



UBA
1821 Universidad
de Buenos Aires



TB8604
ANÁLISIS DE CIRCUITOS

Filtro Notch Twin-T Pasa bajos

Autora:
Falcon Luciana B.

Padrón:
107316

Fecha:
19/02/2025

Índice

1. Determinación del Filtro	2
1.1. Función transferencia	2
1.2. Respuesta al Impulso, Escalón y Seno	3
1.3. El circuito	6
1.4. Componentes	7
2. Simulaciones	10
2.1. Gráficos de la Rta. al Impulso, al Escalón y al Seno analíticas	10
2.2. Graficos de las simulaciones en Matlab y LTspice	12
3. Implementación del circuito	21
3.1. Armado experimental del circuito	21
3.2. Medición	23
4. Bibliografía	29

1. Determinación del Filtro

1.1. Función transferencia

Dada la transferencia $H(s)$ mostrada en la figura 1 a continuación, se calcularon los polos y ceros.

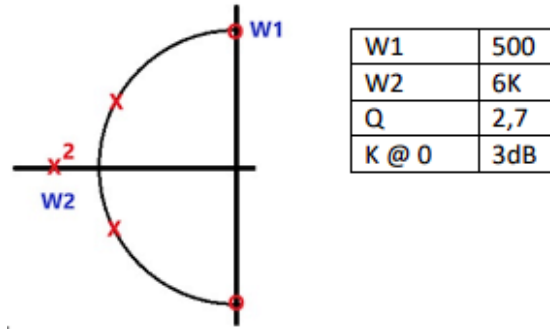


Figura 1: Diagrama de polos y ceros.

Se definió el tipo de filtro como un pasa bajos por la presencia de un polo doble en el denominador en $w_0 = 6K$, sumado a un notch debido a su configuración de cero doble conjugado en $w_0 = \pm 500j$, que se cancela con el polo doble del denominador cuya ecuación,

$$s^2 + s\frac{w_0}{Q} + w_0^2 \quad (1)$$

$Q=2.7 > 1$ por lo que es un polo doble conjugado. Resolviendo resulta $w_0 = \frac{2500}{27} \pm 491,35j$.

Por lo tanto la función transferencia resulta,

$$H(s)_{original} = K \frac{s^2 + 500^2}{(s + 6000)^2 * (s^2 + s\frac{5000}{27} + 500^2)} \quad (2)$$

Adicionalmente, se tiene como dato que $20\log|H(0)| = 3dB$, sirve para el cálculo de la ganancia,

$$20 * \log|H(0)| = 3dB \quad (3)$$

Resultando $K=50760000$.

A continuación en el gráfico 2 se muestra el diagrama de bode en magnitud de la función transferencia original calculada,

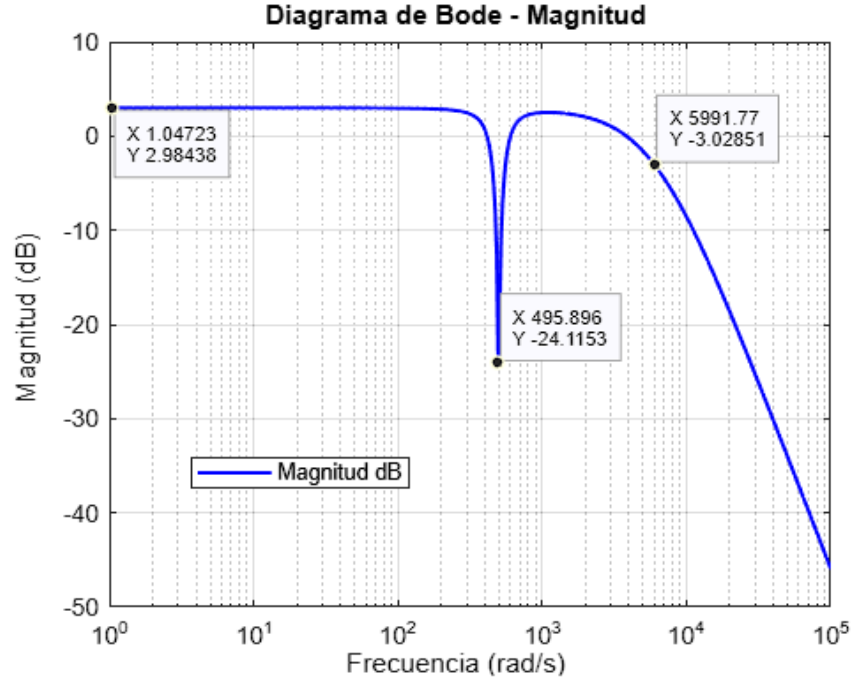


Figura 2: Diagrama de Bode en magnitud de la transferencia $H(s)$.

Se observa la ganancia inicial de 3 dB y cómo la respuesta cae a -40 dB/década después del polo doble en 6000 rad/s, y en 500 rad/s la atenuación es aproximadamente -24 dB. Esto significa que la señal en esa frecuencia se reduce a un nivel bastante bajo.

1.2. Respuesta al Impulso, Escalón y Seno

A continuación se presentan los cálculos analíticos de la respuesta al impulso, escalón y al seno en $w_0 = 500 \text{ rad/seg}$.

Respuesta al escalón:

Para calcular la respuesta al escalón se utilizó la transformada de Laplace,

$$h(t) * u(t) \xrightarrow{L} H(s) \cdot \frac{1}{s} \quad (4)$$

Usando la ecuación 2 resulta,

$$\frac{K(s^2 + 500^2)}{(s + 6000)^2(s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000)} \cdot \frac{1}{s} \quad (5)$$

Tomando en cuenta fracciones simples,

$$\frac{A}{s} + \frac{Bs + C}{s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000} + \frac{D}{s + 6000} + \frac{E}{(s + 6000)^2} \quad (6)$$

Denominador común,

$$\frac{\alpha + \beta + \gamma + \delta}{s(s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000)(s + 6000)^2} \quad (7)$$

con,

- $\alpha = A[s^2 + 12Ks^2 + 38Ms^2 + 9,6Gs + 9T]$
- $\beta = Bs^4 + (B12K + C)s^3 + (B36M + C12K)s^2 + C36Ms$
- $\gamma = Ds^4 + D6185s^3 + D1,361Ms^2 + D1,5Gs$
- $\delta = Es^3 + E185s^2 + E250Ks$

Igualando 5 y 7 se obtienen los coeficientes de las fracciones simples,

A: 1.41 — B: 0.08 — C: -255.50 — D: -1.49 — E: -8727

Reemplazando los coeficientes calculados en la ecuación 6 resulta,

$$\left[\frac{1,41}{s} + \frac{0,089s - 255,50}{s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000} - \frac{1,49}{s + 6000} - \frac{8727}{(s + 6000)^2} \right] \quad (8)$$

Por último con las siguientes transformadas de Laplace

- $u(t) \rightarrow \frac{1}{s}$
- $e^{-at} \rightarrow \frac{1}{s+a}$
- $t * e^{-at} \rightarrow \frac{1}{(s+a)^2}$

y completando cuadrados, es decir,

$$s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2 = (s + \alpha)^2 + \beta^2 \quad (9)$$

en $s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000$,

$$s^2 + 2\alpha s + \alpha^2 + \beta^2 = s^2 + \frac{5000}{27}s + 250000 \quad (10)$$

resolviendo la igualdad, $\alpha = \frac{2500}{27}$ y $\beta = 491.35$.

Finalmente se obtuvo la respuesta al escalón,

$$[1,41+0,089e^{-\alpha_1 t} * \cos(w_d t) - 0,52e^{-\alpha_1 t} * \sin(w_d t) - 1,49e^{-\alpha_2 t} - t * 8727e^{-\alpha_2 t}].u(t) \quad (11)$$

con $\alpha_1 = \frac{2500}{27}$, $\alpha_2 = 6000$ y $w_d = 491,35$.

Respuesta al impulso:

Para calcular la respuesta al impulso en el tiempo, se tomo en cuenta la propiedad de diferenciación en el tiempo de la transformada de Laplace,

$$\frac{dh}{dt} \xrightarrow{L} sH(s) \quad (12)$$

Por lo tanto, la derivada de la transferencia en el tiempo calculada previamente, la ecuación 11, es,

$$230,37e^{-\alpha_1 t} * \cos(w_d t) - 97,84e^{-\alpha_1 t} * \sin(w_d t) - 612e^{-\alpha_2 t} + t * 51408000e^{-\alpha_2 t} \quad (13)$$

con $\alpha_1 = \frac{2500}{27}$, $\alpha_2 = 6000$ y $w_d = 491,35$.

