

UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO

BRUNO SAMWAYS DOS SANTOS

**PROGRAMAÇÃO DE ÔNIBUS INTERURBANO UTILIZANDO A
TÉCNICA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA**

DISSERTAÇÃO

PONTA GROSSA

2014

BRUNO SAMWAYS DOS SANTOS

**PROGRAMAÇÃO DE ÔNIBUS INTERURBANO UTILIZANDO A
TÉCNICA DE PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA**

Dissertação apresentada como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção, do Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção, da Universidade Tecnológica Federal do Paraná.

Orientador: Prof. Dr. João Carlos Colmenero

PONTA GROSSA

2014

Dados Internacionais de Catalogação na Publicação

S237p Santos, Bruno Samways dos
Programação de ônibus interurbano utilizando a técnica de programação
linear inteira / Bruno Samways dos Santos. — 2014.
73 f. : il. ; 30 cm

Orientador: João Carlos Colmenero

Dissertação (Mestrado) – Universidade Tecnológica Federal do Paraná.
Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, Ponta Grossa,
2014.

Bibliografia: f. 62-66

1. Programação linear. 2. Sistemas inteligentes de veículos rodoviários.
3. Veículos a motor – Frotas. 4. Sistemas lineares de controle. 5. Otimização
matemática. 6. Modelos matemáticos. 7. Engenharia de Produção –
Dissertações. I. Colmenero, João Carlos, orient. II. Universidade Tecnológica
Federal do Paraná. Programa de Pós-graduação em Engenharia de
Produção. III. Título.

CDD (20. ed.) 670.42

Biblioteca Central da UTFPR, Campus Curitiba



**Universidade Tecnológica Federal do Paraná
Campus Ponta Grossa**

**Diretoria de Pesquisa e Pós-Graduação
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM
ENGENHARIA DE PRODUÇÃO**



FOLHA DE APROVAÇÃO

Título da Dissertação Nº **246/2014**

**PROGRAMAÇÃO DE ÔNIBUS INTERURBANO UTILIZANDO A TÉCNICA DE
PROGRAMAÇÃO LINEAR INTEIRA**

por

Bruno Samways dos Santos

Esta dissertação foi apresentada às **14 horas de 30 de abril de 2014** como requisito parcial para a obtenção do título de MESTRE EM ENGENHARIA DE PRODUÇÃO, com área de concentração em Gestão Industrial, Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção. O candidato foi argüido pela Banca Examinadora composta pelos professores abaixo citados. Após deliberação, a Banca Examinadora considerou o trabalho aprovado.

Prof. Dr. Kazuo Hatakeyama (SOCIESC)

Prof. Dr. Aldo Braghini Junior (UTFPR)

Prof. Dr. Antonio Vanderley Herrero Sola
(UTFPR)

Prof. Dr. João Carlos Colmenero (UTFPR) -
Orientador

Prof. Dr. Aldo Braghini Junior (UTFPR)
Coordenador do PPGE

A FOLHA DE APROVAÇÃO ASSINADA ENCONTRA-SE NO DEPARTAMENTO DE
REGISTROS ACADÊMICOS DA UTFPR –CÂMPUS PONTA GROSSA

Dedico este trabalho à minha família e à
minha noiva que sempre me apoiaram
nos momentos mais difíceis e de
incertezas.

AGRADECIMENTOS

Primeiramente, agradeço a Deus por me conceder a oportunidade de estar finalizando este trabalho, sempre abençoando a mim e a todos.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. João Carlos Colmenero, por sua confiança em mim depositada e pela paciência na condução dos trabalhos, agregando valor a todos os conhecimentos obtidos neste período.

Aos meus colegas de sala.

À Secretaria do Curso, pela cooperação.

Agradeço à minha família por estarem sempre juntos.

À minha noiva, que sempre me deu suporte para todos os desafios.

À empresa Viação Santana Iapó LTDA, pelo fornecimento dos dados e informações para o presente trabalho, sempre esclarecendo dúvidas e colaborando na estrutura do trabalho.

Ao Programa de Assistência ao Ensino - PAE, pelo apoio financeiro.

Enfim, a todos os que por algum motivo contribuíram para a realização desta pesquisa.

Não se pode ensinar nada a um homem;
só é possível ajudá-lo a encontrar a coisa
dentro de si.
(GALILEI, Galileu)

RESUMO

SANTOS, Bruno Samways dos. **Programação de ônibus interurbano utilizando a técnica de programação linear inteira**. 2014. 75 f.. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) - Universidade Tecnológica Federal do Paraná. Ponta Grossa, 2014.

O transporte rodoviário é um dos modais mais utilizados para o transporte de passageiros principalmente devido à sua acessibilidade, tanto no contexto nacional como mundial. As organizações buscam métodos e sistemas cada vez mais eficientes para atender de forma satisfatória seus clientes, oferecendo serviços de qualidade e confiáveis. O presente trabalho teve como objetivo propor um modelo matemático de veículos para a minimização de ônibus, evitando ao máximo o desbalanceamento da rede de transporte. O modelo buscou abranger as restrições inerentes aos fluxos em rodoviárias de modo a cobrir todas as viagens de uma tabela de horários já definida, alocando apenas um veículo para cada viagem e aproveitando o mesmo para outras viagens quando possível, atendendo à função objetivo. O modelo foi aplicado à uma empresa de transportes de passageiros com quatro cidades envolvidas e 105 viagens em um tempo de 24 horas. As variáveis e restrições foram identificadas a partir de entrevistas semi-estruturadas e visitas à organização, observando roteiros de viagens a serem cumpridos por dois modelos de ônibus: metropolitanos e articulados. Neste contexto, dois modelos distintos foram montados de forma a atender as viagens, sendo analisadas separadamente. Os resultados definiram um total necessário de 12 ônibus metropolitanos e 4 ônibus articulados para atender às exigências da empresa e da tabela viagens, sendo que todas as restrições foram satisfeitas, detectando-se a necessidade da realização de seis viagens mortas (sem passageiros) para suprir a necessidade de demanda de ônibus para cada tabela de viagens diárias. Com os resultados, fez-se uma comparação com a programação que a empresa necessitava para cumprir a tabela de viagens, identificando a diminuição de um ônibus metropolitano, sem deixar de cumprir a restrição de autonomia de cada ônibus poder rodar 400 quilômetros sem necessidade de reabastecimento. Algumas melhorias foram identificadas analisando-se a rede resultante, sendo discutidas ao final da pesquisa e norteadas novas intenções de trabalhos futuros.

Palavras-chave: Programação linear inteira. Programação de veículos. Designação de frotas. Modelo matemático. Otimização.

ABSTRACT

SANTOS, Bruno Samways dos. **Intercity bus scheduling through the linear integer programming**. 2014. 75 p. Dissertation (Master's in Production Engineering) - Federal Technology University - Parana. Ponta Grossa, 2014.

Road transport is one of the most used modes for passenger transport mainly due to its affordability, in the national and global context. Organizations seek for a better methods and systems to meet the satisfaction of its customers, offering quality and reliable services. This research aimed to propose a vehicle scheduling model to minimize buses, avoiding the transmission system imbalance. The model tried to cover the restrictions inherent about the vehicle flow on bus stations to cover all travel in a given timetable, allocating only one vehicle for each trip and using it for other trips when it is possible, given the objective function. The model was applied to a passenger transportation company with four cities involved and 105 trips in a time of 24 hours. The variables and constraints were identified from semi-structured interviews and visits at organization, identifying the tours to be met by two bus models: articulated and metropolitan. In this context, two different models were fitted to meet the travel, and analyzed separately. The results defined a required total of twelve metropolitan buses and four articulated buses to meet the company and timetable requirements and all constraints were satisfied, detecting the need of perform six deadheading trips (without passengers) to meet the need for demand bus for each table in the daily trips. With the results, a comparison was made between the old programming system adopted by the organization to fulfill the timetable, identifying the reduction of a metropolitan bus, while fulfilling the constraint of autonomy that each bus can travel 400 kilometers. Some improvements were identified by observing the resulting route network, being discussed at the end of the research and guiding for a new works in the future.

Keywords: Linear integer programming. Vehicle scheduling. Fleet assignment. Mathematical model. Optimization.

LISTA DE ILUSTRAÇÕES

| | |
|--|----|
| Figura 1 – Interações entre os subsistemas do transporte de passageiros..... | 20 |
| Figura 2 – Planejamento do processo das operações aéreas..... | 32 |
| Figura 3 – Modelo ctFAM proposto para a United Airlines. | 35 |
| Figura 4 – Representação dos fluxos de chegadas e saídas em uma estação e..... | 41 |
| Figura 5 – Exemplo de um ônibus metropolitano da Viação Iapó. | 45 |
| Figura 6 – Exemplo de um ônibus articulado da Viação Iapó..... | 45 |
| Figura 7 – Malha rodoviária utilizada pela Viação Iapó. | 47 |
| Figura 8 – Roteiro de cada ônibus articulado. | 53 |
| Figura 9 – Roteiros 1, 2, 3 e 4 dos ônibus metropolitanos. | 54 |
| Figura 10 - Roteiros 5, 6, 7 e 8 dos ônibus metropolitanos. | 55 |
| Figura 11 - Roteiros 9, 10, 11 e 12 dos ônibus metropolitanos. | 56 |
| Figura 12 – Fluxo de viagens na rodoviária de Ponta Grossa..... | 70 |
| Figura 13 - Fluxo de viagens na rodoviária de Castro..... | 71 |
| Figura 14 - Fluxo de viagens na rodoviária de Carambeí..... | 72 |
| Figura 15 - Fluxo de viagens na rodoviária de Tibagi..... | 73 |

LISTA DE QUADROS

| | |
|---|----|
| Quadro 1 – Parâmetros e caracterização para os problemas de transportes. | 18 |
| Quadro 1 (continuação) – Parâmetros e caracterização para os problemas de transportes. | 19 |
| Quadro 2 – Entradas, atividades e saídas no planejamento de trânsito..... | 21 |
| Quadro 3 – Registro das viagens interurbanas da Viação Iapó. | 46 |

LISTA DE TABELAS

| | |
|--|----|
| Tabela 1 – Comparação entre os modelos MDVSRTC, SDVSRTC1 e SDVSRTC2. | 27 |
| Tabela 1 (continuação) – Comparação entre os modelos MDVSRTC, SDVSRTC1 e SDVSRTC2. | 28 |
| Tabela 2 – Resultados da mudança de demanda de passageiros em Taiwan. | 29 |
| Tabela 3 – Duração das viagens e os tempos mínimos para aproveitamento. | 48 |
| Tabela 3 (continuação) – Duração das viagens e os tempos mínimos para aproveitamento. | 49 |
| Tabela 4 – Quantidade de aproveitamentos possíveis em cada estação. | 50 |
| Tabela 5 – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo metropolitano. | 50 |
| Tabela 5 (continuação) – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo metropolitano. | 51 |
| Tabela 6 – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo articulado. | 51 |
| Tabela 7 – Distância diária total percorrida por cada ônibus. | 52 |
| Tabela 8 – Variáveis auxiliares para cada modelo matemático. | 57 |
| Tabela 9 – Comparação do sistema dedicado com o integrado. | 58 |
| Tabela 10 – Horários das viagens abordadas e o número identificador. | 68 |

LISTA DE ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

LISTA DE ABREVIATURAS

| | |
|----|-------------|
| km | Quilômetros |
|----|-------------|

LISTA DE ACRÔNIMOS

| | |
|------|-------------------------------------|
| DER | Departamento de Estradas de Rodagem |
| GAMS | General Algebraic Modeling System |

LISTA DE SIGLAS

| | |
|--------|---|
| ANTT | Agência Nacional de Transportes Terrestres |
| ctFAM | combined through-Fleet Assignment Model |
| FAM | Fleet Assignment Model |
| VSP | Vehicle Scheduling Problem |
| MIP | Mixed Linear Programming |
| MTA | Mass Transit Administration |
| O&D | Origin and Destination |
| PLI | Programação Linear Inteira |
| PPV | Problema de Programação de Veículos |
| SAPTCO | Saudi Public Transport Company |
| SDSM | Stochastic-demand Scheduling Model |
| TAM | Through-Assignment Model |
| VSPLR | Vehicle Scheduling Problem with Length of Path Restrictions |
| VSPMD | Vehicle Scheduling Problem with Multiple Depots |
| VSPMTV | Vehicle Scheduling Problem with Multiple Vehicle Types |

SUMÁRIO

| | |
|--|-----------|
| 1 INTRODUÇÃO..... | 13 |
| 1.1 PROBLEMA DA PESQUISA..... | 14 |
| 1.2 OBJETIVO GERAL | 14 |
| 1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS..... | 15 |
| 1.4 JUSTIFICATIVA..... | 15 |
| 1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO | 16 |
| 2 REFERENCIAL TEÓRICO | 18 |
| 2.1 PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS | 20 |
| 2.2 PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS – ESTADO DA ARTE | 25 |
| 2.3 DESIGNAÇÃO DE FROTAS..... | 31 |
| 2.4 ATRIBUIÇÃO DE FROTAS – ESTADO DA ARTE..... | 34 |
| 3 MODELO MATEMÁTICO | 37 |
| 3.1 VARIÁVEIS DE DECISÃO | 38 |
| 3.2 RESTRIÇÕES..... | 39 |
| 3.3 FUNÇÃO OBJETIVO | 42 |
| 3.4 FERRAMENTA COMPUTACIONAL: <i>LINGO 13.0</i> | 43 |
| 4 CARACTERÍSTICAS DA APLICAÇÃO | 44 |
| 5 RESULTADOS E DISCUSSÃO..... | 50 |
| 6 CONSIDERAÇÕES FINAIS..... | 59 |
| REFERÊNCIAS..... | 62 |
| ANEXO A - Tabela de horários para viagens abrangidas pela Viação Iapó.... | 67 |
| ANEXO B - Fluxo de viagens para as quatro estações abordadas. | 69 |

1 INTRODUÇÃO

As viagens utilizando ônibus alcançam mais de 36% do total das 186 milhões de viagens realizadas segundo o Portal Brasil (2010). Segundo a Agência Nacional de Transportes Terrestres – ANTT (2012), os serviços de transporte rodoviário interestadual e internacional de passageiros comportam a movimentação de aproximadamente 140 milhões de pessoas por ano em uma malha rodoviária de 1,7 milhão de quilômetros.

Para a melhoria do transporte nacional, há a necessidade de boas estradas, duplicação de vias, veículos em bom estado de conservação e um serviço eficiente para o seu funcionamento. Esses aspectos influenciam direta ou indiretamente para a motivação de empresas públicas ou privadas do setor a se instalarem em diferentes lugares e investirem cada vez mais em seus serviços.

Os transportes necessitam de um planejamento cauteloso para que se estabeleça um padrão de qualidade, conforto e confiabilidade aos usuários. No setor referente aos ônibus, características como horários de partida e de chegada, pontos de parada, capacidade das frotas e rotas utilizadas são alguns dos fatores importantes. Este é composto por atividades como a modelagem da rede de estradas até a programação dos veículos e tripulações, impactando diretamente na qualidade do serviço, pois a cobertura e os custos operacionais do sistema são dependentes da estrutura da rede (GUIHAIRE; HAO, 2008).

O “roteamento” ou “roteirização” de veículos abrange vários problemas de logística de transportes que diz respeito ao uso adequado de frotas de veículos, incluindo transporte de mercadorias, bens ou passageiros (LONGO, 2004). Quando aplicado em transporte de passageiros, existe mais uma etapa de estudo denominada de programação de veículos, ou do termo em inglês “*vehicle scheduling*”.

A roteirização trata da determinação da melhor rota a ser atribuída para os veículos de uma frota (LONGO, 2004), observando aspectos estritamente de espaço enquanto a programação opera tanto com característica espacial quanto temporal (CUNHA, 1997, 2000).

A utilização de técnicas de otimização proporciona aos gestores uma abordagem tanto quantitativa quanto qualitativa do sistema, aproximando os conhecimentos tácitos e explícitos e diminuindo a probabilidade de erros. Com tais

técnicas, é possível prevenir ou antecipar algumas situações reais, observando-se possíveis imprevistos, falhas ou melhorias do ambiente considerado, evitando-se custos e dedicação de tempo desnecessários por meio de tentativas.

O ambiente competitivo atual requer estratégias e iniciativas de gestores da área de planejamento e tomada de decisão, buscando um diferencial sobre os concorrentes e melhorando o sistema empresarial como um todo, melhorando o atendimento às demandas e a qualidade de seus serviços.

Um bom sistema de transporte de passageiros consiste em ser fiel aos horários, parando em todos os pontos, atendendo ao máximo possível a demanda e respeitando as limitações da frota e motoristas disponíveis. Os estudos acerca de métodos matemáticos para a aplicação em transportes servem de alicerce para a implementação ou melhoria das metodologias existentes.

