

# Inferencia Ativa

Thomas Parr, Giovanni Pezzulo, and Karl J. Friston

2022-08-15



# Contents



# List of Figures



# List of Tables

O Princípio da Energia Livre na Mente, Cérebro e Comportamento.





# Conteúdo

(I)

1. Visão geral
2. O caminho mais curto para a inferência ativa
3. O caminho mais árduo para a inferência ativa
4. Os Modelos Geradores de Inferência Ativa
5. Passagem de mensagens e neurobiologia

(II)

6. Uma receita para projetar modelos de inferência ativos
7. Inferência ativa em tempo discreto
8. Inferência Ativa em Tempo Contínuo
9. Análise de dados baseada em modelo
10. Inferência Ativa como uma Teoria Unificada do Comportamento Sentiente

Apêndice A: Fundamentos Matemáticos

Apêndice B: As Equações da Inferência Ativa

Apêndice C: Um Exemplo comentado do Código Matlab

Notas

Referências

Índice



# Prefácio

## Karl Friston

A Inferência Ativa é uma maneira de entender o comportamento sentiente. O próprio fato de você estar lendo estas linhas significa que você está se engajando na Inferência Ativa - ou seja, criando amostras do mundo - de uma forma particular - porque você acredita que vai aprender alguma coisa. Você está apalpando esta página com os olhos simplesmente porque esse é o tipo de ação que resolverá a incerteza sobre o que você verá a seguir e – de fato – o que essas palavras transmitem. Em suma, a Inferência Ativa coloca a ação na percepção, em que a percepção é tratada como inferência perceptiva ou teste de hipóteses. A Inferência Ativa vai ainda mais longe e considera o planejamento como uma inferência – isto é, inferir o que você faria a seguir para resolver a incerteza sobre o seu mundo vivido.

Para ilustrar a simplicidade da Inferência Ativa - e o que estamos tentando explicar - coloque a ponta dos dedos suavemente na perna. Mantenha-os lá imóveis por um segundo ou dois. Agora, sua perna está áspera ou lisa? Se você tivesse que mover os dedos para evidenciar uma sensação de aspereza ou suavidade, descobriu um fundamento da Inferência Ativa. Sentir é palpar. Ver é olhar. Ouvir é ouvir. Essa palpação não precisa necessariamente ser aberta – podemos agir disfarçadamente, direcionando nossa atenção para isso ou aquilo. Em suma, não estamos simplesmente tentando dar sentido às nossas sensações; temos que criar ativamente nosso sensorio. No que se segue, veremos por que isso tem que ser o caso e por que tudo o que percebemos, fazemos ou planejamos está na bússola de um imperativo existencial – auto-evidente.

A Inferência Ativa não é apenas sobre leitura ou busca epistêmica. É, em um ponto de vista, algo que todas as criaturas e partículas fazem, em virtude de

sua existência. Isso pode soar como uma afirmação forte; no entanto, fala do fato de que a Inferência Ativa herda de um princípio de energia livre que iguala existência com autoevidência e autoevidência com um tipo enativo de inferência. No entanto, este livro não está preocupado com a física dos sistemas sencientes. Seu foco está nas implicações dessa física para entender como o cérebro funciona.

Essa compreensão não é um negócio fácil, como testemunham milênios de filosofia natural e séculos de neurociência. Embora se possa encontrar as raízes da Inferência Ativa em relatos de primeiros princípios do comportamento auto-organizado (ou seja, princípios variacionais semelhantes ao princípio de ação estacionária de Hamilton), os primeiros princípios não ajudam muito quando se pergunta como um cérebro específico funciona e como ele difere de outro cérebro. Por exemplo, comprometer-se com a teoria da evolução por seleção natural não ajuda em nada quando se trata de entender por que tenho dois olhos ou falo francês. Este livro trata do uso de princípios para fundamentar questões-chave em neurociência e inteligência artificial. Para fazer isso, temos que ir além dos princípios e entender a mecânica à qual os princípios se aplicam.

Como tal, a Inferência Ativa – e sua mecânica Bayesiana que a acompanha – existe para formular questões sobre como percebemos, planejamos e agimos. Fundamentalmente, ele não visa substituir outras estruturas, como psicologia comportamental, teoria da decisão e aprendizado por reforço. Em vez disso, espera abraçar todas as abordagens que se mostraram tão bem-sucedidas dentro de uma estrutura unificada. A seguir, daremos atenção especial à ligação de construtos-chave da psicologia, neurociência cognitiva, enativismo, etologia e assim por diante ao cálculo da atualização de crenças na Inferência Ativa – e suas teorias de processo associadas.

Por teorias de processo, nos referimos a teorias sobre como a atualização de crenças é realizada por processos neuronais (e outros biofísicos) no cérebro incorporado e além. O trabalho até agora em Active Inference oferece um conjunto bastante simples de arquiteturas computacionais e ferramentas de simulação para modelar vários aspectos de um cérebro em funcionamento e permitir que as pessoas testem hipóteses sobre diferentes arquiteturas computacionais. No entanto, essas ferramentas resolvem apenas metade do problema. No coração da Inferência Ativa está um modelo generativo — ou seja, uma representação probabilística de como as causas não observáveis no

mundo lá fora geram as consequências observáveis — nossas sensações. Acertar o modelo generativo – como uma explicação adequada para o comportamento senciente de qualquer sujeito ou criatura experimental – é o grande desafio.

Este livro tenta explicar como enfrentar esse desafio. A primeira parte estabelece as ideias e formalismos básicos que são invocados na segunda parte – para ilustrar como eles podem ser aplicados na prática. Resumindo, este livro é para pessoas que desejam usar a Inferência Ativa para simular e modelar o comportamento senciente, a serviço da investigação científica ou, possivelmente, da inteligência artificial. Assim, ele se concentra nas ideias e procedimentos que são necessários para entender e implementar um esquema de Inferência Ativa sem se distrair com a física dos sistemas sencientes, por um lado ou filosofia do outro.

### **Uma nota de Karl Friston**

Eu tenho uma confissão a fazer. Eu não escrevi muito neste livro. Ou, mais precisamente, não me foi permitido. A agenda deste livro exige um estilo de escrita nítido e claro que está além de mim. Embora me tenham permitido colocar algumas de minhas palavras favoritas, o que se segue é uma prova de Thomas e Giovanni, sua profunda compreensão das questões em questão e, mais importante, sua teoria da mente – em todos os sentidos.

### **Agradecimentos**

Agradecemos a contribuição inestimável de nossos amigos e colegas - em particular, membros anteriores e atuais do grupo de Neurobiologia Teórica do Wellcome Center for Human Neuroimaging, University College London; o Laboratório Cognição em Ação (CONAN) do Instituto de Ciências e Tecnologias Cognitivas, Conselho Nacional de Pesquisa da Itália; e numerosos colaboradores internacionais que foram essenciais para o desenvolvimento das ideias apresentadas neste livro. Esta comunidade jovem, mas em crescimento, tem sido mais do que generosa em fornecer apoio intelectual e motivação. Além disso, agradecemos a Robert Prior e Anne-Marie Bono, do MIT Press, por nos acompanharem e aconselharem durante a preparação deste livro e a Jakob Hohwy e outros revisores atenciosos por sua orientação. Finalmente, agradecemos às agências de financiamento que forneceram apoio financeiro para nossa pesquisa: KJF foi financiada por uma bolsa de pesquisa principal do Wellcome Trust (Ref: 088130/Z/09/Z); O GP foi financiado pelo Conselho Europeu de Pesquisa sob o Contrato de Subvenção Nº 820213 (ThinkAhead)

e o Programa-Quadro Horizonte 2020 da União Europeia para Pesquisa e Inovação sob o Contrato de Subvenção Específico N<sup>o</sup> 945539 (Projeto Cérebro Humano SGA3).

# Chapter 1

## Visão Geral

O acaso favorece a mente preparada. —Louis Pasteur

### 1.1 Introdução

Este capítulo apresenta a principal questão que a Inferência Ativa procura abordar: Como os organismos vivos persistem enquanto se envolvem em trocas adaptativas com seu ambiente? Discutimos a motivação para abordar essa questão a partir de uma perspectiva normativa, que parte dos primeiros princípios e depois descompacta suas implicações cognitivas e biológicas. Além disso, este capítulo apresenta brevemente a estrutura do livro, incluindo sua subdivisão em duas partes: a primeira visa ajudar os leitores a entender a Inferência Ativa e a segunda visa ajudá-los a usá-la em suas próprias pesquisas.

### 1.2 Como os Organismos Vivos Persistem e Agem Adaptativamente?

Os organismos vivos constantemente se envolvem em interações recíprocas com seu ambiente (incluindo outros organismos). Eles emitem ações que alteram o ambiente e recebem dele observações sensoriais, conforme ilustrado esquematicamente na **figura 1.1**



Figure 1.1: **Figura 1.1** Um ciclo de percepção de ação conectando reciprocamente uma criatura e seu ambiente. O termo ambiente é intencionalmente genérico. Nos exemplos que discutimos, pode incluir o mundo físico, o corpo, o ambiente social e assim por diante.



Os organismos vivos só podem manter sua integridade corporal exercendo controle adaptativo sobre o ciclo ação-percepção. Isso significa agir para solicitar observações sensoriais que correspondam a resultados ou objetivos desejados (por exemplo, as sensações que acompanham nutrientes seguros e abrigo para organismos simples, ou amigos e empregos para organismos mais complexos) ou que ajudem a entender o mundo (por exemplo, informando o organismo sobre seus arredores).

Engajar-se em loops de percepção de ação adaptativa com o ambiente apresenta desafios formidáveis para os organismos vivos. Isso se deve em grande parte à natureza recursiva do ciclo, onde cada observação, solicitada pela ação anterior, muda a forma como decidimos sobre a próxima ação, para solicitar a próxima observação. As possibilidades de controle e adaptação são muitas, mas muito poucas são úteis. No entanto, durante a evolução, os organismos vivos conseguiram desenvolver estratégias adaptativas para enfrentar os desafios fundamentais da existência. Essas estratégias variam em seu nível de sofisticação cognitiva, com soluções mais simples e rígidas em organismos mais simples (por exemplo, seguindo gradientes de nutrientes em bactérias) e soluções mais cognitivamente exigentes e flexíveis em organismos mais avançados (por exemplo, planejando atingir objetivos distais em humanos). . Essas estratégias também variam de acordo com as escalas de tempo em que são selecionadas e operam - desde simples respostas a ameaças ambientais ou adaptações morfológicas que surgem em uma escala de tempo evolutiva, até padrões comportamentais estabelecidos durante o aprendizado cultural ou de desenvolvimento, até aqueles que exigem processos cognitivos que operam em escalas de tempo comparáveis à ação e percepção (por exemplo, atenção e memória).

### 1.3 Inferência Ativa: Comportamento a partir dos Primeiros Princípios

Essa diversidade é uma bênção para a biologia, mas desafiadora para as teorias formais do cérebro e da mente. Em termos gerais, há duas perspectivas que poderíamos assumir sobre isso. Uma perspectiva é que diferentes adaptações biológicas, processos neurais (por exemplo, trocas sinápticas e redes cerebrais) e mecanismos cognitivos (por exemplo, percepção, atenção, inter-

ação social) são altamente idiossincráticos e requerem explicações dedicadas. Isso levaria à proliferação de teorias em campos como filosofia, psicologia, neurociência, etologia, biologia, inteligência artificial e robótica, com pouca esperança de unificação. Outra perspectiva é que, apesar de suas diversas manifestações, os aspectos centrais do comportamento, cognição e adaptação nos organismos vivos são passíveis de uma explicação coerente desde os primeiros princípios.

Essas duas possibilidades mapeiam dois programas de pesquisa diferentes e, até certo ponto, diferentes atitudes em relação à ciência: “puro” versus “desleixado” (termos devidos a Roger Shank). Os puros sempre buscam a unificação além da (aparente) heterogeneidade dos fenômenos do cérebro e da mente. Isso geralmente corresponde a projetar modelos normativos<sup>1</sup> de cima para baixo que partem dos primeiros princípios e tentam derivar o máximo possível sobre cérebros e mentes. Os desleixados, em vez disso, abraçam a heterogeneidade, concentrando-se em detalhes que exigem explicações dedicadas. Isso geralmente corresponde a projetar modelos de baixo para cima que começam com dados e usam o que funciona para explicar fenômenos complexos, incluindo diferentes explicações para diferentes fenômenos.

É possível explicar fenômenos biológicos e cognitivos heterogêneos a partir de primeiros princípios, como supõem os puros? É possível uma estrutura unificada para entender o cérebro e a mente?

