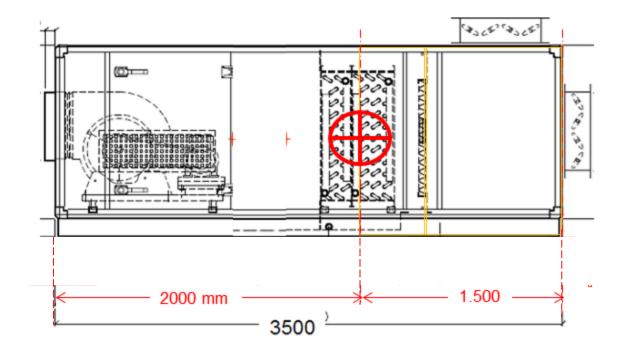






EJERCICIO 2

Para un climatizador EN SERVICIO y de peso total 900Kg, se opta por colocarle un montaje antivibratorio de frecuencia natural fn=10Hz, compuesto por un sistema en paralelo de 6 muelles de igual rigidez (k) distribuidos en la base de la máquina conociendo la situación del centro de gravedad. ¿Qué flecha y k elástica tendrán los aisladores de muelle?



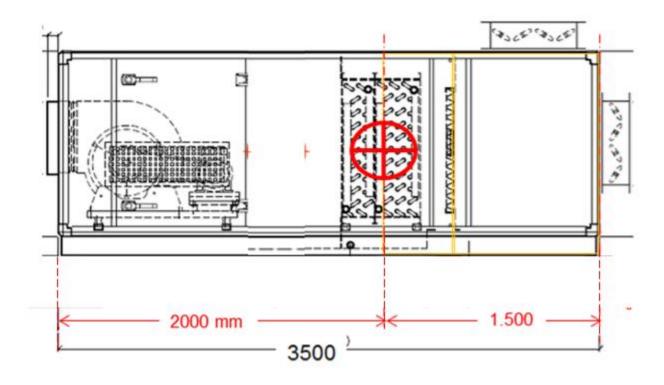
dibujo s/escala

Ed.14: 24/02/2015



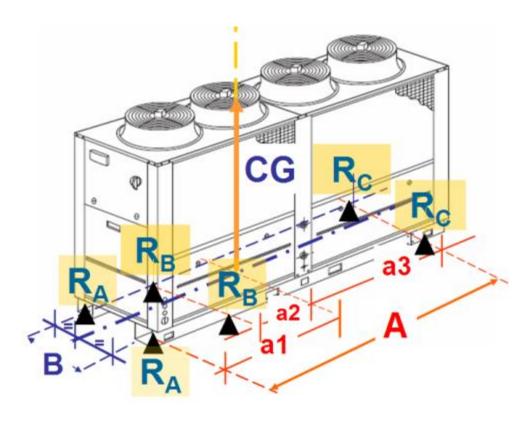
Existe SIMETRIA a lo ancho (dato facilitado), pero existe ASIMETRIA a lo largo (3.500mm)

$$900 \, kg \equiv 900 \, daN$$





6 Apoyos es >3 metros de largo (s/criterio RT)



$$P=2R_A+2R_B+2R_C$$

$$R_A = R_B = R_C = 1/6P$$

$$MR_A + MR_B - MR_C = 0$$

$$MR_A + MR_B = MR_C$$

$$(R_{A'} a1) + (R_{B'} a2) = (R_{C'} a3)$$

 $R_{A}(a1 + a2) = R_{A}a3$

$$a1 + a2 = a3$$

$$R_{\Delta}=1/6 P$$

Ed.14: 24/02/2015

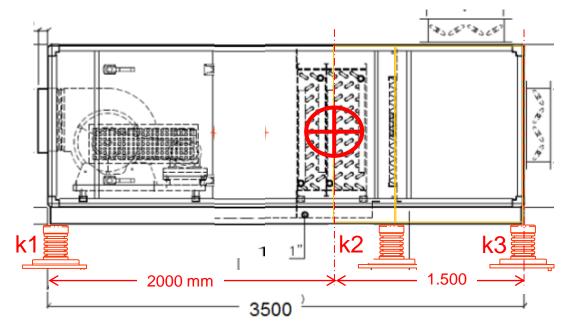


Al ser el montaje antivibratorio compuesto por 6 aisladores de muelle iguales, se colocaran 3

por lado.(3x2=6)