Respuesta al seno ($w_0 = 500 \text{ rad/seg}$):

Nuevamente con la transformada de Laplace se calcula la respuesta al seno,

$$h(t) * \sin(wt) \xrightarrow{L} H(s) \cdot \frac{w}{s^2 + w^2} \quad (14)$$

Por lo tanto la ecuación a resolver es,

$$Kw \frac{s^2 + 500^2}{(s + 6000)^2 * (s^2 + \frac{5000}{27}s + 500^2) * (s + jw) * (s - jw)} \quad (15)$$

con $K=5076000$.

Se tomó la frecuencia $w=500$ ya que así se simplifica el cero conjugado del numerador con el polo doble complejo del denominador, entonces,

$$\frac{kw}{(s + 6000)^2 * (s^2 + \frac{5000}{27}s + 500^2)} \quad (16)$$

con $K=5076000$ y $w=500$.

Se utilizó fracciones simples para resolver,

$$\frac{A}{s + 6000} + \frac{B}{(s + 6000)^2} + \frac{Cs + D}{s^2 + \frac{5000}{27}s + 500^2} \quad (17)$$

Igualando 16 y 17 se obtiene,

$$\frac{0,243}{s + 6000} + \frac{725}{(s + 6000)^2} + \frac{-0,243s + 693}{s^2 + \frac{5000}{27}s + 500^2} \quad (18)$$

Por último con las siguientes transformadas de Laplace

- $e^{-at} \sin(wt) \rightarrow \frac{w}{(s+a)^2 + w^2}$
- $e^{-at} \cos(wt) \rightarrow \frac{s+a}{(s+a)^2 + w^2}$
- $t * e^{-at} \rightarrow \frac{1}{(s+a)^2}$
- $e^{-at} \rightarrow \frac{1}{s+a}$

se obtiene la respuesta al seno,

$$0,243e^{-\alpha_2 t} + t * 0,725e^{-\alpha_2 t} - 0,243e^{-\alpha_1 t} * \cos(w_d t) + 1,45e^{-\alpha_1 t} * \sin(w_d t) \quad (19)$$

con $\alpha_1 = \frac{2500}{27}$, $\alpha_2 = 6000$ y $w_d = 491,36$.

1.3. El circuito

Dada la función de la ecuación 2, es decir la transferencia original, el circuito con amplificadores operacionales que cumple con dicha transferencia es un supresor de banda Notch Twin-T en cascada con un Pasa bajos de 2do orden Sellen Key. El esquemático del circuito se muestra a continuación en la figura 3,

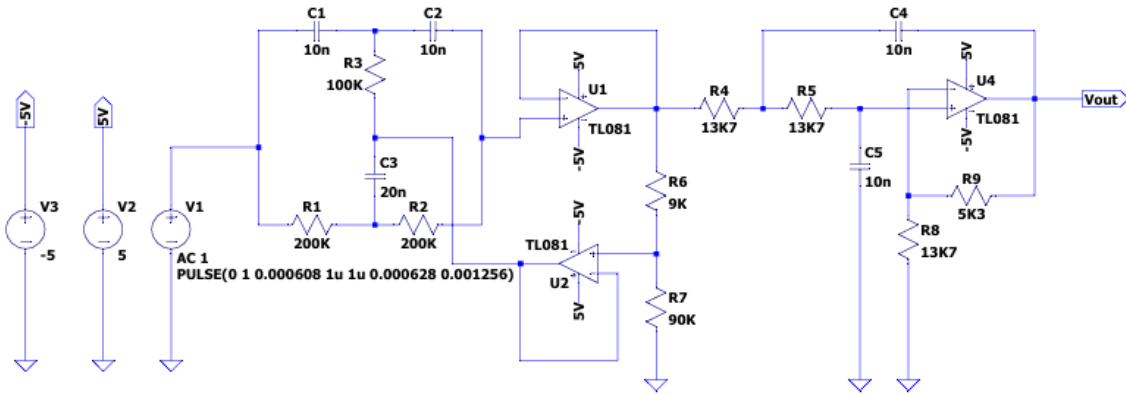


Figura 3: Esquemático del circuito.

Se eligieron estos filtros porque por un lado una parte de la transferencia,

$$\frac{s^2 + 500^2}{(s^2 + s\frac{5000}{27} + 500^2)} \quad (20)$$

elimina la frecuencia 500rad/seg. Y por otra parte,

$$\frac{1}{(s + 6000)^2} \quad (21)$$

tiene la forma de un pasa bajos, es decir permite el paso de señales de baja frecuencia, hasta los 6000rad/seg, mientras que atenúa/elimina las señales de alta frecuencia.

Adicionalmente, el supresor de banda esta compuesto por dos filtros: un pasa alto y un pasa bajos en paralelo cuya salida esta conectada a un sumador. La banda que se rechaza esta por debajo del pasa altos y por arriba del pasa bajos. El Twin-T es la versión simplificada, se llama así por la forma que tiene. Además, se retroalimenta con un operacional con el fin de elegir el Q de la transferencia, y así definir la amplitud que filtra.

1.4. Componentes

Para definir los valores de los componentes se procedió a igualar las ecuaciones de diseño del sistema con la original.

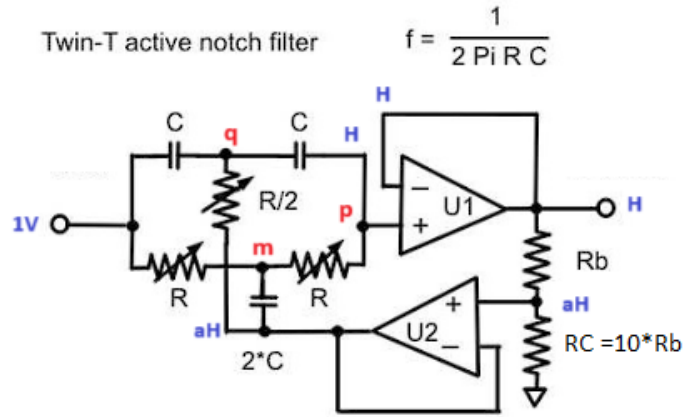


Figura 4: Esquemático Notch Twin-T.

A continuación se describe el desarrollo de nodos del esquemático de la figura 4:

Nodo m:

$$\frac{1}{R} + aH2sC = V_m\left(\frac{1}{R} + \frac{1}{R} + 2sC\right) - V_p\frac{1}{R} \quad (22)$$

Nodo q:

$$sC + aH\frac{2}{R} = V_q\left(sC + sC + \frac{2}{R}\right) - V_p sC \quad (23)$$

Nodo p:

$$0 = V_p(sC + \frac{1}{R}) - V_m \frac{1}{R} - V_q sC \quad (24)$$

Reemplazando $V_p = H$ en los nodos y despejando, se obtiene la ecuación de diseño del filtro Notch Twin-T:

$$\frac{s^2 + \frac{1}{(RC)^2}}{s^2 + (1 - \alpha) \frac{4}{RC} s + \frac{1}{(RC)^2}} \quad (25)$$

Para el caso del filtro Notch se definió $C=10\text{nF}$, por lo que reemplazando resultó $R=200\text{K}\Omega$, y $\alpha=0.907$.

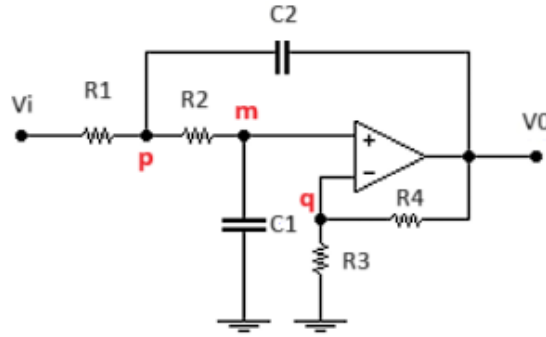


Figura 5: Esquemático Pasa bajos Sallen Key.

A continuación se describe el desarrollo de nodos del esquemático de la figura 5:
Nodo p:

$$0 = V_p(\frac{1}{R1} + \frac{1}{R2} + sC2) - V_i \frac{1}{R1} - V_o sC2 - V_m \frac{1}{R2} \quad (26)$$

Nodo m:

$$0 = V_m(\frac{1}{R2} + sC1) - V_p \frac{1}{R2} \quad (27)$$

Nodo q:

$$0 = V_q(\frac{1}{R3} + \frac{1}{R4}) - V_o \frac{1}{R4} \quad (28)$$

Como la ganancia es 1, el nodo q no se plantea ya que en realidad no hay $R3$ y $R4$ en la retroalimentación. Entonces $V_m = V_o$, reemplazando esta igualdad en los nodos p y m, y resolviendo en función de $\frac{V_o}{V_i}$ da como resultado la ecuación de diseño del filtro Pasa bajos Sallen Key:

$$\frac{A \frac{1}{R1R2C1C2}}{s^2 + (\frac{1}{R2C2} + \frac{1}{R1C1} + \frac{1}{R2C1} - \frac{A}{R2C2})s + \frac{1}{R1R2C1C2}} \quad (29)$$

Para el caso del filtro Sallen Key se definió nuevamente $C=10\text{nF}$, y por simplicidad se propuso que las resistencias $R1=R2=R3$. Por otro lado, el valor de la ganancia A resulta de la ecuación,

$$\frac{A}{R1R2} = 50M760K\Omega \quad (30)$$

Resultando $A=1.40$. Por otro lado con la ecuación,

$$12K\Omega = \frac{3 - A}{RC} \quad (31)$$

Resulta $R=13K333\Omega$.