Este livro responde a essas perguntas afirmativamente e avança a Inferência Ativa como uma abordagem normativa para entender o cérebro e a mente. Nosso tratamento da Inferência Ativa parte dos primeiros princípios e desvenda suas implicações cognitivas e biológicas.

## 1.4 Estrutura do Livro

O livro compreende duas partes. Estes são voltados para leitores que desejam entender a Inferência Ativa (primeira parte) e aqueles que buscam usá-la para suas próprias pesquisas (segunda parte). A primeira parte do livro apresenta a Inferência Ativa tanto conceitualmente quanto formalmente, contextualizando-a dentro das atuais teorias da cognição. O objetivo desta

---

<sup>1</sup>Aqui e ao longo do capítulo, o condicionamento ao modelo é deixado implícito; portanto, a evidência do modelo é escrita como  $P(y)$  e não  $P(y|m)$ .

primeira parte é fornecer uma introdução abrangente, formal e independente à Inferência Ativa: seus principais construtos e implicações para o estudo do cérebro e da cognição.

A segunda parte do livro ilustra exemplos específicos de modelos computacionais que usam a Inferência Ativa para explicar fenômenos cognitivos, como percepção, atenção, memória e planejamento. O objetivo desta segunda parte é ajudar os leitores a entender os modelos computacionais existentes usando a Inferência Ativa e criar novos modelos. Em suma, este livro se divide em teoria (parte 1) e prática (parte 2).

### 1.4.1 Parte 1: Inferência Ativa na Teoria

A Inferência Ativa é uma estrutura normativa para caracterizar o comportamento e a cognição de Bayes-ótimo<sup>2</sup> em organismos vivos. Seu caráter normativo é evidenciado na ideia de que todas as facetas do comportamento e da cognição nos organismos vivos seguem um imperativo único: minimizar a surpresa de suas observações sensoriais. A surpresa deve ser interpretada em um sentido técnico: ela mede o quanto as observações sensoriais atuais de um agente diferem de suas observações sensoriais preferidas – ou seja, aquelas que preservam sua integridade (por exemplo, para um peixe, estar na água). É importante ressaltar que minimizar a surpresa não é algo que pode ser feito observando passivamente o ambiente: em vez disso, os agentes devem controlar adaptativamente seus ciclos de percepção de ação para solicitar observações sensoriais desejadas. Este é o bit ativo da Inferência Ativa.

Minimizar a surpresa acaba sendo um problema desafiador por razões técnicas que se tornarão aparentes mais tarde. A Inferência Ativa oferece uma solução para esse problema. Ele assume que, mesmo que os organismos vivos não possam minimizar diretamente sua surpresa, eles podem minimizar um proxy – chamado energia livre (variacional). Essa quantidade pode ser minimizada por meio de computação neural em resposta (e em antecipação) a observações sensoriais. Essa ênfase na minimização da energia livre revela a relação entre a Inferência Ativa e o (primeiro) princípio que a motiva: o princípio da energia livre (Friston 2009).

---

<sup>2</sup>Tecnicamente, isso é verdade para qualquer função côncava, mas estamos preocupados apenas com logaritmos aqui.

A minimização da energia livre parece um ponto de partida muito abstrato para explicar fenômenos biológicos. No entanto, é possível derivar uma série de implicações formais e empíricas a partir dele e abordar uma série de questões centrais na teoria cognitiva e neural. Estes incluem como as variáveis envolvidas na minimização da energia livre podem ser codificadas em populações neuronais; como os cálculos de energia livre minimizada mapeiam processos cognitivos específicos, como percepção, seleção de ações e aprendizado; e que tipo de comportamentos surgem quando um agente de Inferência Ativa minimiza sua energia livre.

Como a lista de tópicos acima exemplifica, neste livro estamos preocupados principalmente com a Inferência Ativa e a minimização da energia livre no nível dos organismos vivos – mais simples (por exemplo, bacterianos) ou mais complexos (por exemplo, humanos) – e seus aspectos comportamentais, cognitivos, processos sociais e neurais. Esse esclarecimento é necessário para contextualizar nosso tratamento da Inferência Ativa dentro do princípio de energia livre mais geral (FEP), que discute a minimização de energia livre em uma gama muito mais ampla de fenômenos biológicos e escalas de tempo além do processamento de informações neurais – variando de evolutivo a celular e cultural (Friston, Levin et al. 2015; Isomura e Friston 2018; Palacios, Razi et al. 2020; Veissière et al. 2020)—que estão além do escopo deste livro.

É possível motivar a Inferência Ativa tomando um dos dois caminhos: um caminho alto e um caminho baixo; veja a figura 1.2. Esses dois caminhos fornecem duas perspectivas distintas, mas altamente complementares sobre a Inferência Ativa:

O caminho para a Inferência Ativa parte da questão de como os organismos vivos persistem e agem de forma adaptativa no mundo e motivam a Inferência Ativa como solução normativa para esses problemas. Essa perspectiva da estrada é útil para entender a natureza normativa da Inferência Ativa: o que os organismos vivos devem fazer para enfrentar seus desafios existenciais fundamentais (minimizar sua energia livre) e por quê (minimizar vicariamente a surpresa de suas observações sensoriais).

O caminho inferior para a Inferência Ativa começa com a noção do cérebro Bayesiano, que lança o cérebro como um motor de inferência tentando otimizar representações probabilísticas das causas de sua entrada sensorial. Em seguida, motiva a Inferência Ativa como uma aproximação variacional específica do problema inferencial (de outra forma intratável), que tem um



Figure 1.2: Figura 1.2 - duas estradas para a Inferência Ativa: a estrada principal (começando do canto superior direito) e a estrada inferior (começando do canto inferior esquerdo).

grau de plausibilidade biológica. Essa perspectiva de baixo caminho é útil para ilustrar como os agentes de Inferência Ativa minimizam sua energia livre - ilustrando, portanto, a Inferência Ativa não apenas como um princípio, mas também como uma explicação mecanicista (também conhecida como teoria do processo) das funções cognitivas e seus fundamentos neuronais.

No capítulo 2, apresentamos a perspectiva do caminho mais baixo sobre a Inferência Ativa. Partimos de teorias fundamentais que lançam a percepção como um problema de inferência estatística (Bayesiana) (Helmholtz 1866) e sua encarnação moderna na hipótese do cérebro Bayesiano (Doya 2007). Veremos que para realizar tal inferência (perceptiva), os organismos vivos devem estar equipados com – ou incorporar – um modelo generativo probabilístico de como suas observações sensoriais são geradas, que codifica crenças (distribuições de probabilidade) sobre variáveis observáveis (observações sensoriais) e variáveis não observáveis (ocultas). Vamos estender essa visão inferencial além da percepção para cobrir problemas de seleção de ações, planejamento e aprendizado.

No capítulo 3, ilustramos a perspectiva complementar do caminho superior sobre a Inferência Ativa. Este capítulo apresenta o FEP e o imperativo para os organismos biológicos minimizarem a surpresa. Além disso, desvenda como esse princípio engloba a dinâmica da auto-organização e a preservação de uma fronteira estatística ou envoltório de Markov que mantém a separação do ambiente. Isso é vital para manter a integridade das criaturas biológicas e é central para sua autopoiese.

No capítulo 4, descompactamos a Inferência Ativa mais formalmente. Este capítulo se baseia na discussão do cérebro bayesiano no capítulo 2 e estabelece a relação matemática entre a dinâmica autoevidente do capítulo 3 e a inferência variacional. Além disso, este capítulo apresenta dois tipos de modelos generativos usados para formular problemas de Inferência Ativa. Estes incluem os processos de decisão Markov parcialmente observados usados para tomada de decisão e planejamento e os modelos dinâmicos de tempo contínuo que fazem interface com receptores sensoriais e músculos. Finalmente, vemos como a minimização de energia livre para cada um desses modelos se manifesta como uma atualização dinâmica de crenças.

No capítulo 5, passaremos dos tratamentos formais às implicações biológicas da Inferência Ativa. Partindo da premissa de que “tudo o que muda no cérebro deve minimizar a energia livre” (Friston 2009), discutiremos como

as quantidades específicas envolvidas na minimização da energia livre (por exemplo, previsão, erro de previsão e sinais de precisão) se manifestam em dinâmica neuronal. Isso ajuda a mapear os princípios computacionais abstratos da Inferência Ativa para computações neurais específicas que podem ser executadas por substratos fisiológicos. Isso é importante na formação de hipóteses sob essa estrutura e garante que elas respondam aos dados medidos. Em outras palavras, o capítulo 5 apresenta a teoria do processo associada à Inferência Ativa.

Ao longo da primeira parte do livro, discutiremos vários aspectos característicos da Inferência Ativa. Eles destacam as maneiras pelas quais ela é diferente das estruturas alternativas que procuram explicar a regulação biológica e a cognição – algumas das quais visualizamos aqui.

- Sob a Inferência Ativa, percepção e ação são duas formas complementares de cumprir o mesmo imperativo: a minimização da energia livre. A percepção minimiza a energia livre (e a surpresa) pela crença (bayesiana) atualizando ou mudando sua mente, tornando assim suas crenças compatíveis com as observações sensoriais. Em vez disso, a ação minimiza a energia livre (e a surpresa) mudando o mundo para torná-lo mais compatível com suas crenças e objetivos. Essa unificação das funções cognitivas marca uma diferença fundamental entre a Inferência Ativa e outras abordagens que tratam a ação e a percepção isoladamente uma da outra. Aprender é mais uma maneira de minimizar a energia livre. No entanto, não é fundamentalmente diferente da percepção; ele simplesmente opera em uma escala de tempo mais lenta. A complementaridade entre percepção e ação será desvendada no capítulo 2.
- Além de direcionar a seleção de ações no presente para alterar os dados sensoriais atualmente disponíveis, a estrutura de Inferência Ativa acomoda o planejamento – ou a seleção do curso de ação ideal (ou política) no futuro. A otimalidade aqui é medida em relação a uma energia livre esperada e é distinta da noção de energia livre variacional considerada acima no contexto de ação e percepção. De fato, enquanto o cálculo da energia livre variacional depende de observações presentes e passadas, o cálculo da energia livre esperada também requer observações futuras previstas (daí o termo esperado). Curiosamente, a energia livre

esperada de uma política compreende duas partes. O primeiro quantifica até que ponto se espera que a política resolva a incerteza (exploração/prospecção) e o segundo quão consistentes os resultados previstos são com os objetivos de um agente (exploração/aproveitamento). Em contraste com outras estruturas, a seleção de políticas na Inferência Ativa equilibra automaticamente a prospecção e o aproveitamento. As relações entre a energia livre variacional e a esperada serão desvendadas no capítulo 2.

- Sob a Inferência Ativa, todas as operações cognitivas são conceituadas como inferência sobre modelos generativos – de acordo com a ideia de que o cérebro realiza cálculos probabilísticos – também conhecido como a hipótese do cérebro Bayesiano. No entanto, o apelo a uma forma aproximada específica de inferência Bayesiana – isto é, um esquema variacional que é motivado por primeiros princípios – acrescenta especificidade à teoria do processo. Além disso, a Inferência Ativa estende a abordagem inferencial a domínios da cognição raramente considerados e adiciona alguma especificidade ao tipo de modelos e processos inferenciais que podem ser implementados por cérebros biológicos. Sob algumas suposições, a dinâmica que emerge dos modelos generativos usados na Inferência Ativa corresponde de perto a modelos difundidos na neurociência computacional, como a codificação preditiva (Rao e Ballard 1999) e a máquina de Helmholtz (Dayan et al. 1995). As especificidades do esquema variacional serão desvendadas no capítulo 4.
- Sob a Inferência Ativa, tanto a percepção quanto a aprendizagem são processos ativos, por duas razões. Primeiro, o cérebro é essencialmente uma máquina preditiva, que prevê constantemente os estímulos recebidos, em vez de esperar passivamente por eles. Isso é importante, pois os processos perceptivos e de aprendizado são sempre contextualizados por previsões anteriores (por exemplo, estímulos esperados e inesperados afetam a percepção e o aprendizado de maneiras diferentes). Em segundo lugar, as criaturas envolvidas na Inferência Ativa buscam ativamente observações sensoriais salientes que resolvam sua incerteza (por exemplo, orientando seus sensores ou selecionando episódios de aprendizagem que sejam informativos). O caráter ativo da percepção e do aprendizado contrasta com a maioria das teorias atuais que os



tratam como processos amplamente passivos; isso será descompactado no capítulo 2.