$$2k_1 = 2k_2 = 2k_3 = 2k$$

$$k_{total} = 6k$$

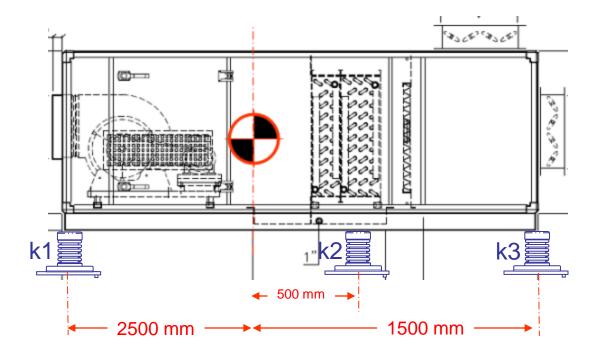


$$\begin{array}{l}
P_1 \cdot 2000 \, mm = (P_2 \cdot x) + (P_3 \cdot 1500 \, mm) \\
2P_1 = 2P_2 = 2P_3 = \frac{900}{6} [kg]
\end{array}$$

$$2000 = x + 1500 \Rightarrow x = 500 [mm]$$

Ed.14: 24/02/2015





$$f_0 = \frac{0.5}{\sqrt{\delta}} [Hz]$$

Para δ en [m]

$$f_0 = \frac{15.8}{\sqrt{\delta}} \ [Hz]$$

Para δ en [mm]

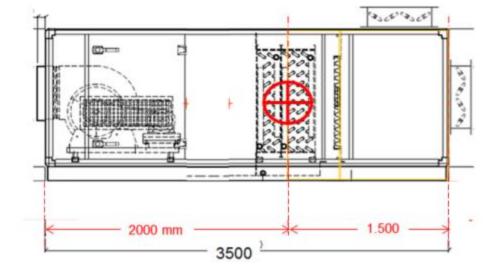
Ed.14: 24/02/2015



$$\mathcal{S} = \left(\frac{15,8}{f_n}\right)^2 \qquad \mathcal{S} = \left(\frac{15,8}{10}\right)^2$$

 δ =2,5 [mm]

K=150/2,5=60 [daN/mm]



Ed.14: 24/02/2015



EJERCICIO 3

UNA VEZ COLOCADOS LOS AISLADORES DE 10Hz se observa que la máquina vibra el doble que antes de colocar los aisladores de muelle

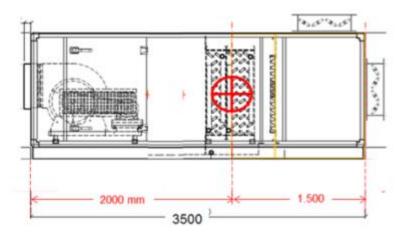
¿Qué ha pasado? ¿Por qué ha sucedido? ¿hay solución?

RESPUESTAS

3.1 ¿Qué HA PASADO?

Ha pasado que se han colocado aisladores sin saber la frecuencia perturbadora de la máquina (rpm ventiladores climatizador).

SIEMPRE hay que averiguar cual es la frecuencia perturbadora fundamental del equipo, si no nos dan el dato hay que averiguarlo (luz estroboscópica*,etc)





La luz estroboscópica es propia de los TACÓMETROS para proyectan un haz de luz a una frecuencia determinada mediante un variador. El haz de luz proyectado sobre el eje de un motor, permite determinar las rpm del motor cuando al variar la frecuenca de la luz estroboscópica se visualice que el eje del motor se para aparentemente. Esta situación se produce cuando la frecuenca proyectada del haz de luz coincide con las rpm del motor.

Por tanto un TACÓMETRO es un dispositivo que mide la velocidad de giro de un eje, normalmente la velocidad de giro de un motor. Lostacómetros se utilizan en mecánica para el mantenimiento de motores.

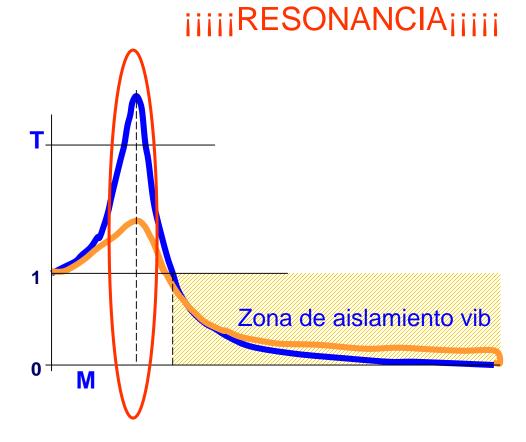


3.2- ¿Por qué ha pasado?

Ha pasado que el sistema masa-muelle ha entrado en resonancia debido a que ha coincidido con la frecuencia perturbadora fundamental del climatizador, que en este caso son las rpm del ventilador de 600 rpm (600 rpm/60=10Hz)

$$\rho = \frac{\varpi}{\varpi_0} = \frac{2\pi f}{2\pi f_0} = \frac{f}{f_0}$$

$$M = \frac{f}{f_0} = \frac{10}{10} = 1$$



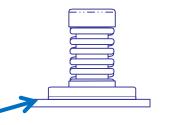
Ed.14: 24/02/2015



3.3- ¿Por qué HA SUCEDIDO?