1.1 PROBLEMA DA PESQUISA

Os métodos matemáticos de otimização são utilizados para a resolução ou melhoria de problemas complexos, operacionalizando-os de forma lógica e sequencial. Existem variáveis de decisão, função objetivo e restrições específicas com relação às realidades de uma empresa de transporte de passageiros.

Nesse contexto, levanta-se a seguinte questão: **Qual modelo matemático para tomada de decisão permite o melhor aproveitamento de ônibus interurbanos em uma tabela de horários com seus respectivos itinerários?**

Buscou-se na literatura quais características servem como parâmetros de entrada e influências no sistema de transporte, encontrando as condições necessárias para programação de veículos.

1.2 OBJETIVO GERAL

Propor um modelo matemático de apoio à tomada de decisão para a programação de ônibus interurbanos.

1.3 OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Identificar os fatores que influenciam no processo de programação das linhas interurbanas;
- Identificar as variáveis, função-objetivo e restrições do sistema de transporte de passageiros;
- Estabelecer um modelo matemático para teste com dados fictícios;
- Coletar dados de campo e validar o modelo;
- Avaliar os resultados obtidos.

1.4 JUSTIFICATIVA

Existem dificuldades em modelar e resolver um problema de programação de veículos devido à quantidade de parâmetros e necessidades da visão sistêmica do processo, buscando uma adequada tomada de decisão (SILVA, 2007). Por exemplo, na modelagem de linhas aéreas, um pequeno ajuste no sistema pode resultar em uma economia significativa, sendo assim, o refinamento contínuo do processo não se torna um luxo, mas sim uma necessidade (SUBRAMANIAN et al., 1994).

Para Vieira (1999), a reestruturação de uma rede de transporte de passageiros a partir de novas linhas de ônibus considerando todas as variáveis, é um problema complexo devido à consideração da minoria dessas variáveis para a formulação de um problema que retrate a realidade total do sistema.

O número de trabalhos relacionados à programação de ônibus cresceram nos últimos anos, principalmente no setor de transporte escolar urbano ou rural. As publicações na área de linhas interurbanas não tem sido ainda exploradas na última década (YAN; CHI; TANG, 2006, ROCA-RIU; ESTRADA; TRAPOTE, 2012). Contudo, podem ser adaptados de forma a solucionar o Problema de programação de Veículos - PPV, alguns oriundos das técnicas consolidadas do *Fleet Assignment Problem* – FAM e do roteamento de aeronaves (AHUJA et al., 2007; BARNHART; FARAHAHAT; LOHATEPANONT, 2009; BAE, 2010; LOHATEPANONT, 2002; JACOBS; SMITH; JOHNSON, 2008; REXING et al., 2000; SUBRAMANIAN et al., 1994; TALLURI, 1996).

No Brasil, o estudo da programação de veículos e frotas está voltado fortemente para o transporte urbano, abrindo uma lacuna no que diz respeito às pesquisas nas viagens inter-urbanas. A pesquisa operacional visa otimizar produtos, processos e serviços com contribuição nos estudos em redes, mostrando aos gestores por meio da simulação que esta é importante para previsões do comportamento de todos os sistemas citados.

Visando complementar os estudos realizados na área para definição da programação de veículos em transporte interurbano, essa pesquisa busca contribuir à tomada de decisão de um sistema de transporte local o qual não tem aplicado técnicas de programação matemática no seu planejamento.

1.5 ESTRUTURA DO TRABALHO

Esta pesquisa foi dividida em oito capítulos, nomeados da seguinte forma: introdução, referencial teórico, metodologia, modelo matemático, características da aplicação, resultados e discussão, considerações finais e propostas para trabalhos futuros.

O capítulo 1 mostrou os aspectos históricos acerca do problema envolvido, os objetivos da pesquisa com a sua devida justificativa. Todas as considerações sobre a importância do trabalho consta neste capítulo, revelando a origem do interesse de se pesquisar sobre o assunto em questão.

O capítulo 2 diz respeito à fundamentação teórica sobre alguns conceitos clássicos da pesquisa operacional, porém com uma abordagem mais aprofundada sobre a programação de veículos e problemas de designação de frotas. Engloba os parâmetros necessários para a identificação, estrutura e modelagem matemática para a correta programação de ônibus em redes inter-urbanas.

O capítulo 3 mostrou os procedimentos metodológicos, contendo a classificação da pesquisa, que aborda as características da mesma, o local de aplicação do modelo de otimização utilizado no trabalho e as fases do estudo, desde a formulação do problema até os resultados obtidos. Também caracterizou todas as partes do modelo matemático, o qual definiu as variáveis de decisão, a função-objetivo e as restrições inerentes ao processo de transporte do local de aplicação.

O capítulo 4 definiu as características da empresa e quais as adaptações necessárias do modelo para a organização. Os dados referentes à tabela de horários e especificidades do cotidiano da empresa estão descritos neste capítulo.

O capítulo 5 mostrou os resultados da otimização juntamente com as discussões acerca dos números obtidos e as considerações das dificuldades e melhorias com o estudo, respectivamente.

O capítulo 6 abordou as conclusões obtidas com a atual pesquisa, fazendo as considerações acerca do modelo matemático, comparação de resultados e considerações de todo o trabalho. Também fornece ideias para futuros trabalhos.

As referências bibliográficas estão listadas após as considerações finais, seguidas dos anexos.

2 REFERENCIAL TEÓRICO

O transporte de passageiros abrange uma série de variáveis as quais podem ser mensuradas e estudadas para um melhor desempenho de todo o sistema, incluindo demanda de passageiros, quantidade de veículos e a capacidade dos mesmos, as rotas que serão utilizadas, horários de partida e chegada, cidades envolvidas, tripulação e tempos de espera para conexões de viagens possíveis. A preocupação da otimização em sistemas de transporte vem de várias décadas atrás, permanecendo os conceitos fundamentais acerca do tema.

Silva (2007) realizou um estudo sobre os parâmetros e as características dos problemas envolvendo sistemas de transporte em geral, baseando-se nos trabalhos de Christofides (1985), Bodin e Golden (1981), Bodin et al. (1983), Assad (1988), Ronen (1988) e Brejon (1998), como mostrado no Quadro 1.

| Parâmetro | Caracterização |
|-----------------------|--|
| Função objetivo | Minimizar os custos referentes à distribuição (custos fixos e variáveis) |
| | Minimizar distância total percorrida ou tamanho de frota |
| | Maximizar função utilidade baseada no nível de serviço e/ou prioridades dos clientes |
| Restrições (veículos) | Limite de capacidade dos veículos |
| | Limite com relação ao tipo de carga |
| | Operação de carga e descarga |
| | Tamanho de frota e tipos de veículos |
| Restrições (clientes) | Janela de tempo |
| | Atendimento total ou parcial das demandas |
| | Tempo máximo permitido para carga e descarga |
| | Serviço em dia(s) específico(s) |
| | Disponibilidade de área para estacionamento do veículo |
| Variáveis de decisão | Roteiro a ser percorrido por veículo |
| | Qual o veículo designado para cada cliente |
| | Qual a quantidade de carga transportada para cada cliente da rota |
| | Horário de início do atendimento do primeiro cliente constado na rota |

Quadro 1 – Parâmetros e caracterização para os problemas de transportes.

Fonte: Adaptado de Silva (2007).

| | |
|------------------------------------|--|
| Tipo de operação | Coleta ou entrega |
| | Coleta e entrega simultaneamente |
| | Coleta (ou entrega) com carga de retorno |
| Tipo de carga | Única ou carga de lotação |
| | Múltiplas cargas ou carga fracionada |
| Tipo de demanda | Determinística ou estocástica |
| Localização da demanda | Localizada somente em arcos |
| | Localizada somente em nós |
| | Localizada tanto em arcos como em nós |
| Tamanho da frota | Limitada ou ilimitada |
| Tipo da frota | Homogênea ou heterogênea |
| Depósito e localização de veículos | Um ou vários depósitos |
| | Quantidade de produtos a serem entregues para os diferentes clientes |
| | Número de depósitos de origem e os destinos |
| Jornada de trabalho | Duração |
| | Intervalos (almoço por exemplo) |
| | Permissão para viagem com mais de um dia de duração |
| | Tamanho da tripulação |
| Pagamento dos tripulantes | Jornada de trabalho (com ou sem hora extra) |
| | Produtividade |
| Estrutura da rede | Direcionada ou não direcionada |
| | Mista |
| | Euclidiana |
| Horizonte de planejamento | Curto ou longo prazo |

Quadro 1 (continuação) – Parâmetros e caracterização para os problemas de transportes.

Fonte: Adaptado de Silva (2007).

De acordo com o Quadro 1, existem aspectos a serem observados antes de se formular um problema. Como qualquer situação relacionada à modelagem para tomada de decisão, é necessária a avaliação criteriosa de cada conjunto de parâmetros para a formulação correta do problema. Percebe-se uma quantidade significativa de caracterizações para cada parâmetro, sendo que cada situação real pode abranger um conjunto maior ou menor de parâmetros para retratar a complexidade de cada caso.

O problema de programação de transporte de passageiros exige que as variáveis sejam inteiras, pois uma quantidade de pessoas, aviões, caminhões ou produtos por exemplo é definido em número não contínuos. O modelo de

programação inteira foi desenvolvido para se conseguir tal objetivo, utilizando o *branch-and-bound* como principal algoritmo de resolução. O algoritmo constrói uma árvore de problemas de programação linear, descartando os problemas inviáveis ou que atingiram as variáveis inteiras, chegando-se a uma solução ótima.

2.1 PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS

A programação de veículos é apenas uma parte da série de sistemas interligados em uma rede de transportes de passageiros. No que diz respeito aos ônibus para transporte urbano, a Figura 1 demonstra o esquema sequencial do sistema.

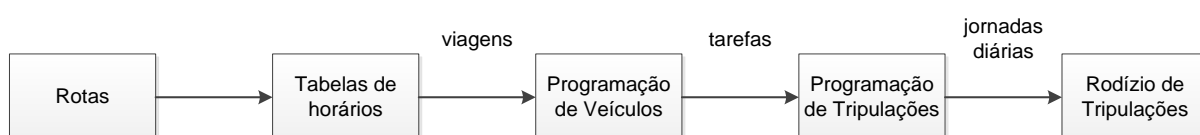


Figura 1 – Interações entre os subsistemas do transporte de passageiros.

Fonte: Adaptado de et al. (2014).

A Figura 1 ilustra sequencialmente todos os sub-sistemas que compõem o transporte de passageiros. Para o transporte interurbano o sequenciamento é similar. Primeiramente são determinadas as rotas. Posteriormente, estuda-se a demanda de passageiros, montando tabelas de horários, dimensionamento da frota necessária para cumprir satisfatoriamente as viagens, as pessoas para trabalhar nas dadas viagens, e por fim, definir como serão as jornadas de trabalhos de cada colaborador e/ou um grupo de trabalhadores.

De acordo com Almasi et al. (2014) as últimas publicações tem sido exploradas de modo mais significativo nas questões estratégicas e táticas (planejamento), envolvendo as redes e tabelas de horários. A programação de veículos é feita frequentemente baseada no conhecimento tácito dos responsáveis das empresas de transportes.

O Quadro 2 mostra as atividades existentes em um sistema de planejamento de trânsito, suas entradas e saídas.

| Entradas independentes | Atividade de planejamento | Saída |
|--|--|--|
| Dados de demanda, Dados de fornecimento, Indicadores de rotas | Design da rede | Mudança de rotas, novas rotas e estratégias operacionais |
| Disponibilidade de ônibus e subsídios, políticas e patrocínios | Ajuste de frequências | Frequências de serviço |
| Demanda por hora do dia, tempos para a primeira e última jornada e tempos de corrida | Desenvolvimento do quadro de horários | Tempos de partida e chegada |
| Tempos de viagem morta, tempos ociosos, restrições da programação e custo da estrutura | Programação de ônibus | Ônibus programados |
| Leis e regras para os motoristas, estrutura do custo de corrida | Programação de motoristas (tripulação) | Motoristas (tripulação) programados |

Quadro 2 – Entradas, atividades e saídas no planejamento de trânsito.

Fonte: Ceder e Wilson (1986).

O termo “roteirização” não existe oficialmente no dicionário português, pois foi adaptada para a língua portuguesa a partir do termo original inglês *routing* ou *routeing*. Para Cunha (2000), a roteirização consiste em determinar um ou mais roteiros ou sequências de paradas a serem cumpridos por veículos de uma frota para atendimentos em locais pré-determinados geograficamente. Um processo de roteirização não envolve o tempo. Quando esse aspecto é relevante, o problema então é chamado de “roteirização e programação de veículos”, incluindo características espaciais ou geográficos e temporais (CUNHA, 1997, 2000).

O PPV está na sequência pós-roteamento e da definição do quadro de horários das viagens. Deste modo, Souza (2009) define o PPV da seguinte forma:

...dado um conjunto de viagens com seus respectivos horários e pontos de partida e chegada, e dado o tempo de viagem entre todos os pares de pontos, encontrar a programação de veículos de custo mínimo tal que: 1) cada viagem seja executada por um único veículo, e 2) a cada veículo seja atribuída uma sequência exequível de viagens. (Souza, 2009, p. 1)

A atribuição do veículo citada por Souza (2009) é visto como um problema especial do problema de transportes. O modelo básico procura saber qual é a melhor alocação de recursos para locais específicos. Deste modo, para a

programação de veículos, busca-se a melhor designação dos veículos às viagens entre as estações consideradas.

Para Bodin (1975), no setor público por exemplo, o objetivo básico da roteirização e programação de veículos é formar rotas e a sequência de viagens diárias que minimize os custos totais de transportes para um dado nível de serviço ou determinar o serviço ótimo com limitações financeiras ou composição de frota. A função-objetivo da programação de veículos é a minimização do número de veículos necessários para atender aos serviços de demanda, não sendo considerados nesta etapa as capacidades dos veículos uma vez já utilizado no subsistema predecessor.

Para Bae (2010), sobre os custos relacionados aos aviões, a programação de tripulações constitui a maior porção dos custos depois do combustível, mas do ponto de vista dos gestores, as tripulações podem ser controladas mais facilmente. O objetivo desta programação consiste em encontrar os emparelhamentos de tripulação (*crew pairings*) com o menor custo possível, atendendo restrições que incluem as leis trabalhistas (horários de almoço, jornada máxima, horas extras, entre outros).

O rodízio das tripulações é definido de acordo com as jornadas e escalas de cada grupo, sendo os trabalhadores designados para viagens específicas, podendo haver trocas ou não em uma mesma tripulação.

Em um PPV voltado aos ônibus escolares, o horário de início e de término das aulas para cada local e o tempo máximo permitido de deslocamento para cada estudante nas escolas devem ser especificados (BODIN; BERMAN, 1979). No caso da programação de ônibus interurbano não é diferente, ou seja, os dados de entrada para o modelo partem da premissa que os horários de partida e chegada de cada viagem em cada estação rodoviária é conhecido. A duração das viagens, manutenção, limpeza, embarque e desembarque são considerados.

Bodin et al. (1983) cita que o PPV pode ser visto de quatro formas diferentes:

- **Programação de veículo com depósito único** (*The single depot vehicle scheduling problem – VSP*): requer a divisão dos nós (tarefas) de uma rede acíclica em um conjunto de caminhos de modo que uma função objetivo de custo seja minimizada, partindo de um depósito e retornando ao mesmo depósito.

- **Programação de veículo com restrição de distância** (*Vehicle scheduling problem with lenght of path restrictions – VSPLPR*): neste caso, são adicionados restrições de período de tempo em que um veículo pode gastar longe do depósito ou a distância que ele pode percorrer sem retornar ao depósito. Geralmente correspondem à limitações de combustível, manutenção, entre outros.
- **Programação de veículo com múltiplos tipos de veículos** (*Vehicle scheduling problem with multiple vehicle types – VSPMTV*): esta programação permite a possibilidade de utilização de diferentes tipos de veículos para atendimento do serviço, geralmente no que diz respeito à sua capacidade. Por exemplo, em sistemas de trânsito, micro-ônibus pode atender à baixa demanda enquanto ônibus convencional atende às maiores demandas.
- **Programação de veículo com múltiplos depósitos** (*Vehicle Scheduling problem with multiple depots – VSPMD*): para múltiplos depósitos, os veículos partem de diferentes estações para atenderem seus serviços, porém devem retornar ao mesmo depósito ao final de todas as tarefas completadas.

Os modelos retratados por Bodin et al. (1983) servem de apoio aos diferentes problemas encontrados atualmente e que dão origem a vários outros problemas, surgindo modelos cada vez mais eficientes e inovadores.

