

## PRÁCTICA 2

Siendo las variables:

$x_1$  = número de televisores

$x_2$  = número de equipos de sonido

$x_3$  = número de altavoces

La función a maximizar sería:  $f(x_1, x_2, x_3) = 75x_1 + 50x_2 + 35x_3$

Sujeto a:

$$x_1 + x_2 \leq 450$$

$$x_1 \leq 250$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_3 \leq 800$$

$$x_1 + x_2 \leq 450$$

$$2x_1 + x_2 + x_3 \leq 600$$

Si lo resolvemos por el método simplex las tablas inicial y final que nos quedaría serían:

- La tabla inicial:

Tabla 1			75	50	35	0	0	0	0	0
Base	Cb	P0	P1	P2	P3	P4	P5	P6	P7	P8
P4	0	450	1	1	0	1	0	0	0	0
P5	0	250	1	0	0	0	1	0	0	0
P6	0	800	2	2	1	0	0	1	0	0
P7	0	450	1	1	0	0	0	0	1	0
P8	0	600	2	1	1	0	0	0	0	1
Z		0	-75	-50	-35	0	0	0	0	0

- La tabla final:

<b>Tabla 4</b>			75	50	35	0	0	0	0	0
<b>Base</b>	<b>C<sub>b</sub></b>	<b>P<sub>0</sub></b>	<b>P<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>2</sub></b>	<b>P<sub>3</sub></b>	<b>P<sub>4</sub></b>	<b>P<sub>5</sub></b>	<b>P<sub>6</sub></b>	<b>P<sub>7</sub></b>	<b>P<sub>8</sub></b>
P <sub>4</sub>	0	50	0	0	-0.5	1	0	-0.5	0	0
P <sub>1</sub>	75	200	1	0	0.5	0	0	-0.5	0	1
P <sub>5</sub>	0	50	0	0	-0.5	0	1	0.5	0	-1
P <sub>7</sub>	0	50	0	0	-0.5	0	0	-0.5	1	0
P <sub>2</sub>	50	200	0	1	0	0	0	1	0	-1
<b>Z</b>		25000	0	0	2.5	0	0	12.5	0	25

a) La solución óptima es  $Z = 25000$ , con  $P_1 = 200$ ,  $P_2 = 200$  y  $P_3 = 0$ .

b) Hay que introducir la variable  $P_3$  en la tabla

			75	50	$C_3$	0	0	0	0	0
<b>BASE</b>	<b>C<sub>b</sub></b>	<b>P<sub>0</sub></b>	<b>P<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>2</sub></b>	<b>P<sub>3</sub></b>	<b>P<sub>4</sub></b>	<b>P<sub>5</sub></b>	<b>P<sub>6</sub></b>	<b>P<sub>7</sub></b>	<b>P<sub>8</sub></b>
P <sub>4</sub>	0	50	0	0	-0.5	1	0	-0.5	0	0
P <sub>1</sub>	75	200	1	0	0.5	0	0	-0.5	0	1
P <sub>5</sub>	0	50	0	0	-0.5	0	1	0.5	0	-1
P <sub>7</sub>	0	50	0	0	-0.5	0	0	-0.5	1	0
P <sub>2</sub>	50	200	0	1	0	0	0	1	0	1
Z		25000	0	0	$37.5 - C_3$	0	0	12.5	0	25

Para que entre  $P_3$ , se debe cumplir que  $37.5 - C_3 \leq 0$ , por lo que  $C_3 \geq 37.5$ .

Entra  $P_3$  y sale  $P_1$ , ya que es el único valor estrictamente positivo. La nueva tabla sería:

			75	50	$C_3$	0	0	0	0	0
<b>BASE</b>	<b>C<sub>b</sub></b>	<b>P<sub>0</sub></b>	<b>P<sub>1</sub></b>	<b>P<sub>2</sub></b>	<b>P<sub>3</sub></b>	<b>P<sub>4</sub></b>	<b>P<sub>5</sub></b>	<b>P<sub>6</sub></b>	<b>P<sub>7</sub></b>	<b>P<sub>8</sub></b>
P <sub>4</sub>	0	250	1	0	0	1	0	-1	0	1
P <sub>3</sub>	$C_3$	400	2	0	1	0	0	-1	0	2
P <sub>5</sub>	0	250	1	0	0	0	1	0	0	0
P <sub>7</sub>	0	250	1	0	0	0	0	-1	1	1
P <sub>2</sub>	50	200	0	1	0	0	0	1	0	1
Z		$10000 + 400 \cdot C_3$	$2 \cdot C_3 - 75$	0	0	0	0	$-1 \cdot C_3 + 50$	0	$2 \cdot C_3 + 50$

Para que la tabla sea óptima se debe cumplir:

$$2 \cdot C_3 - 75 \geq 0 \rightarrow C_3 \geq 37.5$$

$$-1 \cdot C_3 + 50 \geq 0 \rightarrow C_3 \leq 50$$

$$2 \cdot C_3 + 50 \geq 0 \rightarrow C_3 \geq 37.5$$

$$\mathbf{37.5 \leq C_3 \leq 50}$$

c) Para este apartado vamos a calcular la forma dual del problema, que quedaría:

Función a minimizar:

$$f(y_1, y_2, y_3, y_4, y_5) = 450 \cdot y_1 + 250 \cdot y_2 + 800 \cdot y_3 + 450 \cdot y_4 + 600 \cdot y_5$$

Sujeto a:

$$y_1 + y_2 + 2 \cdot y_3 + y_4 + 2 \cdot y_5 \geq 75$$

$$y_1 + 2 \cdot y_3 + y_4 + y_5 \geq 50$$

$$y_3 + y_5 \geq 35$$

$$y_1, y_2, y_3, y_4, y_5 \geq 0$$

La tabla final del simplex del dual es:

Tabla 1			-450	-250	-800	-450	-600	0	0	0
Base	C <sub>b</sub>	P <sub>0</sub>	P <sub>1</sub>	P <sub>2</sub>	P <sub>3</sub>	P <sub>4</sub>	P <sub>5</sub>	P <sub>6</sub>	P <sub>7</sub>	P <sub>8</sub>
P <sub>8</sub>	0	2.5	0.5	0.5	0	0.5	0	-0.5	0	1
P <sub>3</sub>	-800	12.5	0.5	-0.5	1	0.5	0	0.5	-1	0
P <sub>5</sub>	-600	25	0	1	0	0	1	-1	1	0
Z		-25000	50	50	0	50	0	200	200	0

La solución óptima es  $Z = 25000$ , con  $P_1, P_2 = 0, P_3 = 12.5, P_4 = 0, P_5 = 25$

Precios sombra:

$P_3$  indica el incremento de beneficio por cada unidad más producida de conos de altavoces.

El precio sombra de  $y_3$  es:  $\mathbf{Z^* = 12.5 + \Delta b_3}$

$P_4$  indica el incremento de beneficio por cada unidad más producida de componentes electrónicos.

El precio sombra de  $y_5$  es:  **$Z^* = 25 + \Delta b_5$**

- d) El precio sombra de  $y_3$  es:  $Z^* = 12.5 + \Delta b_3$ , por lo que para que la tabla final se mantenga óptima se debe cumplir:

$$0.5 \cdot (12.5 + \Delta b_3) + 450 \geq 0$$

$$-0.5 \cdot (12.5 + \Delta b_3) + 250 - 600 \geq 0$$

$$0.5 \cdot (12.5 + \Delta b_3) + 600 \geq 0$$

$$-12.5 - \Delta b_3 - 600 \geq 0$$

$$\Delta b_3 \geq \mathbf{612.5}$$