'NO HA SEGUIDO LA HOJA DE RUTA CONVENIENTE .

Cuando hay transmisión de vibraciones hay que realizar la siguiente hoja de ruta aplicable para montajes antivibratorios formados por aisladores de muelle:



- Ver que tipo de maquina es (dime como funcionas y te diré como vibras):si es equipo de clima, grupo electrógeno.etc
- 2. <u>Averiguar su réginen de trabajo (rpm)</u> en condiciones normales y a mínimo régimen (la máquinas molestan cuando funcionan)
- 3. Conocer su peso y localizar su centro de gravedad (CG)
- 4. <u>Establecer el nº de apoyos</u> en función de la situación del CG: con 4 apoyos, 6 apoyos, etc. En caso de no conocer el dato del CG recomendable colocar 6 apoyos como mínimo. (4 en los vértices y 2 a cada lado del largo de la máquina más o menos donde recaiga la zona de mayor peso).
- 5. Conocer a donde se coloca la máquina: tipo de edificación a donde se colocará (viviendas, recinto público, hospital, fábrica, local comercial, etc). Averiguar su ubicación si se coloca encima de un forjado en la planta cubierta, entreplantas o bien en el sótano
- 6. Del punto anterior (5) tenemos que ir a la tabla QUE RELACIONA GRADO DE AISLAMIENTO en función del USO o TIPO DE EDIFICACIÓN.

Zona de Sensibilidad	Tipo de zona	G %	
MUY CRITICA	Hospitales, Hoteles, Edificios de uso cultural (auditorios, teatros, centro convenciones)	≥ 95%	
CRITICA	Zonas cercanas a dormitorios. Oficinas y estudios, supermercados en edificios	≥ 90%	
NO CRITICA	Sótanos, zonas industriales, Hipers	≥ 85%	



3.2- ¿Por qué HA SUCEDIDO?:

 Conocido el grado de aislamiento podemos determinar la MODULACIÓN (M) despejando de la expresión:

$$G = \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1}$$

8. Seguidamente conocido el valor de la modulación podremos conocer la frecuencia natural (f₀) del montaje antivibratorio puesto que sabemos la frecuencia de funcionamiento de la máquina ya visto en el anterior punto 2. La frecuenca de la máquina es la denominada frecuencia perturbadora (f_p).

$$M = \frac{f_p}{f_0}$$

9. Ahora ya sabemos la frecuencia natural requerida que ha de tener el montaje antivibratorio (f_0). Por tanto la incógnita que nos falta por determinar será la deflexión estática o flecha que ha detener el montaje antivibratorio formado por aisladores de muelle (δ).

$$f_0 = \frac{0.5}{\sqrt{\delta}} [Hz] \qquad f_0 = \frac{15.8}{\sqrt{\delta}} [Hz]$$
Para δ en [mm]

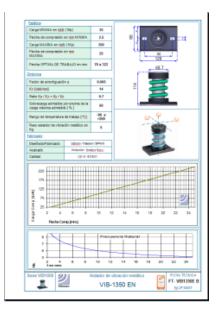
La respuesta a este apartado 3.2 se puede responder ahora. No podemos empezar la casa por el tejado fijando un montaje antivibratorio directamente de 10Hz, cuando para determinarlo se necesitan conocer y calcular otros datos técnicos imprescindibles para una correcta selección tal como se está viendo en esta hoja de ruta.



<u>RESPUESTAS</u>

3.2- ¿Por qué HA SUCEDIDO?:

- 10. Determinada la deflexión estática o flecha del montaje antivibratorio, deberemos localizar un producto del mercado que cumpla estos requisitos .ner el montaje antivibratorio (f₀).
- 11. Por lo general los fabricantes dan gráficos de carga&flecha o deflexión estática expresado en kg/mm o bien en daN /mm (es lo más propio). El ejercicio 3 trata este aspecto.



<u>IMPORTANTE</u>: tal como se indicaba al principio, esta hoja de ruta con las fórmulas expuestas sirve para montajes antivibratorios SIN AMORTIGUACIÓN, es decir para máquinas que trabajan con valores bajos de amplitud de vibración (<0,1mm). Para motores de combustión interna y equipos que generen amplitudes importantes se han de utilizar los apuntes dados de vibraciones forzadas puesto que se ha de determinar el coeficiente de amortiguación necesario.



3.3.- ¿Hay solución?

SI!!. Ahora aplicamos adecuadamente la HOJA DERUTA CITADA ANTERIORMENTE. © ¿CUÁL?