- A ação é essencialmente direcionada a um objetivo e proposital. Ele começa a partir de um resultado ou objetivo desejado (análogo ao conceito de set-point na cibernética), que é codificado como uma previsão prévia. O planejamento prossegue inferindo uma sequência de ação que atende a essa previsão (ou equivalentemente, reduz qualquer erro de previsão entre a previsão anterior e o estado atual). O caráter da ação direcionada a objetivos na Inferência Ativa está de acordo com as primeiras formulações cibernéticas, mas é distinto da maioria das teorias atuais que explicam o comportamento em termos de mapeamentos estímulo-resposta ou políticas de ação do estado. A resposta ao estímulo ou comportamento habitual torna-se então um caso especial de uma família mais ampla de políticas em Inferência Ativa. A natureza direcionada a objetivos da Inferência Ativa será desvendada nos capítulos 2 e 3.
- Várias construções de Inferência Ativa têm análogos biológicos plausíveis no cérebro. Isso implica que – uma vez que se tenha definido um modelo generativo específico para um problema em mãos – pode-se passar da Inferência Ativa como uma teoria normativa para a Inferência Ativa como uma teoria de processo, que faz previsões empíricas específicas. Por exemplo, a inferência perceptiva e a aprendizagem correspondem à alteração da atividade sináptica e à alteração da eficácia sináptica, respectivamente. A precisão das predições (na codificação preditiva) corresponde ao ganho sináptico das unidades de erro de predição. A precisão das políticas corresponde à atividade dopaminérgica. Algumas das consequências biológicas da Inferência Ativa serão desvendadas no capítulo 5.

### 1.4.2 Parte 2: Inferência Ativa na Prática

Enquanto a primeira parte do livro fornece aos leitores as ferramentas conceituais e formais para entender a Inferência Ativa, a segunda parte se concentra em questões práticas. Especificamente, esperamos fornecer aos leitores as ferramentas para entender os modelos existentes de Inferência Ativa de

funções cognitivas (e disfunções) e projetar novos modelos. Para isso, discutimos exemplos específicos de modelos usando Inferência Ativa. É importante ressaltar que os modelos de Inferência Ativa podem variar em diferentes dimensões (por exemplo, com formulações de tempo discreto ou contínuo, inferência plana ou hierárquica). A segunda parte está estruturada da seguinte forma:

No capítulo 6, apresentamos uma receita para construir modelos de Inferência Ativa. A receita cobre as etapas essenciais para projetar um modelo eficaz, que incluem a identificação do sistema de interesse, a forma mais apropriada do modelo generativo (por exemplo, para caracterizar fenômenos de tempo discreto ou contínuo) e as variáveis específicas a serem incluídas no modelo. Este capítulo, portanto, oferece uma introdução aos princípios de design que sustentam os modelos discutidos nos capítulos seguintes.

No capítulo 7, discutimos modelos de Inferência Ativa que tratam de problemas formulados em tempo discreto; por exemplo, como modelos ocultos de Markov (HMMs) ou processos de decisão de Markov parcialmente observáveis (POMDPs). Nossos exemplos incluem um modelo de processamento perceptual e um modelo discreto de busca por escolhas - isto é, virar à esquerda ou à direita em um ponto de decisão para garantir uma recompensa. Também introduzimos tópicos como busca de informações, aprendizado e busca de novidades, que podem ser tratados em termos de Inferência Ativa em tempo discreto.

No capítulo 8, discutimos modelos de Inferência Ativa que tratam de problemas formulados em tempo contínuo, usando equações diferenciais estocásticas. Estes incluem modelos de percepção (como codificação preditiva), controle de movimento e dinâmica sequencial. Curiosamente, é na formulação de tempo contínuo que aparecem algumas das previsões mais distintivas da Inferência Ativa, como a ideia de que a geração de movimento decorre do cumprimento de previsões e que os fenômenos atencionais podem ser entendidos em termos de controle de precisão. Também introduzimos modelos híbridos de Inferência Ativa que incluem variáveis de tempo discreto e contínuo. Estes permitem a avaliação simultânea da escolha entre opções discretas (por exemplo, alvos para sacadas) e os movimentos contínuos resultantes da escolha (por exemplo, movimentos oculomotores).

No capítulo 9, ilustramos como usar modelos de Inferência Ativa para analisar dados de experimentos comportamentais. Discutimos as etapas específicas

necessárias para a análise de dados baseada em modelos, desde a coleta de dados até a formulação de um modelo e sua inversão para apoiar a análise de dados de participantes individuais ou em nível de grupo.

No capítulo 10, discutimos as relações entre a Inferência Ativa e outras teorias em psicologia, neurociência, IA e filosofia. Destacamos também os aspectos mais importantes da Inferência Ativa que a distinguem das demais teorias.

Nos apêndices, discutimos brevemente a base matemática necessária para entender as partes mais técnicas do livro, incluindo as noções de aproximação de séries de Taylor, Laplace variacional, cálculo variacional e muito mais. Para referência, também apresentamos de forma concisa as equações mais importantes usadas na Inferência Ativa.

Em suma, a segunda parte do livro ilustra uma ampla variedade de modelos de fenômenos biológicos e cognitivos que podem ser construídos usando a Inferência Ativa e uma metodologia para projetar novos. Além do interesse dos modelos específicos, esperamos que nosso tratamento esclareça o valor de usar uma estrutura normativa unificada para abordar fenômenos biológicos e cognitivos de uma perspectiva coerente. No final das contas, este é o verdadeiro apelo das estruturas normativas: fornecer uma perspectiva unificada e um princípio orientador para reconciliar fenômenos aparentemente desconexos – neste caso, fenômenos como percepção, tomada de decisão, atenção, aprendizado e controle de movimento, cada um tendo seu capítulo separado em qualquer psicologia ou manual de neurociência.

Os modelos destacados na segunda parte foram selecionados para ilustrar pontos específicos da forma mais simples possível. Embora cubramos vários modelos e domínios, desde decisões em tempo discreto até percepção de tempo contínuo e controle de movimento, estamos claramente desconsiderando muitos outros que são igualmente interessantes. Muitos outros modelos de Inferência Ativa existem na literatura que cobrem domínios tão diversos quanto a auto-organização biológica e as origens da vida (Friston 2013), morfogênese (Friston, Levin et al. 2015), robótica cognitiva (Pio-Lopez et al. 2016, Sancaktar et al. 2020), dinâmica social e construção de nicho (Bruineberg, Rietveld et al. 2018), a dinâmica das redes sinápticas (Palacios, Isomura et al. 2019), aprendizagem em redes biológicas (Friston e Herreros 2016), e condições psicopatológicas, como transtorno de estresse pós-traumático (Linson et al. 2020) e transtorno do pânico (Maisto, Barca et al. 2021). Esses modelos variam em muitas dimensões: alguns estão

mais diretamente relacionados à biologia, enquanto outros menos; alguns são modelos de agente único, enquanto outros são modelos de múltiplos agentes; algumas inferências adaptativas alvo, enquanto outras inferências mal-adaptativas alvo (por exemplo, em grupos de pacientes), e assim por diante.

Essa literatura crescente exemplifica a crescente popularidade da Inferência Ativa e a possibilidade de usá-la em uma grande variedade de domínios. O objetivo deste livro é fornecer aos nossos leitores a capacidade de entender e usar a inferência ativa em sua própria pesquisa – possivelmente, para explorar suas potencialidades imprevistas.

## 1.5 Resumo

Este capítulo apresenta brevemente a abordagem de Inferência Ativa para explicar problemas biológicos de uma perspectiva normativa - e prevê algumas implicações dessa perspectiva que serão desvendadas em capítulos posteriores. Além disso, este capítulo destaca a divisão do livro em duas partes, que visam auxiliar os leitores a compreender a Inferência Ativa e utilizá-la em suas próprias pesquisas, respectivamente. Nos próximos capítulos, desenvolveremos as perspectivas de baixo e alto caminho aqui descritas, antes de nos aprofundarmos na estrutura dos modelos generativos e na transmissão de mensagens resultante. Juntos, eles compreendem a Inferência Ativa em princípio e fornecem as preliminares para a Inferência Ativa na prática. Esperamos que esses capítulos convençam os leitores de que a Inferência Ativa oferece não apenas um princípio unificador sob o qual entender o comportamento, mas também uma abordagem tratável para estudar a ação e a percepção em sistemas autônomos.

## Chapter 2

# O Caminho de baixo para a Inferência Ativa

My thinking is first and last and always for the sake of my doing. —William James

### 2.1 Introdução

Este capítulo introduz a Inferência Ativa partindo da visão helmholtziana — ou talvez kantiana — da “percepção como inferência inconsciente” (Helmholtz 1867) e ideias relacionadas que surgiram mais recentemente sob a hipótese do cérebro bayesiano. Ele explica como a Inferência Ativa engloba e estende essas ideias tratando não apenas a percepção, mas também a ação, o planejamento e o aprendizado como problemas de inferência (Bayesiana) e derivando uma aproximação baseada em princípios (variacional) para esses problemas de outra forma intratáveis.

### 2.2 Percepção como Inferência

Há uma longa tradição de ver o cérebro como uma “máquina preditiva”, ou um órgão estatístico que infere e prevê estados externos do mundo. Essa ideia remonta à noção de “percepção como inferência inconsciente” (Helmholtz

1866). Mais recentemente, isso foi reformulado como a hipótese do “cérebro bayesiano” (Doya 2007). A partir dessa perspectiva, a percepção não é uma transdução puramente de baixo para cima de estados sensoriais (por exemplo, da retina) em representações internas do que está lá fora (por exemplo, como padrões de atividade neuronal). Em vez disso, é um processo inferencial que combina informações anteriores (de cima para baixo) sobre as causas mais prováveis das sensações com estímulos sensoriais (de baixo para cima). Os processos inferenciais operam em representações probabilísticas de estados do mundo e seguem a regra de Bayes, que prescreve a atualização (ótima) à luz da evidência sensorial. A percepção não é um processo passivo de fora para dentro – no qual a informação é extraída de impressões em nosso epitélio sensorial de “lá fora”. É um processo construtivo de dentro para fora – no qual as sensações são usadas para confirmar ou refutar hipóteses sobre como elas foram geradas (MacKay 1956, Gregory 1980, Yuille e Kersten 2006, Neisser 2014, A. Clark 2015).

Por sua vez, realizar a inferência Bayesiana requer um modelo generativo – às vezes chamado de modelo direto. Um modelo generativo é uma construção da teoria estatística que gera previsões sobre as observações. Pode ser formulado como a probabilidade conjunta  $P(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  das observações  $\mathbf{y}$  e os estados ocultos do mundo  $\mathbf{x}$  que geram essas observações. Estes últimos são referidos como estados ocultos ou latentes, pois não podem ser observados diretamente. Esta probabilidade conjunta pode ser decomposta em duas partes. O primeiro é um  $P(\mathbf{x})$  prévio, que denota o conhecimento do organismo sobre os estados ocultos do mundo antes de ver os dados sensoriais.

A segunda é a probabilidade  $P(\mathbf{y} | \mathbf{x})$ , que denota o conhecimento do organismo de como as observações são geradas a partir de estados. A regra de Bayes nos diz como combinar esses dois elementos, essencialmente atualizando uma probabilidade anterior  $P(\mathbf{x})$  em uma probabilidade posterior de estados ocultos após receber observações  $P(\mathbf{x} | \mathbf{y})$ . Para os leitores que precisam de uma breve atualização sobre a teoria básica da probabilidade, o **quadro 2.1** fornece um resumo.

A inferência bayesiana é um tópico amplo que surge em disciplinas como estatística, aprendizado de máquina e neurociência computacional. Um tratamento completo dos tópicos associados está além do escopo deste livro, mas há excelentes recursos disponíveis para aqueles que desejam entendê-lo em profundidade (Murphy 2012). No entanto, tudo isso é baseado em uma regra

simples. Para ilustrar essa regra, consideramos um exemplo de inferência perceptiva Bayesiana (figura 2.1). Imagine uma pessoa que acredita fortemente que está diante de uma maçã. Essa crença corresponde a uma probabilidade anterior, ou abreviada. Essa priori compreende a probabilidade atribuída à hipótese da maçã e a probabilidade atribuída às hipóteses alternativas. Neste exemplo, nossa hipótese alternativa é que não é uma maçã, mas um sapo. Numericamente, a distribuição de probabilidade anterior atribui 0,9 à maçã e 0,1 à rã. Observe que, como assumimos que existem apenas duas hipóteses plausíveis (mutuamente exclusivas), elas devem somar um. A pessoa também está equipada com um modelo de probabilidade, que atribui uma alta probabilidade ao fato de que os sapos pulam, enquanto as maçãs não. Essa probabilidade especifica o mapeamento (probabilístico) dos dois estados ocultos (sapo ou maçã) para as duas observações (pula ou não pula). Juntos, o anterior e a probabilidade formam o modelo generativo da pessoa.