Finalmente el valor de $R4=5333\Omega$ es resultado de la ecuación,

$$\frac{1}{A} = \frac{R3}{R3 + R4} \quad (32)$$

Valores normalizados:

Para los valores normalizados se uso la siguiente ecuación,

$$E(k) = \sqrt[k]{10^n} \quad (33)$$

con $n=0, \dots, k-1$.

A continuación se muestra en la tabla 1 los valores de los componentes calculados y normalizados,

Componentes	C	2C	R	R	Rb	Rc	R1	R4
Calculados	10nF	20nF	100K Ω	200K Ω	9K Ω	90K Ω	13K333 Ω	5K333 Ω
Normalizados	10nF	20nF	100K Ω	200K Ω	9K Ω	90K Ω	13K7 Ω	5K36 Ω
Reales	10nF	22nF	100K Ω	200K Ω	9K Ω	89K2 Ω	12K9 Ω	5K Ω

Tabla 1: valores de los componentes de la función transferencia.

Nota: los componentes reales se refiere a los hallados físicos, puestos en el circuito real.

Se utilizó la serie del 10 % (E24) entre 1nF y 1 μ F para los capacitores, y la serie del 1 % (E96) entre 1K Ω y 1M Ω para los resistores.

La función transferencia con los valores normalizados resulta,

$$H(s)_{normalizada} = \frac{(s^2 + 500^2)}{(s^2 + 186s + 500^2)} \frac{75591081}{(s^2 + 11678s + 7299^2)} \quad (34)$$

Error porcentual:

Para el cálculo de los errores porcentuales de los parámetros de la función transferencia se usa la siguiente ecuación,

$$Er = \left| \frac{valororiginal - valoraprox}{valororiginal} \right| * 100 \quad (35)$$

Definiendo

- $\frac{w_{01}}{Q_1} = 186$ y $w_{01} = 500 \rightarrow Q_{01} = 2,688$
- $\frac{w_{02}}{Q_2} = 11678$ y $w_{01} = 7299 \rightarrow Q_{02} = 0,625$
- $k'=1.40$ y $A=1.41$

Los errores porcentuales de los parámetros de la función transferencia son,

$$Er_{w_{01}} = \left| \frac{500-500}{500} \right| * 100 = 0 \%$$

$$Er_{Q_1} = \left| \frac{2,7-2,68}{2,7} \right| * 100 = 0,74 \%$$

$$Er_{w_{02}} = \left| \frac{6000-7299}{6000} \right| * 100 = 21,65 \%$$

$$Er_{Q_2} = \left| \frac{0,5-0,624}{0,5} \right| * 100 = 24,8 \%$$

$$Er_K = \left| \frac{1,41-1,4}{1,41} \right| * 100 = 0,709 \%$$

2. Simulaciones

2.1. Gráficos de la Rta. al Impulso, al Escalón y al Seno analíticas

A continuación en las figuras 7, 6 y 8 se muestran los gráficos de las ecuaciones correspondientes a la respuesta al Escalón 11, al Impulso 13 y al Seno 19, calculadas analíticamente,

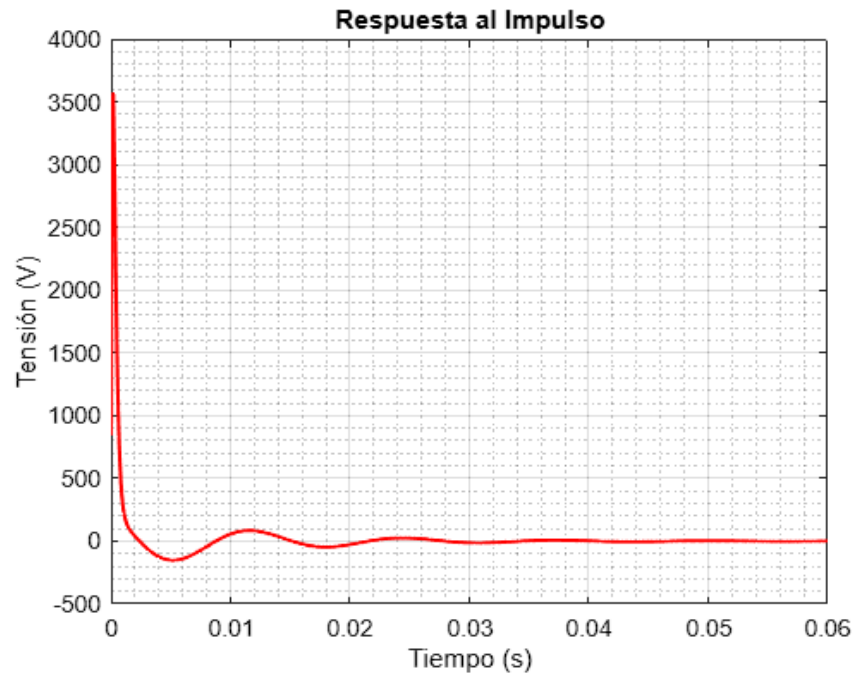


Figura 6: Gráfico de la Respuesta al Impulso.

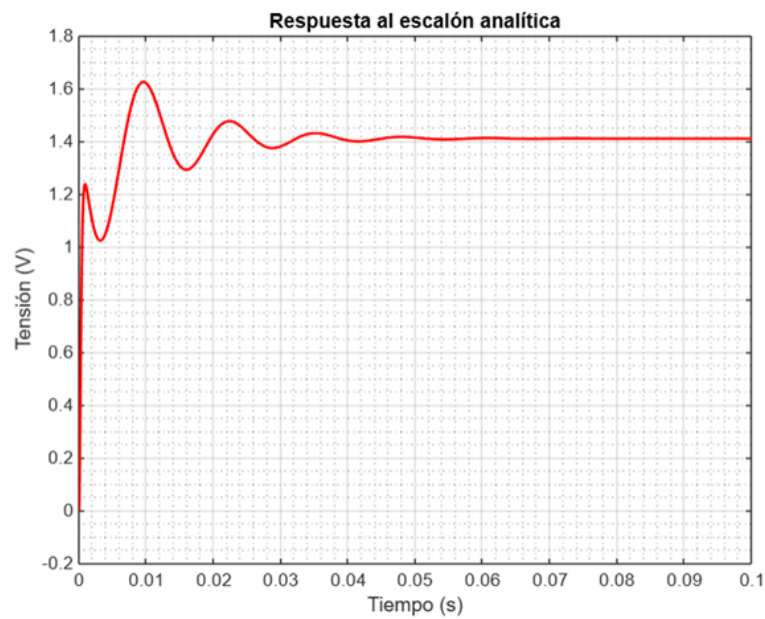


Figura 7: Gráfico de la Respuesta al Escalón.

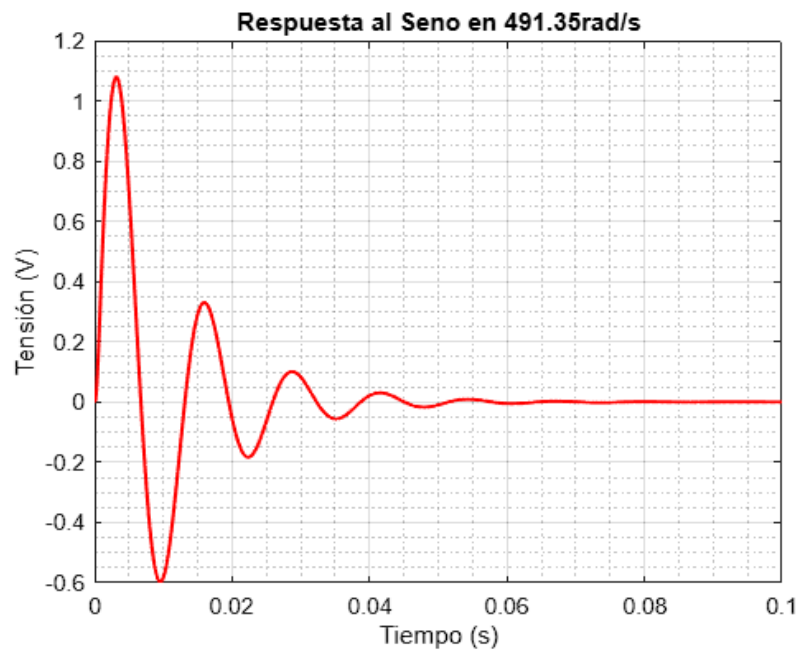


Figura 8: Gráfico de la Respuesta al Seno en la frecuencia 500rad/seg.