Ronen (1988) propôs três diferentes classes de transportes para aplicação de modelos matemáticos:

- **Transporte de passageiros:** referem-se aos ônibus, aviões de passageiros, entre outros;
- **Prestação de serviços:** abrangem os serviços relacionados à entrega de cartas e atendimento à coleta de lixo por exemplo;
- **Roteirização e programação com transporte de carga:** neste tipo de problema, estão os aviões de carga, entregas de comércios varejistas e atacadistas entre outros.

Para Carraresi e Gallo (1984), o termo “*Vehicle Scheduling*” refere-se à gama de problemas de otimização em que os veículos devem ser atribuídos à tabela de horários (já conhecida), de modo que cada viagem seja servida por apenas um

veículo enquanto um conjunto de restrições é respeitado e uma função de custo é minimizado. A tabela de horários contém: o tempo de partida de uma viagem, o seu tempo de duração, o terminal de origem da estação e o terminal de destino.

De acordo com Carraresi e Gallo (1984), para a programação de veículos, a tabela de horários é conhecida. Com isso, tem-se um conjunto de viagens $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$ na qual cada viagem v_i possui quatro variáveis básicas ζ_i , l_i , o_i e d_i , onde:

ζ_i = o tempo de partida;

l_i = a duração da viagem;

o_i = o terminal de origem (partida) e;

d_i = o terminal de destino (chegada).

Adicionando às viagens regulares, existem os tempos de espera de viagens nos quais o veículo não está trabalhando, conhecidos como “*idle times*” para cada terminal, sendo denotado por δ_{ij} , que significa a duração do tempo de espera no terminal de chegada d_i até a partida o_j . O aproveitamento v_{ij} é dito compatível ou possível se estiver de acordo com a equação 1:

$$\zeta_i + l_i + \delta_{ij} + \varepsilon \leq \zeta_j \quad (1)$$

onde $\varepsilon \geq 0$ é um parâmetro de tolerância de atrasos (*delays*).

A equação 1 mostra que a partir do horário de partida, a soma em unidades de tempo com a duração da viagem, somado com tempo de espera no terminal e o parâmetro de atraso deve ser menor ou igual ao horário de partida para outra viagem para que este aproveitamento seja possível.

Baita et al. (2000) indicam que, em geral, a programação de veículos é de natureza multicritério, podendo ser destacados alguns dos mais relevantes para a obtenção da solução:

- **Minimização de número de ônibus:** para este caso, também é chamado de problema de minimização de frota – *minimum fleet size problem*. O número de ônibus influencia diretamente no planejamento de custos;
- **Minimização do número de mudanças de linhas:** trata da continuidade de um ônibus permanecer na mesma linha, evitando trocas de tripulações;

- **Minimização do número e a distância de ônibus vazios durante a jornada:** são chamados de minimização das *deadheading trips*, visando diminuir custos de combustível e trabalho inútil por parte do motorista no retorno à estação sem cumprir alguma linha.
- **Minimização dos tempos ociosos nos terminais:** ônibus parado em terminal gera custos, pois provavelmente a frota está sobredimensionada para a tabela de horários e de origens-destinos em questão, não havendo maior utilização dos ônibus disponíveis.

2.2 PROGRAMAÇÃO DE VEÍCULOS – ESTADO DA ARTE

A programação de veículos pode ser aplicada em diferentes níveis dos sistema de transporte. A revisão bibliográfica indica que trabalhos foram publicados na área nos últimos anos para diferentes meios e tipos de transportes (passageiros, carga, caminhões, aviões, trens). Entretanto, todos partem dos mesmos princípios e técnicas já consolidadas desde meados dos anos 50.

Swersey e Ballard (1984), em seu estudo, o objetivo da programação de ônibus foi “encontrar a menor quantidade de ônibus necessária cobrindo todas as rotas enquanto satisfaz as janelas de tempo”. O trabalho dos pesquisadores apresenta duas formulações em programação inteira do problema de programação, sendo posteriormente aplicado com dados oriundos da cidade de New Haven, Connecticut.

O problema voltado aos ônibus possui duas componentes: roteirização e programação. No primeiro, cada criança é atribuída a um ponto de ônibus e as paradas individuais são agregadas às rotas... O problema de programação está preocupado com a atribuição dos ônibus articulares às rotas. (SWERSEY; BALLARD, 1984, p. 844).

A abordagem feita por Swersey e Ballard foi primeiramente formular o problema de programação como um PIM (Programação Inteira Mista), transformando-o em um problema de programação inteira que fosse computacionalmente tratável.

Baita et al. (2000) analisaram a viabilidade da implementação do PPV no sistema de transporte público na cidade de Veneza – Itália. O cotidiano comum do sistema era composto por 2500 viagens, 80 pontos de demanda, 46 linhas e uma frota total de 200 ônibus. Fez-se uma comparação entre os resultados, usando um método com algoritmos genéticos e outro com problema de designação (ou atribuição). Apesar dos algoritmos genéticos serem uma abordagem interessante e viável, os autores constataram que para o problema em questão o método de designação ainda é mais eficiente, obtendo valores semelhantes quando o objetivo é minimização de ônibus, entretanto, menor quantidade de mudanças de linha (37% aproximadamente).

Bokinge e Hasselstrom (1980) realizaram um estudo em Jonkoping, Suécia na tentativa de minimizar a quantidade de ônibus requerida para uma escala diária de serviços. Porém, os autores trabalharam também com os limites máximos e mínimos de tempo toleráveis entre viagens, buscando deste modo uma tabela de horários flexível. O modelo formulado incluiu os arcos de um grafo como jornadas e os nós como as paradas, no qual os arcos tinham capacidade mínima e máxima de fluxo igual a um, garantindo que cada viagem fosse servida por apenas um veículo. Utilizando a programação inteira mista, fizeram com que o sistema apenas precisasse de 25 de um total de 70 ônibus para servir o quadro de viagens e este resultado foi a solução ótima global mínima.

Eliyi, Ornek e Karakutuk (2009) propuseram um modelo de programação inteira mista para encontrar o número ótimo de veículos a um custo mínimo e um problema de múltiplos modelos de veículos. Os autores partiram da premissa de que: i) haviam veículos suficientes para o quadro de viagens; ii) os tempos de viagem eram determinísticos, constantes e conhecidos; iii) a demanda de qualquer conjunto de viagens era menor ou igual à capacidade do maior veículo e; iv) nenhum atraso ou cancelamento era permitido para nenhum veículo. Os dados de entrada do problema incluíram:

- **O programa diário:** informações a respeito da demanda de passageiros, tempos exatos das atividades e instalações;
- **Distância e tempo entre as instalações:** os tempos de viagens e de preparo de veículo eram conhecidos antecipadamente e;
- **Capacidades e custos dos veículos:** as informações a respeito dos veículos era conhecidos.

Encontrou-se a solução ótima global para apenas um conjunto de 20 viagens. Na aplicação real, foram desenvolvidos três heurísticas com variantes, totalizando seis novos modelos. Os resultados mostraram que todas as heurísticas atingiram resultados satisfatórios em apenas alguns segundos, podendo ser aplicados em qualquer problema similar de grande escala.

Com relação à pesquisa de Fugenschuh (2009), utilizou-se um modelo de programação inteira para solucionar o problema de programação de veículos no interior da Alemanha para escolas rurais, buscando a integração entre a quantidade de ônibus necessários e os horários de partidas de cada um com destino às escolas. Os custos do modelo foram considerados proporcionais ao número de ônibus necessários. O autor propôs mudanças nos horários de início das aulas para o aproveitamento de ônibus. Os resultados mostraram uma redução na quantidade de ônibus entre 10% a 25%, no qual cada ônibus a menos trafegando equivalia a 30 mil euros a menos em pagamento de taxas para a cidade e 200 mil em manutenção para a empresa responsável pelos ônibus.

Os autores Haghani, Banihashemi e Chiang (2003) realizaram um trabalho comparativo entre três modelos de programação de veículos para sistemas urbanos de transporte de passageiros: o primeiro foi feito a partir de um único depósito (SDVSRTC1), o segundo derivado do modelo de depósito simples (SDVSRTC2) e o terceiro incluiu múltiplos depósitos (MDVSRTC). O estudo foi executado na cidade de Baltimore, na *Mass Transit Administration* – MTA, contando com 5.650 jornadas nos dias úteis, 53 rotas, 620 veículos disponíveis em quatro diferentes depósitos (estações). Como resultado, o modelo derivado de depósito único (SDVSRTC2 – *Single Depot Vehicle Scheduling with Route Time Constraints 2*) teve o melhor desempenho, como mostrado na Tabela 1.

Tabela 1 – Comparação entre os modelos MDVSRTC, SDVSRTC1 e SDVSRTC2.

| | | | | | | (continua) |
|---------|--------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Modelo | | Depósito 1 | Depósito 2 | Depósito 3 | Depósito 4 | TOTAL |
| MDVSRTC | Número de viagens | --- | --- | --- | --- | 5.650 |
| | Custo total | --- | --- | --- | --- | 513.810 |
| | Número de veículos | --- | --- | --- | --- | 570 |

Tabela 2 (continuação) – Comparação entre os modelos MDVSRTC, SDVSRTC1 e SDVSRTC2. (conclusão)

| Modelo | | Depósito 1 | Depósito 2 | Depósito 3 | Depósito 4 | TOTAL |
|-----------------|--------------------|------------|------------|------------|------------|---------|
| SDVSRTC1 | Número de viagens | 1.569 | 1.182 | 1.253 | 1.646 | 5.650 |
| | Custo total | 144.106 | 115.642 | 127.359 | 128.842 | 515.949 |
| | Número de veículos | 162 | 125 | 156 | 138 | 581 |
| SDVSRTC2 | Número de viagens | 1.557 | 1.052 | 1.701 | 1.340 | 5.650 |
| | Custo total | 140.549 | 102.606 | 163.304 | 105.150 | 511.609 |
| | Número de veículos | 159 | 116 | 184 | 109 | 568 |

Fonte: Adaptado de Haghani, Bahinashemi e Chiang (2003).

Observa-se na Tabela 1 a superioridade do modelo do SDVSRTC2 com relação aos outros modelos. O mesmo acontece quando comparado com o sistema antigo da empresa, o MTA, havendo uma melhora de 5,65% nos custos totais, 8,38% no número de veículos e 19,13% nos tempos mortos e ociosos.

Kim, Kim e Park (2012) propuseram um modelo para a programação de ônibus escolares com janelas de tempo a partir do problema de roteamento de veículos, propondo dois modelos de designação com o algoritmo *branch-and-bound* para casos específicos e uma heurística para casos mais genéricos. Os autores abordaram tanto o problema com frota homogênea quanto heterogênea. Os resultados em problemas desenvolvidos para testes foram satisfatórios, concluindo que meta-heurísticas também podem ser utilizadas para a resolução de problemas similares.

Rodrigues, Souza e Moura (2006) realizaram um estudo no transporte urbano na área metropolitana de São Paulo, Brasil. As técnicas utilizadas foram baseadas na programação inteira e heurísticas para encontrar a solução de um problema de programação de veículos e tripulações. Os dados de entrada considerados foram a tabela de horários, número de ônibus disponíveis (frota homogênea), capacidade do ônibus, capacidade máxima da garagem da estação para abrigar os veículos e a média de duração das viagens. Os modelos resultaram em melhorias no sistema quando combinados os modelos de programação linear e heurísticas. Porém, devido à peculiaridade do problema, ele é limitado para casos similares apenas. As restrições identificadas foram:

- A demanda de passageiros deveria ser atendida;
- O Número de ônibus nas garagens não poderia exceder o limite máximo;
- O número de ônibus utilizados não deveria exceder o máximo;
- A primeira e última viagem deveriam obedecer os tempos estipulados e;
- Obedecer termos de contrato.

Hasan e Al Hammad (2010), aplicaram um modelo na *Saudi Public Transport Company* – SAPTCO, na Arábia Saudita. O objetivo do trabalho foi minimizar os custos operacionais do sistema envolvendo dois tipos de ônibus. Primeiramente, foi testado em uma amostra de 40 viagens, incluindo cinco estações rodoviárias principais e quatro menores. Após isso, foi extendido para toda a tabela.

Dois pontos de vista puderam ser identificados na SAPTCO: um pelo departamento de manutenção que gostaria de manter seu sistema e o outro pelo departamento de planejamento, que procurava melhorar o sistema em vigência. Com relação às restrições, consideraram-se: i) a cobertura da viagem; ii) continuidade do equipamento; iii) balanceamento da programação por estação e tipo de ônibus e; iv) a contagem de ônibus. Os autores utilizaram a PLI para resolver a questão adaptando o modelo FAM do trabalho de Abara (1989), conseguindo reduzir a quantidade de ônibus em 90 unidades, economizando aproximadamente 4,4 milhões de dólares ao ano (HASAN; AL HAMMAD, 2010).

Yan e Chen (2002) realizaram um trabalho em Taiwan, com uma frota composta por 320 ônibus, atendendo cinco cidades: Taipei, Taichung, Chiayi, Tainan e Kaohsiung. O programa obteve os resultados de acordo com a Tabela 2.

Tabela 3 – Resultados da mudança de demanda de passageiros em Taiwan.

| Porcentagem em relação à demanda original | Itinerários | | Porcentagem atendida da demanda (%) | Número de ônibus usado |
|---|-------------|-------------|-------------------------------------|------------------------|
| | Direto (%) | Indireto(%) | | |
| 80 | 80,6 | 19,3 | 99,3 | 224 |
| 90 | 75,2 | 24,8 | 98,4 | 246 |
| 100 | 72,1 | 27,9 | 99,3 | 282 |
| 110 | 67,7 | 32,3 | 99,1 | 299 |
| 120 | 65,2 | 34,8 | 97,3 | 320 |

Fonte: Adaptado de Yan e Chen (2002).

Analisando a Tabela 2, os autores destacaram a eficiência do modelo na diminuição do total de ônibus para atender uma demanda de 110% em relação à original, atendendo praticamente 99% da demanda.

Em um trabalho posterior feito por Yan, Chi e Tang (2006), foi tomado como base a pesquisa realizada por Yan e Chen (2002), enquanto este último baseou o seu modelo em demanda determinística, o proposto realizou o estudo com demanda estocástica. O *Stochastic-demand Scheduling Model* - SDSM adota uma programação estocástica de dois estágios proposta por Higle e Sen (1996) e Birge e Louveaux (1997). Dois algoritmos foram desenvolvidos de modo a conseguir tornar o problema probabilístico tratável, obtendo-se resultados melhores com a seguinte comparação:

- Em uma demanda de passageiros menor que a normal, o modelo estocástico teve melhor desempenho;
- Com demanda variável, o SDSM teve um maior acréscimo, porém mais adequado quanto ao intervalo de partidas dos ônibus;
- O SDSM foi melhor quando existiram mais flutuações para altas demandas.

Roca-Riu, Estrada e Trapote (2012) fizeram uma abordagem na formação de redes internas em grandes cidades, pois afirmaram que os tempos desperdiçados nas entradas das cidades elevam os custos das viagens interurbanas. Os autores utilizaram o método de busca local baseado no algoritmo de Busca Tabu. Como resultado, obtiveram uma redução de 5% nos custos operacionais da rede de transportes da cidade de Barcelona, Espanha.

Petersen et al. (2013) realizaram um estudo na grande Copenhague, Dinamarca, a partir do planejamento integrado para o serviço aos passageiros e custos operacionais. O trabalho utilizou a programação linear inteira como modelagem e, para a resolução, a metaheurística da busca do vizinho mais próximo. Os resultados foram satisfatórios e indicaram uma potencial redução de até 20% com relação aos tempos de espera dos passageiros, modificando os horários da tabela para esta melhoria.

2.3 DESIGNAÇÃO DE FROTAS

Em pesquisas da área de programação de aeronaves, são utilizados os modelos de designação na qual cada frota é alocada a um conjunto de viagens em um determinado intervalo de tempo. Para a solução destes problemas, são usadas técnicas de programação linear ou não linear e, frequentemente, heurísticas e meta-heurísticas, como algoritmos genéticos, busca Tabu e busca do vizinho mais próximo para problemas de grande porte que exigem tempo computacional significativo na procura da solução ótima (ABARA, 1989; AHUJA et al, 2007; BARNHART; FARAHAT; LOHATEPANONT, 2009; JACOBS; SMITH; JOHNSON, 2008).