---

 Quadro 2.1 As regras de soma e produto de probabilidade
 

---

O raciocínio probabilístico é sustentado por duas regras principais: as regras de soma e produto de probabilidade, que são as seguintes (respectivamente):  $\sum_x P(x) = 1$   $P(x)P(y|x) = P(x, y)$  A regra da soma diz que a probabilidade de todos os eventos possíveis ( $x$ ) deve somar (ou integrar) a um. A regra do produto diz que a probabilidade conjunta de duas variáveis aleatórias ( $x$  e  $y$ ) pode ser decomposta no produto da probabilidade de uma variável ( $P(x)$ ) e a probabilidade condicional da segunda variável dada a primeira ( $P(y|x)$ ). Uma probabilidade condicional é a probabilidade de uma variável (aqui,  $y$ ) se soubermos o valor que a outra variável (aqui,  $x$ ) assume. Podemos desenvolver dois resultados importantes a partir dessas regras simples. A primeira é a operação de marginalização. A segunda é a regra de Bayes. A marginalização nos permite obter uma distribuição de apenas uma das duas variáveis de uma distribuição

conjunta: 
$$\underbrace{\sum_x P(x, y) = \sum_x P(y)P(x|y)}_{\text{Regra do Produto}} = \underbrace{P(x) \sum_x P(x|y) = P(y)}_{\text{Regra da Soma}} \quad \text{A}$$

probabilidade de  $y$  é chamada de probabilidade marginal, e nos referimos a essa operação como marginalização de  $x$ . A regra de Bayes pode ser obtida diretamente da regra do produto:

$$\underbrace{P(x)P(y|x)}_{\text{regra do produto}} = P(x, y) = \underbrace{P(y)P(x|y)}_{\text{regra do produto}} \quad \text{Isso nos permite traduzir}$$

entre uma distribuição prévia e condicional (verossimilhança) e a marginal associada e a outra distribuição condicional (posterior). Simplificando, a regra de Bayes apenas diz que a probabilidade de duas coisas é a probabilidade da primeira, dada a segunda, vezes a probabilidade da segunda, que é o mesmo que a probabilidade da segunda, dada a primeira, vezes a probabilidade do primeiro.

---

Agora imagine que a pessoa observa que seu sapo-maçã pula. A regra de Bayes nos diz como formar uma crença posterior a partir da anterior, levando em conta a probabilidade de pular. Essa regra é expressa da seguinte forma:

$$P(x|y) = \frac{P(x)P(y|x)}{P(y)}$$

Sob o modelo de verossimilhança da figura 2.1, a probabilidade posterior



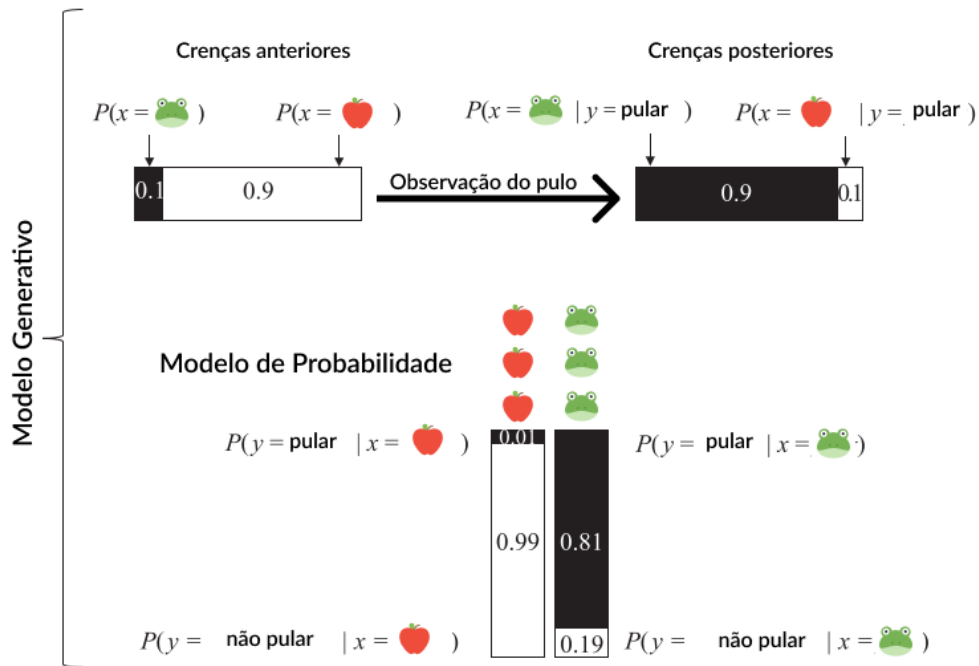


Figure 2.1: **Figura 2.1** Um exemplo simples de inferência Bayesiana. Superior esquerdo: A crença prévia  $P(x)$  do organismo sobre o objeto que ele verá, antes de ter feito qualquer observação, ou seja, uma distribuição categórica sobre duas possibilidades, maçã (com probabilidade 0,9) e sapo (com probabilidade 0,1). Superior direito: A crença posterior do organismo  $P(x | y)$  após observar que o objeto salta. Crenças posteriores podem ser calculadas usando a regra de Bayes sob uma função de verossimilhança  $P(y | x)$ . Isso é mostrado abaixo do anterior e do posterior e especifica que, se o objeto for uma maçã, há uma probabilidade muito pequena (0,01) de que ele pule, enquanto se for um sapo, a probabilidade de pular é muito maior (0,81). (As barras de probabilidade nesta figura não estão exatamente em escala.) Neste caso específico, a atualização de anterior para posterior é grande.

atribuída ao sapo é 0,9 e a probabilidade atribuída à maçã é 0,1. Conforme destacado no quadro 2.1, o denominador da equação 2.1 pode ser calculado marginalizando o numerador. Usando nosso exemplo do sapo-maçã, aproveitamos a oportunidade para descompactar duas noções diferentes de surpresa — ambas importantes na Inferência Ativa. A primeira, a que nos referimos simplesmente como surpresa, é a evidência logarítmica negativa, onde a evidência é a probabilidade marginal das observações. Em nosso exemplo, esta é a probabilidade logarítmica negativa de observar qualquer coisa saltando sob o modelo generativo. A surpresa é uma quantidade muito importante do ponto de vista bayesiano. É uma medida de quão mal um modelo se ajusta aos dados que tenta explicar. Para colocar isso intuitivamente, podemos calcular a probabilidade do comportamento observado (pulo) sob nosso modelo. Lembre-se de que isso atribui uma probabilidade a priori muito alta às maçãs e uma probabilidade a priori baixa às rãs. Assim, nossa probabilidade marginal de pular é a seguinte:

$$\begin{aligned}
 P(y = \text{pular}) &= \sum_x P(x, y = \text{pular}) \\
 &= \sum_x P(x)P(y = \text{pular} | x) \\
 &= P(x = \text{🐸})P(y = \text{pular} | x = \text{🐸}) \\
 &\quad + P(x = \text{🍏})P(y = \text{pular} | x = \text{🍏}) \\
 &= 0.1 \times 0.81 + 0.9 \times 0.01 \\
 &= 0.09
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Isso significa que, sob esse modelo, esperaríamos observar o comportamento de pular cerca de 9 vezes em 100 observações. Como tal, deveríamos nos surpreender ao observar isso se subscrevermos o modelo da figura 2.1. Podemos quantificar isso em termos de surpresa ( $\mathcal{I}$ ). Isso é dado por  $\mathcal{I}(y = \text{pular}) = -\ln P(y = \text{pular}) = -\ln(0,09) = 2,4 \text{ nats}$ <sup>1</sup>. Quanto maior esse número, pior o modelo como explicação adequada para as observações em questão. Isso nos permite comparar modelos em relação aos dados. Por exemplo, considere um modelo alternativo, onde temos uma crença prévia de que os sapos são vistos 100% do tempo. Seguindo os mesmos passos da equação 2.2, calculamos uma surpresa de cerca de 0,2 nats. Este é um modelo melhor desses dados, pois a observação é muito menos surpreendente. O procedimento de

<sup>1</sup>Aqui e ao longo do capítulo, o condicionamento ao modelo é deixado implícito; portanto, a evidência do modelo é escrita como  $P(y)$  e não  $P(y|m)$ .

pontuação de modelos com base em suas evidências (ou surpresa) é frequentemente chamado de comparação de modelos bayesianos. Para modelos mais complicados, a forma da surpresa pode não ser tão simples.

A **Tabela 2.1** fornece a forma da surpresa (omitindo constantes) para uma série de distribuições de probabilidade – além da probabilidade categórica em nosso exemplo. Crucialmente, isso nos permite falar sobre surpresa para distribuições de probabilidade cujo suporte<sup>2</sup> difere do exemplo simples usado aqui. Isso é importante porque a maneira pela qual os dados sensoriais são gerados pelo mundo varia com o tipo de dados. Podemos nos surpreender ao encontrar o rosto de alguém que não esperávamos ver (distribuição categórica), ou podemos nos surpreender por estar mais frio do lado de fora do que prevíamos (distribuição contínua). A Tabela 2.1 pode ser vista como um portfólio das distribuições de probabilidade à nossa disposição quando passamos a construir modelos generativos em capítulos subsequentes. De maneira mais geral, ele afirma que a surpresa é um conceito que pode ser avaliado para qualquer família de distribuições de probabilidade.

**Tabela 2.1 Distribuições de probabilidade e surpresa<sup>3</sup>**

Distribuição	Suporte	Surpresa( $\mathcal{I}$ )
Gaussiana <sup>4</sup>	$x \in \mathbb{R}$	$\frac{1}{2}(x - \mu) \prod (x - \mu)$
Multinomial	$x_i \in (0, \dots, N) \ i \in \{1, \dots, K\}$ $\sum_i x_i = N$	$-\sum_i x_i \ln d_i$
Dirichlet <sup>5</sup>	$x_i \in (0, 1) \ i \in \{1, \dots, K\}$ $\sum_i x_i = 1$	$\sum (1 - \alpha_i) \ln(x_i)$
Gamma	$x \in (0, \infty)$	$(bx + (1 - a) \ln x)$

A segunda noção de surpresa é (um pouco confusa) referida como surpresa bayesiana. Esta é uma medida de quanto temos que atualizar nossas crenças após uma observação. Em outras palavras, a surpresa Bayesiana quantifica a diferença entre uma probabilidade anterior e uma posterior. Isso levanta

<sup>2</sup>Tecnicamente, isso é verdade para qualquer função côncava, mas estamos preocupados apenas com logaritmos aqui.

<sup>3</sup>As estimativas MAP são os estados mais prováveis considerando as crenças anteriores e os dados disponíveis; contraste isso com abordagens de máxima verossimilhança que não levam crenças em conta.

a questão de como quantificamos a dissimilaridade de duas distribuições de probabilidade.

Uma resposta, da teoria da informação, é usar uma divergência de Kullback-Leibler (KL). Isso é definido como a diferença média entre duas probabilidades logarítmicas

$$D_{KL}[Q(x)||P(x)] \triangleq \mathbb{E}_{Q(x)}[\ln Q(x) - \ln P(x)] \quad (2.3)$$

O símbolo  $\mathbb{E}$  aqui indica uma média (ou expectativa) conforme descrito no **quadro 2.2**. Usando o KL-Divergence, podemos quantificar a surpresa Bayesiana do nosso exemplo:

$$\begin{aligned} D_{KL}[P(x|y)||P(x)] &= P(x = \text{🐸} | y = \text{pular}) (\ln P(x = \text{🐸} | y = \text{pular}) - \ln P(x = \text{🐸})) \\ &\quad + P(x = \text{🍎} | y = \text{pular}) (\ln P(x = \text{🍎} | y = \text{pular}) - \ln P(x = \text{🍎})) \\ &= 0.9(\ln(0.9) - \ln(0.1)) + 0.1(\ln(0.1) - \ln(0.9)) \\ &\approx 1.8 \text{ nats} \end{aligned} \quad (2.4)$$

Isso pontua a quantidade de atualização de crenças, em oposição a simplesmente quão improvável era a observação. Para destacar a distinção entre surpresa e surpresa bayesiana, considere o que acontece se nos comprometemos com uma crença prévia de que sempre veremos maçãs. A surpresa bayesiana será zero, já que o prior está tão confiante que não o atualizamos seguindo nossas observações. No entanto, a surpresa é muito grande (4,6 nats), pois é altamente improvável que uma maçã salte.