2.2. Graficos de las simulaciones en Matlab y LTspice

Diagramas de Bode de módulo y fase:

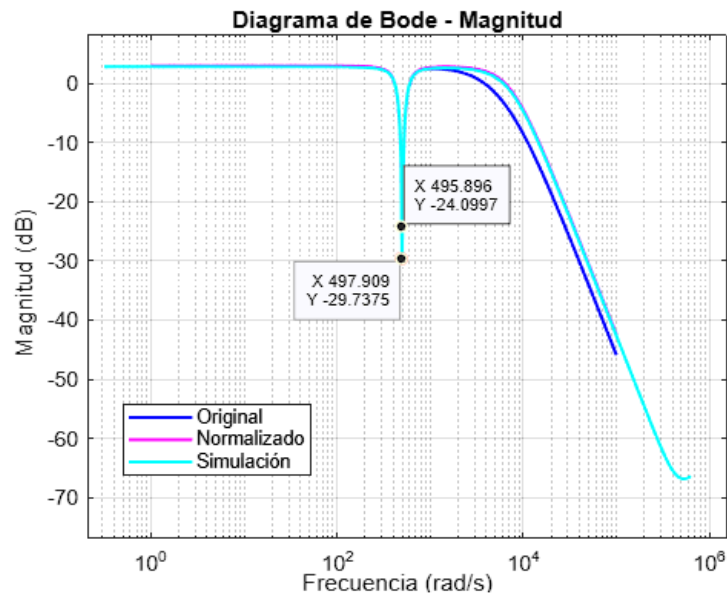


Figura 9: Diagrama de Bode - Modulo.

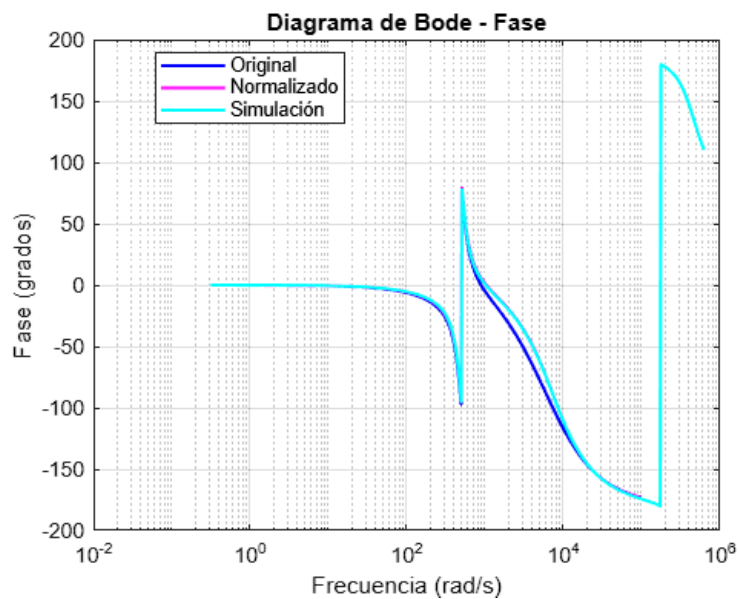


Figura 10: Diagrama de Bode -Fase.

Se observa en el gráfico 9 que el bode original, el normalizado y el de simulación muestran una buena concordancia en general, aunque con pequeñas diferencias en la atenuación alrededor de los 6k rad/s correspondiente al polo conjugado doble, debi-

do a que la curva original muestra una pendiente más negativa, lo que se traduce en una caída de magnitud mas pronunciada que las curva normalizada y la de simulación, lo que puede indicar que el sistema teórico tiene una atenuación mayor a altas frecuencias de lo que predice el modelo real. La curva de simulación presenta una ligera mayor ganancia de aproximadamente 5dB en magnitud, con respecto al original en la frecuencia de 79.5Hz, esta diferencia se debe a que los valores normalizados puestos en la simulación.

Con respecto al gráfico de la fase, figura 10, se puede observar que los gráficos también son aproximados, y la asíntota en la frecuencia de 100KHz se debe a que el opamp LT081 superó su frecuencia máxima para el cual asegura su correcto funcionamiento.

Respuesta al impulso:

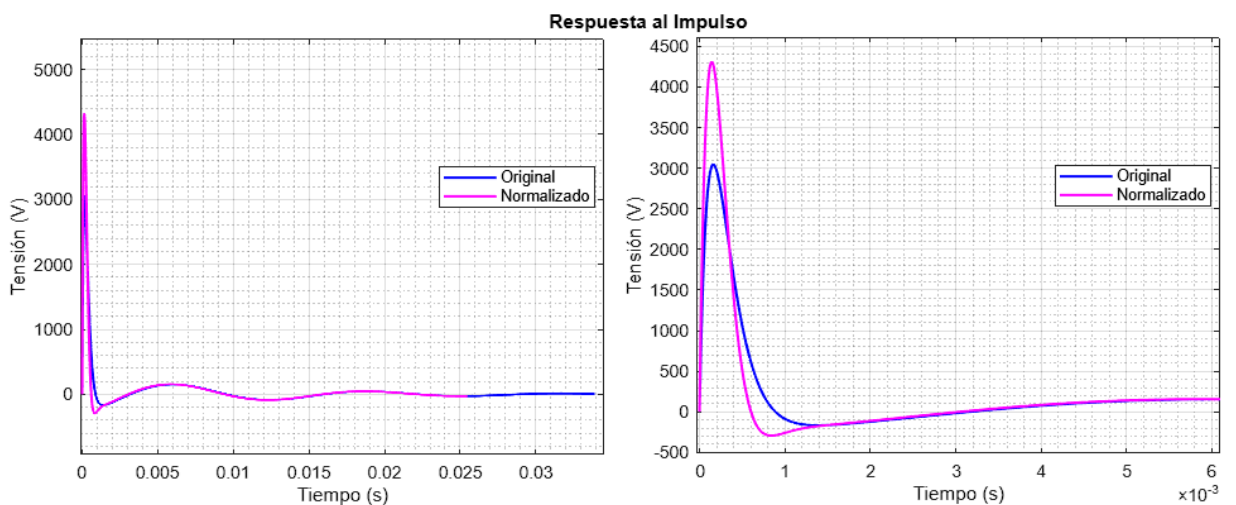


Figura 11: Respuesta al impulso.

En el gráfico de la figura 12 se observa que en un principio la curva original tiene una menor amplitud y una pendiente menos empinada que la normalizada, con lo cual decae mas lentamente, pero luego ambas curvas coinciden. Esto sugiere que el sistema normalizado tiene una respuesta más agresiva ante el impulso.

Respuesta al escalón:

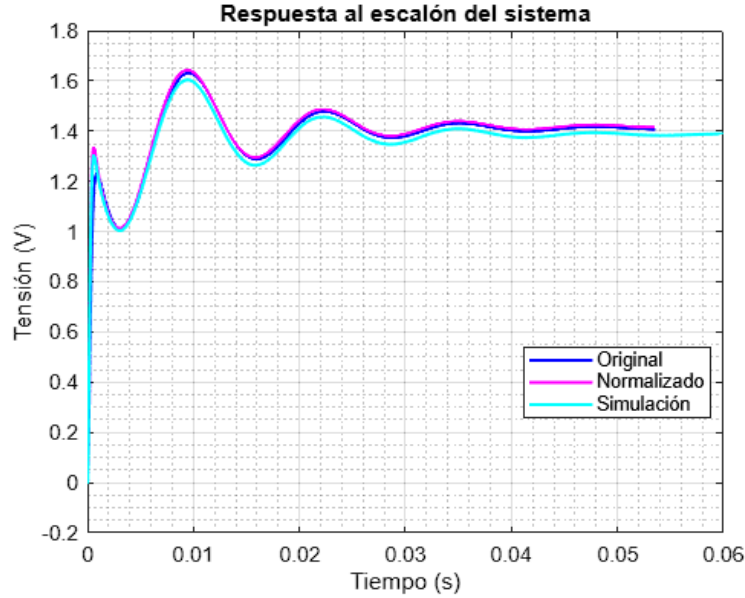


Figura 12: Respuesta al escalón.

El gráfico de la figura 12 muestra un sistema subamortiguado, cuyo estacionario tarda 5 tau, 0.05seg, donde el tau dominante es $\alpha_1 = \frac{2500}{27}$. Se observa que la curva original coincide con la normalizada. La diferencia entre éstas con la curva de simulación hecha en LTspice indica que el modelo real tiene un mayor amortiguamiento, por tener menos amplitud, que el diseño teórico.