De acordo com Ahuja et al. (2007), o primeiro segmento a adotar técnicas de novas rotas e programação de veículos foram as empresas de transportes aéreos. As frotas são distribuídas para um cronograma pré-estabelecido pela modelagem da roteirização e sua tabela de horários de partida e chegada (BARNHART; FARAHAT; LOHATEPANONT, 2009). Na visão de Hasan e Al Hammad (2010), tem-se a seguinte definição para a programação de frotas de aviões:

O problema de atribuição de frotas para as empresas aéreas está na questão de qual é a melhor alocação de diferentes modelos de aviões para uma dada programação de voo. Um voo é definido como uma jornada que consiste em uma única decolagem e pouso, e então constitui a menor unidade de operação que pode ser atribuído a uma aeronave. (HASAN; AL HAMMAD, 2010, p. 374).

Os problemas de alocação de frotas são complexos e frequentemente em grande escala, o que implica em um alto custo. A partir desta característica, iniciaram-se as pesquisas para a resolução de tais problemas (HASAN; AL HAMMAD, 2010). Para a atribuição de frotas aéreas são considerados apenas os tipos de aviões, e não cada avião em si (BAE, 2010). As frotas são compostas por diferentes capacidades de passageiros, velocidade, consumo de combustível, custos de manutenção, tempo mínimo de espera em aeroporto, peso de aterrissagem (impactando no valor das taxas) (LIU, 2003).

Para Lohatepanont (2002), caso um veículo pequeno seja designado para uma rota em que a demanda de passageiros seja alta, acarreta em falta de espaço e

perda de receitas. Caso um veículo sobredimensionado seja alocado para uma jornada com baixa demanda, aumenta-se o custo operacional.

O modelo de designação de frotas, de acordo com Sherali, Bish e Zhu (2006) envolve atribuir tipos de aeronaves, com diferentes capacidades, às rotas programadas, baseado na disponibilidade e viabilidade, custos operacionais e receitas em potencial. É tipicamente formulado como um modelo de programação linear inteira mista, baseado na rede de vôos, porém é a parte primitiva para formulações mais sofisticadas (SHERALI; BISH; ZHU, 2006).

Para Bae (2010), muitas empresas de linhas aéreas utilizam a abordagem sequencial do planejamento das redes, como ilustrado na Figura 2.

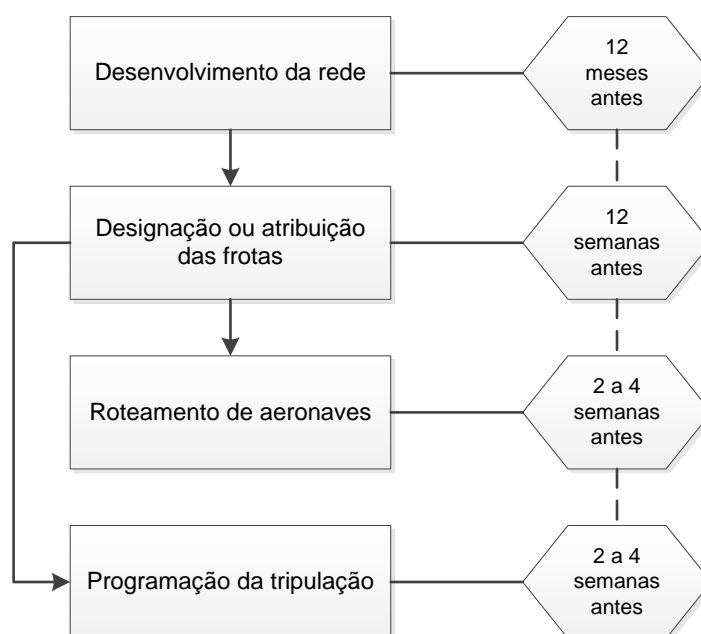


Figura 2 – Planejamento do processo das operações aéreas

Fonte: Bae (2010).

Observa-se na Figura 2 as atividades sequenciais do planejamento, nos quais cada processo é definido como segue (BAE, 2010):

- **Desenvolvimento da rede:** constrói-se uma tabela de horários para especificar quais cidades são as origens e seus destinos juntamente com os tempos;
- **Designação de frotas:** determina-se quais tipos de aviões são utilizados para atender às viagens pertencentes ao quadro de viagens, respeitando requisitos operacionais, regras de manutenção e restrições de tripulação;

- **Roteamento de aeronaves:** identifica-se individualmente qual avião do modelo (tipo) é designado para cada sequência de voo;
- **Programação da tripulação:** alocam-se as tripulações para as sequências de vôos, frequentemente realizado de modo paralelo com o roteamento de aeronaves, ou seja, logo após a designação de frotas.

Existem algumas terminologias importantes na questão de planejamento de linhas aéreas, como citados por Sherali, Bish e Zhu (2006):

- **Frota:** conjunto de aviões com as mesmas características (mesmas configuração de *cockpit* e requisitos da qualificação da tripulação). Exemplo, família Boeing 757/767;
- **Sequência de voo (*flight leg*):** segmento de voo entre aeroportos que se inicia em um determinado horário e conecta duas paradas (decolagem e pouso);
- **Itinerário ou caminho (*path*):** sequência de um ou mais sequências de voos entre uma origem específica e destino, iniciando em um horário específico;
- **Through-flight:** duas ou mais sequências que são desejadas serem cobertas pelo mesmo avião, ou seja, quando os passageiros fazem escalas e não necessitam descer para troca de avião;
- **O-D:** par origem-destino que corresponde a um caminho;
- **Classe de tarifas:** inclusões de penalidades (financeiras) ou não dependendo dos voos, ou seja, uma tarifa *Y* permite a mudança de data de partida sem penalidade enquanto uma tarifa *W* só permite se for pago uma compensação financeira e adquirido com um certo tempo de antecedência;
- **Turn-time:** tempo mínimo que um avião necessita entre o seu pouso e a próxima decolagem dividido às inspeções, limpezas, entre outros.

Os modelos de atribuição de frotas comportam dois tipos de interpretações com relação aos grafos envolvidos: i) os arcos dos grafos representam as conexões possíveis entre voos e ii) os arcos representam o voo em si entre uma origem e seu destino. Mesmo com duas visões diferentes do problema com relação à rede

estruturada, o modelo e a interpretação do mesmo é similar (SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Como será visto adiante, este trabalho fará a interpretação como descrito no item (i).

2.4 ATRIBUIÇÃO DE FROTAS – ESTADO DA ARTE

A pesquisa de Abara (1989) foi desenvolvida na American Airlines e foi um dos primeiros a ser realizado em grande escala (SHERALI; BISH; ZHU, 2006). Partiu-se de um conjunto existente de viagens, previsão de receita de tráfego e recursos disponíveis, incluindo as aeronaves e custos operacionais associados. A meta foi atribuir o máximo possível de rotas padronizadas para um ou mais tipos de frotas (total de 10). As restrições operacionais eram relacionadas com as especificidades que algumas rotas tinham para serem concluídas, capacidade máxima de aviões para pernoites e limites de pousos e decolagens em alguns aeroportos.

Usou-se a programação linear inteira para resolver o problema de otimização da American Airlines, que contava com 500 aeronaves para uma agenda de 2300 vôos diários entre 150 cidades diferentes. Houve uma diminuição de custos operacionais em torno de 0,5% e, com a melhor utilização da frota existente, os lucros aumentaram em torno de 1% (75 milhões de dólares) (ABARA, 1989).

Em Ahuja et al. (2007), o autor afirma que o sistema de transporte aéreo complexo para se tentar resolver buscando soluções ótimas. Em geral são realizados quatro passos sequenciais na tentativa de diminuir a complexidade: i) atribuição de frotas; ii) atribuição de conexões; iii) rodízio de manutenção e; iv) programação da tripulação (BARNHART; TALLURI, 1997; GOPALAN; TALLURI, 1998). Inicialmente, os autores desenvolveram uma programação inteira e então uma programação inteira mista para a formulação do *Combined Through-Fleet-Assignment Model* – *ctFAM*, com a intenção de resolver simultaneamente o FAM e o *Through-Assignment Model* – TAM. O modelo seguiu os passos mostrados na Figura 3.

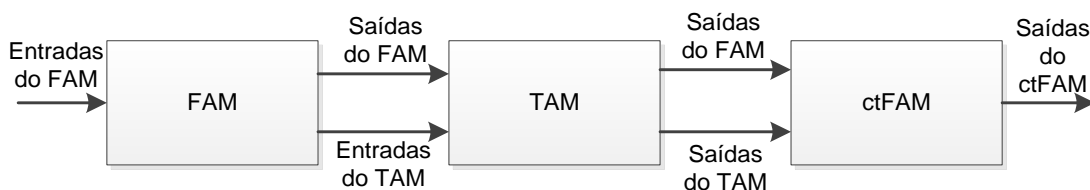


Figura 3 – Modelo ctFAM proposto para a United Airlines.
Fonte: Ahuja et al (2007).

O modelo foi aplicado em uma empresa aérea dos Estados Unidos – *United Airlines*, fazendo o uso de heurística (algoritmo de busca do vizinho mais próximo) para solucionar o ctFAM a partir das soluções ótimas obtidas do FAM e TAM. Na programação inteira, os autores formularam o problema como otimização de fluxo em rede, chamado de “rede de conexão”. Como resultado, houve uma substancial melhora na economia dos custos e dos tempos computacionais necessários para a obtenção das soluções, realizados em diferentes cenários.

Jacobs, Smith e Johnson (2008) realizaram uma modificação do tradicional FAM para o *Origin and Destination FAM* - O&D FAM, modelo no qual foram incorporados os efeitos estocásticos de flutuação de rede. Os autores usaram equações lineares de aproximação para encontrar a solução do problema. A programação foi testada na AMR’s American Eagle Airlines, otimizando o uso das capacidades de passageiros dos aviões disponíveis, reduzindo vários custos do sistema.

Em Rexing et al. (2000), os autores modificaram o tradicional FAM para incluir as janelas de tempo operando com tabela de horários fixa. Foi realizado a modelagem simultânea entre a designação dos tipos de aviões para os voos e a programação das partidas. Deste modo, descobriu-se as conexões possíveis utilizando dados de uma empresa dos Estados Unidos. Duas abordagens de algoritmo foram realizadas: i) uma direta e, ii) indireta (iterativa), na qual a solução indireta mostrou uma minimização do tamanho do problema e utilização de menos memória computacional, incluindo uma resposta ótima.

Subramanian et al. (1994) desenvolveram e aplicaram um projeto chamado “Coldstart” na Delta Airlines que substituiu o antigo sistema de planejamento para as frotas existentes. Os pesquisadores utilizaram uma programação linear inteira mista que atribuíu os diferentes tipos de frotas para os voos, modificando o antigo planejamento o qual era suficiente, porém pouco eficaz. Como os modelos

tradicionais, os autores executaram os modelos matemáticos em um espaço cíclico de 24 horas, obtendo economias diárias de custos na faixa de 55 mil dólares em setembro de 1992, aumentando essa quantia para 220 mil dólares em agosto de 1993 com a melhoria da programação.

Talluri (1996) realizou um procedimento de refinamento de solução na USAir, atual US Airways, utilizando programação inteira mista, heurística e técnicas de oportunidades de troca - *swap opportunities*, no qual as frotas em jornadas específicas são trocadas para rever a solução, sem deixar de cumprir as restrições. Obteve-se soluções computacionais satisfatórias em apenas alguns segundos para a heurística baseada em oportunidades de troca.

3 MODELO MATEMÁTICO

Para o início da pesquisa, realizou-se uma busca em bases de dados nacionais e internacionais para o conhecimento acerca do tema, os parâmetros necessários para a formulação do modelo matemático e as técnicas e ferramentas aplicadas. Os trabalhos para o embasamento teórico foram divididos em uma busca acerca de programação de veículos e designação de frotas.

Após a caracterização de uma pesquisa exploratória e descritiva, foram executados os próximos passos, com a análise da construção do modelo, aplicação e resultados. Para a continuidade do trabalho, o mesmo pode ser dividido em etapas de execução:

Etapa 1: Construção do modelo matemático.

A presente etapa consistiu na identificação das variáveis do problema, qual a função objetivo mais adequada e quais restrições seriam convertidas em equações para o modelo matemático do problema de programação de veículos. Utilizou-se apenas dados aleatórios para observar o comportamento do modelo. Um problema fictício foi considerado para facilitar a intervenção nas equações, mudando algumas características para a situação considerada e observando todos os cenários.

Etapa 2: Coleta de dados em campo.

A partir dos estudos teóricos e do modelo pré-estabelecido na Etapa 1, buscou-se os dados necessários para alimentar o modelo matemático. As entrevistas semi-estruturadas com os gestores e coordenadores de tráfego e telemetria foram realizadas com o intuito de conhecer sobre as operações e necessidades da empresa estudada. O período de coleta de dados realizou-se no período entre dezembro de 2013 a março de 2014.

Etapa 3: Teste do modelo com os dados de campo.

Os dados coletados em campos foram transferidos para o *software*. Uma planilha eletrônica foi utilizada para a tabulação dos dados, somando quatro planilhas no total, cada uma referente à uma estação rodoviária. Com as informações tabuladas, foi aplicado o modelo matemático para uma das planilhas.

Etapla 4: Análise dos resultados da amostra.

Os resultados obtidos com a amostra foram analisados antes da aplicação para a tabela de viagens completa. Foi possível identificar algumas questões quanto aos aproveitamentos dos veículos de acordo com os valores assumidos pelas variáveis.

Etapla 5: Teste do modelo para toda a tabela de horários.

Nesta etapa, todas as viagens foram introduzidos no modelo para análise total da tabela, retornando um número mínimo de ônibus com os roteiros que cada um deve fazer de modo a não deixar de atender alguma viagem. Todos os resultados foram tabelados e analisados em forma de rede para conclusões acerca do modelo e dos valores obtidos.

Para qualquer problema de otimização, é importante que se identifique de modo preciso todas as características inerentes ao mesmo para então formular o modelo matemático. Para o presente trabalho utilizou-se a programação linear inteira, envolvendo variáveis binárias e inteiras, sem a necessidade de heurísticas.

A estrutura deste capítulo conta com a formulação modelo matemático. Este está dividido em: variáveis de decisão, função(ões) objetivo(s) e as restrições relativas ao sistema.

3.1 VARIÁVEIS DE DECISÃO

Para uma explicação da adoção das variáveis, vale ressaltar a análise do sistema como um todo.

Como mencionado no item 2.2, a tabela de horários entre estações rodoviárias é um dado de entrada para a programação de veículos, pois deste modo identificam-se os aproveitamentos possíveis em que um veículo pode seguir viagem.

Supondo-se um conjunto de viagens $V = \{v_1, v_2, \dots, v_n\}$, tais viagens devem ser cumpridas em seus horários de partida e horários de chegada na próxima cidade, aguardando para poder seguir para a sua próxima viagem. O conjunto V de viagens pode ser organizado em uma matriz de chegadas no horário i e partidas no horário j . Para cada veículo que chega a uma estação rodoviária, ele exige um tempo de

espera t para poder partir para outra viagem, devido aos tempos com limpeza, embarque e desembarque. Com isso, um veículo só pode ser aproveitado para uma viagem se obedecer a relação da equação 2:

$$i + t \geq j \quad (2)$$

Seja denominado x um veículo que chega da viagem i e tem a possibilidade de ser aproveitado para a viagem j , então pode ser denominado essa viabilidade em forma de variável da seguinte maneira:

$$x_{i,j,k} = \begin{cases} 1 \\ ou \\ 0 \end{cases}$$

Onde k é o índice referente ao modelo do veículo, assim quando a frota é homogênea este índice não é considerado. Deste modo, pode-se dizer que $x_{i,j,k}$ é 1 se um veículo que chega à uma estação i é utilizado para a próxima viagem possível j . Se este veículo não é utilizado, então o valor da variável é 0 (zero), existindo a possibilidade de ser aproveitado para uma viagem posterior ou pernoitar na estação para ser utilizado no dia seguinte. Esta observação é válida para todas as estações existentes.

Analisando uma programação em um horizonte de um dia (24 horas), se um veículo que pernoitou em uma estação for utilizado para uma viagem de partida j , então a variável $x_{0,j,k} = 1$. Quando um veículo chega de uma viagem i e não é aproveitado no mesmo dia, pernoitando na estação, então assume-se $x_{i,0,k} = 1$.

3.2 RESTRIÇÕES

Com relação às restrições, podem ser consideradas quatro conjuntos de restrições para a modelagem correta do sistema (HASSAN; AL HAMMAD, 2010): i) prevenção contra contagem dupla; ii) continuidade do veículo; iii) balanço da

programação por estação e por tipo de veículo e; iv) contagem de veículo. Analisando-se as considerações, as restrições podem ser divididas como segue:

1) Prevenção contra contagem dupla:

Para prevenir problemas com o sistema, um veículo que esteja chegando de uma cidade pode ser aproveitado para apenas uma jornada j , sendo este do mesmo tipo. Assim, a primeira restrição segue na equação 3:

$$\sum_{j=0}^V \sum_{k=1}^T x_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

Onde:

V = conjunto de viagens;

T = conjunto de modelos de veículos.