---

**Quadro 2.2 Expectativas**


---

<sup>4</sup>Casos especiais incluem distribuições categóricas ( $K > 2, N = 1$ ), binomial ( $K = 2, N > 1$ ) e Bernoulli ( $K = 2, N = 1$ )

<sup>5</sup>Um caso especial é a distribuição beta ( $K = 2$ )

---

É útil referir-se à expectativa de uma variável aleatória  $x$ , geralmente denotada por  $\mathbb{E}[x]$ . Esta é a média ponderada de todos os valores que a variável pode assumir, ponderada pela sua probabilidade. Para variáveis aleatórias discretas (que só podem receber um número contável de valores possíveis), isso é dado por uma soma ponderada:  $\mathbb{E}(x) = \sum_x xP(x)$  Por exemplo, para uma variável discreta (numérica) que só pode assumir dois valores (1 e 2) com igual probabilidade de  $\frac{1}{2}$ , isto é  $\mathbb{E}(x) = 1 * \frac{1}{2} + 2 * \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$ . Para variáveis aleatórias contínuas (que podem ter infinitos valores), as somas são substituídas por integrais. As expectativas também podem ser aplicadas a funções de variáveis aleatórias, em oposição às variáveis diretamente. Por exemplo, se tivermos uma função  $f(x)$ , onde  $x$  tem alguma distribuição contínua, a expectativa é definida como segue:  
 $\mathbb{E}[f(x)] = \int f(x)p(x) dx$  Usaremos essa notação ao longo deste livro, onde a função  $f(x)$  será frequentemente uma probabilidade logarítmica ou razão de probabilidade logarítmica.

---

Observe que, embora tenhamos ilustrado a inferência bayesiana com base em um modelo generativo muito simples, ela se aplica a modelos generativos de qualquer complexidade. No capítulo 4, destacaremos duas formas de modelo generativo que subscrevem a maioria das aplicações em Inferência Ativa.

## 2.3 Inferência Biológica e Otimização

Há dois pontos importantes que conectam o esquema inferencial acima às teorias biológicas e psicológicas da percepção. Primeiro, o procedimento inferencial discutido requer a interação de processos de cima para baixo que codificam previsões (a partir do anterior) e processos de baixo para cima que codificam observações sensoriais (mediadas pela probabilidade). Essa interação de processos de cima para baixo e de baixo para cima distingue a visão inferencial de abordagens alternativas que consideram apenas processos de

baixo para cima. Além disso, é central nos tratamentos biológicos modernos da percepção, como a codificação preditiva (discutida no capítulo 4), que é uma implementação algorítmica específica (ou em nível de processo) do esquema de inferência mais geral (bayesiano) discutido aqui.

Em segundo lugar, a inferência Bayesiana é ótima. A otimalidade é definida em relação a uma função de custo que é otimizada (ou seja, minimizada), que, por inferência Bayesiana, é conhecida como energia livre variacional – intimamente relacionada à surpresa. Voltamos a isso na seção 2.5. Ao considerar explicitamente a distribuição completa sobre os estados ocultos, ele lida naturalmente com a incerteza, evitando as limitações de abordagens alternativas que consideram apenas estimativas pontuais de estados ocultos (por exemplo, o valor médio de  $x$ ). Uma dessas alternativas seria a estimativa de máxima verossimilhança, que simplesmente seleciona o estado oculto mais provável de ter gerado os dados disponíveis. O problema com isso é que tais estimativas ignoram tanto a plausibilidade prévia do estado oculto quanto a incerteza em torno da estimativa. A inferência bayesiana não sofre essas limitações. No entanto, apesar do uso da surpresa para avaliar objetivamente se o modelo é adequado ao propósito, é importante apreciar que a inferência em si é subjetiva. Os resultados da inferência não são necessariamente precisos em nenhum sentido objetivo (ou seja, a crença do organismo pode não corresponder à realidade) por pelo menos duas razões importantes. Primeiro, as criaturas biológicas operam com base em recursos computacionais e energéticos limitados, que tornam a inferência Bayesiana exata intratável<sup>6</sup>. Isso requer aproximações que excluem garantias de otimalidade Bayesiana exata. Essas aproximações incluem a noção de uma posterior variacional – baseada em algo chamado aproximação de campo médio – que é central para o capítulo 4.

A segunda razão pela qual a otimalidade pode ser pensada como subjetiva é que os organismos operam com base no modelo generativo de um sujeito de como suas observações são geradas, o que pode ou não corresponder ao processo generativo real que gera suas observações. Isso não quer dizer que o modelo generativo deva corresponder ao processo generativo. De fato, pode haver modelos que forneçam explicações melhores (por exemplo, mais sim-

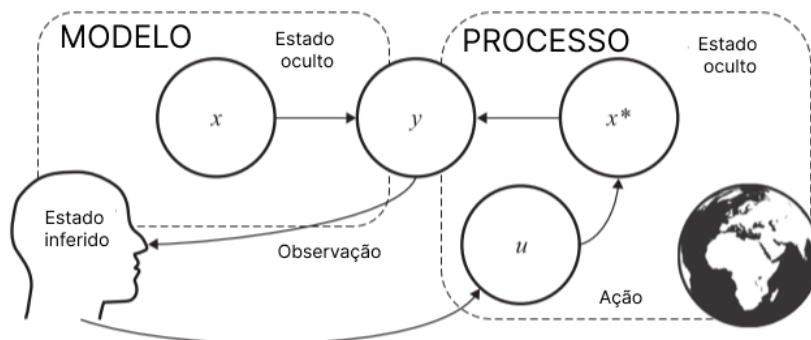
---

<sup>6</sup>Curiosamente, as limitações de recursos não são a única barreira para a inferência Bayesiana exata. Na presença de modelos complexos, a inferência exata pode ser analiticamente intratável, de modo que nenhum recurso adicional poderia ajudar a resolver o problema exato.

ples) dos dados disponíveis do que os processos que realmente os geraram – conforme quantificado por sua relativa surpresa. Um bom exemplo disso são as ilusões, para as quais alguém encontra uma explicação mais simples para sua entrada visual em relação a como os estímulos visuais foram cuidadosamente projetados por um psicofísico malicioso.

O próprio modelo generativo pode ser otimizado à medida que novas experiências são adquiridas. Isso pode ou não convergir para o processo generativo.

A **Figura 2.2** ilustra esse ponto e a diferença entre as verdadeiras contingências ambientais, ou o processo generativo, que é inacessível ao organismo e o modelo generativo do organismo do mundo. Neste exemplo em particular, o processo generativo está em um verdadeiro estado  $x^*$  que é inacessível ao organismo. No entanto, o organismo e o mundo estão mutuamente acoplados, e  $x^*$  gera uma observação  $y$ , que o organismo sente. O organismo pode usar esta observação  $y$  e a regra de Bayes para inferir a (probabilidade posterior de) alguma variável explicativa ou estado oculto no modelo generativo. Na figura, nos referimos a  $x^*$  e  $x$  como estados ocultos, enfatizando que nenhum deles é observável. No entanto, eles são sutilmente diferentes: o primeiro faz parte do modelo generativo do organismo, enquanto o último faz parte do processo generativo e é inacessível ao organismo. Além disso,  $x^*$  e  $x$  não vivem necessariamente no mesmo espaço. Pode ser que os estados ocultos no mundo externo assumam valores que estão fora do espaço de explicações disponíveis ao cérebro. Por outro lado, pode ser que as explicações do cérebro incluam variáveis que não existem no mundo exterior. Por exemplo, o primeiro pode ser de 5 dimensões e o último de 2 dimensões, ou um pode ser contínuo e o outro categórico.



A distinção entre o modelo generativo e o processo é importante para contextualizar as afirmações psicológicas sobre a otimalidade da inferência – na medida em que essas afirmações são válidas – que, em uma visão bayesiana, é sempre contingente aos recursos do organismo. Por recursos, queremos dizer seu modelo generativo específico e recursos computacionais e mnemônicos limitados.

## 2.4 Ação como Inferência

A discussão até este ponto é comum a todas as teorias do cérebro Bayesianas. No entanto, agora apresentamos o avanço simples, mas fundamental, oferecido pela Inferência Ativa. Isso parte da mesma perspectiva inferencial discutida acima, mas a estende para considerar a ação como inferência. Essa ideia decorre do conceito de que a inferência bayesiana minimiza a surpresa (ou, equivalentemente, maximiza a evidência do modelo bayesiano). Até agora, consideramos o que acontece quando computamos a surpresa realizando inferências – e selecionamos entre os modelos com base em sua capacidade de minimizar a surpresa. No entanto, a surpresa não depende apenas do modelo. Também depende dos dados. Ao agir no mundo para mudar a maneira como os dados são gerados, podemos garantir que um modelo seja adequado ao propósito, escolhendo os dados que são menos surpreendentes em nosso modelo.

Equipado com um mecanismo para produzir ações, um organismo pode se engajar em trocas recíprocas com seu ambiente; veja a figura 2.2. Nos animais, esse mecanismo assume a forma de um loop reflexo motor. Essencialmente, para cada ciclo de ação-percepção, o ambiente envia uma observação ao organismo. O organismo usa (uma aproximação da) inferência Bayesiana para inferir seus estados ocultos mais prováveis. Em seguida, gera uma ação e a envia para o ambiente na tentativa de tornar o ambiente menos surpreendente. O ambiente executa a ação, gera uma nova observação e a envia ao organismo. Em seguida, inicia-se um novo ciclo. A descrição sequencial aqui é escrita para fins didáticos; é importante perceber que estes não são realmente passos discretos, mas são processos dinâmicos contínuos.

A Inferência Ativa vai além do reconhecimento de que percepção e ação têm a mesma natureza (inferencial). Também pressupõe que tanto a percepção quanto a ação cooperam para realizar um único objetivo – ou otimizar apenas



uma função – em vez de ter dois objetivos distintos, como mais comumente se supõe. Na literatura de Inferência Ativa, esse objetivo comum foi descrito de várias maneiras (informais e formais), incluindo a minimização de surpresa, entropia, incerteza, erro de previsão ou energia livre (variacional). Esses termos estão relacionados entre si, mas às vezes suas relações não são imediatamente claras, causando alguma confusão. Além disso, esses termos são usados em diferentes contextos; por exemplo, a minimização de erros de previsão é usada em contextos biológicos onde o objetivo é explicar os sinais cerebrais, enquanto a minimização de energia livre variacional é usada em aprendizado de máquina.

Nas próximas duas seções, esclareceremos que a única quantidade que os agentes de Inferência Ativa minimizam por meio da percepção e da ação é a energia livre variacional. No entanto, sob algumas condições, pode-se reduzir a energia livre variacional a outras noções, como a discrepância entre o modelo generativo e o mundo, ou a diferença entre o que se espera e o que se observa (ou seja, um erro de previsão). Introduziremos formalmente a energia livre variacional na seção 2.5. Para simplificar, a seção 2.4 concentra-se nas maneiras pelas quais a percepção e a ação minimizam a discrepância entre o modelo generativo e o mundo.

## 2.5 Minimizando a discrepância entre o modelo e o mundo

Tendo estabelecido percepção e ação em termos de inferência bayesiana, agora nos voltamos para a questão de qual é o objetivo da inferência. Em outras palavras, o que está sendo otimizado por inferência? Na ciência cognitiva, é comum supor que diferentes funções cognitivas, como percepção e ação, otimizam objetivos diferentes. Por exemplo, poderíamos supor que a percepção maximiza a precisão da reconstrução enquanto a seleção de ação maximiza a utilidade. Em vez disso, um insight fundamental da Inferência Ativa é que tanto a percepção quanto a ação servem ao mesmo objetivo. Como primeira aproximação, esse objetivo comum de percepção e ação pode ser formulado como uma minimização da discrepância entre o modelo e o mundo. Às vezes, isso é operacionalizado em termos de erro de previsão.

Para entender como a percepção e a ação reduzem a discrepância entre o

modelo e o mundo, considere novamente o exemplo de uma pessoa que espera ver uma maçã (figura 2.3). Ela gera uma previsão visual de cima para baixo (por exemplo, sobre ver algo vermelho e não pular). Essa previsão visual é comparada com uma sensação (por exemplo, algo pulando) – e essa comparação resulta em uma discrepância.



Figure 2.2: **Figura 2.3** Tanto a percepção quanto a ação minimizam a discrepância entre modelo e mundo.

A pessoa pode resolver essa discrepância de duas maneiras. Primeiro, ela pode mudar de ideia sobre o que está vendo (ou seja, um sapo) para se adequar ao mundo, resolvendo assim a discrepância. Isso corresponde à percepção. Segundo, ela poderia fovear a macieira mais próxima e ver algo que se parece muito com uma maçã. Isso também resolve a discrepância inicial, mas de uma maneira diferente. Isso implica mudar o mundo – incluindo a direção do olhar – e as sensações subsequentes para se adequar ao que está em sua mente, não mudar sua mente para se adequar ao mundo. Esta é a outra direção de ajuste. Isso é ação.