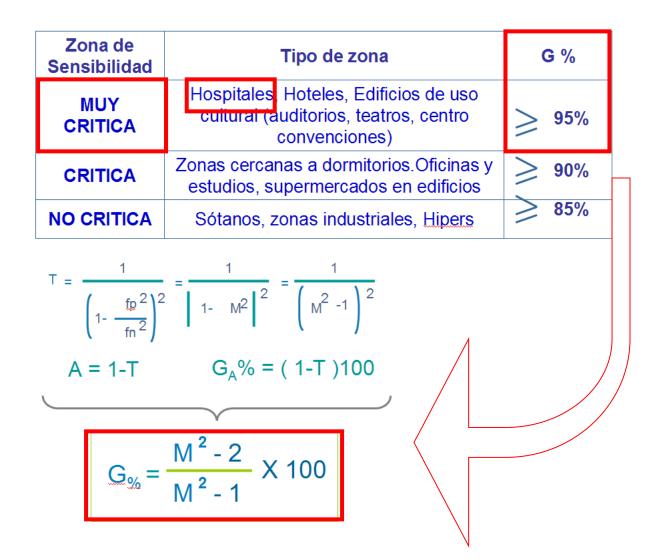
hay que diseñar un montaje antivibratorio con frecuencia natural más baja (sistema muelle blando) para obtener una frecuencia natural más baja.

PREGUNTAMOS A LA PROPIEDAD PARA QUE NOS FACILITEN MÁS DATOS Y NOS DICEN SOLAMENTE QUE EL CLIMATIZADOR ESTÁ SITUADO EN UNA CUBIERTA DE UN HOSPITAL.





Acordarse criterio Arau/RT



Ed.14: 24/02/2015



$$G_{\%} = \frac{M^2 - 2}{M^2 - 1} \times 100$$

$$M = \sqrt{\frac{2 - G}{1 - G}}$$

$$M = 4,58$$

Por tanto la MODULACIÓN ha de ser del orden mínimo de 4,58. Es decir que la frecuencia natural del sistema antivibratorio ha de ser 4,58 veces MAS PEQUEÑO que la frecuencia perturbadora del climatizador (Fp=600rpm=10Hz)

Ed.14: 24/02/2015



$$M = 4,58$$

$$f_0 = \frac{15,76}{\sqrt{\delta}}$$

$$M = \frac{f_p}{f_0} = \frac{f_p}{15.8} = \frac{f_p \cdot \sqrt{\delta}}{15.8}$$

$$4,58 = \frac{10\sqrt{\delta}}{15,8}$$

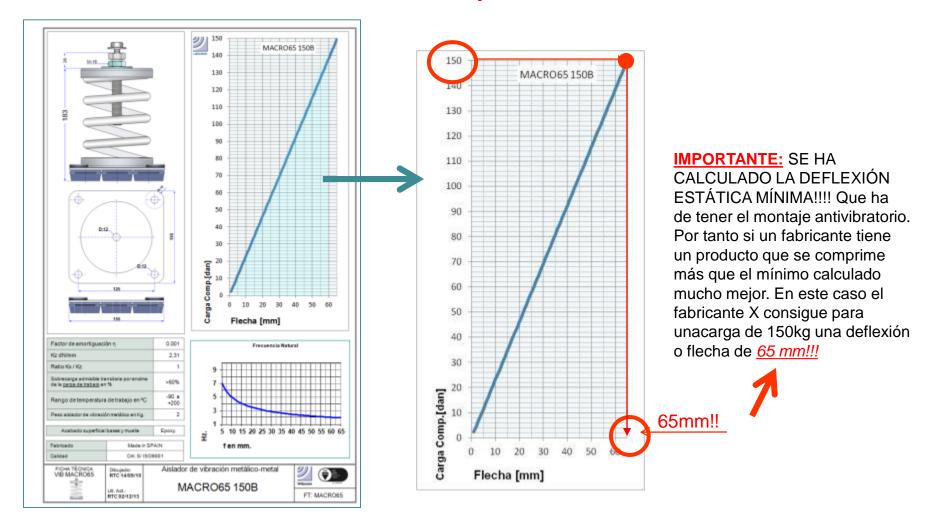
Con esto sabremos la flecha del montaje antivibratorio, es decir cuanto se han de comprimir los muelles para la cubierta de una Hospital

$$\delta = 52 \, mm$$

Ed.14: 24/02/2015



Ahora buscaremos aisladores de las marca X, que para una carga puntual de 150 se compriman 52 mm



Ed.14: 24/02/2015
Rafael Torres del Castillo
Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL



•EJERCICIO 4:

- Climatizador de 800Kg repartido en 4 apoyos simétricos
- Motor 1500 rpm
- Ventilador 700 rpm



- a) Seleccionar el montaje antivibratorio para obtener un grado de aislamiento del 90%
- b) Reajustar el sistema reutilizando el mismo montaje antivibratorio al saber que se va a colocar un variador de frecuencia para que el ventilador gire a 400 rpm.