Analogamente ao clássico problema de designação, tem-se um segundo conjunto de restrições referentes às “colunas” da matriz, garantindo que todas as j partidas sejam servidas por apenas um veículo que chega da viagem i ou que parte para a primeira jornada do dia ($i = 0$). A equação 4 resume tal situação:

$$\sum_{i=0}^V \sum_{k=1}^T x_{i,j,k} = 1 \quad \forall j \quad (4)$$

2) Balanço da programação por estação e modelo de veículo:

A restrição 2 diz respeito ao número de excesso de chegadas ou partidas nas estações, ou seja, se uma estação e tem mais “partidas” do que “chegadas” resulta em uma falta de viagens chegando à estação, desta maneira, ocorre um aumento de custo pois faltará veículos para cumprir a tabela de viagens para o próximo dia. Ocorre o contrário para mais “chegadas” do que partidas.

Para muitas estações, isto deve ser evitado ao máximo, desta forma, duas variáveis devem ser inseridas:

S_{ek} = número relativo à falta de “partidas” na estação e do modelo k ;

C_{ek} = número relativo à falta de “chegadas” na estação e do modelo k .

Para realizar o balanceamento, a soma de todas as viagens de origem (primeira realizada do dia) somado com a variável S_{ek} deve ser igual à todas as viagens de término (última do dia) somado com C_{ek} , como segue na equação 5:

$$\sum_{j \in D_e} x_{0,j,k} + S_{ek} = \sum_{i \in A_e} x_{i,0,k} + C_{ek} \quad \forall k, e \quad (5)$$

Onde:

D_e = Conjunto de partidas da estação e ;

C_e = Conjunto de chegadas na estação e .

3) Continuidade do veículo:

Uma vez iniciada uma viagem por um modelo de veículo (podendo ser ele uma viagem de origem ou um aproveitamento) deve finalizar no mesmo modelo (final do ciclo do veículo para aquele dia ou um outro aproveitamento), para todas as estações ou terminais. Deste modo, a segunda restrição (equação 6) fica:

$$\sum_{i=0}^V x_{i,e,k} = \sum_{j=0}^V x_{e,j,k} \quad \forall e, k \quad (6)$$

Observa-se a propriedade de conservação de fluxo realizada para cada estação “e”, podendo ser representado da forma como segue na Figura 4.

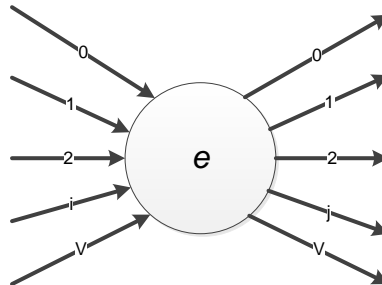


Figura 4 – Representação dos fluxos de chegadas e saídas em uma estação e .
Fonte: Autoria própria (2013).

A análise da Figura 4 é realizada para todas as estações e modelos de veículos k . Para o caso de frotas que contenham apenas um modelo de veículo, o parâmetro k é inexistente.

3.3 FUNÇÃO OBJETIVO

A função objetivo consiste em trabalhar com a menor quantidade de veículos possível para uma determinada tabela de horários a partir da melhor utilização dos ônibus. Também é necessário evitar o desbalanceamento da rede, fazendo com que as variáveis auxiliares de falta de partidas ou chegadas não assumam valores inteiros positivos acima de zero.

A função visa determinar se um veículo é designado ou não para uma sequência dentre as viagens de chegada e partida, i e j respectivamente, utilizando o modelo k , objetivando a menor quantidade de veículos necessários para cumprir a tabela de viagens, respeitando os tempos de limpeza e manutenção estipulados pela empresa. Ao mesmo tempo, busca minimizar o desbalanço da rede, ou seja, evitar ao máximo as viagens ociosas de retorno para terminais com falta de veículos para cumprimento da escala de viagens do dia seguinte.

Neste contexto, a função objetivo é constituída pela minimização das variáveis que indicam os veículos necessários para início do cumprimento do quadro de viagens e evitar que as variáveis de falta e sobra de veículos assumam um valor positivo. A equação 7 mostra a função:

$$MinZ = \sum_{i=0}^V \sum_{j=0}^V \sum_{k=1}^K x_{0,j,k} + p \sum_{e=1}^E \sum_{k=1}^T (C_{ek} + S_{ek}) \quad (7)$$

Onde:

p = penalidade colocada para evitar desbalanço da rede.

Com todas as considerações já citadas, o modelo resultante se torna:

$$MinZ = \sum_{i=0}^V \sum_{j=0}^V \sum_{k=1}^K x_{0,j,k} + p \sum_{e=1}^E \sum_{k=1}^T (C_{ek} + S_{ek}) \quad (7)$$

Sujeito à:

$$\sum_{j=0}^V \sum_{k=1}^T x_{i,j,k} = 1 \quad \forall i \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^V \sum_{k=1}^T x_{i,j,k} = 1 \quad \forall j \quad (4)$$

$$\sum_{j \in D_e} x_{0,j,k} + S_{ek} = \sum_{i \in A_e} x_{i,0,k} + C_{ek} \quad \forall k, e \quad (5)$$

$$\sum_{i=0}^V x_{i,e,k} = \sum_{j=0}^V x_{e,j,k} \quad \forall e, k \quad (6)$$

Sendo que as variáveis S_{ek} e C_{ek} são inteiras.

3.4 FERRAMENTA COMPUTACIONAL: LINGO 13.0

Para a aplicação do modelo em *software*, encontram-se vários programas específicos no mercado ou que possuem *toolbox* para tal que atendem aos requisitos para modelagem e programação matemática. Podem ser citados: Lingo, MatLab®, CPLEX, Excel/Solver, GAMS, entre outros. Em geral, os programas citados possuem já implementados algoritmos para a resolução de problemas, evitando em alguns casos a programação pura, ou seja, apenas o modelo matemático (em notação de somatório ou canônica) é necessário.

Para a pesquisa em questão foi utilizado o *software* Lingo, versão 13.0.2.19/Win32 educacional distribuído pela LINDO Systems Inc. e é um programa de otimização para problemas de programação lineares e não lineares com uma sintaxe específica (LINDO SYSTEMS, 2013).

O programa também pode ser conectado a um banco de dados, incluindo uma interface com o Excel da Microsoft®, deste modo, a planilha com os dados e matrizes necessários podem ser importados da planilha em formato “xls” ou “xlsx” de modo a organizar e facilitar a visibilidade de toda a modelagem.

4 CARACTERÍSTICAS DA APLICAÇÃO

O modelo foi baseado em dados e informações fornecidas pela empresa Viação Santana Iapó Ltda, sendo que esta foi fundada em 1946, transformando-se mais tarde no Expresso Iapó (VIAÇÃO IAPÓ, 2013).

Atualmente, a empresa conta com a certificação ISO 9001:2008, somando 188 ônibus na frota total e com matriz em Ponta Grossa, sendo Castro, Carambeí e Tibagi suas filiais. O conjunto de ônibus abrange os seguintes modelos (VIAÇÃO IAPÓ, 2013):

- Microônibus;
- Rodoviário;
- Articulado;
- Metropolitano;
- Executivo;
- Semi-leito;
- Leito *double-deck*;
- Convencional;

Além das viagens interurbanas, a empresa também faz a rota para 17 indústrias da região dos Campos Gerais e passeios turísticos para diferentes lugares com o objetivo de diversificar seus negócios, entretanto, tais viagens não foram consideradas para este trabalho.

As viagens interurbanas englobam apenas os modelos metropolitano e articulado, sendo os outros modelos direcionados para indústrias e turismo. O primeiro tem a capacidade para aproximadamente 44 pessoas sentadas e o segundo para aproximadamente 60 pessoas sentadas. Os respectivos ônibus estão ilustrados na Figura 5 e Figura 6:



Figura 5 – Exemplo de um ônibus metropolitano da Viação Iapó.
Fonte: Autoria própria (2014).



Figura 6 – Exemplo de um ônibus articulado da Viação Iapó.
Fonte: Autoria própria (2014).

O problema estudado procura saber qual é a melhor alocação dos ônibus às jornadas existentes na tabela de viagens. O modelo teve seu foco em ônibus interurbanos, situações não estudadas a fundo em nível nacional.

A coleta de dados ocorreu mediante entrevistas semi-estruturadas, iniciadas na primeira semana de novembro de 2013 e extendendo-se até a segunda semana de janeiro de 2014. Realizou-se reuniões uma vez por semana para explanação

acerca do tema e conhecimento do funcionamento da rede de transporte entre as quatro cidades envolvidas: Ponta Grossa, Castro, Carambeí e Tibagi.

Os dados coletados incluíram:

- Quantidade de tipos de ônibus disponíveis da frota;
- Quantidade total da frota, ou seja, incluindo todos os tipos;
- As cidades de origem e destino na tabela de viagens;
- Os horários de saída da origem e a previsão do tempo de chegada nos seus respectivos de destinos;
- Tempos de manutenção e limpeza, pois deste modo existe um tempo de espera mínimo na estação antes de um ônibus poder ser enviado à próxima viagem.

Para qualquer empresa do ramo de transportes de passageiros, deve se obter um número de identificação das linhas de cobertura junto ao Departamento de Estradas de Rodagem – DER. Para a empresa estudada, as viagens estão sob os registros como segue no Quadro 3.

| Número | Linha | Extensão (km) |
|--------------|---|---------------|
| 001.0163-400 | Ponta Grossa – Castro | 43 |
| 003.0163-440 | Ponta Grossa – Carambeí | 28 |
| 004.0163-440 | Ponta Grossa – Carambeí (Term. Nova Rússia) | 26 |
| 005.0163-440 | Ponta Grossa – Carambeí (Term. Rodoviário) | 26 |
| 003.0163-450 | Castro – Carambeí | 33 |
| 001.1116-400 | Castro - Tibagi | 58 |

Quadro 3 – Registro das viagens interurbanas da Viação Iapó.

Fonte: Adaptado de DER (2013).

Na aplicação, utilizou-se as viagens 001.0163-400, com a extensão de 43 km, a 005.0163-440 de 26 km, 003.0163-450 com 33 km e 001.1116-400 de 58 km. Como já colocado, o modelo atuou apenas entre as estações rodoviárias, somando assim uma malha entre as cidades de 160 km, que se encontram sequencialmente seguindo-se pela mesma estrada, como mostrado na Figura 7.

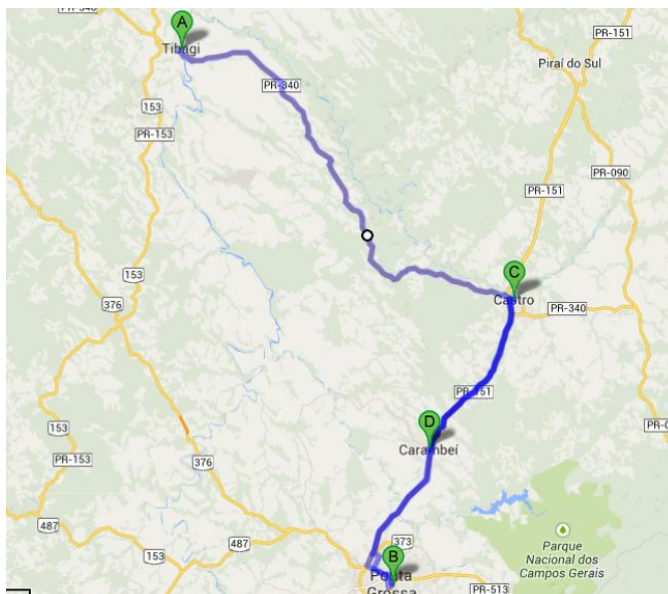


Figura 7 – Malha rodoviária utilizada pela Viação Iapó.
Fonte: Google Maps (2014)

Após entrevistas semi-estruturadas com a coordenação, percebeu-se as seguintes definições acerca da aplicação:

- Apenas o ônibus modelo articulado deve fazer obrigatoriamente as linhas 001.0163-400 devido à sua alta demanda;
- Apenas o ônibus metropolitano cumpre a tabela de horários das linhas 993.0163-450, 001.1116-400 e 003.0163-450;
- Só serão considerados os trajetos entre rodoviárias, não incluindo desta forma outros pontos de embarque/desembarque;
- A autonomia dos ônibus em relação ao combustível é em torno de 400 quilômetros;
- O tempo de espera em terminal (relativo à espera de manutenção, limpeza, embarque e desembarque) é de 10 minutos, julgando-se suficiente para atender aos horários sem atrasos.

Analisando-se as considerações após as conversas com os responsáveis, pode-se separar o problema em dois modelos distintos: um considerando as linhas abrangidas pelo modelo articulado e outra referente às viagens realizadas pelos metropolitanos. Uma vez dividido, o índice “ k ” colocado no modelo geral (item 4) não é mais necessário, ficando o problema com dois índices para uma análise matricial entre as viagens da cidade origem “ i ” com as cidades destino “ j ”.

Neste contexto, o modelo para os dois problemas agora divididos, porém com o mesmo objetivo e sujeito às mesmas restrições, fica de acordo com as equações (7), (8), (9) e (10).

$$MinZ = \sum_{i=0}^V \sum_{j=0}^V x_{0,j} + p \sum_{e=1}^E (C_e + S_e) \quad (7)$$

$$\sum_{j=0}^V x_{i,j} = 1 \quad \forall i \quad (8)$$

$$\sum_{i=0}^V x_{i,j} = 1 \quad \forall j \quad (9)$$

$$\sum_{j \in D_e} x_{0,j} + S_e = \sum_{i \in A_e} x_{i,0} + C_e \quad \forall e \quad (10)$$

Onde:

- X_{ij} = variáveis binárias;
- C_e e S_e = variáveis inteiras positivas;

Todas as viagens entre as cidades servidas pela empresa foram analisadas para se calcular o tempo esperado de viagem e as possibilidades de aproveitamento para as viagens seguintes. Os horários seguem de acordo com a do Anexo A, totalizando 105 viagens, nos quais os números em negrito no corpo da tabela são identificadores da viagem, ou seja, a viagem “1” é referente à jornada que se inicia em Ponta Grossa com destino a Castro, às 6:00, por exemplo .

Uma vez sendo os tempos de espera em terminal rodoviário igual a 10 minutos, então somam-se estes tempos com a duração de cada viagem, como resumido na Tabela 3. Os tempos de duração foram adotados como determinísticos.

Tabela 4 – Duração das viagens e os tempos mínimos para aproveitamento.

(continua)

| Linha | Duração (minutos) | Tempo mínimo (minutos) |
|--------------------------------|-------------------|------------------------|
| Ponta Grossa – Castro | 55 | 65 |
| Ponta Grossa – Carambeí | 25 | 35 |

Tabela 5 (continuação) – Duração das viagens e os tempos mínimos para aproveitamento.
(conclusão)

| Linha | Duração (minutos) | Tempo mínimo (minutos) |
|--------------------------|--------------------------|-------------------------------|
| Castro – Carambeí | 15 | 25 |
| Castro – Tibagi | 60 | 70 |

Fonte: Autoria própria (2014).

Observando a Tabela 3, tem-se os tempos mínimos que cada ônibus em circulação deve gastar e esperar até ser aproveitado a uma próxima viagem. Por exemplo, um ônibus que esteja em uma jornada de Ponta Grossa a Castro demora uma hora para finalizar a viagem para chegar a seu destino. O tempo de dez minutos é necessário para que as pessoas desçam e outros passageiros subam ao ônibus, contando com uma limpeza interna e alguma inspeção rápida quando necessário.

Nenhum ônibus pode assumir outra viagem logo após finalizar uma anterior, apenas depois da troca de passageiros e outros serviços internos da empresa. Assim, o ônibus colocado como exemplo pode seguir viagem novamente para Ponta Grossa ou Carambeí, que aceitam apenas carros articulados nestas linhas.

5 RESULTADOS E DISCUSSÃO

A partir das características da empresa, incluindo as viagens realizadas entre as cidades de Ponta Grossa, Castro, Carambeí e Tibagi, em conjunto com os horários de saídas, chegadas e os tempos de espera necessários para um ônibus continuar sua jornada viagem, montou-se uma tabela para cada rodoviária.

O objetivo das tabelas é mostrar quais são as possibilidades de aproveitamento dos ônibus em circulação, sendo que, quando a célula é igual a “1” na matriz, significa que um veículo que chega de uma viagem i pode seguir para a próxima viagem j , sendo “0” caso contrário. O Anexo B mostra a tabela de horários e viagens referentes às estações de Ponta Grossa, Castro, Carambeí e Tibagi, sem a identificação das rotas que cada tipo de ônibus pode seguir.