Comparando los gráficos correspondientes a la respuesta al escalón de la transferencia de las figuras 7 y 12, el estacionario tiene un valor de aproximadamente 1.4V en ambos casos, por lo que la ganancia es correcta. Además, los valores de las oscilaciones coinciden, por ende el comportamiento del sistema en los dos figuras es el mismo, corroborando que la respuesta al escalón calculada teóricamente con Laplace coincide con el de MATLAB.

Respuesta a señal senoidal:

Para la realización de los gráficos de la respuesta al seno correspondiente a las figuras 13, 14 y 15 se tomo en cuenta la frecuencia donde de la atenuación abrupta en la señal, en $f_0 = 79,5Hz$.

Para el calculo del factor de amplificación en voltaje del Bode se realizo a partir de la ecuación de la ganancia,

$$Av = 10^{(M/20)} \quad (36)$$

donde M es la magnitud en dB.

Del gráfico de rta al seno, se puede obtener la relación de amplitudes según,

$$A_v = \frac{V_{out}(\text{pico})}{V_{in}(\text{pico})} \quad (37)$$

Y el desfasaje según,

$$\theta = \frac{\Delta t}{T} * 360 \quad (38)$$

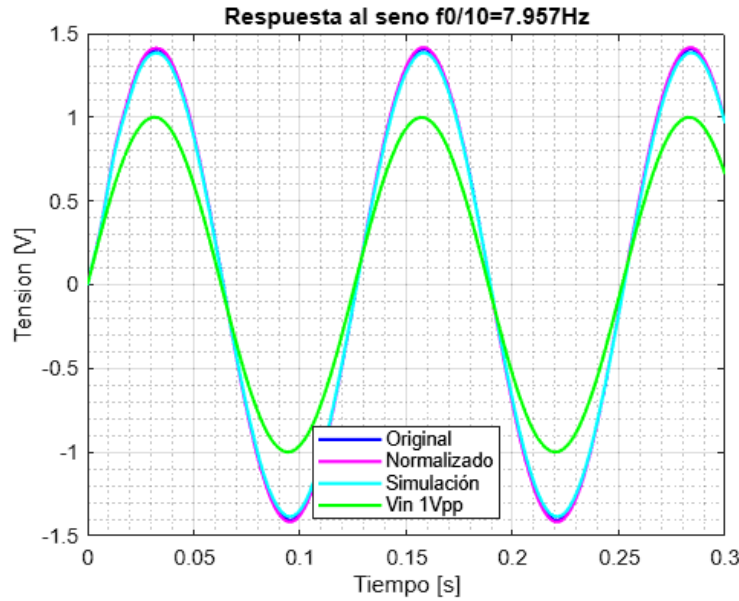


Figura 13: Respuesta al seno en 7.95HZ.

Amplificación: Según la ecuación 36 conforme al Bode amplifica 1.41, mientras del gráfico muestra una amplificación de 1.5 siguiendo la ecuación 37. La diferencia es muy del 10% por lo que tienen el mismo orden de magnitud. Analizando el gráfico de la figura 13 la entrada tiene una frecuencia $f_0/10 = 7.95\text{Hz}$ que está alejado por una década de la frecuencia donde se produce atenuación, por lo que es esperable que su comportamiento sea similar a la salida y es lo que se puede ver en las curvas original y normalizada, lo que sugiere que el sistema tiene mayor ganancia a bajas frecuencias. La curva de simulación también coincide con esta observación, indicando que el modelo predice correctamente el comportamiento del sistema.

Desfasaje: Del gráfico de la figura 13, la fase en 7.95Hz es aproximadamente 0° , es de esperarse que la salida esté alineada con la entrada indicando que a frecuencias más

bajas el sistema prácticamente no introduce retardo en la señal, ya que así lo indica el Bode 10 y debido a que la frecuencia analizada esta lejos por aproximadamente una década de la frecuencia atenuada y dos de la frecuencia de corte.

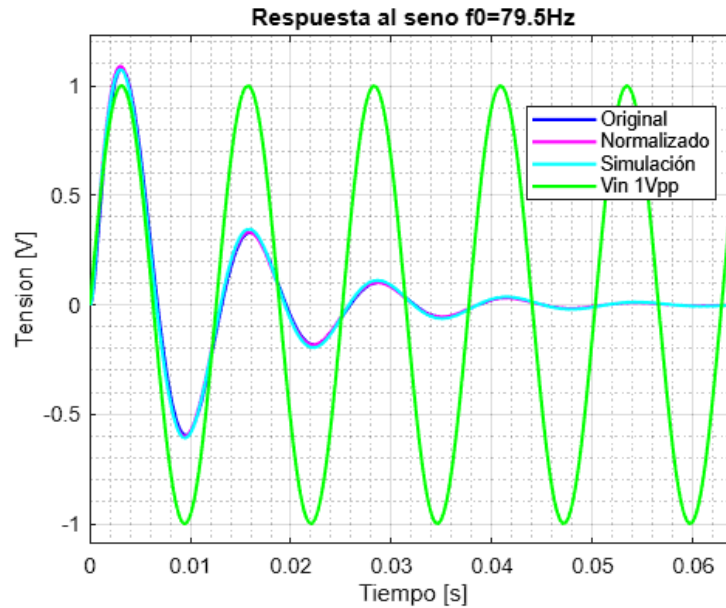


Figura 14: Respuesta al seno en 79.5HZ.

Amplificación: Según la ecuación 36 conforme al Bode amplifica $10^{\frac{-29}{20}} = 0.035$, coincidiendo con el gráfico 14 que muestra 0 también. Es de esperarse que no amplifique, ya que estamos en la frecuencia donde se produce atenuación en la señal debido al Notch del circuito. Por esta razón se puede ver como la señal de salida de la curva original y la normalizada muestran una amplitud cada vez menor comparada con la señal V_{in} 1Vpp, hasta llegar a cero alrededor de los 0.05seg, coincidiendo con el seno calculado analíticamente y mostrado en la figura 8. La curva de simulación muestra un comportamiento similar, lo que indica que ésta predice correctamente la atenuación y es la respuesta esperada en la frecuencia $f_0=79.5\text{Hz}$ analizada.

Desfasaje: Conforme al Bode, figura 10, la fase en 79.5Hz es aproximadamente -35° , mientras que en el gráfico 14 es $\theta = \frac{28m-29m}{12,5m} * 360 = -29^\circ$. La fase de la salida esta levemente retrasada con respecto a la entrada lo que indica un desfase negativo. Este comportamiento es de esperarse porque la frecuencia analizada es la región que presenta atenuación máxima debido al notch.

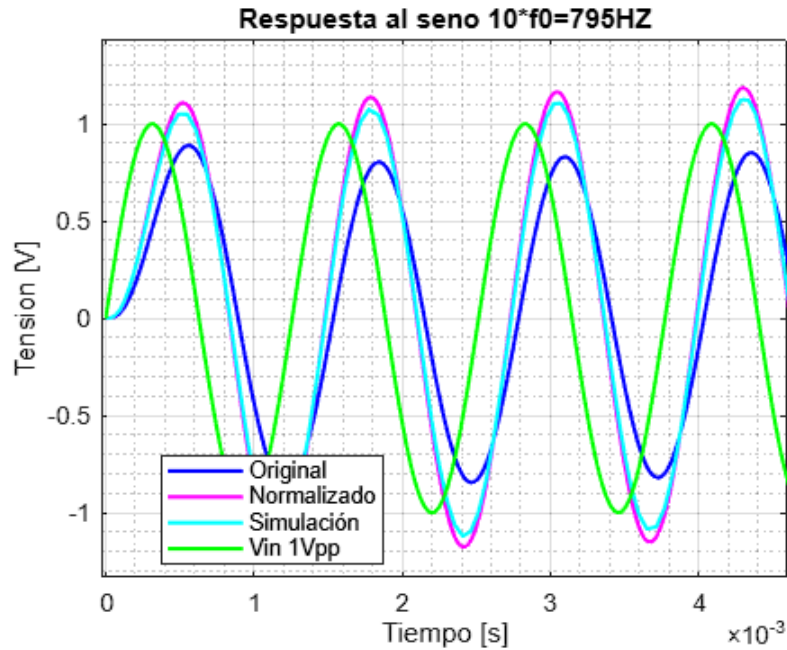


Figura 15: Respuesta al seno en 795HZ.

