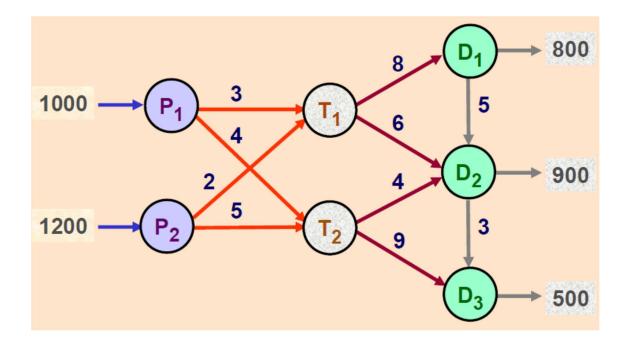
1.- Una compañía envía camiones cargados de grano desde tres silos a cuatro molinos. La oferta y la demanda, junto con los costes del transporte por carga de camión en las diferentes rutas, se resumen en la siguiente tabla, en donde la oferta y la demanda vienen dadas en términos de camiones cargados y los costes en cientos de euros.

|         | Molino1 | Molino2 | Molino3 | Molino4 | Oferta |
|---------|---------|---------|---------|---------|--------|
| Silo1   | 10      | 2       | 20      | 11      | 15     |
| Silo2   | 12      | 7       | 9       | 20      | 25     |
| Silo3   | 4       | 14      | 16      | 18      | 10     |
| Demanda | 5       | 15      | 15      | 15      |        |

- a) ¿Es el modelo equilibrado? ¿Por qué?
- b) ¿Qué crees que ocurriría si en el problema anterior la Oferta total fuera menor que la Demanda total?
- c) Determina qué cantidad de camiones hay que enviar desde cada silo a cada molino para conseguir que el coste total del transporte sea lo menor posible. Explica qué método has usado y cómo has calculado la solución inicial).
- 2.- Una empresa debe planificar la producción de un artículo para los 4 trimestres del próximo año. Puede estimar la demanda en las siguientes unidades: 200, 150, 200 y 100 en cada uno de los trimestres. La capacidad de producción está limitada a 150 unidades en cada trimestre. Las demandas de un trimestre no se pueden satisfacer en trimestres posteriores. El coste unitario de producción es de 2 unidades, pero en el caso de que haya almacenamiento se incrementa en 0.5 unidades en cada periodo por cada unidad almacenada.

Diseñar la planificación que conduzca al menor coste de producción.

3. -Dos fábricas de automóviles, P1 y P2, están conectadas a tres distribuidores, D1, D2 y D3, por medio de dos centros de tránsito, T1 y T2, de acuerdo con la red que se muestra en la siguiente figura. Las cantidades de la oferta en las fábricas P1 y P2, son de 1000 y 1200 automóviles, y las cantidades de la demanda en las distribuidoras D1, D2 y D3, son de 800, 900 y 500 automóviles. El costo de envío por automóvil (en decenas de dólares) entre los pares de nodos, se muestra en los (arcos) de conexión de la red. Las fábricas desean satisfacer la demanda, minimizando el costo total de envío.



4.- Juan Manuel necesita asignar cuatro trabajos que recibió a cuatro empleados de planta. Las diversas habilidades de éstos dan lugar a costos variados por el desempeño de los trabajos. La tabla siguiente resume el costo de las asignaciones. Los datos indican que el empleado 1 no puede realizar el trabajo 3 y que el empleado 3 no puede realizar el trabajo 4. Determinar la asignación óptima.

|         | Trabajo1 | Trabajo2 | Trabajo3 | Trabajo4 |
|---------|----------|----------|----------|----------|
| Luis    | 50       | 50       | -        | 20       |
| Pablo   | 70       | 40       | 20       | 30       |
| Miguel  | 90       | 30       | 50       | -        |
| Antonio | 70       | 20       | 50       | 70       |

## Solución 1

- a) Es equilibrado porque la oferta y la demanda son iguales.
- b) Habría que incluir una fila ficticia, que sería un silo 4 para que compensase la falta de oferta.
- c)

|         | Molino1        | Molino2         | Molino3         | Molino4         | Oferta           | P.F. |
|---------|----------------|-----------------|-----------------|-----------------|------------------|------|
| Silo1   | 10             | 2 15            | 20              | 11              | <del>15</del> 0  | 890  |
| Silo2   | 12             | 7               | 9 15            | 20 10           | <del>25 10</del> | 235  |
| Silo3   | 4 5            | 14              | 16              | 18 5            | 10 5             | 1024 |
| Demanda | <del>5</del> 0 | <del>15</del> 0 | <del>15</del> 0 | <del>15</del> 0 |                  |      |
| P.C.    | 10             | <del>5</del> 0  | 60              | 420             |                  |      |