Motor 1500 rpmVentilador 700 rpm



 a) Seleccionar el montaje antivibratorio para obtener un grado de aislamiento del 90%

$$G = \frac{M^{2} - 2}{M^{2} - 1}$$

$$M = \sqrt{\frac{2 - G}{1 - G}}$$

$$G = \frac{M^{2} - 2}{M^{2} - 1}$$

$$G(M^{2} - 1) = M^{2} - 2$$

$$GM^{2} - G = M^{2} - 2$$

$$GM^{2} - M^{2} = G - 2$$

$$M^{2}(G - 1) = (G - 2)$$

$$M^{2} = \frac{2 - G}{1 - G}$$

$$M = \sqrt{\frac{2 - O.9}{1 - O.9}}$$

$$M = 3.3$$



- Motor 1500 rpmVentilador 700 rpm
- b) Seleccionar el montaje antivibratorio para obtener un grado de aislamiento del 90%

$$M = 3,3$$

$$M = \frac{f_p}{f_0} = \frac{f_p}{15.8} = \frac{f_p \cdot \sqrt{\delta}}{15.8}$$

$$f_p = \frac{700 \, rpm}{60} = 11,66 \, Hz$$

$$\delta = \left(\frac{15.8M}{f_p}\right)^2$$

$$\delta = 20 \, mm$$

Ed.14: 24/02/2015



Climatizador de 1.000Kg

·Motor 1500 rpm

Ventilador 700 rpm



 Seleccionar el montaje antivibratorio para obtener un grado de aislamiento del 90%

Ahora busco unos aisladores de la marca X, que satisfagan

Flecha de compresión en 🚃 MINIMA.

Cargo MAXIMA on dalli (18g)

Factor de amortiguación a

Disefiado/Fabricado

2.6

VIB-1350 EN

FT- VIB1350E B

las siguientes condiciones:

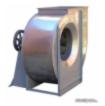


- •Carga puntual por apoyo 250Kg (800/4)
- Aisladores metálicos de muelle
- •Flecha de compresión

$$\delta = 20 \, mm$$

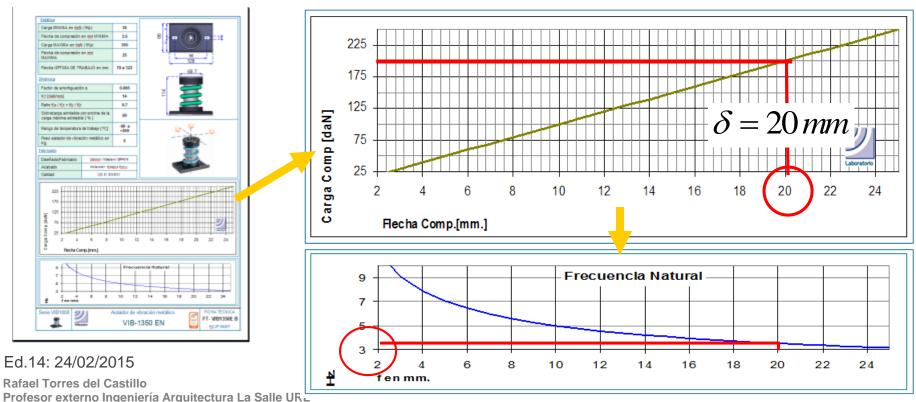


Climatizador de 1.000Kg
 Motor 1500 rpm
 Ventilador 700 rpm



c) Seleccionar el montaje antivibratorio para obtener un grado de aislamiento del 90%

Una vez conocida la flecha mínima a la cual los aisladores se han de comprimir he de buscar en el cata





•EJERCICIO 5: Reajustar el sistema reutilizando el mismo montaje antivibratorio al saber que se va a colocar un variador de frecuencia para que el ventilador gire a 400 rpm.

- Climatizador de 1.000Kg
- ·Motor 1500 rpm
- •Ventilador 700 rpm -----> Pasa a 400 rpm



$$f_p = \frac{700 \, rpm}{60} = 11,66 Hz$$

$$f_{pv} = \frac{400 \, rpm}{60} = 6,66 Hz$$

Esto lo debéis calcular vosotros

Utilizar montaje en serie

Ed.14: 24/02/2015



•EJERCICIO 5: Reajustar el sistema reutilizando el mismo montaje antivibratorio al saber que se va a colocar un variador de frecuencia para que el ventilador gire a 400 rpm.