Amplificación: Según la ecuación 36 conforme al Bode amplifica $10^{\frac{2}{20}} = 1.25$, mientras del gráfico 15 muestra una amplificación de 1.1, siguiendo la ecuación 37. La diferencia es del 15% lo cual es aproximado y la discrepancia puede deberse al ojo humano. Se observa que la amplificación en la frecuencia analizada es menor a la analizada una década antes, lo cual es de esperarse ya que esta próxima a la frecuencia de corte 954,92Hz debido al pasa bajos. Nota, analizando el gráfico de la figura 15 la curva original y la normalizada tienen mayor amplitud que la entrada. La original en cambio esta más alineada en amplitud con la entrada, puede deberse a que la transferencia en este caso es ideal, no toma en cuenta los componentes calculados analíticamente.

Desfasaje: Conforme al Bode, figura 10, la fase a los 795Hz es aproximadamente -50° , mientras que el desfasaje del gráfico 15 es $\theta = \frac{0,3m - 0,5m}{1,25m} * 360 = -57,6^\circ$, por lo que las señal de salida no está alineada con la entrada, es decir hay un evidente desplazamiento horizontal, lo que indica un desfase correspondiente a un retraso en la salida respecto a la entrada. Esto es de esperarse por tratarse de un pasa bajos cuya frecuencia analizada es próxima a la frecuencia de corte.

Respuesta a señal cuadrada:

Nuevamente para los gráficos de la respuesta a la cuadrada correspondiente a las

figuras 16, 17 y 18 se tomo en cuenta la frecuencia de $f_0=79.5\text{Hz}$ donde se produce la atenuación abrupta en la señal.

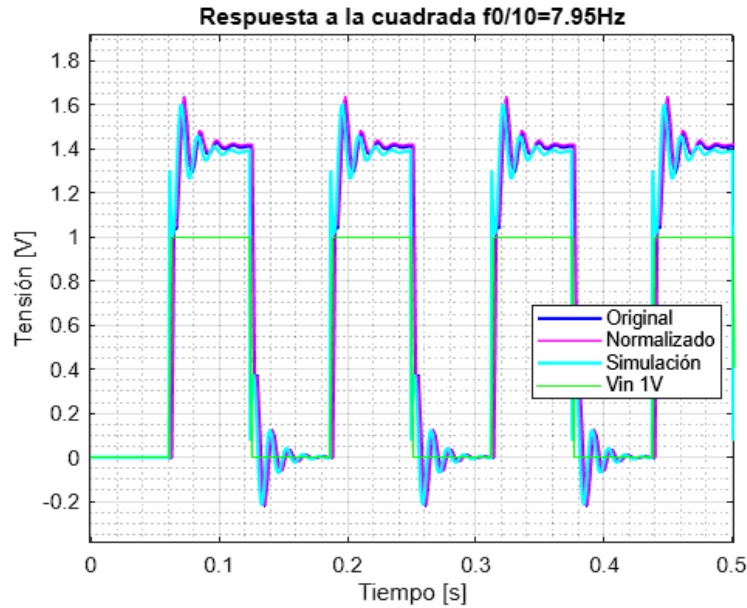


Figura 16: Respuesta a la cuadrada en 7.95Hz.

La señal de entrada cuadrada del gráfico 16, con una frecuencia de 7.95Hz, tiene un periodo $T = 0,126s$, es decir, lo que dura cada ciclo. La salida no cambia instantáneamente, sino que tarda un tiempo en alcanzar su valor final debido a la dinámica del sistema. La curva sugiere que tiene un comportamiento subamortiguado, entonces la constante de tiempo τ se puede estimar sabiendo que el estacionario se alcanza en $5\tau=0.06s$, por lo que $\tau=0.012s$.

$\tau \ll T$ entonces el sistema responde rápidamente y sigue bien la forma cuadrada de la entrada porque el sistema tiene suficiente tiempo para estabilizarse en cada nivel antes del siguiente cambio. Esto es porque el filtro tiene una frecuencia de corte mas alta que la frecuencia analizada.

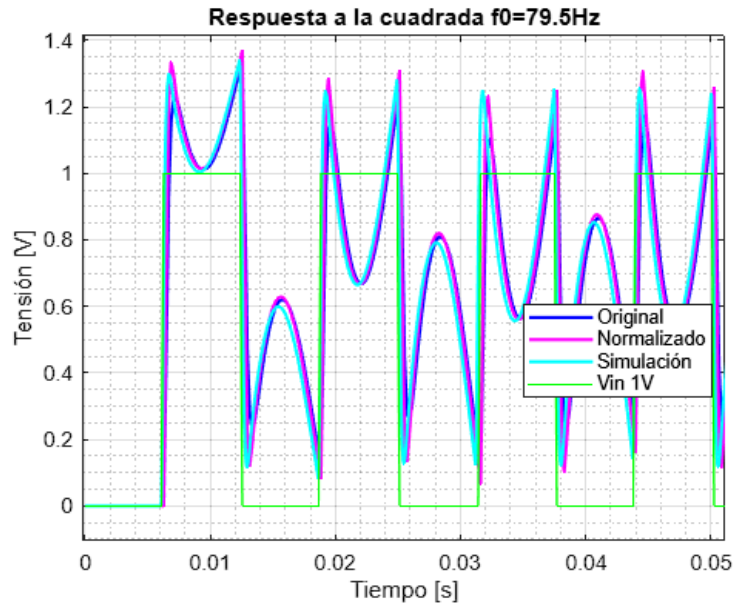


Figura 17: Respuesta a la cuadrada en 79.5Hz.

En el gráfico 17 La señal cuadrada tiene una frecuencia de 79.5Hz, por lo que el periodo es $T=0.0125s$. Mientras que el τ de la señal de salida se puede ver gráficamente, ya que por ejemplo cuando la señal empieza en 1.225V y baja hasta 0.475V, el cambio es 0.75V y por ende el 63 % es 0.47V. Entonces el tiempo evaluado en 0.75V, es $\tau = 0.02s$.

$\tau \approx T$, porque son del mismo orden de magnitud ya que $\frac{0.02}{0.0125} = 1.6 < 10$, significa que el sistema responde lentamente en comparación con los cambios de la entrada. Entonces cuando la entrada cambia, la salida no tiene tiempo suficiente para alcanzar completamente su nuevo valor antes de que vuelva a cambiar, lo que hace que la salida no alcance completamente los valores máximos y mínimos de la onda cuadrada. En términos de frecuencia, el sistema está filtrando los armónicos más altos de la onda cuadrada.

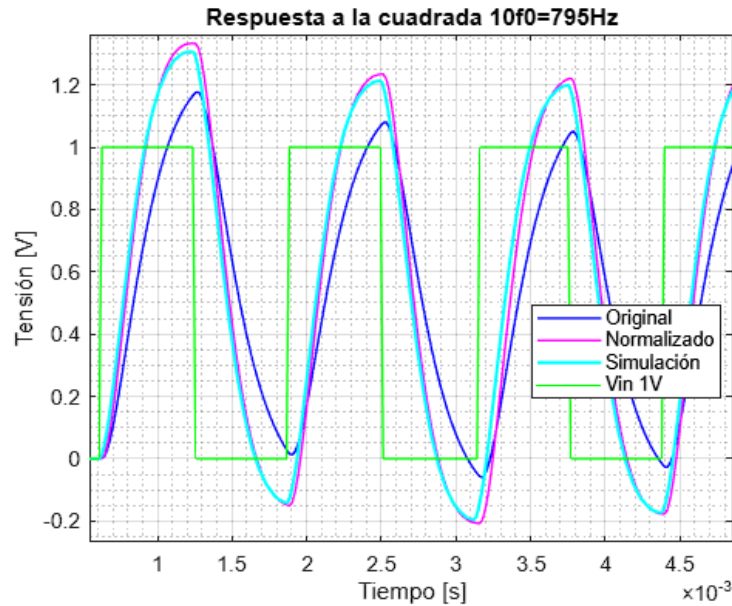


Figura 18: Respuesta a la cuadrada en 795Hz.

Del gráfico 18 la señal cuadrada tiene una frecuencia de 795Hz, por lo que $T=1.25\text{ms}$. Nuevamente como el τ es lo que tarda en alcanzar aproximadamente el 63 % del cambio total, por lo que tomando el segundo cuadrado por ejemplo, la tensión sube de -2V a 1.2V, entonces el 63 % es 0.88V, por lo que viendo el gráficamente la tensión alcanza los 0.6V desde -0.2V a los 0.2s aproximadamente, por ende $\tau = 0,2\text{s}$.

$\tau \gg T$ lo que significa respuesta muy lenta, entonces la salida se suaviza aún más, la salida apenas comienza a moverse antes de que la entrada vuelva a cambiar, esto hace que la salida se parezca más a una señal senoidal, porque el sistema solo responde a los componentes de frecuencia más baja de la onda cuadrada. el sistema actúa como un filtro pasa-bajos, eliminando los armónicos más altos y dejando solo el componente fundamental, que es una senoide.