La solución anterior sería la obtenida por el método de aproximación de Vogel, vamos a comprobar la solución óptima con MODI, para ello utilizaremos un software:

|        | 1      | 2            | 3       | 4             | Supply | ui            |
|--------|--------|--------------|---------|---------------|--------|---------------|
| 1      | 10 [9] | 2 (15)       | 20 [16] | 11 [-4]       | 15     | <i>u</i> 1=-5 |
| 2      | 12 [6] | 7 <b>(d)</b> | 9 (15)  | 20 (10)       | 25     | u2=0          |
| 3      | 4 (5)  | 14 [9]       | 16 [9]  | 18 <b>(5)</b> | 10     | <i>u</i> 3=-2 |
| Demand | 5      | 15           | 15      | 15            |        |               |
| vj     | v1=6   | v2=7         | v3=9    | v4=20         |        |               |

Como podemos ver, la solución óptima no es la obtenida por Vogel, ya que hay un coeficiente negativo en la tabla, en este caso, el 14. Para arreglar esto escogemos el camino 14, 12, 22, 24. Que se queda de la siguiente forma:

|        | 1     | 2      | 3      | 4              | Supply |
|--------|-------|--------|--------|----------------|--------|
| 1      | 10    | 2 (5)  | 20     | 11 <b>(10)</b> | 15     |
| 2      | 12    | 7 (10) | 9 (15) | 20             | 25     |
| 3      | 4 (5) | 14     | 16     | 18 <b>(5)</b>  | 10     |
| Demand | 5     | 15     | 15     | 15             |        |

Realizamos otra iteración de MODI:

| 1      | 2       | 3      | 4       |                | Supply | ui           |
|--------|---------|--------|---------|----------------|--------|--------------|
| 1      | 10 [13] | 2 (5)  | 20 [16] | 11 <b>(10)</b> | 15     | <i>u</i> 1=0 |
| 2      | 12 [10] | 7 (10) | 9 (15)  | 20 [4]         | 25     | <i>u</i> 2=5 |
| 3      | 4 (5)   | 14 [5] | 16 [5]  | 18 <b>(5)</b>  | 10     | <i>u</i> 3=7 |
| Demand | 5       | 15     | 15      | 15             |        |              |
| vj     | v1=-3   | v2=2   | v3=4    | v4=11          |        |              |

Como todos los valores de la tabla son mayores o iguales que 0, hemos llegado a la solución óptima, que sería la que aparece en la penúltima tabla.

Solución 2

La tabla resultante de este problema es:

|         | Q1  | Q2  | Q3  | Q4  | Oferta |
|---------|-----|-----|-----|-----|--------|
| T1      | 2   | 2.5 | 3   | 3.5 | 150    |
| T2      | M   | 2   | 2.5 | 3   | 150    |
| Т3      | M   | M   | 2   | 2.5 | 150    |
| T4      | M   | M   | M   | 2   | 150    |
| Demanda | 200 | 150 | 200 | 100 | 650    |

|            | 1                   | 2                   | 3                         | 4                 | Suppl<br>y | ui                    |
|------------|---------------------|---------------------|---------------------------|-------------------|------------|-----------------------|
| 1          | 2 (150) (+)         | 2.5 <b>(d)</b> (-)  | 3 [0]                     | 3.5 [99998.<br>5] | 150        | $u_1=3$               |
| 2          | 99999 [99997.<br>5] | 2 (150) (+)         | 2.5 <b>(d)</b> (-)        | 3 [99998.5]       | 150        | u2=2.5                |
| 3          | 99999 [99998]       | 99999 [99997.<br>5] | 2 (150)                   | 2.5 [99998.<br>5] | 150        | u3=2                  |
| 4          | 99999 (50) (-)      | 99999 [-0.5]        | 99999 [-<br>1] <b>(+)</b> | 2 (100)           | 150        | <i>u</i> 4=10000<br>0 |
| Sdummy     | 0 [1]               | 0 [0.5]             | 0 (50)                    | 0 [99998]         | 150        | <i>u</i> 5=0          |
| Deman<br>d | 200                 | 150                 | 200                       | 100               |            |                       |
| vj         | v1=-1               | v2=-0.5             | v3=0                      | v4=-99998         |            |                       |

Vemos que no es posible encontrar una solución óptima con MODI, por lo tanto, no es posible.