Sistema en serie formado por 4 aisladores de muelle. En este caso se requería una flecha total de 90 mm



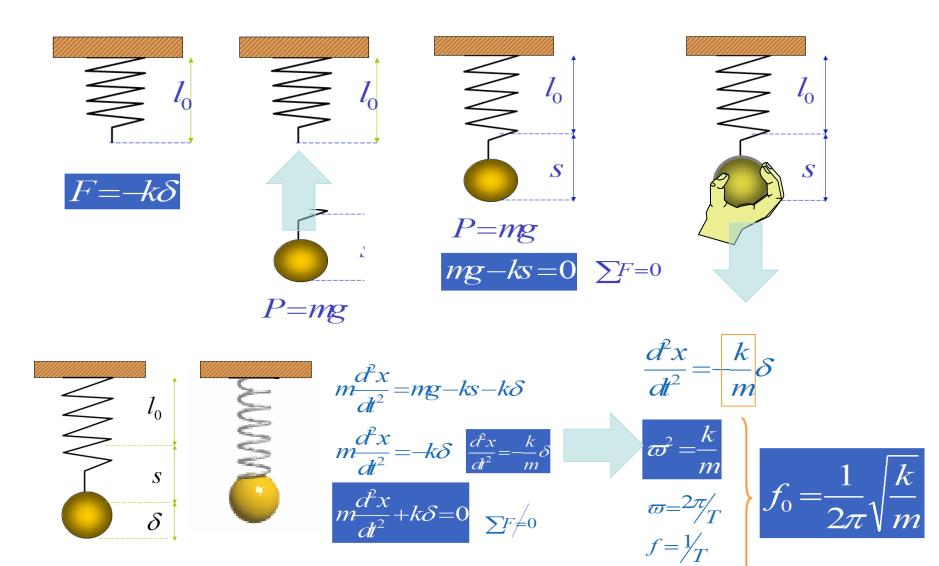
Buena suerte compañeros!!!!!!



rafa@vibcon.es

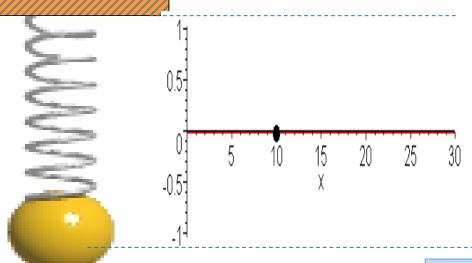
Ed.14: 24/02/2015





Ed.14: 24/02/2015





$$x(t) = Asen(\varpi_0 t + \varphi)$$

$$\dot{x}(t) = A\varpi_0 \cos(\varpi_0 t + \varphi)$$

$$\ddot{x}(t) = -A\varpi_0^2 sen(\varpi_0 t + \varphi)$$

$$m\ddot{x}(t) = -kx(t)$$

$$\ddot{x}(t)$$

$$- mA \, \varpi^2 \sin(\varpi_0 t + \varphi) = -kA \sin(\varpi_0 t + \varphi)$$

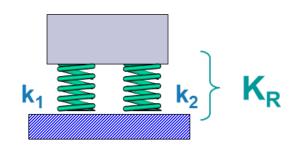
$$- mA \, \varpi^2 = -kA$$

$$\varpi^2 = \frac{k}{m}$$

Ed: Ar4 in 24 / Ro2d 20/05/2010



Sistema mecánico en paralelo



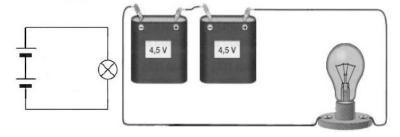
$$F_{1} = K_{1} \cdot \delta$$

$$F_{2} = K_{2} \cdot \delta$$

$$F_{R} = F_{1} + F_{1} = (K_{1} + K_{2}) \cdot \delta$$

Sistema eléctrico de baterias en serie

Por ejemplo, en el circuito de la figura, cada pila de petaca da una tensión de 4,5 V; con las dos en serie se estará aplicando a la lámpara una tensión de 9 V.



Ed.14: 24/02/2015

Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL

Sistema mecánico en serie



$$F = K_{1} \cdot \delta_{1}$$

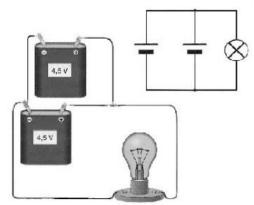
$$F = K_{2} \cdot \delta_{2}$$

$$\delta_{R} = \delta_{1} + \delta_{2} = \frac{F}{K_{1}} + \frac{F}{K_{2}} = F\left(\frac{1}{K_{1}} + \frac{1}{K_{2}}\right)$$

$$\frac{1}{K_{R}} = \frac{1}{K_{1}} + \frac{1}{K_{2}}$$

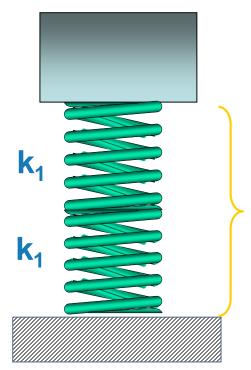
$$K_{R} = \frac{K_{1} \cdot K_{2}}{K_{1} + K_{2}}$$