3. Implementación del circuito

3.1. Armado experimental del circuito

El armado experimental del circuito se realizó con el método de impresión de la placa. En la figura 19 se presenta el diagrama del mismo,

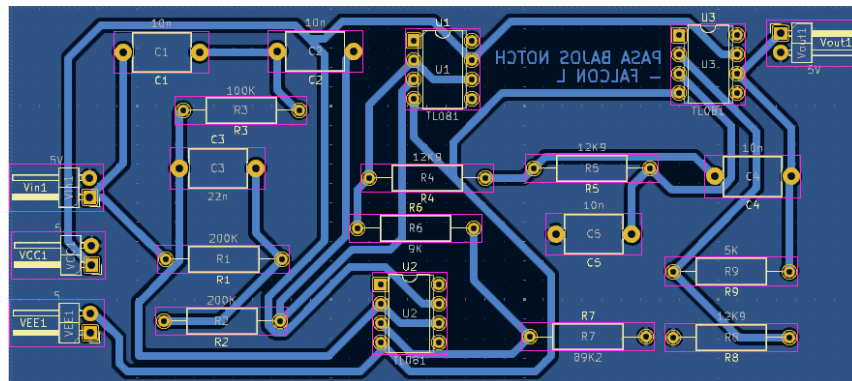


Figura 19: Diagrama del PCB.

En la figura 20 se muestra el montaje físico del circuito,

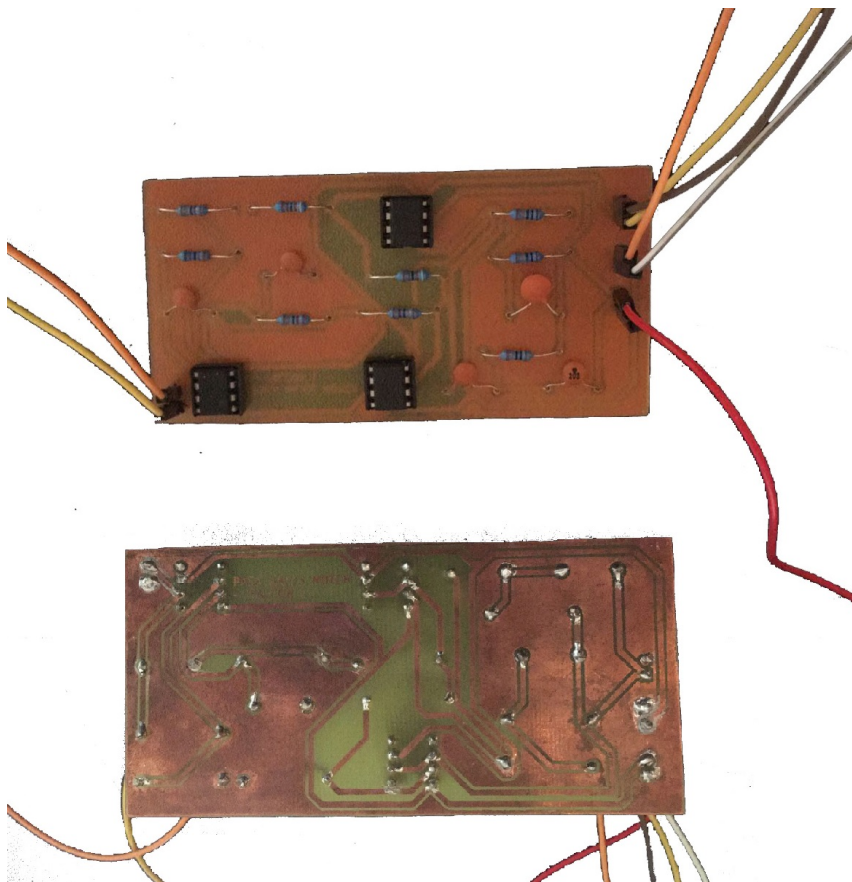


Figura 20: Montaje físico del circuito.

3.2. Medición

A continuación se muestra en la figura 21 el diagrama con los instrumentos y las conexiones para la medición y en la figura 22 el montaje en el laboratorio,

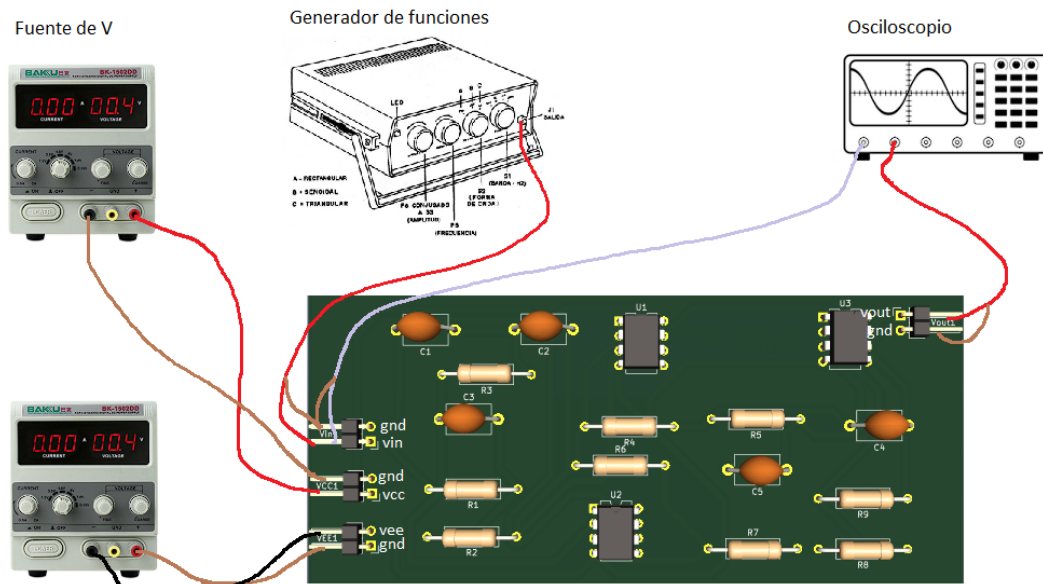


Figura 21: Diagrama de interconexión de los instrumentos.

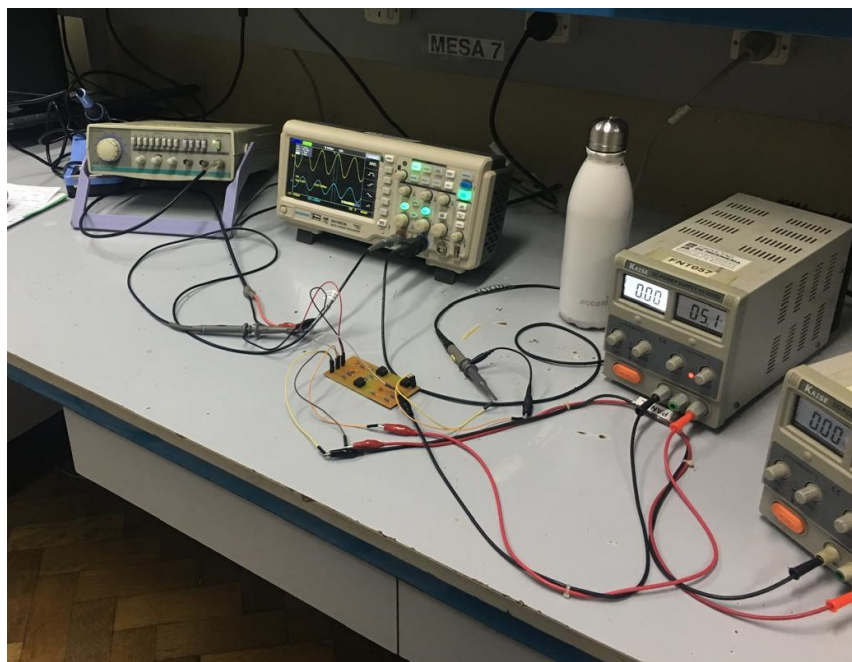


Figura 22: Montaje experimental en el laboratorio.

Para alimentar el circuito: se conectó la salida del generador de funciones a la entrada del circuito. Para la conexión del osciloscopio, un canal (CH1) a la entrada del circuito y el otro (CH2) a la salida del circuito. Se aseguró que la tierra de los instrumentos esté conectada a la misma referencia en el circuito.

Para alimentar los operacionales: se conectaron dos fuentes de tensión, con 5V. El positivo de fuente 1 a la entrada VCC del circuito correspondiente a V+ de los opamps, y el negativo de la fuente 2 se conecto a VEE, es decir el V- de los opamps. Además, conectando el negativo de la fuente 1 y el positivo de la fuente 2 a tierra del circuito, se obtienen los 5V en la fuente 1 y los -5V en la fuente 2.