Analisando-se o Anexo B, somando-se todos os possíveis aproveitamentos entre as rodoviárias e para todos os tipos de ônibus, um total de 1255 variáveis binárias. Os aproveitamentos possíveis separados por modelo de ônibus e em cada estação estão distribuídas de acordo com a Tabela 4.

Tabela 6 – Quantidade de aproveitamentos possíveis em cada estação.

| | Articulados | Metropolitanos |
|---------------------|-------------|----------------|
| Ponta Grossa | 100 | 37 |
| Castro | 102 | 349 |
| Carambeí | 0 | 666 |
| Tibagi | 0 | 1 |
| Total | 202 | 1053 |

Fonte: Autoria própria (2014).

Como foram realizados dois modelos, separou-se a identificação da rota a ser percorrida por cada ônibus em conjuntos distintos, sendo que os aproveitamentos obtidos por cada ônibus metropolitano está descrito na Tabela 5.

Tabela 7 – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo metropolitano.

(continua)

| Número do ônibus | Cor | Sequência |
|------------------|----------|---|
| 1 | Preto | X00_16 – X16_85 – X85_61 – X61_75 – X75_00 |
| 2 | Vermelho | X00_18 – X18_87 – X87_56 – X56_89 – X89_58 – X58_93 – X93_69 – X69_00 |

Tabela 8 (continuação) – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo metropolitano. (conclusão)

| Número do ônibus | Cor | Sequência |
|------------------|----------|--|
| 3 | Azul | X00_19 – X19_88 – X88_57 – X57_74 – X74_23 – X23_00 |
| 4 | Verde | X00_25 – X25_76 – X76_00 |
| 5 | Preto | X00_43 – X43_77 – X77_45 – X45_78 – X78_62 – X62_97 – X97_00 |
| 6 | Vermelho | X00_44 – X44_79 – X79_49 – X49_83 – X83_41 – X41_104 – X104_00 |
| 7 | Azul | X00_46 – X46_81 – X81_53 – X53_72 – X72_20 – X20_90 – X90_60 – X60_91 – X91_64 – X64_98 – X98_65 – X65_101 – X101_00 |
| 8 | Verde | X00_47 – X47_82 – X82_52 – X52_86 – X86_55 – X55_73 – X73_21 – X21_94 – X94_67 – X67_102 – X102_00 |
| 9 | Preto | X00_48 – X48_80 – X80_50 – X50_70 – X70_17 – X17_71 – X71_22 – X22_92 – X92_66 – X66_99 – X99_68 – X68_100 – X100_00 |
| 10 | Vermelho | X00_51 – X51_84 – X84_54 – X54_72P – X72P_24 – X24_00 |
| 11 | Azul | X00_63 – X63_96 – X96_00 |
| 12 | Verde | X00_103 – X103_59 – X59_95 – X95_42 – X42_00 |

Fonte – Autoria própria (2014).

Para o modelo articulado, a sequência que cada ônibus percorre está de acordo com a Tabela 6.

Tabela 9 – Sequência de roteiros para cada ônibus do modelo articulado.

| Número do ônibus | Cor | Sequência |
|------------------|----------|---|
| 1 | Preto | X00_01 – X01_27 – X27_04 – X04_30 – X30_06 – X06_32 – X32_11 – X11_37 – X37_14 – X14_00 |
| 2 | Vermelho | X00_02 – X02_33 – X33_09 – X09_35 – X35_12 – X12_39 – X39_15 – X15_00 |
| 3 | Azul | X00_26 – X26_03 – X03_28 – X28_08 – X08_34 – X34_10 – X10_36 – X36_13 – X13_40 – X40_00 |
| 4 | Verde | X00_29 – X29_05 – X05_31 – X31_07 – X07_38 – X38_00 |

Fonte – Autoria própria (2014).

Observando as Tabelas 5 e 6, a coluna referente à “cor” identifica o roteiro a ser percorrido por cada ônibus, desde a sua primeira viagem do dia até o final de sua jornada, a ser percebido nas Figuras 8, 9, 10 e 11. A Tabela 6 foi dividida em três grupos distintos para facilitar a análise, evitando a sobreposição dos roteiros.

A coluna “Sequência” mostra justamente o caminho que cada ônibus faz. Por exemplo, tem-se para o ônibus 1 do modelo metropolitano (Tabela 5) a

sequência *X00_16*, *X16_85*, *X85_61*, *X61_75*, *X75_00*, isto significa que este ônibus parte para o seu primeiro compromisso do dia às 07:10 de Ponta Grossa, chegando a Carambeí 07:35, aguardando os 10 minutos estipulados para depois ser aproveitado para outra viagem, estando disponível então a partir das 07:45. O mesmo vai para Castro 08:40 (após 55 minutos de espera no terminal Carambeí), então segue para Carambeí 16:40, é aproveitado 18:35 para Ponta Grossa, finalizando sua jornada diária nesta cidade.

A variável *X75_00* indica que ele finalizou a sua jornada e ficará no aguardo para na mesma estação até o próximo dia, onde retomará o mesmo trajeto. Para todos os ônibus, a análise é feita da mesma forma.

Uma das premissas do modelo é que cada ônibus teria uma autonomia de combustível de aproximadamente 400 km. Com a soma total percorrido de cada ônibus, obteve-se a distância percorrida total da Tabela 7.

Tabela 10 – Distância diária total percorrida por cada ônibus.

| Modelo Articulado | | Modelo Metropolitano | |
|--------------------------|-----------------------------|-----------------------------|-----------------------------|
| Número | Distância Total (km) | Número | Distância Total (km) |
| 1 | 387 | 1 | 118 |
| 2 | 301 | 2 | 224 |
| 3 | 387 | 3 | 144 |
| 4 | 215 | 4 | 66 |
| | | 5 | 198 |
| | | 6 | 248 |
| | | 7 | 382 |
| | | 8 | 316 |
| | | 9 | 368 |
| | | 10 | 151 |
| | | 11 | 66 |
| | | 12 | 182 |

Fonte: Autoria própria (2014).

A partir da Tabela 7, observa-se que a premissa fornecida pela empresa é atendida em todos os casos, tanto para o modelo metropolitano quanto para o articulado. Desta maneira, não se faz necessário um tempo adicional para o reabastecimento do ônibus que estão em circulação. Uma análise detalhada sobre cada rota entre cada estação é retratada nas Figuras 8 (articulados), 9 (roteiros 1, 2, 3 e 4 dos ônibus metropolitanos), 10 (roteiros 5, 6, 7 e 8 dos ônibus metropolitanos)

e 11 (roteiros metropolitanos 9, 10 11 e 12), indicando quais sequências exatas que cada ônibus faz para cada cidade.

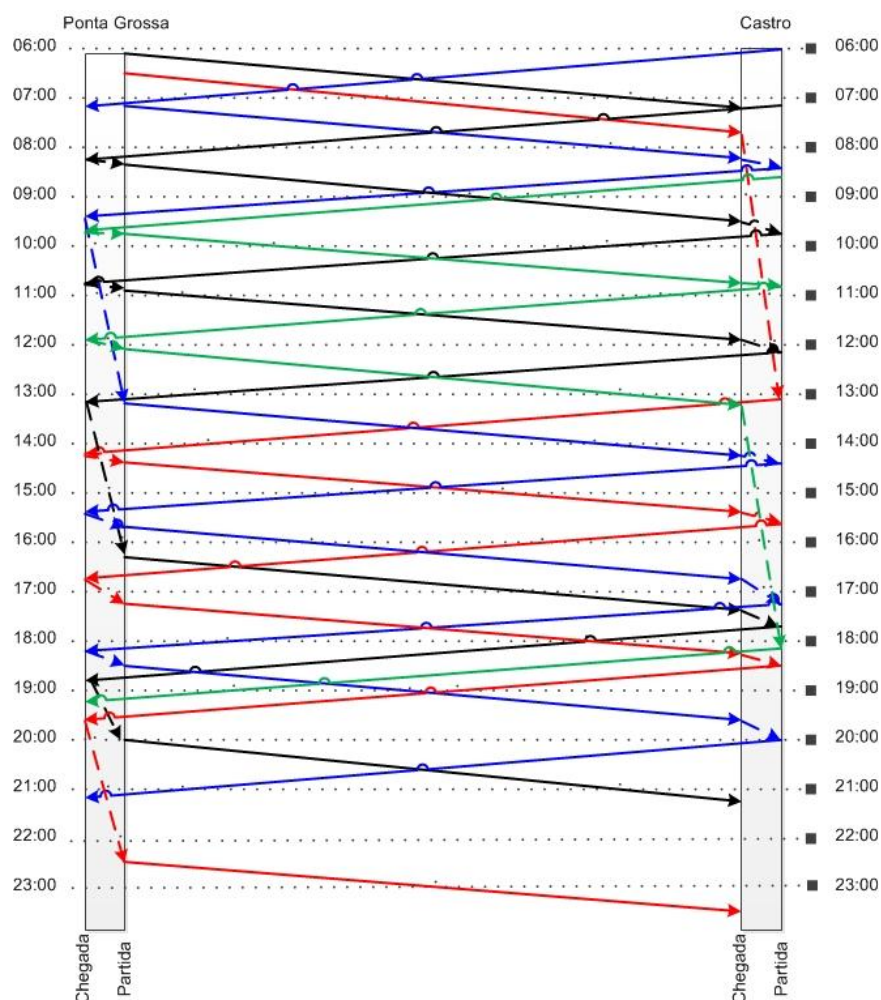


Figura 8 – Roteiro de cada ônibus articulado.
Fonte: Autoria própria (2014).

Observando a Figura 8, tem-se os trajetos realizados para cada ônibus articulado, sendo que o ônibus do trajeto em preto faz 9 viagens ao todo entre Ponta Grossa e Castro, enquanto que o ônibus do trajeto em vermelho realiza 7 viagens, em azul faz 9 vezes o trajeto e a rota em verde realiza 5 viagens. Os trajetos realizados pelos ônibus metropolitanos estão ilustrados nas figuras 9, 10 e 11.

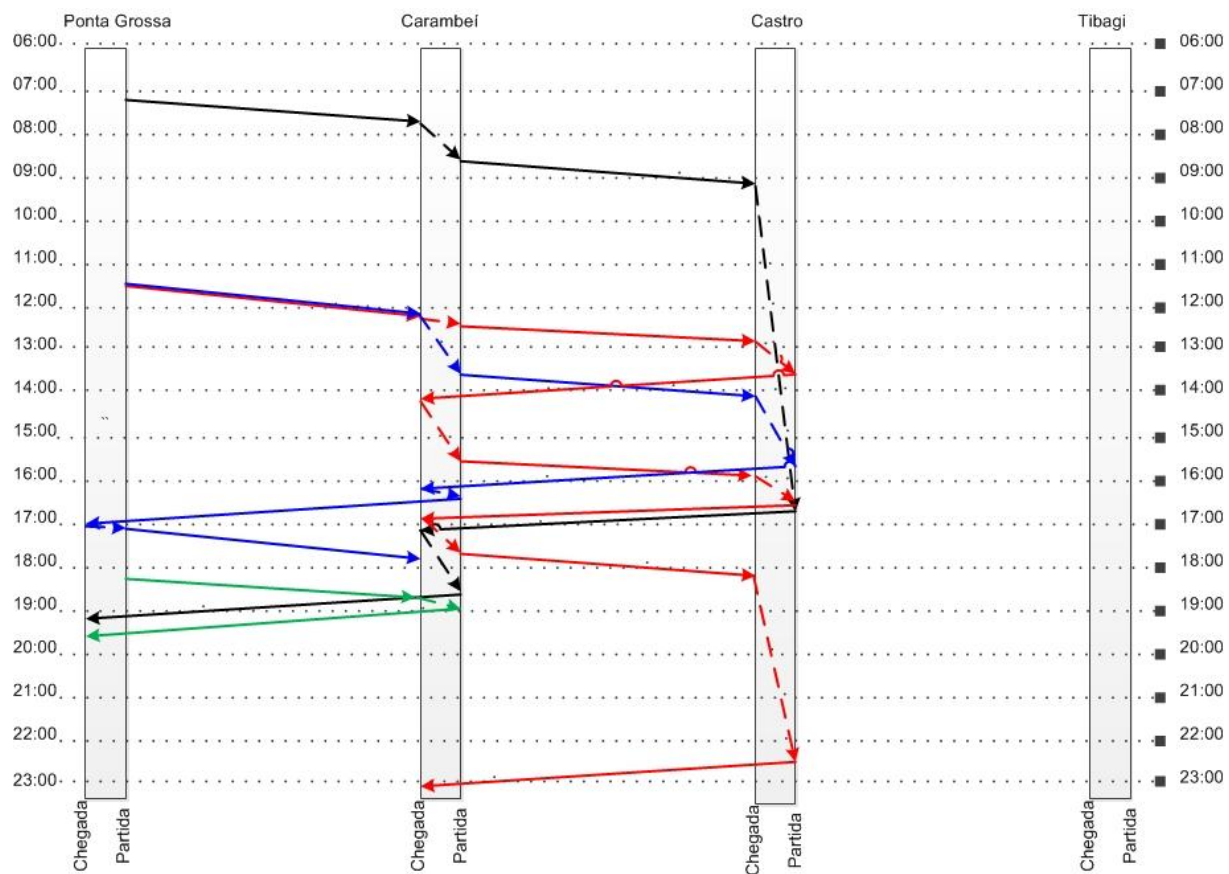


Figura 9 – Rotas 1, 2, 3 e 4 dos ônibus metropolitanos.
Fonte: Autoria própria (2014).

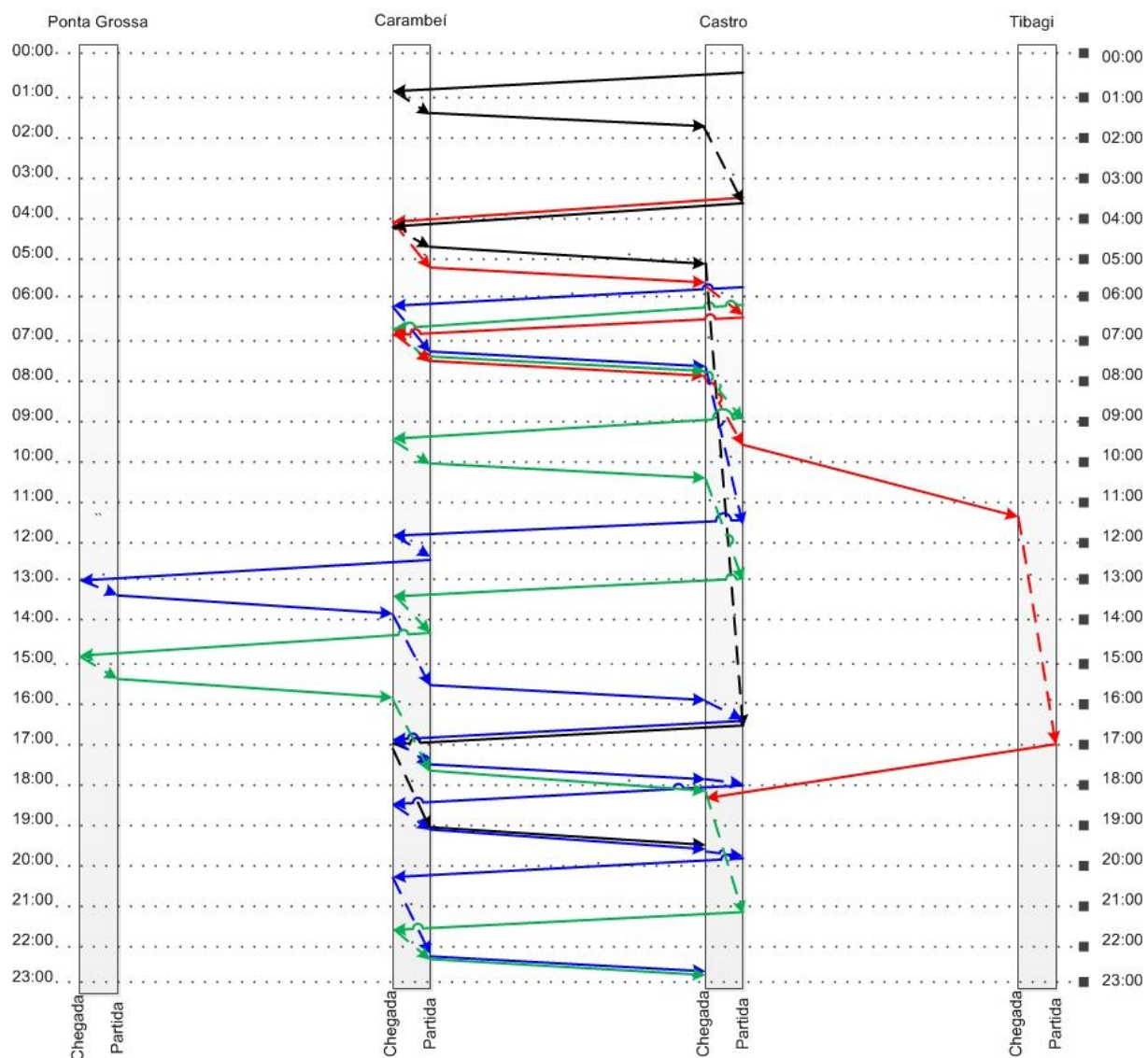


Figura 10 - Roteiros 5, 6, 7 e 8 dos ônibus metropolitanos.
Fonte: Autoria própria (2014).