Sistema eléctrico de baterias en paralelo

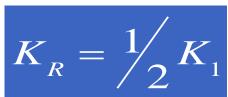


La **tensión** que proporciona el **conjunto** es **la misma** que la que proporciona **una sola pila**. La **corriente** que **suministra** el conjunto **se la reparten entre las pilas**. O sea, cada pila da menos corriente, por lo que durará más.









$$\delta_R = 2\delta_1$$





Sistema en serie formado por 4 aisladores de muelle. En este caso se requería una flecha total de 90 mm

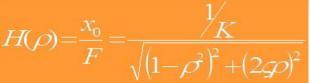


$$m \cdot \frac{d^2x}{dt^2} + k \cdot x + c \cdot \frac{dx}{dt} = F(t)$$

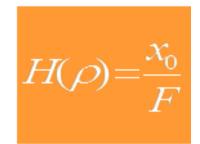
$$F(t) = F_0 \cdot sen(\varpi \cdot t + \varphi)$$

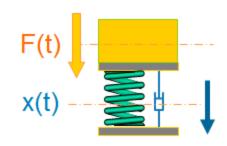






Ref: Centre Comercial Espais(Girona)2006





Relación CAUSA - EFECTO

Efecto x(t)

Causa F(t)

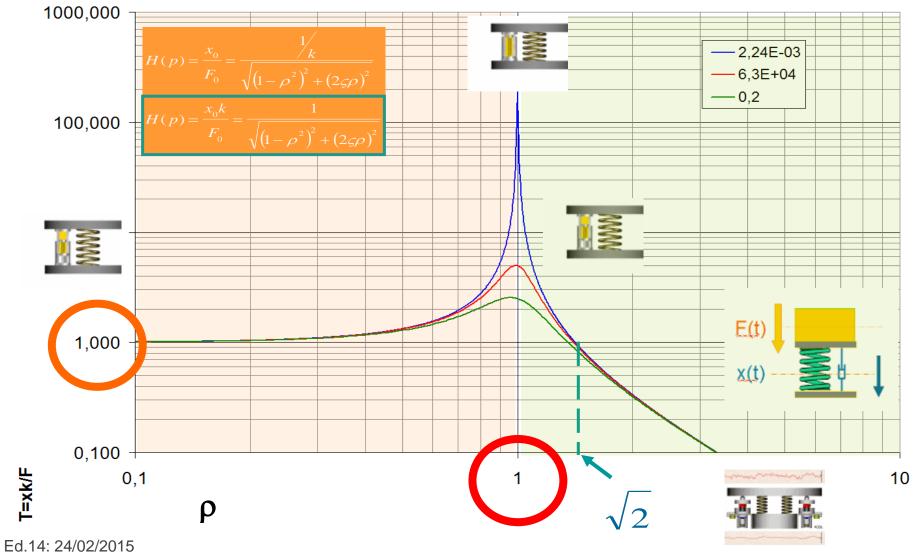
Relación INPUT -OUTPUT

señal de SALIDA (ОИТРИТ)

señal de ENTRADA (INPUT)

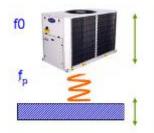






Rafael Torres del Castillo Profesor externo Ingeniería Arquitectura La Salle URL





$$\sim$$

$$F(t) = F_0 sen(2\pi f_t)$$

$$F(t) = F_t sen(2\pi f_t + \phi)$$

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + (2\varsigma\rho)^2}}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + (2\varsigma\rho)^2}}$$

$$FT = \frac{F_t}{F_0} \left(\frac{salida}{entrada} \right)$$

- FT >1 => Amplificación (ko)
- FT= 1 => Trasnmisibilidad total (ko)
- FT <1 => Transmisibilidad baja (ok)
- FT =0 => Trasnmisibilidad nula (ideal)

F₀: Fuerza dinámica perturbadora (excitatriz)

F_T: Fuerza transmitida al suelo

FT: Transmisibilidad de la fuerza.