## Solución 3

Es un modelo de transbordo, por lo que la tabla es un poco diferente:

|         | T1 | T2 | D1      | D2      | D3  | Oferta |
|---------|----|----|---------|---------|-----|--------|
| P1      | 3  | 4  | M       | M       | M   | 1000   |
| P2      | 2  | 5  | M       | M       | M   | 1200   |
| T1      | 0  | 7  | 8       | 6       | M   | В      |
| T2      | M  | 0  | M       | 4       | 9   | В      |
| D1      | M  | M  | 0       | 5       | M   | В      |
| D2      | M  | M  | M       | 0       | 3   | В      |
| Demanda | В  | В  | 800 + B | 900 + B | 500 |        |

B = 2200

Para la solución inicial utilizaremos el método de la esquina noroeste:

|         | T1     | T2     | D1      | D2      | D3    | Oferta |
|---------|--------|--------|---------|---------|-------|--------|
| P1      | 3 1000 | 4      | M       | M       | M     | 1000   |
| P2      | 2 1200 | 5      | M       | M       | M     | 1200   |
| T1      | 0      | 7 2200 | 8       | 6       | M     | В      |
| T2      | M      | 0      | м 2200  | 4       | 9     | В      |
| D1      | M      | M      | 0 800   | 5 1400  | M     | В      |
| D2      | M      | M      | M       | 0 1700  | 3 500 | В      |
| Demanda | В      | В      | 800 + B | 900 + B | 500   |        |

La solución que aporta este método no es nada óptima, por lo que no podemos decir que una solución posible es esta.

## Solución 4

Es un problema de asignación con designaciones inaceptables, por lo que las celdas con un guión como coste no pueden ser asignadas.

|         | Trabajo1     | Trabajo2     | Trabajo3     | Trabajo4     | Menor fila |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|------------|
| Luis    | 50-20 = 30   | 50 -20 = 30  | -            | 20 - 20 = 0  | 20         |
| Pablo   | 70 - 20 = 50 | 40 - 20 = 20 | 20 - 20 = 0  | 30 - 20 = 10 | 20         |
| Miguel  | 90 - 30 = 60 | 30 - 30 = 0  | 50 – 30 = 20 | -            | 30         |
| Antonio | 70 - 20 = 50 | 20 - 20 = 0  | 50 - 20 = 30 | 70 - 20 = 50 | 20         |

Ya tenemos los valores de las filas restados.

|         | Trabajo1     | Trabajo2 | Trabajo3 | Trabajo4 | Menor fila |
|---------|--------------|----------|----------|----------|------------|
| Luis    | 30 - 30 = 0  | 30       | -        | 0        | 20         |
| Pablo   | 50 - 30 = 20 | 20       | 0        | 10       | 20         |
| Miguel  | 60 - 30 = 30 | 0        | 20       | -        | 30         |
| Antonio | 50 - 30 = 20 | 0        | 30       | 50       | 20         |
| Menor   | 30           | 0        | 0        | 0        |            |
| columna |              |          |          |          |            |

Como el mínimo número de líneas que se trazan para cubrir todos los ceros es menor que 4, la matriz no es reducida. Por lo tanto cogemos el mínimo valor de las celdas no cubiertas y se lo restamos a las demás que tampoco están cubiertas. En este caso es 20.

|         | Trabajo1     | Trabajo2 | Trabajo3     | Trabajo4     | Menor fila |
|---------|--------------|----------|--------------|--------------|------------|
| Luis    | 0            | 30       | -            | 0            | 20         |
| Pablo   | 20           | 20       | 0            | 10           | 20         |
| Miguel  | 30 - 20 = 10 | 0        | 20 - 20 = 0  | -            | 30         |
| Antonio | 20 - 20 = 0  | 0        | 30 – 20 = 10 | 50 - 20 = 30 | 20         |
| Menor   | 30           | 0        | 0            | 0            |            |
| columna |              |          |              |              |            |

Ahora sí se necesitan 4 líneas para cubrir todos los ceros, por lo que hemos llegado a la matriz reducida.

La asignación ideal es: Luis, Trabajo4 Pablo, Trabajo3 Miguel, Trabajo2 Antonio, Trabajo1