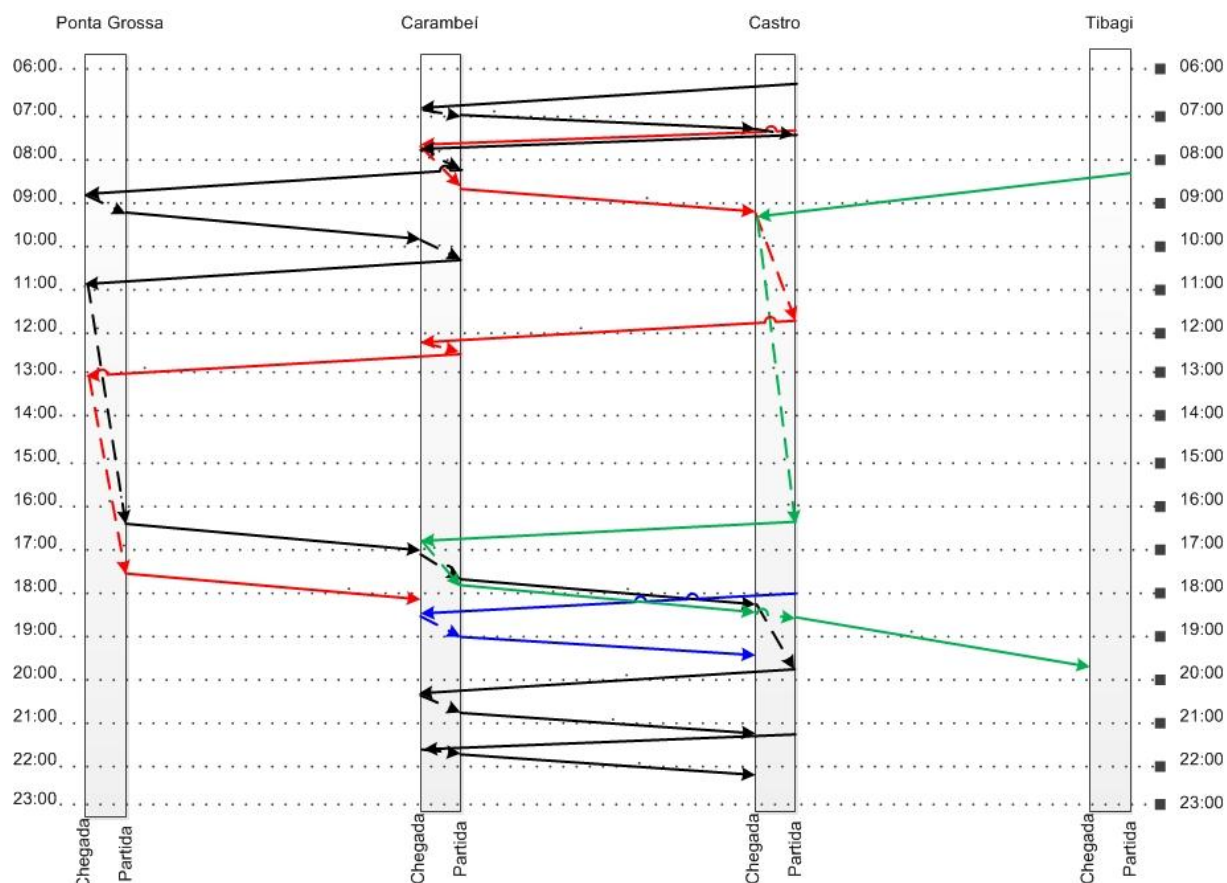


Figura 11 - Roteiros 9, 10, 11 e 12 dos ônibus metropolitanos.
Fonte: Autoria própria (2014).

As Figuras 8, 9, 10 e 11 retratam os quatro ônibus articulados e os doze metropolitanos em suas viagens de modo a garantir que todo o quadro de viagens seja cumprido, utilizando-se o número mínimo de ônibus possível e evitando as viagens sem passageiros (*deadheading trips*). As respectivas figuras buscaram mostrar de forma simplificada o fluxo de ônibus nas estações rodoviária, facilitando a observação de cada chegada e saída.

Com isto, visualizam-se os valores assumidos pelas variáveis auxiliares S (falta de saídas) e C (falta de chegadas), sendo: S_{pg} e C_{pg} (relativas à Ponta Grossa); S_{ct} e C_{ct} (relativas à Castro); S_{cb} e C_{cb} (relativas à Carambei); e S_{tg} e C_{tg} (relativas à Tibagi). A análise pode ser realizada da seguinte forma: para a estação de Ponta Grossa na Figura 8, tem-se os ônibus das rotas em preto e vermelho partindo para as suas primeiras viagens, consequentemente, dois veículos são necessários para este início. Com relação às chegadas em Ponta Grossa, tem-se os ônibus das rotas em azul e verde finalizando sua jornada. Neste contexto, as

variáveis auxiliares de Ponta Grossa vão se anular, caracterizando uma rodoviária balanceada.

Observando as Figuras 9, 10 e 11, mais precisamente na estação de Carambeí, nenhum ônibus é necessário no início do dia para Carambeí. Entretanto, ao final do dia, existem três ônibus que terminam suas jornadas em Carambeí (veículos 2, 3 e 10). A partir disso, sobram três ônibus para o início do dia seguinte, estes são necessários em Castro e Ponta Grossa. Para suprir esta necessidade, um veículo de Carambeí deve ser realocado para Castro e dois para Ponta Grossa para poder continuar com o fluxo normal de viagens. Com estas três viagens sem passageiros, há um acúmulo de 85 km de viagens ociosas no modelo metropolitano (*deadheading trips*).

Resumindo os valores assumidos pelas variáveis do balanceamento da rede, tem-se a Tabela 8.

| Tabela 11 – Variáveis auxiliares para cada modelo matemático. | | | |
|---|--------------|----------------------|--------------|
| Modelo Articulado | | Modelo Metropolitano | |
| Ponta Grossa | $S_{pg} = 0$ | Ponta Grossa | $S_{pg} = 0$ |
| | $C_{pg} = 0$ | | $C_{pg} = 2$ |
| Castro | $S_{ct} = 0$ | Carambeí | $S_{cb} = 3$ |
| | $C_{ct} = 0$ | | $C_{cb} = 0$ |
| | | Castro | $S_{ct} = 0$ |
| | | | $C_{ct} = 1$ |
| | | Tibagi | $S_{tb} = 0$ |
| | | | $C_{tb} = 0$ |

Fonte: Autoria própria (2014).

Observando os dados da Tabela 8, calcula-se o número total de viagens sem passageiros. Para o modelo articulado, nenhuma viagem ociosa foi necessária, contudo, para o modelo metropolitano três viagens com esta característica precisam ser realizadas para se refazer o balanceamento da rede, uma de Carambeí a Castro e duas de Carambeí a Ponta Grossa. A estação de Tibagi está com o fluxo balanceado, iniciando e finalizando um ônibus na rota verde (veículo 12).

A empresa estudada atualmente adota um novo sistema de rotas, com diferentes horários, porém os dados anteriores foram coletados para comparação com o modelo proposto por este trabalho. Vale destacar que a abordagem da empresa é adotar cada veículo dedicado a apenas uma linha, enquanto que o

modelo proposto trata de uma abordagem integrada, podendo um ônibus ser aproveitado para qualquer outra linha possível.

As rotas entre Ponta Grossa e Castro eram atendidas por quatro ônibus articulados, sendo que dois veículos pertenciam à rodoviária de Ponta Grossa e outros dois à estação de Castro. No modelo proposto, manteve-se a mesma quantidade para se atender satisfatoriamente à tabela de viagens de ônibus articulados. Ambas as programações tinham como característica o balanceamento das estações rodoviárias.

Com relação às viagens do modelo metropolitano, a tabela era atendida por 13 ônibus metropolitanos, dos quais 8 ônibus atendiam a linha Castro-Carambeí, todos partindo de Castro e com uma viagem sem passageiros de Carambeí à Castro, quatro veículos saindo de Ponta Grossa para atender à linha Ponta Grossa Carambeí, com dois ônibus retorno para Ponta Grossa ao final do dia sem passageiros e um veículo partindo de Tibagi para atender à linha Castro-Tibagi. A partir das informações comparativas, pode-se montar a Tabela 9.

Tabela 12 – Comparação do sistema dedicado com o integrado.

| Sistema dedicado (anterior) | | | Sistema integrado (proposto) | |
|------------------------------------|-------------------------|-------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------|
| Modelo | Linha | Quantidade de veículos | Modelo | Quantidade de veículos |
| Articulado | Ponta Grossa – Castro | 4 | Articulado | 4 |
| Metropolitano | Castro – Carambeí | 8 | Metropolitano | 12 |
| | Ponta Grossa – Carambeí | 4 | Total | 16 |
| | Castro - Tibagi | 1 | | |
| | Total | 17 | | |

Fonte: Autoria própria (2014).

Uma das considerações a serem feitas acerca da comparação é sobre os tempos de viagens e tempos de espera em terminais rodoviários. Uma vez que os modelos foram de caráter determinístico, não considerou-se a flutuação de passageiros e tráfego durante o dia, tendo influência no embarque/desembarque e, principalmente, na duração de cada viagem.

6 CONSIDERAÇÕES FINAIS

O presente trabalho teve o objetivo de propor uma metodologia para a otimização de frota (quantidade de veículos) por meio da modelagem matemática, atendendo quatro cidade com viagens interurbanas, buscando também diminuir a probabilidade de ocorrer algum desbalanço na rede.

Primeiramente, o referencial teórico deu suporte para a construção do modelo matemático. Neste contexto, conseguiu-se testar o modelo de programação linear inteira a partir de dados aleatórios, obtendo-se os resultados preliminares. Após a elaboração do modelo, dados reais foram coletados na empresa de transportes para a obtenção dos resultados para validação e comparação com os dados do sistema antigo da programação de ônibus utilizada pela empresa.

O modelo aplicado foi adaptado de forma a se chegar a um resultado compatível, concluindo que são necessários 12 ônibus do modelo metropolitano para atender a tabela de horários nas linhas Ponta Grossa – Carambeí, Castro – Carambeí e Castro – Tibagi, enquanto que é preciso 4 articulados para a linha de maior demanda, entre Ponta Grossa e Castro.

O modelo abordou a duração das viagens e tempos de espera mínimo de forma determinística, apenas considerando um intervalo de 10 minutos para limpeza e manutenção rápida (quando necessário) do ônibus, assim, os imprevistos não foram observados para a abrangência desta pesquisa. Foram atendidas as restrições e também a premissa de autonomia de jornada para cada ônibus, não ultrapassando os 400 km de roteiro total para cada veículo.

Comparando o modelo proposto (integrado) com o da empresa (dedicado), constatou-se que a programação de veículos proposta nesta pesquisa conseguiu reduzir a necessidade de 13 ônibus metropolitanos para 12. Com isso, a empresa poderia alocar este ônibus excedente para uma nova linha, viagem ou posto à venda. Houve um total de 3 viagens sem passageiros com os veículos do tipo metropolitano, sendo que os 3 devem sair ao final de suas jornadas de Carambeí e retornar 2 para Ponta Grossa e um para Castro com o objetivo de manter o fluxo normal nas estações rodoviárias.

As técnicas de pesquisa operacional, a partir de sua ampla gama de aplicações podem ajudar os departamentos gerenciais a tomarem decisões mais

concretas a partir da simulação aproximada da realidade, sempre buscando a economia financeira, de tempo e a efetividade de cada sistema. Para um estudo de maiores proporções, seria necessário técnica heurística devido à quantidade de possibilidades dos aproveitamentos.

Os resultados obtidos mostra um sequenciamento dos ônibus definido pela função objetivo (mínima quantidade de ônibus e desbalanceamento). Entretanto, poderia-se buscar uma maneira de se diminuir o tempo de espera em terminal de cada veículo, o que forçaria o ônibus da rota a continuar sempre em circulação.

Os resultados foram satisfatórios uma vez que trouxeram uma distribuição de rotas viáveis de modo a atender todo o quadro de viagens da empresa, obedecendo os horários e restrições inerentes à mesma. Com isso, novas ideias e adaptações podem ser implementadas de modo que o presente modelo possa ser aplicado em outras realidades, obtendo-se resultados melhores e fazendo um comparativo entre eles, otimizando os modelos continuamente.

O atual modelo é indicado tanto para minimização de ônibus quanto para encontrar novos roteiros para veículos em uma tabela de viagens pré-estabelecidas, evitando-se técnicas do tipo tentativa e erro, pois estes últimos podem acarretar em custos e perdas de tempo desnecessários, recursos indispensáveis para qualquer organização. O presente trabalho contribui para a falta de pesquisas com relação à programação de ônibus interurbanos no contexto nacional, pois constatou-se na busca bibliográfica uma quantidade significativa de aplicações em programação de ônibus escolares ou de linhas urbanas.

Com os resultados desta pesquisa, novas ideias surgem para futuros trabalhos. Como várias funções objetivos podem ser colocadas de forma a se obter um novo aproveitamento do sistema de transporte de passageiros, um modelo multi-objetivo pode abranger simultaneamente todas as funções, minimizando os desvios máximos de cada uma delas a partir da inserção da técnica *MiniMax*.

Contudo, uma busca em novas referências bibliográficas se faz necessária para observar quais modelos multi-objetivos podem suprir esta necessidade, adicionando novas restrições ou outras técnicas para se chegar a um modelo geral, aplicável em qualquer situação.

É importante a consideração de técnicas de previsão de tráfego para os futuros modelos, pois estes estudos farão com que mais restrições do cotidiano sejam abrangidas e para mais viagens e variações de tráfego em grande escala,

otimizando os resultados e expandindo os modelos para diferentes situações atuais ou que possam aparecer futuramente.

REFERÊNCIAS

ABARA, Jeph. Applying Integer Linear Programming to the Fleet Assignment Problem. **INTERFACES**, v. 10, p. 20-28, jul./ago. 1989.

AHUJA, R. K. et. Al. A Very Large-Scale Neighborhood Search Algorithm for the Combined Through-Fleet-Assignment Model. **Inform: Journal on Computing**, v. 19, n. 3, p. 416-428, jul. 2007.

ALMASI, Mohammad Hadi; MOUNES, Sina Mirzapour; KOTING, Suhana; KARIM, Mohamed Rehan. Analysis of Feeder Bus Network Design and Scheduling Problems. **The Scientific World Journal**. V. 2014, p. 1-10, 2014.

AGÊNCIA NACIONAL DE TRANSPORTES TERRESTRES. **ANTT**. Disponível em: <<http://www.antt.gov.br/index.php/content/view/4890/Apresentacao.html>>. Acesso em: 2 jun. 2012.

BAE, Ki-Hwan. **Integrated Airline Operations: Schedule Design, Fleet Assignment, Aircraft Routing, and Crew Scheduling**. 2010. 194 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Industrial e Sistemas) – Virginia Polytechnic Institute and State University. Virginia, 2010.

BAITA, F. et al. A comparison of different solution approaches to the vehicle scheduling problem in a practical case. **Computers & Operations Research**, v. 27, n. 13, p. 1249-1269, nov. 2000.

BARNHART, C.; FARAHAT, A. & LOHATEPANONT, M. Airline Fleet Assignment with Enhanced Revenue Modeling. **Operations Research**, v. 57, n. 1, p. 231-244, fev. 2009.

BARNHART, C., TALLURI, K. T. **Airlines operations research**. A. McGarity, C. ReVellepp, editores. Design and Operation of Civil and Environmental Engineering Systems. Wiley Interscience, New York, 435–469. 1997

BODIN, Lawrence D. A taxonomic structure for vehicle routing and scheduling problems. **Computers & Urban Society**, v. 1, n. 1, p. 11-29, jan. 1975.

BODIN, Lawrence D.; BERMAN, Lon, Routing and Scheduling of Buses by Computer. **Transportation Science**, v. 13, n. 2, p. 113-129, mai. 1976.