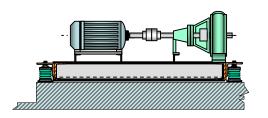
Ed.14: 24/02/2015







$$20\log \frac{a_s}{a_E}$$



20log a_s-20log a_e <0 Atenuación (Negativo)

 $20log a_{s}^{-}20log a_{E} > 0$ Amplificación (Positivo)



$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + (2\varsigma\rho)^2}}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + (2\varsigma\rho)^2}}$$

$$FT = \frac{F_{t}}{F_{0}} = \sqrt{\frac{1 + \left(2\varsigma f / f_{0}\right)^{2}}{\left(1 - \left(f / f_{0}\right)^{2}\right)^{2} + \left(2\varsigma f / f_{0}\right)^{2}}}$$

$$\rho = \frac{\varpi}{\varpi_0} = \frac{2\pi f}{2\pi f_0} = \frac{f}{f_0} \implies M = \frac{f}{f_0} \text{ Modulación}$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Ed.14: 24/02/2015



Transmisibilidad en $f(\eta)$ 1000,00 100,00 10,00 1,00 **Transmisibilidad** 0,10 0,01 0,1 f/f0

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + (2\varsigma\rho)^2}}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + (2\varsigma\rho)^2}}$$

SIN AMORTIGUACION 5,E-04

---0,025

---0,075

----0,1

---0,5

--- CRITICO 1

--- SUPRACRITICO 10

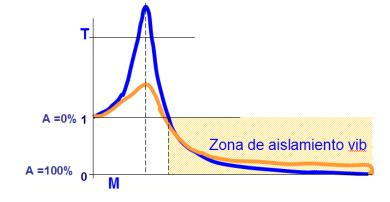
Rafael Torres del Castillo 8ª Ed.

Transmisibilidad de la Fuerza

$$FT = \frac{F_t}{F_0} \left(\frac{salida}{entrada} \right) \begin{cases} \bullet \text{ FT= 1 => transmisibilidad total (ko)} \\ \bullet \text{ FT =0 => Transmisibilidad nula (ok)} \end{cases}$$

$$A = 1 - FT$$





Ed.14: 24/02/2015



$$\uparrow \zeta => \uparrow FT => \downarrow A$$

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{\sqrt{1 + (2\varsigma \rho)^2}}{\sqrt{(1 - \rho^2)^2 + (2\varsigma \rho)^2}}$$
$$A = 1 - FT$$

máximo valor de aislamiento vibratorio (AV) se conseguirá con ζ ≈ 0

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \sqrt{\frac{1 + \left(2\varsigma f / f_0\right)^2}{\left(1 - \left(f / f_0\right)^2\right)^2 + \left(2\varsigma f / f_0\right)^2}}$$

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{1}{1 - \left(f / f_0\right)^2}$$

$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{1}{1 - M^2} = \frac{1}{M^2 - 1}$$

Ed.14: 24/02/2015



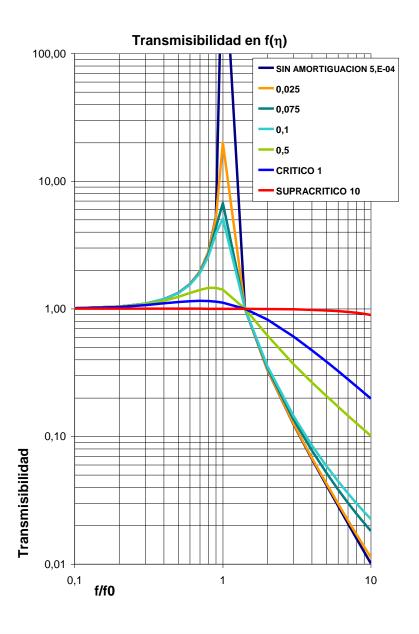
$$FT = \frac{F_t}{F_0} = \frac{1}{|1 - M^2|} = \frac{1}{M^2 - 1}$$

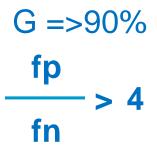
$$G_A = (1 - FT)100$$
 (%)

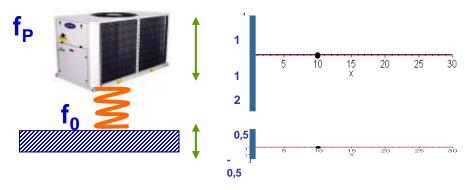
$$G_A = \left(\frac{M^2 - 2}{M^2 - 1}\right) 100$$

Ed.14: 24/02/2015









Zona de Sensibilidad	Tipo de zona	G %
MUY CRITICA	Hospitales, Hoteles, Edificios de uso cultural (auditorios, teatros, centro convenciones)	> 95%
CRITICA	Zonas cercanas a dormitorios. Oficinas y estudios, supermercados en edificios	> 90%
NO CRITICA	Sótanos, zonas industriales, Hipers	> 85%

Ed.14: 24/02/2015

Fuente: basado en experiencia Rafa Torres-Vibcon y criterio del Dc HIGINI ARAU