Embora mudar a direção do olhar pareça menos atraente do que mudar de ideia no mundo das maçãs e sapos, vamos considerar outro caso: uma pessoa que espera que sua temperatura corporal esteja em uma certa faixa que sente uma temperatura alta por meio de termorreceptores centrais. Isso é surpreendente e apresenta uma discrepância significativa para resolver. Como no exemplo anterior, ele tem duas formas de minimizar essa discrepância, correspondendo à percepção (mudança de mente) e ação (mudança do mundo),

respectivamente. Nesse caso, simplesmente mudar de ideia não parece muito adaptativo, mas agir para diminuir a temperatura do corpo (por exemplo, abrindo a janela) é.

Isso fala do fato de que, na Inferência Ativa, a noção de probabilidades marginais ou surpresa (por exemplo, sobre a temperatura corporal) tem um significado que vai além dos tratamentos Bayesianos padrão para absorver noções como pontos de ajuste homeostáticos e alostáticos. Tecnicamente, os agentes de Inferência Ativa vêm equipados com modelos que atribuem altas probabilidades marginais aos estados que preferem visitar ou às observações que preferem obter. Para um peixe, isso significa uma alta probabilidade marginal de estar na água. Isso implica que os organismos esperam implicitamente que as observações que eles amostram estejam dentro de sua zona de conforto (por exemplo, limites fisiológicos).

Em suma, discutimos como, a qualquer momento, podemos minimizar a discrepância entre nosso modelo e nosso mundo por meio da percepção e da ação. Se ajustamos nossas crenças ou nossos dados depende da confiança com que mantemos essas crenças. Em nosso exemplo da maçã, a crença é mantida com incerteza suficiente de que isso será atualizado em vez de posto em prática. Em contraste, no exemplo da temperatura, estamos consideravelmente mais confiantes sobre nossa temperatura central porque ela garante nossa existência. Essa confiança significa que atualizamos nosso mundo para cumprir nossas crenças. Ainda, na Inferência Ativa, percepção e ação agem de forma mais cooperativa do que o sugerido por este tratamento. Para entender por que esse é o caso, a próxima seção passa da noção restrita de discrepância (ou erro de previsão) para a noção mais geral de energia livre variacional - que é a quantidade que a Inferência Ativa realmente minimiza e que inclui o erro de previsão como um caso especial.

## 2.6 Minimizando a Energia Livre Variacional

Até agora, discutimos percepção e ação dentro de um esquema bayesiano que visa minimizar a surpresa. No entanto, a inferência Bayesiana exata que suporta a percepção e a ação é computacionalmente intratável na maioria dos casos, porque duas quantidades - a evidência do modelo ( $P(y)$ ) e a probabilidade posterior ( $P(x|y)$ ) - não podem ser computadas por duas razões possíveis. A primeira é que, para modelos complexos, pode haver

muitos tipos de estados ocultos que precisam ser marginalizados, tornando o problema computacionalmente intratável. A segunda é que a operação de marginalização pode exigir integrais analiticamente intratáveis. A Inferência Ativa apela a uma aproximação variacional da inferência Bayesiana que é tratável.

O formalismo da inferência variacional será desvendado no capítulo 4. Aqui, basta dizer que realizar inferência Bayesiana variacional implica substituir as duas quantidades intratáveis - probabilidade posterior e evidência do modelo (log) - por duas quantidades que as aproximam, mas podem ser calculadas eficientemente - a saber, um  $Q$  posterior aproximado e uma energia livre variacional  $F$ , respectivamente. A posterior aproximada às vezes é chamada de distribuição variacional ou de reconhecimento. A energia livre variacional negativa também é conhecida como um limite inferior de evidência (ELBO), especialmente em aprendizado de máquina.

Mais importante ainda, o problema da inferência bayesiana agora se torna um problema de otimização: a minimização da energia livre variacional  $F$ . A energia livre variacional é uma quantidade com raízes na física estatística que desempenha um papel fundamental na Inferência Ativa. Na equação 2.5, é denotado como  $F[Q, y]$ , pois é um funcional (função de uma função) do  $Q$  posterior aproximado e uma função dos dados  $y$ :

$$\begin{aligned}
 F[Q, y] &= \underbrace{-\mathbb{E}_{Q(\mathbf{x})}[\ln P(x, y)]}_{\text{Energia}} \underbrace{-\mathbb{H}_{Q(\mathbf{x})}}_{\text{Entropia}} \\
 &= \underbrace{D_{KL}[Q(x)||P(x)]}_{\text{Complexidade}} \underbrace{-\mathbb{E}_{Q(\mathbf{x})}[\ln P(y|x)]}_{\text{Acurcia}} \\
 &= \underbrace{D_{KL}[Q(x)||P(x|y)]}_{\text{Divergencia}} \underbrace{-\ln P(x)}_{\text{Evidencia}} \quad (2.5)
 \end{aligned}$$

A energia livre variacional pode parecer, a primeira vista, um conceito abstrato, mas sua natureza e o papel que desempenha na Inferência Ativa tornam-se aparentes quando decompostas em quantidades que são mais intuitivas e familiares na ciência cognitiva. Cada uma dessas perspectivas sobre energia livre variacional oferece intuições úteis sobre o que significa minimização de energia livre. Esboçamos brevemente essas intuições aqui, pois

elas se tornarão importantes quando discutirmos exemplos na segunda parte do livro.

A primeira linha da equação 2.5 mostra que a minimização em relação a  $Q$  requer consistência com o modelo generativo (energia), mantendo também uma alta entropia posterior.<sup>7</sup> A última significa que, na ausência de dados ou crenças prévias precisas (que apenas influenciam o termo de energia), devemos adotar crenças maximamente incertas sobre os estados ocultos do mundo, de acordo com o princípio de entropia máxima de Jaynes (Jaynes 1957). Simplificando, devemos ser incertos (adotar uma crença de alta entropia) quando não temos informações. O termo energia herda da física estatística. Especificamente, sob uma distribuição de Boltzmann, a probabilidade logarítmica média de um sistema adotar alguma configuração é inversamente proporcional à energia associada a essa configuração - ou seja, a energia necessária para mover o sistema para essa configuração a partir de uma configuração de linha de base.

A segunda linha enfatiza a interpretação da minimização da energia livre como encontrar a melhor explicação para os dados sensoriais, que deve ser a explicação mais simples (minimamente complexa<sup>8</sup>) capaz de explicar com precisão<sup>9</sup> os dados (cf. navalha de Occam). O trade-off complexidade-precisão ocorre em vários domínios, normalmente no contexto de comparação de modelos para análise de dados. Em estatística, às vezes são usadas outras aproximações para a evidência do modelo, como o critério de informação Bayesiano ou o critério de informação de Akaike. A compensação complexidade-precisão se tornará importante quando descrevermos como usar a energia livre para comparação de modelos durante a análise de dados baseada em modelo - e no contexto de aprendizado de estrutura e redução de modelo. Inferir explicações que tenham complexidade mínima também é importante do ponto de vista cognitivo. Isso porque pode-se supor que atualizar o que se sabe (o anterior) para acomodar os dados

---

<sup>7</sup>Como o KL-Divergence, a entropia é uma quantidade da teoria da informação. É uma medida da dispersão (ou incerteza) de uma distribuição de probabilidade. Tecnicamente, é a média da probabilidade logarítmica negativa ou surpresa média.

<sup>8</sup>A complexidade, conforme usada aqui, pontua o grau em que devemos nos afastar de nossas crenças anteriores sobre o mundo para explicar os dados.

<sup>9</sup>Isso é chamado de precisão porque a precisão de uma explicação aumenta quando uma alta probabilidade logarítmica de resultados, esperada sob os estados ocultos inferidos, é atribuída a dados observados - ou seja, quando a distribuição prevista de resultados captura com precisão a distribuição medida.

acarreta um custo cognitivo (Ortega e Braun 2013, Zénon et al. 2019); portanto, uma explicação que diverge minimamente da anterior é preferível.

Nesta visão, o custo da complexidade é apenas uma surpresa bayesiana. Em outras palavras, o grau em que “mudo de ideia” é quantificado pela divergência entre o anterior e o posterior. Isso significa que toda explicação precisa para minhas sensações incorre em um custo de complexidade, e esse custo pontua o grau de atualização da crença bayesiana. A energia livre variacional, então, marca a diferença entre precisão e complexidade.

A linha final expressa a energia livre como um limite na evidência logarítmica negativa (veja a figura 2.4). Como a parte esquerda da figura ilustra, a energia livre é um limite superior na evidência logarítmica negativa, onde o limite é a divergência entre  $Q$  e a probabilidade posterior que teria sido obtida se fosse possível realizar exatamente (em oposição a variacional) inferência. A parte direita da figura mostra que, à medida que a divergência diminui, a energia livre se aproxima da evidência logarítmica negativa (surpresa) - e se torna igual a surpresa, se o  $Q$  posterior aproximado corresponder ao posterior exato  $P(x | y)$ . Isso oferece uma motivação formal para a inferência perceptiva como uma maneira de diminuir a energia livre otimizando nosso  $Q$  posterior aproximado o máximo possível.

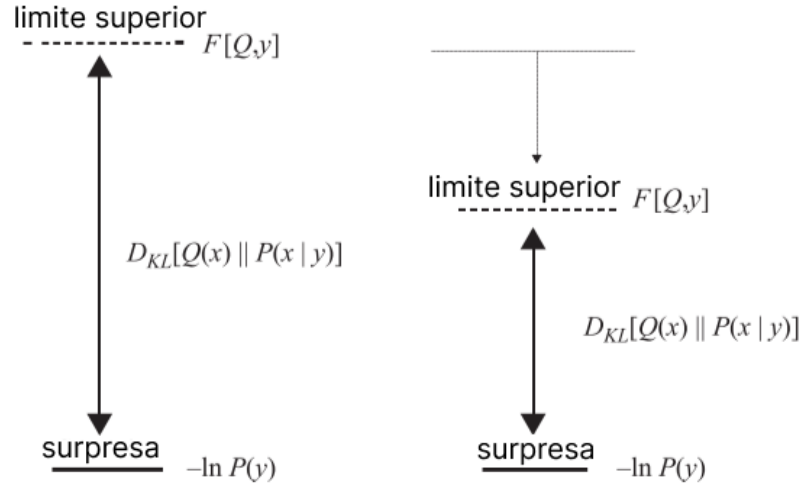


Figure 2.3: **Figura 2.4** Energia livre variacional como um limite superior na evidência logarítmica negativa.

A linha final da equação 2.5 mostra que a inferência perceptual não é a única maneira de minimizar a energia livre. Também poderíamos alterar o termo de evidência de log agindo para alterar os dados sensoriais. Essa decomposição é interessante do ponto de vista cognitivo, pois minimizar a divergência e maximizar a evidência mapeiam os dois subobjetivos complementares de percepção e ação, respectivamente; veja a figura 2.5. Observe que todas as expressões acima se tornam formas de caracterizar a evidência logarítmica negativa se substituirmos  $Q$  por  $P(x|y)$ , generalizando para o caso de inferência exata.

Em suma, a Inferência Ativa equivale a minimizar a energia livre variacional por percepção e ação. Essa minimização permite que um organismo ajuste seu modelo generativo às observações que amostra. Esse ajuste é uma medida tanto da adequação perceptual (como expressa pelo termo de divergência) quanto do controle ativo sobre os estados externos – no sentido de que permite que o organismo se mantenha em um conjunto adequado de estados preferidos, conforme definido pelo modelo generativo. Outra maneira de expressar isso é apelar para a divergência versus decomposição de evidências da energia livre. Igualando a evidência logarítmica negativa com surpresa e notando que a menor divergência possível é zero, vemos que a energia livre é um limite superior da surpresa. Isso significa que só pode ser maior ou igual a surpresa. Quando o organismo minimiza sua divergência (através da percepção), então a energia livre torna-se uma aproximação da surpresa. Quando um organismo altera adicionalmente as observações que reúne (atuando) para torná-las mais semelhantes às previsões anteriores, minimiza a surpresa.

A energia livre variacional tem um aspecto retrospectivo, pois é uma função de observações passadas e presentes, mas não futuras. Embora facilite inferências sobre o futuro com base em dados passados, não facilita diretamente formas prospectivas de inferência com base em dados futuros previstos. Isso é importante no planejamento e na tomada de decisões. Aqui, inferimos as melhores ações ou sequências de ações (políticas) com base nas observações futuras que se espera que elas tragam. Fazer isso requer que complementemos nossos modelos generativos com a noção de energia livre esperada.