BODIN, L. D.; GOLDEN, B.; ASSAD, A.; BALL, M. Routing and Scheduling of Vehicles and Crews: The State of Art. **Computers and Operations Research**, v. 10, n. 2, p. 63-211, 1983.

BOKINGE, Ulf; HASSELSTROM, Dick. Improved vehicle scheduling in public transport through systematic changes in the time-table. **European Journal of Operational Research**, v. 5, n. 6, p. 288-395, dez. 1980.

CARRARESI, P.; GALLO, G. Network models for vehicle and crew scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 16, n. 2, p. 139-151, mai. 1984.

CEDER, A., WILSON, N.H.M., 1986. Bus network design. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 20, p. 331–344, 1986.

CUNHA, Claudio Barbieri. Aspectos práticos da aplicação de modelos de roteirização de veículos a problemas reais. **Revista Transportes da ANPET – Associação Nacional de Pesquisa e Ensino em Transportes**, v. 8, n.2, p. 51-74, nov. 2000.

CUNHA, Claudio Barbieri. **Uma contribuição para o problema de roteirização de veículos com restrições operacionais**. 1997. 111 f. Tese (Doutorado em Engenharia de Transportes) – Universidade de São Paulo. São Paulo, 1997.

DEPARTAMENTO DE ESTRADAS DE RODAGEM – DER. Tarifa das linhas metropolitanas do Interior. 2013.

ELIYI, Deniz T.; Ornek, Arslan; Karakutuk, Sadik S. A vehicle scheduling problem with fixed trips and time limitations. **International Journal of Production Economics**, v. 117, n. 1, p. 150-161, jan. 2009.

FUGENSCHUH, Armin. Solving a school bus scheduling problem with integer programming. **European Journal of Operational Research**, v. 193, n. 3, p. 867-884, mar. 2009.

GOOGLE MAPS. Disponível em: <<https://www.google.com.br/maps/@-25.1388578,-50.1590107,12z>>. Acesso em: 19 mar. 2014.

GOPALAN, Ram; TALLURI, Kalyan T. Mathematical models in airline schedule planning: A survey. **Annals of Operations Research**, v. 76, p. 155–185, 1998.

GUIHAIRE, Valérie; HAO, Jin-Kao. Transit Network Design. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 42, n. 10, p. 1251-1273, dez. 2008.

HAGHANI, Ali; BANIHASHEMI, Mohamadreza; CHIANG, Kun-Hung. A comparative analysis of bus transit vehicle scheduling models. **Transportation Research Part B: Methodological**, v. 27, n. 4, p. 301-322, mai. 2003.

HASAN, Mohamad K.; AL HAMMAD, Ahmad A. Intercity Bus Scheduling for the Saudi Public Transport Company to Maximize Profit and Yield Additional Revenue. **Journal of Service Science & Management**, v. 3, p. 373-382, 2010.

JACOBS, Timothy L.; SMITH, Barry C.; JOHNSON, Ellis L. Incorporating Network Flow Effects into the Airline Fleet Assignment Process. **Transportation Science**, v. 42, n. 4, p. 514-529, nov. 2008.

KIM, Byung-In; KIM, Seongbae; PARK, Junhyuk. A school bus scheduling problem. **European Journal of Operational Research**, v. 218, n. 2, p. 577-585, abr. 2012.

LIU, Jian. **Solving real-life transportation scheduling problems**. 2003. 171 f. Tese (Doutorado) – University of Florida. Florida, 2003.

LOHATEPANONT, Manoj. **Airline Fleet Assignment and Schedule Design: Integrated Models and Algorithms**. 2002. 194 f. Tese (Doutorado em Transportes e Sistemas Logísticos) – Massachusetts Institute of Technology. Massachusetts, 2002.

LONGO, Humberto José. **Técnicas para Programação Inteira e Aplicações em Problemas de Roteamento de Veículos**. 2004. 124 f. Tese (Doutorado em Informática) – Pontifícia Universidade Católica. Rio de Janeiro, 2004.

PETERSEN, Hanne L.; LARSEN, Allan; MADSEN, Oli B. G.; PETERSEN, Bjorn; ROPKE, Stefan. The Simultaneous Vehicle Scheduling and Passenger Service Problem. **Transportation Science**, v. 47, n. 4, p. 603-616, nov. 2013.

PORTAL BRASIL. **Turismo**. Disponível em:
<<http://www.brasil.gov.br/sobre/turismo/meio-de-transporte/onibus>>. Acesso em: 01 Jul. 2013.

REXING, Brian; BARNHART, Cynthia, KNIKER, Tim; JARRAH, Ahmad; KRISHNAMURTY, Nirup. Airline Fleet Assignment with Time Windows. **Transportation Science**, v. 34, n. 1, p. 1-20, fev. 2000.

ROCA-SIU, Mireia; ESTRADA, Miquel; TRAPOTE, César. The design of interurban bus networks in city centers. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 46, n. 8, p. 1153-1165, out. 2012.

RODRIGUEZ, Maikol M.; SOUZA, Cid. C.; MOURA, Arnaldo V. Vehicle and crew scheduling for urban bus lines. **European Journal of Operational Research**, v. 170, n. 3, p. 844-862, mai. 2006.

RONEN, D. Perspectives on practical aspects of truck routing and scheduling. **European Journal of Operational Research**, v. 35, n. 2, p. 137-145, 1988.

SHERALI, Hanif D.; BISH, Ebru K.; ZHU, Xiaomei. Airline fleet assignment concepts, models, and algorithms. **European Journal of Operational Research**, v. 172, n. 1, p. 1-30, jul. 2006.

SILVA, Rodrigo Casado Oliveira. **Avaliação da implantação de softwares de roteirização de veículos**. 2007. 105 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia Industrial) – Pontifícia Universidade Católica. Rio de Janeiro, 2007.

SOUZA, Marcone Jamilson F. **Desenvolvimento de técnicas de otimização para a resolução do problema de programação integrada de veículos e tripulações de ônibus urbano**. Relatório técnico científico – FAPEMIG. Universidade Federal de Ouro Preto - Ouro preto, 2009.

SUBRAMANIAN, Radhika et al. Coldstart: **Fleet Assignment at Delta Air Lines. Interfaces**, v. 24, n.1, p. 104-120, jan./fev. 1994.

SWERSEY, Arthur J.; BALLARD, Wilson. Scheduling School Buses. **Management Science**, v. 30, n. 7, p. pre-1986, jul. 1984.

TALLURI, Kalyan T. Swapping Applications in a Daily Airline Fleet Assignment. **Transportation Science**, v. 30, n. 3, p. 237-248, ago. 1996.

VIAÇÃO IAPÓ. **Horários**. Disponível em: < <http://www.iapo.com.br/horarios.php>>. Acesso em: 20 set. 2013.

VIEIRA, Alexandre Barra. **Roteirização de Ônibus Urbano: escolha de um método para as grandes cidades brasileiras**. 1999.168 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Transportes) – Universidade de São Paulo. São Carlos, 1999.

YAN, Shangyao; CHEN, Hao-Lei. A scheduling model and a solution algorithm for inter-city bus carriers. **Transportation Research. Part A, Policy and Practice**, v. 36, n. 9, p. 805-825, nov. 2002.

YAN, Shangyao; CHI, Chin-Jen; TANG, Ching-Hui. Inter-city bus routing and timetable setting under stochastic demands. **Transportation Research Part A: Policy and Practice**, v. 40, n. 7, p. 572-586, ago. 2006.

ANEXO A - Tabela de horários para viagens abrangidas pela Viação Iapó.

Tabela 13 – Horários das viagens abordadas e o número identificador.

| Viagens – Horários regulares de segunda-feira a sexta-feira | | | | | | | |
|---|-----------------------|-------------------------|-------------------------|-------------------|-------------------|-----------------|-----------------|
| Ponta Grossa - Castro | Castro – Ponta Grossa | Ponta Grossa – Carambeí | Carambeí – Ponta Grossa | Castro - Carambeí | Carambeí - Castro | Castro - Tibagi | Tibagi - Castro |
| 1 - 06:00 | 26 - 06:00 | 16 - 07:10 | 70 - 08:10 | 43 - 00:30 | 77 - 01:20 | 41 - 09:40 | 103 - 08:15 |
| 2 - 06:30 | 27 - 07:05 | 17 - 09:15 | 71 - 10:20 | 44 - 03:35 | 78 - 04:40 | 42 - 18:30 | 104 - 17:00 |
| 3 - 07:05 | 28 - 08:20 | 18 - 11:30 | 72 - 12:25 | 45 - 03:45 | 79 - 05:15 | | |
| 4 - 08:20 | 29 - 08:35 | 19 - 11:30 | 72P - 12:25 | 46 - 05:40 | 80 - 06:50 | | |
| 5 - 09:40 | 30 - 09:40 | 20 - 13:15 | 73 - 14:15 | 47 - 06:10 | 81 - 07:20 | | |
| 6 - 10:50 | 31 - 10:50 | 21 - 15:20 | 74 - 16:25 | 48 - 06:15 | 82 - 07:20 | | |
| 7 - 12:05 | 32 - 12:05 | 22 - 16:30 | 75 - 18:30 | 49 - 06:30 | 83 - 07:30 | | |
| 8 - 13:05 | 33 - 13:05 | 23 - 17:05 | 76 - 19:00 | 50 - 07:20 | 84 - 08:40 | | |
| 9 - 14:20 | 34 - 14:20 | 24 - 17:30 | | 51 - 07:20 | 85 - 08:40 | | |
| 10 - 15:45 | 35 - 15:45 | 25 - 18:10 | | 52 - 09:00 | 86 - 10:00 | | |
| 11 - 16:20 | 36 - 17:10 | | | 53 - 11:30 | 87 - 12:30 | | |
| 12 - 17:10 | 37 - 17:40 | | | 54 - 11:45 | 88 - 13:40 | | |
| 13 - 18:30 | 38 - 18:10 | | | 55 - 13:00 | 89 - 15:30 | | |
| 14 - 20:00 | 39 - 18:30 | | | 56 - 13:40 | 90 - 15:30 | | |
| 15 - 22:30 | 40 - 20:00 | | | 57 - 15:40 | 91 - 17:30 | | |
| | | | | 58 - 16:30 | 92 - 17:40 | | |
| | | | | 59 - 16:30 | 93 - 17:40 | | |
| | | | | 60 - 16:30 | 94 - 17:40 | | |
| | | | | 61 - 16:40 | 95 - 17:40 | | |
| | | | | 62 - 17:35 | 96 - 19:00 | | |
| | | | | 63 - 18:00 | 97 - 19:00 | | |
| | | | | 64 - 18:00 | 98 - 19:00 | | |
| | | | | 65 - 19:45 | 99 - 20:45 | | |
| | | | | 66 - 19:45 | 100 - 21:40 | | |
| | | | | 67 - 21:10 | 101 - 22:20 | | |
| | | | | 68 - 21:10 | 102 - 22:20 | | |
| | | | | 69 - 22:40 | | | |

Fonte: Adaptado de Viação Iapó (2013).

ANEXO B - Fluxo de viagens para as quatro estações abordadas.

| | | SAI PARA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| | | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
| CHEGA DE | | 06:00 | 06:30 | 07:05 | 08:20 | 09:40 | 10:50 | 12:05 | 13:05 | 14:20 | 15:45 | 16:20 | 17:10 | 18:30 | 20:00 | 22:30 | 07:10 | 09:15 | 11:30 | 11:30 | 13:15 | 15:20 | 16:30 | 17:05 | 17:30 | 18:10 |
| 26 | 07:05 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 27 | 08:10 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 28 | 09:25 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 29 | 09:40 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 30 | 10:45 | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 31 | 11:55 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 32 | 13:10 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 33 | 14:10 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 34 | 15:25 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 35 | 16:50 | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 36 | 18:15 | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 37 | 18:45 | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 38 | 19:15 | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 39 | 19:35 | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | |
| 40 | 21:05 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | |
| 70 | 08:45 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 71 | 10:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 72 | 13:00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 72P | 13:00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 73 | 14:50 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 74 | 17:00 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 |
| 75 | 19:10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 76 | 19:35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Figura 12 – Fluxo de viagens na rodoviária de Ponta Grossa.
Fonte: Autoria própria (2014).

| | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 | 47 | 48 | 49 | 50 | 51 | 52 | 53 | 54 | 55 | 56 | 57 | 58 | 59 | 60 | 61 | 62 | 63 | 64 | 65 | 66 | 67 | 68 | 69 | | | | |
|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|----|---|---|---|---|
| CHEGA DE | 06:00 | 07:05 | 08:20 | 08:35 | 09:40 | 10:50 | 12:05 | 13:05 | 14:20 | 15:45 | 17:10 | 17:40 | 18:10 | 18:30 | 20:00 | 09:35 | 18:30 | 00:30 | 03:35 | 03:45 | 05:40 | 06:10 | 06:15 | 06:30 | 07:20 | 07:20 | 09:00 | 11:30 | 11:45 | 13:00 | 13:40 | 15:40 | 16:30 | 16:30 | 16:40 | 17:35 | 18:00 | 18:00 | 19:45 | 19:45 | 21:10 | 21:10 | 22:40 | | | | | |
| 1 | 07:05 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 2 | 07:35 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 3 | 08:10 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 4 | 09:25 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 5 | 10:45 | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 6 | 11:55 | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 7 | 13:10 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 8 | 14:10 | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 9 | 15:25 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 10 | 16:50 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 11 | 17:25 | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 12 | 18:15 | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 13 | 19:35 | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 14 | 21:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 15 | 23:35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 103 | 09:25 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 104 | 18:10 | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 77 | 01:45 | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | |
| 78 | 05:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| 79 | 05:40 | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| 80 | 07:15 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | |
| 81 | 07:45 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 82 | 07:45 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 83 | 07:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 84 | 09:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 85 | 09:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 86 | 10:25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 87 | 12:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 88 | 14:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 89 | 15:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 90 | 15:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 91 | 17:55 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 92 | 18:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 93 | 18:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 94 | 18:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 95 | 18:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 96 | 19:25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 97 | 19:25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 98 | 19:25 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 99 | 21:10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 100 | 22:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 |
| 101 | 22:45 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
| 102 | 22:45 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |

Figura 13 - Fluxo de viagens na rodoviária de Castro.
Fonte: Autoria própria (2014).

| | | SAI PARA | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|----------|-------|----------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|---|
| | | 70 | 71 | 72 | 72P | 73 | 74 | 75 | 76 | 77 | 78 | 79 | 80 | 81 | 82 | 83 | 84 | 85 | 86 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 92 | 93 | 94 | 95 | 96 | 97 | 98 | 99 | 100 | 101 | 102 | |
| CHEGA DE | | 08:10 | 10:20 | 12:25 | 12:25 | 14:15 | 16:25 | 18:35 | 19:00 | 01:20 | 04:40 | 05:15 | 06:50 | 07:20 | 07:20 | 07:30 | 08:40 | 08:40 | 10:00 | 12:30 | 13:40 | 15:30 | 15:30 | 17:30 | 17:40 | 17:40 | 17:40 | 17:40 | 19:00 | 19:00 | 19:00 | 20:45 | 21:40 | 22:20 | 22:20 | |
| 16 | 07:45 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 17 | 09:50 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 18 | 12:05 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 19 | 12:05 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 20 | 13:50 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 21 | 15:55 | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 22 | 17:05 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 23 | 17:40 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 24 | 18:05 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 25 | 18:45 | | | | | | | | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 43 | 00:55 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 44 | 04:00 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 45 | 04:10 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 46 | 06:05 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 47 | 06:35 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 48 | 06:40 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 49 | 06:55 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 50 | 07:45 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 51 | 07:45 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 52 | 09:25 | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 53 | 11:55 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 54 | 12:10 | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 55 | 13:25 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 56 | 14:05 | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 57 | 16:05 | | | | | | 1 | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 58 | 16:55 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 59 | 16:55 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 60 | 16:55 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 61 | 17:05 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 62 | 18:00 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 63 | 18:25 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 64 | 18:25 | | | | | | | 1 | 1 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 65 | 20:10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 66 | 20:10 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | 1 | |
| 67 | 21:35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | |
| 68 | 21:35 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 | |
| 69 | 23:05 | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | | 1 | 1 | 1 |

Figura 14 - Fluxo de viagens na rodoviária de Carambeí.
Fonte: Autoria própria (2014).

| | | | |
|-----------------|-------|-----------------|------------|
| | | SAI PARA | |
| | | 103 | 104 |
| CHEGA DE | | 08:15 | 17:00 |
| 41 | 10:45 | | 1 |
| 42 | 19:40 | | |

Figura 15 - Fluxo de viagens na rodoviária de Tibagi.
Fonte: Autoria própria (2014).