LOGARITMOS

DEFINICIÓN

Logaritmo de un número es el exponente al que hay que elevar la base para que nos de dicho número.

$$\log_a P = x \Leftrightarrow a^x = P \qquad \log_2 8 = 3 \Leftrightarrow 2^3 = 8 \qquad a = 2; x = 3; P = 8$$

Nota: $\log_a P$ se lee "logaritmo en base **a** de **P**"

Logaritmo de un número (*P*) es el exponente (x) al que hay que elevar la base (a) para que nos de dicho número (*P*).

La base tiene que ser positiva y distinta de 1

$$a > 0, a \neq 1$$

De la definición de logaritmo podemos deducir:

- ✓ No existe el logaritmo de un número con base negativa.

$$\nexists \log_{-a} x$$

- ✓ No existe el logaritmo de un número negativo.

$$\nexists \log_a (-x)$$

- ✓ No existe el logaritmo de cero.

$$\nexists \log_a 0$$

- ✓ El logaritmo de 1 es cero **(todo número elevado a 0 da 1)**.

$$\log_a 1 = 0$$

- ✓ El logaritmo en base a de a es uno.

$$\log_a a = 1$$

- ✓ El logaritmo en base a de una potencia en base a es igual al exponente.

$$\log_a a^n = n$$

PROPIEDADES DE LOS LOGARITMOS

1. El logaritmo de un producto es igual a la suma de los logaritmos de los factores.

$$\log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y \qquad \log_2(4 \cdot 8) = \log_2 4 + \log_2 8 = 2 + 3 = 5$$

log(4*8)=log(4)+log(8)=0,602+0,903=1,505

2. El logaritmo de un cociente es igual al logaritmo del dividendo menos el logaritmo del divisor.

$$\log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y \qquad \log_2\left(\frac{8}{4}\right) = \log_2 8 - \log_2 4 = 3 - 2 = 1$$

log(8/4)=log(8)-log(4)= 0,903-0,602=0,301

3. El logaritmo de una potencia es igual al producto del exponente por el logaritmo de la base.

$$\log_a(x^n) = n \log_a x \qquad \log_2(8^4) = 4\log_2 8 = 4 \cdot 3 = 12$$

Log(8^4)=4*log(8)=4*0,903=3,612

4. El logaritmo de una raíz es igual al cociente entre el logaritmo del radicando y el índice de la raíz.

$$\log_a\left(\sqrt[n]{x}\right) = \frac{1}{n}\log_a x \qquad \log_2\left(\sqrt[4]{8}\right) = \frac{1}{4}\log_2 8 = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}$$

$$\log(\sqrt[4]{8}) = \frac{1}{4}\log(8) = \frac{1}{4}0{,}903 = 0{,}226$$

5. Cambio de base:

$$\log_a x = \frac{\log_b x}{\log_b a} \qquad \log_2 4 = \frac{\log_4 4}{\log_4 2} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

EJEMPLOS

$\log_2 8 = 3$ (Logaritmo en base 2 de 8 es igual a 3)

pues 3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de 8. $2^3 = 8$

$\log_2 \frac{1}{8} = -3$ (Logaritmo en base 2 de $\frac{1}{8}$ es igual a -3)

pues -3 es el exponente al que hay que elevar 2 para que nos de $\frac{1}{8}$. $2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

$\log_{10} 10000 = 4$ (logaritmo en base 10 de 10000 es igual a 4)

pues 4 es el exponente al que hay que elevar 10 para que nos de 10000.

$$10^4 = 10000$$

$\log_{10} 0.0001 = -4$ (logaritmo en base 10 de 0.0001 es igual a -4)

pues -4 es el exponente al que hay que elevar 10 para que nos de 0.0001.

$$10^{-4} = \frac{1}{10^4} = \frac{1}{10000} = 0.0001$$

EJERCICIOS

1. Indica la opción correcta log $(AB)^5$

A) 5logA.logB

B) 5logA+logB

C) 5logA+B

D) 5logA+5logB

2. Idem en log$(A+B)^2$

A) logA^2+B^2

B) 2log(A+B)

C) 2logA.lobB

D) 2logA+2logB

3. Idem en log$A^{2/5}$

A) 2/5logA

B) 2logA/log5

C) $(\log A)^2/5$

D) (2logA)/5

4. Idem en logA+logB

A) log(AB)

B) log A + B

C) log A log B

D) logA^B

5. Idem en 3logA-2logA

A) log(3A-2A)

B) logA

C) logA^{-1}

D) log$A^{3/2}$

6. Idem en log(3x/2y)

A) logx^3-logy^2

B) 3logx-2logy

C) log3+x-log2-y

D) log3x-log2y

7. Idem en 4logx+(logy)/5

A) log4x-5logy

B) log(x^4 $y^{1/5}$

C) (logx^4)/(logy^5)

D) log4x-logy^5

8. Idem en 987^{234}

A) 4,67E700

B) 2,99E234

C) 3,89E700

D) 987E234

9. Idem en 999^{789}

A) 999E789

B) 4,54E2366

C) 1,035E236

D) 789E999

10. Idem en $456^{1/789}$

A) 1.007E5

B) 1E9

C) 1.1E-9

D) 1.0077899