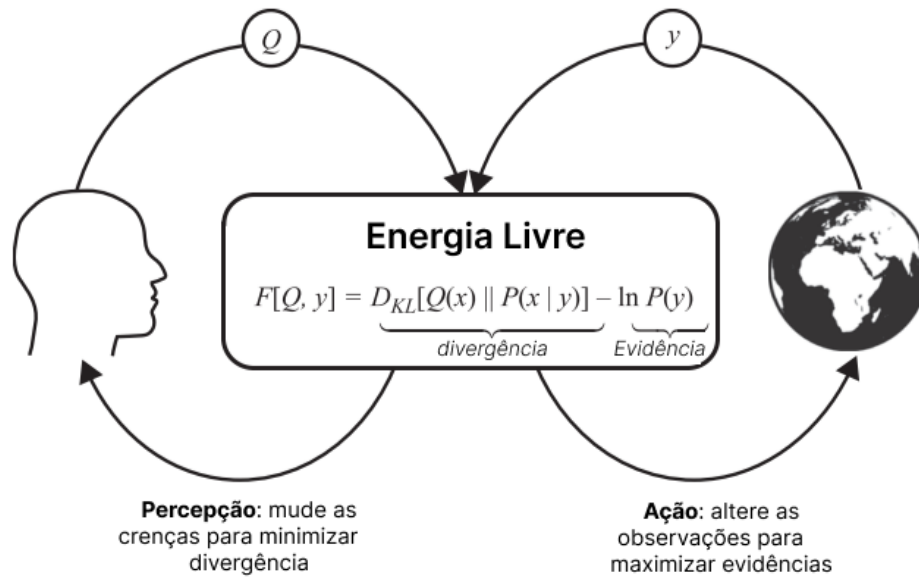


Figure 2.4: **Figura 2.5** Papéis complementares de percepção e ação na minimização da energia livre variacional.

## 2.7 Energia Livre Esperada e Planejamento como Inferência

A energia livre esperada estende a Inferência Ativa para incluir uma forma de cognição essencialmente prospectiva: planejamento. Planejar uma sequência de ações, como a série de movimentos necessários para escapar de um labirinto, requer considerar as observações futuras que se espera reunir. Por exemplo, as consequências de possíveis cursos de ação incluem ver um beco sem saída depois de virar à direita ou ver a saída após uma sequência de três curvas à esquerda. Cada sequência possível de ações é chamada de política. Isso destaca uma importante distinção feita na Inferência Ativa entre uma ação e uma política. O primeiro é algo que influencia diretamente o mundo exterior, enquanto o segundo é uma hipótese sobre um modo de se comportar. A implicação é que a Inferência Ativa trata o planejamento e a tomada de decisão como um processo de inferir o que fazer. Isso traz o planejamento firmemente para o domínio da inferência bayesiana e significa que devemos especificar prioritários e probabilidades como antes (seção 2.1). No entanto,



no lugar de rãs e maçãs, as alternativas são políticas comportamentais (é mais provável que eu olhe para o lago ou para a árvore?). Nesta seção, primeiro lidamos brevemente com a probabilidade - isto é, as consequências de seguir uma política - e depois nos voltamos para o anterior. É aqui que entra a energia livre esperada.

Os resultados dependentes de políticas não estão imediatamente disponíveis (eles estão no futuro), mas podem ser previstos encadeando dois componentes do modelo generativo. A primeira são nossas crenças sobre como os estados ocultos mudam em função das políticas. Entraremos em detalhes disso no capítulo 4. Por enquanto, usamos a notação  $x \sim$  para denotar uma sequência ou trajetória de estados ocultos ao longo do tempo, e condicionamos as trajetórias às políticas ( $\pi$ ) que uma criatura segue. Isso significa que a parte dinâmica do nosso modelo é dada por  $P(x \sim | \pi)$ . Com base em nosso exemplo anterior da maçã-rã, a política pode ser a decisão de ir a um lago ou a um pomar, o que altera a probabilidade de encontrar rãs versus maçãs.

O segundo componente do modelo é a distribuição de verossimilhança usual. Isso descreve quais observações esperar em todos os estados possíveis (por exemplo, pulando ou não, condicionado ao sapo ou à maçã). Ao combinar esses dois componentes, um organismo pode engajar seu modelo generativo indiretamente para executar “e se” ou simulações contrafactuais das consequências de suas possíveis ações ou políticas – por exemplo, “O que aconteceria se eu fosse ao lago?” Marginalizando sobre os estados, isso nos dá a probabilidade marginal ou evidência para uma política ( $P(y \sim | \pi)$ ), ou uma aproximação de energia livre para essa quantidade. Em outras palavras, saber como as políticas influenciam as transições de estado nos permite calcular a probabilidade de uma sequência de observações sob essa política. Como vimos na equação 2.1, precisamos combinar essa probabilidade com uma probabilidade anterior para calcular a probabilidade posterior de seguir uma política.

A Inferência Ativa decompõe esse problema de planejamento em duas operações sucessivas. A primeira é calcular uma pontuação para cada política. A segunda é formar crenças posteriores sobre as quais perseguir. A primeira define a crença prévia sobre as políticas a serem seguidas, onde as melhores políticas têm alta probabilidade e as piores políticas têm baixa probabilidade. Sob a Inferência Ativa, a qualidade de uma política é pontuada pela energia livre esperada negativa associada – assim como a qualidade de um ajuste de modelo é pontuada pela energia livre negativa desse modelo. A

energia livre esperada ( $G$ ) da política é diferente da energia livre variacional ( $F$ ), uma vez que o cálculo da primeira requer a consideração de observações futuras dependentes da política. Em contraste, este último considera apenas observações presentes e passadas. O cálculo da energia livre esperada, portanto, envolve o modelo generativo para prever observações futuras que resultariam de cada política – se ela fosse executada – até algum horizonte de planejamento. Além disso, como uma política se desdobra em várias etapas de tempo, a medida final da energia livre esperada para cada política deve ser integrada em todas as etapas de tempo futuras dessa política.

A energia livre esperada de cada política pode ser convertida em um índice de qualidade (tomando seu negativo) e é disponibilizada diretamente como a priori pelos agentes envolvidos na Inferência Ativa. Isso ocorre porque - consistente com a noção de energia potencial na física - a energia livre esperada é expressa no espaço de probabilidades logarítmicas. Convertê-lo em uma crença (ou distribuição de probabilidade) sobre políticas é então uma questão de exponenciar (para desfazer o log) e normalizar (para garantir consistência com a regra da soma no quadro 2.1). As políticas que estão associadas a uma menor energia livre esperada recebem maior probabilidade e se tornam as políticas que o organismo espera seguir.

Em última análise, inferir que estamos seguindo uma política específica tem consequências para os dados sensoriais que prevemos. Por exemplo, uma política que inclui flexionar o cotovelo implica em previsões sobre a entrada proprioceptiva dos músculos bíceps e tríceps. Isso fornece a ligação entre planejamento e ação, pois as previsões associadas a um plano se traduzem em ação que resolve discrepâncias com dados proprioceptivos medidos (consulte a seção 2.3).

## 2.8 O que é energia livre esperada?

Até agora, assumimos que durante o planejamento, o organismo pontua suas políticas de acordo com sua energia livre esperada. No entanto, evitamos o que a energia livre esperada realmente é. Como a energia livre variacional, a energia livre esperada pode ser decomposta de várias maneiras matematicamente equivalentes. Cada um deles fornece uma perspectiva alternativa sobre essa quantidade.

$$\begin{aligned}
G(x) &= \underbrace{-\mathbb{E}_{Q(\tilde{x}, \tilde{y}|\pi)}[D_{KL}[Q(\tilde{x}|\tilde{y}, \pi) || Q(\tilde{x}|\pi)]]}_{\text{ganho de informao}} - \underbrace{\mathbb{E}_{Q(\tilde{y}|\pi)}[\ln P(\tilde{y}|C)]}_{\text{valor pragmtico}} \\
&= \underbrace{\mathbb{E}_{Q(\tilde{x}, \tilde{y}|\pi)}[H[P(\tilde{y}, \tilde{x})]]}_{\text{ambiguidade esperada}} + \underbrace{D_{KL}[Q(\tilde{y}|\pi) || P(\tilde{y}|C)]}_{\text{risco(resultados)}} \\
&\leq \underbrace{\mathbb{E}_{Q(\tilde{x}, \tilde{y}|\pi)}[H[P(\tilde{y}, \tilde{x})]]}_{\text{ambiguidade esperada}} + \underbrace{D_{KL}[Q(\tilde{x}|\pi) || P(\tilde{x}|C)]}_{\text{risco(estados)}} \\
&= \underbrace{-\mathbb{E}_{Q(\tilde{x}, \tilde{y}|\pi)}[\ln P(\tilde{y}, \tilde{x}|C)]}_{\text{energia esperada}} - \underbrace{H[Q(\tilde{x}|\pi)]}_{\text{entropia}} \quad (2.6)
\end{aligned}$$

$$Q(\tilde{x}, \tilde{y}|\pi) \stackrel{\Delta}{=} Q(\tilde{x}|\pi)P(\tilde{y}|\tilde{x})$$

O primeiro deles é talvez o mais útil, intuitivamente, pois expressa o valor de buscar novas informações (ou seja, exploração(“/ prospecção”) exatamente nas mesmas unidades (nats) que o valor de buscar observações preferidas (ou seja, exploração(“/aproveitamento”), dissolvendo o clássico Dilema explorar-explorar em psicologia comportamental. Ao minimizar a energia livre esperada, o equilíbrio relativo entre esses termos determina se o comportamento é predominantemente exploratório ou explorador. Observe que o valor pragmático surge como uma crença prévia sobre observações, onde o parâmetro  $C$  inclui preferências. A ligação (potencialmente não intuitiva) entre crenças anteriores e preferências é descompactada no capítulo 7; por enquanto, notamos que esse termo pode ser tratado como uma utilidade ou valor esperado, sob a suposição de que resultados valiosos são os tipos de resultados que caracterizam cada agente (por exemplo, uma temperatura corporal de 37°C).

O termo ganho de informação herda da divergência que consideramos na seção 2.5, que garante que a energia livre seja um limite superior da surpresa. No entanto, há uma reviravolta: em vez de minimizar a divergência, queremos selecionar políticas que maximizem a divergência esperada – portanto, ganho de informação. Essa mudança se deve ao fato de que agora estamos obtendo uma média das probabilidades logarítmicas sobre os resultados que ainda não foram observados. Este é um ponto sutil que pode ser entendido em termos de resultados mudando seus papéis. Ao avaliar a energia livre dos resultados, os resultados são as consequências. No entanto, ao avaliar a

energia livre esperada, os resultados desempenham o papel de causas no sentido de que são variáveis que estão ocultas no futuro, mas explicam as decisões no presente.

O ganho de informação resultante penaliza as observações para as quais há um mapeamento de muitos para um de observações para estados - no sentido de que se pode obter as mesmas observações em diferentes estados - pois isso impede a atualização precisa da crença. Em inteligência artificial e robótica, os estados que trazem a mesma observação (por exemplo, duas junções em T de um labirinto que parecem idênticos) às vezes são chamados de *alias* e geralmente são difíceis de lidar usando métodos simples (ou seja, estímulo-resposta, sem inferência ou memória). O problema é que não podemos saber qual estado ocupamos apenas a partir de observações atuais. A Inferência Ativa evita entrar em tais situações em primeiro lugar, dado seu baixo potencial de ganho de informação.

Um exemplo simples pode ajudar a desfazer a distinção entre ganho de informação (ou valor epistêmico) e valor pragmático e destacar por que, na maioria das situações realistas, os valores pragmáticos e epistêmicos precisam ser perseguidos em conjunto. Imagine uma pessoa que quer um expresso e sabe que existem dois bons cafés na cidade: um que abre apenas de segunda a sexta e outro que abre apenas durante o fim de semana. Se ele não sabe que dia da semana é, ele deve primeiro selecionar uma ação que tenha valor epistêmico e resolva sua incerteza (ou seja, uma ação epistêmica para olhar o calendário) – e somente depois disso selecione uma ação que carregue valor pragmático e traz a recompensa (ou seja, uma ação pragmática para ir ao café correto). Esse cenário ilustra o fato de que, na maioria das situações incertas, deve-se primeiro realizar ações epistêmicas para resolver a incerteza antes de selecionar com confiança uma ação pragmática. Os métodos de seleção de políticas que não consideram a possibilidade epistêmica das escolhas só podem selecionar políticas usando geradores de números aleatórios – e muitas vezes perderão seu café expresso. Portanto, esquemas que consideram apenas valor pragmático são geralmente restritos a situações sem incerteza epistêmica, como no caso de uma pessoa que já sabe o dia da semana e, portanto, pode dirigir-se diretamente ao café correto.