Nota: en el armado experimental los voltajes reales medidos fueron, 5.119V y -5.130V.

A continuación en la figura 23 se muestra dicha conexión,

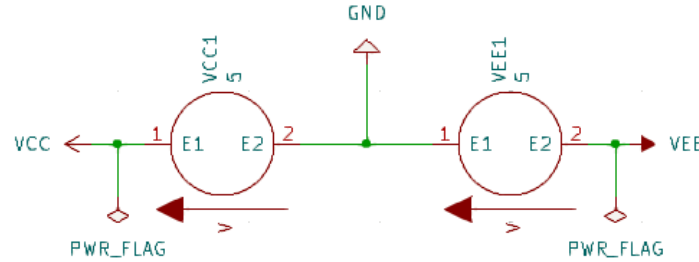


Figura 23: Conexión de las fuentes de tensión para los Opamps.

Verificación de la rta en frecuencia del circuito en módulo, $|H(f)|_{dB}$:

La respuesta en frecuencia en módulo se expresa en términos de la magnitud en dB y representa cómo varía la amplitud de la señal de salida con respecto a la de entrada en función de la frecuencia. La formula que se usa es:

$$|H(s)|_{dB} = 20\log\left(\frac{|V_{out}|}{|V_{in}|}\right) \quad (39)$$

Dicho valor muestra cuánto amplifica o atenúa el circuito en cada frecuencia.

Justificación del método propuesto para la medición de los diferentes parámetros:

Para la medición de la ganancia y la fase se configuró en el generador de funciones una señal senoidal de amplitud constante. Se comenzó con una frecuencia baja 10 Hz, porque se espera que a los 79.5Hz se produzca atenuación en la señal, aumentándola hasta máximo 100kHz, que es máxima frecuencia que asegura el datasheet el correcto funcionamiento del opamp TL081. Para la obtención de la magnitud en dB se midió la amplitud V_{in} , CH1 del osciloscopio, la amplitud V_{out} , CH2 y se calculó la ganancia según la ecuación 39.

Valores medidos gráficos comparativos con las simulaciones:

En la tabla 1 a continuación se muestran los valores de tensión de salida obtenidos del osciloscopio para las diferentes frecuencias, y la ganancia calculada,

Frecuencia[Hz]	Vout[V]	Ganancia[dB]
10	2.5	3.09
20	2.375	2.65
30	2.3	2.37
40	2	1.15
50	1.75	0
60	0.6	-9.29
65	0.5	-10.88
70	1.12	-3.87
75	1.5	-1.33
80	1.875	0.59
90	2	1.15
100	2.25	2.18
150	2.5	3.09
300	2.25	2.18
450	2.2	1.98
600	2	1.15
759	2	1.15
1K	1.5	-1.33
1K5	0.62	-9.01
3K	0.25	-16.90
4K5	0.125	-22.92
6K	0.09	-25.77
7K5	0.06	-29.29
10K	0.04	-32.81
15K	0.02	-38.84

Tabla 2: valores obtenidos de la simulación del circuito físico.

Gráfico de Bode - Magnitud del circuito físico:

En el gráfico 24 se muestra la respuesta en frecuencia del circuito en módulo obtenida de las mediciones de la tabla 2. También se presenta la curva de la magnitud de la función transferencia de la simulación con los valores normalizados a modo de comparación.

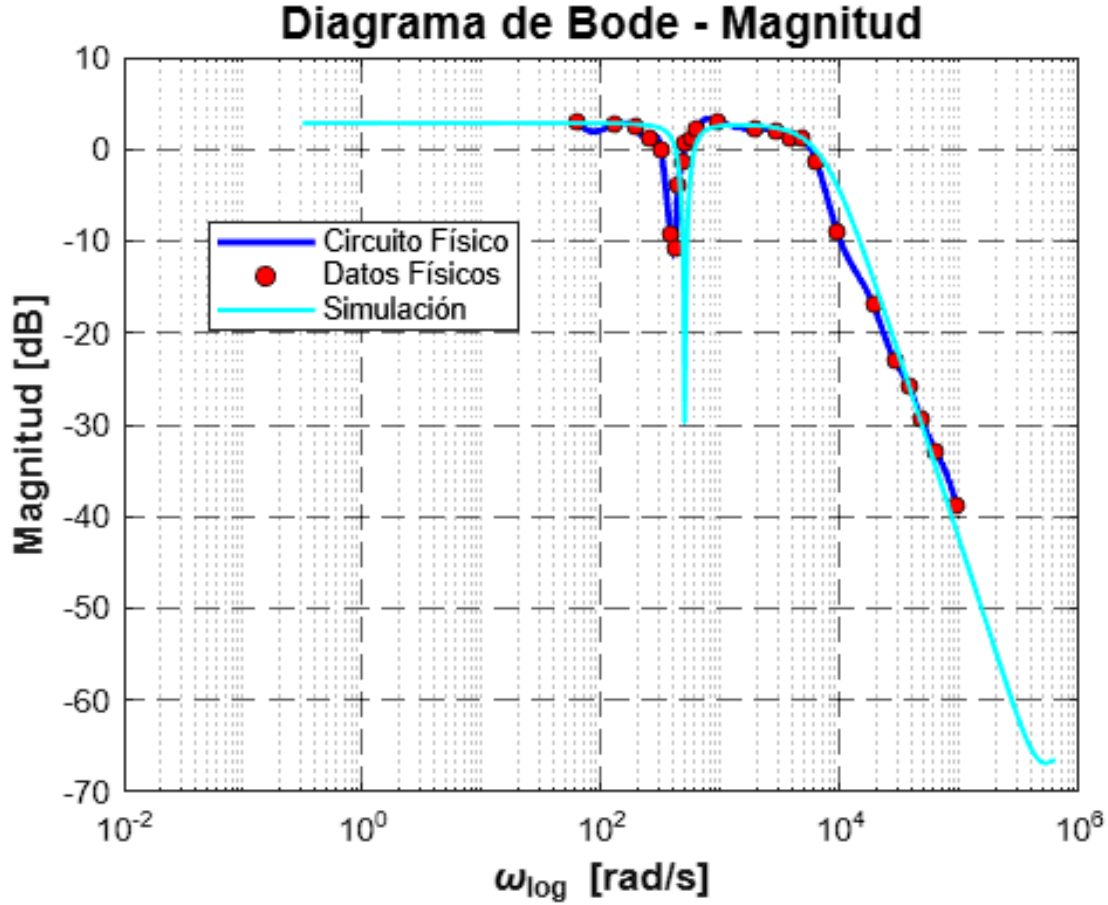


Figura 24: Gráfico de Bode - Magnitud del circuito físico.

Se puede ver que las curvas presentan la misma forma y aproximación con respecto a la ganancia, y ambos a los 6KHz comienzan a atenuar, coincidiendo con los cálculos teóricos presentados al inicio del tp.

Cabe mencionar que respecto a la frecuencia atenuada del notch del circuito para la curva física se presenta a los 408.40rad/s (65Hz) con magnitud -10.88dB y en la curva de simulación se presenta a los 500rad/s (79.5Hz) con magnitud -29dB.

Según la relación,

$$\frac{V_{out}}{V_{in}} = 10^{\frac{atenu[dB]}{20}} \quad (40)$$

Para la curva física: $-10 \text{ dB} \rightarrow$ La señal se reduce a 0.316, aprox. al 31.6 % de su valor original. $\Delta dB = 3dB - (-10dB) = 13dB$.

Para la curva simulada: $-29\text{ dB} \rightarrow$ La señal se reduce a 0.035, aprox. al 3.5 % de su valor original. $\Delta dB = 3dB - (-29dB) = 32dB$.

Por lo tanto, la diferencia entre la reducción de la ganancia de ambas curvas, del 28.1 %, se debe a los componentes presentes en el circuito ya que para la simulación se usaron los valores normalizados de los teóricos calculados y dichos valores difieren a los físicos, lo que puede provocar pequeñas discrepancias en el rendimiento real del circuito. Aunque dicha diferencia es menor al 1 % en los resistores y 9.09 % para el capacitor de 20nF, afecta la forma en que se comporta el circuito, lo que se refleja en la obtención del voltaje de salida que es lo que hace la diferencia entre las magnitudes de la ganancias calculadas. Además hay que tener en cuenta a la tolerancia, si bien fueron elegidos al 1 %, al poder acumularse a lo largo del circuito esta pequeña variación puede causar diferencias notables al comportamiento del mismo.

También otro factor que podría haber influido en los resultados es la alimentación de las fuentes debido al cableado.

4. Bibliografía

- [1] Texas Instruments, Datasheet TL081. *TL08xx FET-Input Operational Amplifiers*, 2024. Disponible en: <https://www.ti.com/lit/ds/symlink/tl081.pdf>