

Problemas de programação linear de solução impossível

Marcus Magalhães
Maria Luisa
Vinícius Rodrigues Souza

Novembro 2018

1 Introdução

Um problema de otimização linear não tem solução quando não é possível respeitar todas as restrições simultaneamente. Caso se tente representar graficamente o conjunto de soluções compatíveis, será verificado que ele é vazio. Essa situação também pode ser detectada pelo método simplex de duas fases, quando ao final da fase I, permanece alguma variável artificial na base.

2 Exemplo

Max $z = x_1 + x_2$
sujeito a
 $5x_1 + 2x_2 \leq 20$
 $2x_1 - x_2 \geq 2$
 $3x_1 + 5x_2 \geq 30$
 $x_1, x_2 \geq 0$

Solução pelo método simplex duas fases

Modelando o problema na forma do simplex

Max $z = x_1 + x_2 - Ma_1 - Ma_2$
sujeito a
 $5x_1 + 2x_2 + s_1 = 20$
 $2x_1 - x_2 - s_2 + a_1 = 2$
 $3x_1 + 5x_2 - s_3 + a_2 = 30$
 $x_1, x_2 \geq 0$

\bar{C}_j	Var. básica	X_1	X_2	M_1	M_2	S_1	S_2	S_3	\bar{B}_j	\bar{B}_j/\bar{A}_{ij}
0	S_1	5	2	0	0	1	0	0	20	4
-1	a_1	2	-1	1	0	0	-1	0	2	1
-1	a_2	3	5	0	1	0	0	-1	30	10
	z	-5	-4	-1	-1	0	1	1	-32	
	$c-z$	5	4	0	0	0	-1	1		

Figure 1: Primeira tabela - Fase I

\bar{C}_j	Var. básica	X_1	X_2	M_1	M_2	S_1	S_2	S_3	\bar{B}_j	\bar{B}_j/\bar{A}_{ij}
0	X_2	0	1	-5/9	0	2/9	5/9	0	10/3	-6
0	X_1	1	0	2/9	0	1/9	-2/9	0	8/3	12
-1	a_2	0	0	19/9	1	-13/9	-19/9	-1	16/3	48/19
	z	0	0	-19/9	-1	13/9	19/9	1	-16/3	
	$c-z$	0	0	10/9	0	-13/9	-19/9	-1		

Figure 2: Segunda tabela - Fase I

\bar{C}_j	Var. básica	X_1	X_2	M_1	M_2	S_1	S_2	S_3	\bar{B}_j	\bar{B}_j/\bar{A}_{ij}
0	X_2	0	1	-5/9	0	2/9	5/9	0	10/3	-6
0	X_1	1	0	2/9	0	1/9	-2/9	0	8/3	12
-1	a_2	0	0	19/9	1	-13/9	-19/9	-1	16/3	48/19
	z	0	0	-19/9	-1	13/9	19/9	1	-16/3	
	$c-z$	0	0	10/9	0	-13/9	-19/9	-1		

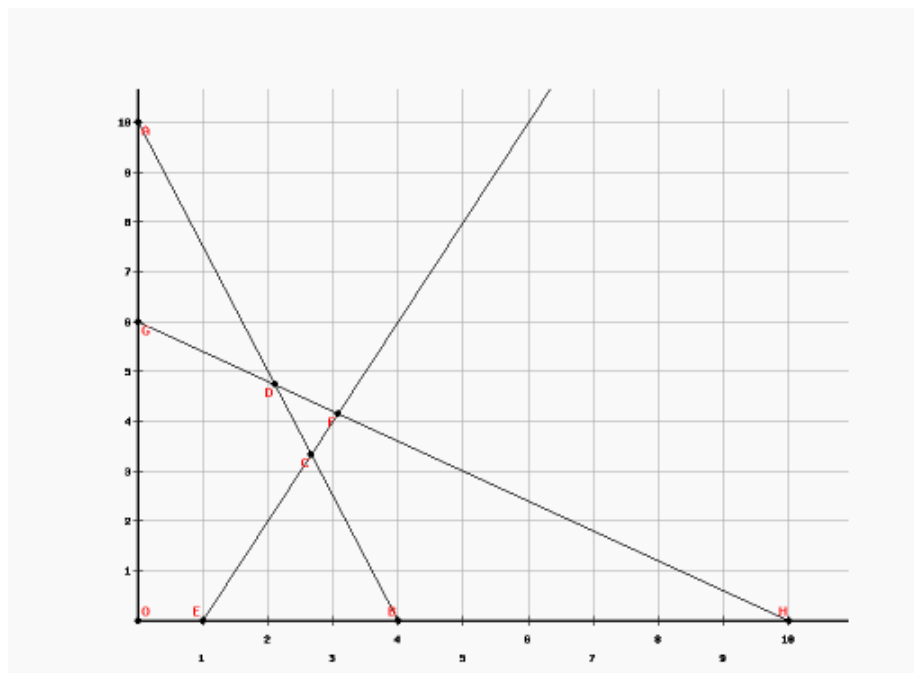
Figure 3: Terceira tabela - Fase I

C_j	Var. básica	X_1	X_2	M_1	M_2	S_1	S_2	S_3	B_j	B_j/A_{ij}
0	X_2	0	1	0	$5/19$	$-3/19$	0	$-5/19$	$90/19$	
0	X_1	1	0	0	$-2/19$	$5/19$	0	$2/19$	$40/19$	
-1	a_1	0	0	1	$9/19$	$-13/19$	-1	$-9/19$	$48/19$	
	z	0	0	-1	$-9/19$	$13/19$	1	$9/19$	$-48/19$	
	$c-z$	0	0	0	$-10/19$	$-13/19$	-1	$-9/19$		

Figure 4: Quarta tabela - Fase I

Esse problema não tem solução, já que a variável artificial a_1 permanece na base.

Solução pelo método gráfico



3 Bibliografia

TAHA, Hamdy A. Pesquisa Operacional. 8a edição. Pearson, 2008.

LOESCH, Claudio; HEIN, Nelson. Pesquisa Operacional - Fundamentos e Modelos. 1a edição. Saraiva, 2002.