A segunda decomposição na equação 2.6 é em termos de risco e ambiguidade esperada. Esses termos são análogos de complexidade e imprecisão: risco é a complexidade esperada e ambiguidade é a imprecisão esperada. Risco, uma

noção comum em economia, corresponde ao fato de que pode haver um mapeamento um-para-muitos entre políticas e suas consequências – no sentido de que se pode obter vários resultados diferentes (por acaso) sob a mesma política. Um exemplo é um cenário de jogo com recompensas estocásticas (por exemplo, um bandido de um braço só, também conhecido como caça-níqueis), em que se pode conhecer a distribuição de recompensas - digamos, que obteremos recompensa 10% das vezes. Isso é chamado de situação de risco em economia porque, após o mesmo movimento (puxar uma alavanca), pode-se obter duas observações diferentes (recompensa ou nenhuma recompensa). Isso significa que é preciso escolher políticas ou planos que acomodem a incerteza. Em esquemas sensíveis ao risco – como inferência ativa – o jogo é escolher políticas cujos resultados probabilísticos correspondam, no sentido de uma KL-Divergência, às preferências anteriores. Em suma, minimizar o custo da complexidade torna-se minimizar o risco quando ambos são medidas de afastamento de crenças anteriores.

Da mesma forma, a ambiguidade corresponde à imprecisão esperada devido a um mapeamento ambíguo entre estados e resultados. Um mapeamento é ambíguo se a distribuição dos resultados previstos for altamente dispersa (ou entrópica), mesmo que conheçamos os estados que os geram com total confiança. Por exemplo, a probabilidade de cara ou coroa no lançamento de uma moeda, condicionada pelo sol ou pela chuva, será extremamente ambígua, pois não há relação entre o clima e a chance de 50% de cara ou coroa. Como tal, não seria possível obter informações sobre o clima observando as caudas. Observe que a maioria das situações é dotada de risco e ambiguidade – o que implica um mapeamento de muitos para um entre estados e resultados e entre políticas e resultados. Lembre-se de que os resultados (observações) são o único tipo de variável que pode ser observada. A Inferência Ativa lida automaticamente com essas situações, porque a energia livre esperada compreende termos de risco e ambiguidade.

A terceira linha da equação 2.6 destaca uma formulação alternativa da energia livre esperada ao reexpressar o risco como uma divergência entre crenças sobre estados e preferências definidas em termos de estados. Uma característica atraente dessa forma é que ela pode ser rearranjada em uma energia e entropia esperadas em analogia com a energia livre variacional (equação 2.5). Embora essa relação seja atraente, uma desvantagem dessa formulação é que ela assume que o espaço de estados é conhecido a priori, de modo que as preferências anteriores podem ser associadas aos estados. Na maioria dos

cenários, isso não é um problema, e a escolha entre definir preferências em termos de estados ou resultados tem pouca relevância prática. No entanto, a prática comum é especificar preferências em termos de resultados – permitindo que o próprio espaço de estados seja aprendido enquanto preserva a motivação extrínseca.

Em resumo, a energia livre esperada pode ser decomposta em termos de risco e ambiguidade e em termos de valores pragmáticos e epistêmicos. Essas decomposições são interessantes, pois permitem uma compreensão formal da ampla variedade de situações com as quais a Inferência Ativa lida. Além disso, elas facilitam uma apreciação de como a Inferência Ativa inclui vários esquemas de decisão – que podem ser obtidos ignorando um ou mais componentes da energia livre esperada (figura 2.6). Se removermos as preferências anteriores, o valor pragmático torna-se irrelevante e toda ação é motivada por affordances epistêmicas – portanto, tais esquemas só podem lidar com a resolução da incerteza. Uma vez que as preferências anteriores são removidas, a energia livre esperada (negativa) é conhecida como surpresa Bayesiana esperada (no contexto da exploração atencional) ou motivação intrínseca (no contexto da aprendizagem autônoma). Se a ambiguidade for removida, o esquema resultante corresponde ao controle sensível ao risco ou KL na teoria do controle. Finalmente, se removermos tanto a ambiguidade quanto às preferências anteriores, o único imperativo restante é maximizar a entropia das observações (ou estados, se estiver usando a formulação da terceira linha da equação 2.6). Isso pode ser interpretado como amostragem de incerteza (ou manter as opções em aberto). A Inferência Ativa evidencia as relações formais entre esses esquemas e as situações (limitadas) em que eles se aplicam.

Embora tenhamos decomposto cuidadosamente a energia livre esperada de forma que pessoas diferentes possam ler esse funcional, não há maneira certa ou errada de dividi-la. Veremos na segunda metade deste livro por que sistemas autônomos de um certo tipo devem, em virtude de existir, escolher ações que pareçam minimizar a energia livre esperada. Essa perspectiva significa que não há papel privilegiado para imperativos epistêmicos (explorativos) versus pragmáticos (exploradores) – ou para risco versus ambiguidade. Essas (possivelmente falsas) dicotomias são apenas dois lados da mesma moeda existencial.



Figure 2.5: **Figura 2.6** Vários esquemas que podem ser derivados removendo termos da equação da energia livre. O painel superior mostra os termos que contribuem para a energia livre esperada. Os painéis inferiores mostram os esquemas resultantes da remoção de preferências anteriores (1), ambiguidade (2) ou tudo, exceto as preferências anteriores. Cada uma dessas quantidades aparece em vários campos diferentes sob uma variedade de nomes, mas todas podem ser vistas como componentes de a mesma energia livre esperada.

## 2.9 No final da estrada baixa

Tendo introduzido as duas noções distintas de energia livre variacional e energia livre esperada, estamos agora em condições de considerar o que elas alcançam juntas. Isso representa um ponto final para o caminho inferior da Inferência Ativa, a partir da noção de inferência inconsciente, via cérebro Bayesiano, a dualidade de percepção e ação e, finalmente, planejamento como inferência.

A energia livre variacional está no centro da Inferência Ativa. Ele mede o ajuste entre o modelo generativo interno e as observações (atuais e passadas). Ao minimizar a energia livre variacional, as criaturas maximizam sua evidência de modelo. Isso garante que o modelo generativo se torne um bom modelo do ambiente e que o ambiente esteja em conformidade com o modelo.

A energia livre esperada é uma forma de pontuar políticas alternativas para o planejamento. Isso é fundamentalmente prospectivo – considera possíveis observações futuras – e contrafactual – as possíveis observações futuras estão condicionadas às políticas que se podem adotar. A energia livre esperada mede a plausibilidade das políticas de ação em relação aos estados e observações preferidos (futuros). Ao pontuar as políticas em termos de sua energia livre negativa esperada, as criaturas envolvidas na Inferência Ativa efetivamente acreditam que seguem o curso de ação para o qual essa quantidade é mais baixa. Em termos psicológicos, isso implica que a crença de uma criatura sobre as políticas corresponde diretamente à sua intenção – que ela cumpre agindo.

Do ponto de vista conceitual, podemos associar a minimização da energia livre variacional e da energia livre esperada com dois laços inferenciais, um aninhado no outro. A minimização variacional de energia livre é o ciclo chave (externo) da Inferência Ativa, que é suficiente para otimizar a percepção e as crenças sobre as políticas. Um agente de Inferência Ativa também pode ser dotado de um modelo generativo das consequências de sua ação que envolve uma avaliação da energia livre esperada (o loop interno). Essa capacidade de planejar o futuro suporta formas prospectivas de seleção de ações, fornecendo valores de probabilidade para políticas (Friston, Samothrakis e Montague 2012; Pezzulo 2012).



## 2.10 Resumo

A Inferência Ativa é uma teoria de como os artefatos vivos sustentam sua existência minimizando a surpresa – ou um proxy tratável para surpreender, energia livre variacional – via percepção e ação. Neste capítulo, buscamos motivar essa ideia partindo de um tratamento bayesiano da percepção como inferência e estendendo-o ao domínio da ação. A inferência bayesiana baseia-se em um modelo generativo de como as observações sensoriais são geradas, que codifica (probabilisticamente) o conhecimento implícito do organismo do mundo – formalizado como crenças anteriores e os resultados esperados sob estados e políticas alternativas.

A tomada específica da Inferência Ativa nos força a revisitar a semântica usual de um prior na inferência Bayesiana. Os estados esperados são preferidos e incluem as condições do organismo para a sobrevivência (por exemplo, estados objetivos específicos de nicho), enquanto seus opostos – estados surpreendentes – são despreferidos. Dessa forma, ao atender suas expectativas, os agentes de Inferência Ativa garantem sua própria sobrevivência. Dadas as importantes ligações entre a noção de a priori e as condições que sustentam a existência de um organismo, também podemos dizer que, na Inferência Ativa, a identidade de um agente é isomórfica com suas a priori. Essa terminologia se tornará mais familiar mais adiante no livro.

Observe que, nessa visão, surpresa (ou às vezes surpresa) é uma construção formal da teoria da informação e não necessariamente equivalente a uma construção psicológica (popular). Grosso modo, quanto mais o estado do organismo difere do estado anterior (que codifica os estados preferidos), mais surpreendente é – portanto, a Inferência Ativa equivale à ideia de que um organismo (ou seu cérebro) tem que minimizar ativamente sua surpresa para permanecer vivo. Sob certas condições, a minimização da surpresa pode ser interpretada como a redução da discrepância entre o modelo e o mundo. Mais geralmente, a quantidade que é realmente minimizada na Inferência Ativa é a energia livre variacional. A energia livre variacional é uma aproximação (limite superior) da surpresa e pode ser minimizada de forma eficiente usando a passagem de mensagens químicas ou neuronais e informações que estão disponíveis para o modelo generativo do organismo.

É importante ressaltar que tanto a percepção quanto a ação minimizam a energia livre variacional de maneiras complementares: refinando sua estima-

tiva (crença posterior) e realizando ações que amostram seletivamente o que é esperado. Além disso, o Active Inference também minimiza a energia livre esperada seguindo políticas associadas a ambiguidade e risco mínimos. A energia livre esperada então estende a Inferência Ativa para formas de inferência prospectivas e contrafactuais. Isso completa nossa jornada ao longo da estrada secundária para a Inferência Ativa. No capítulo 3, percorreremos a estrada principal, que chega à mesma conclusão com base nos primeiros princípios e na auto-organização.

## Chapter 3

# O caminho para a inferência ativa

Máquinas de sobrevivência que podem simular o futuro estão um salto à frente das máquinas de sobrevivência que só podem aprender com base em tentativa e erro evidentes. O problema com o julgamento aberto é que leva tempo e energia. O problema com o erro evidente é que muitas vezes é fatal. A simulação é mais segura e mais rápida. —Richard Dawkins

### 3.1 Introdução

No capítulo 2, motivamos a introdução da energia livre como meio de realizar inferência Bayesiana aproximada (ou seja, o caminho inferior para a Inferência Ativa). Aqui, introduzimos a energia livre de outra perspectiva, a da estrada principal, que inverte esse raciocínio: ela parte dos primeiros princípios da física estatística e do imperativo central de que os organismos devem manter sua existência - ou seja, evitar estados surpreendentes - e então introduz a minimização da energia livre como uma solução computacionalmente tratável para este problema. O capítulo revela a equivalência formal entre a minimização da energia livre variacional e a maximização da evidência do modelo (ou auto-evidência) em inferência Bayesiana aproximada, revelando uma conexão entre energia livre e perspectivas Bayesianas em sistemas adaptativos. Finalmente, discute como a Inferência Ativa fornece uma nova

perspectiva de primeiro princípio para entender o comportamento (ótimo).

A Inferência Ativa é uma teoria de como os organismos vivos mantêm sua existência minimizando a surpresa – ou um substituto tratável para surpreender, energia livre variacional – via percepção e ação. Partindo dos primeiros princípios, avança um novo esquema baseado em crenças para entender o comportamento e a cognição, que tem inúmeras implicações empíricas.

O caminho para a Inferência Ativa parte da premissa de que, para sobreviver, qualquer organismo vivo precisa se manter em um conjunto adequado de estados preferidos, evitando outros estados não preferidos do ambiente. Esses estados preferidos são definidos em primeiro lugar por adaptações evolutivas específicas de nicho. No entanto, como veremos mais tarde, em organismos avançados, isso também pode se estender a objetivos cognitivos aprendidos. Por exemplo, para sobreviver, um peixe tem que ficar em uma zona de conforto que corresponde a um pequeno subconjunto de todos os estados possíveis do universo: tem que ficar na água. Da mesma forma, um ser humano precisa garantir que seus estados internos (por exemplo, variáveis fisiológicas como temperatura corporal e frequência cardíaca) permaneçam sempre dentro de faixas aceitáveis - caso contrário, eles morrerão (ou, mais precisamente, se tornarão outra coisa, como um cadáver). Essa faixa aceitável ou zona de conforto define estipulativamente os estados característicos em que algo deve estar para ser essa coisa.

Os organismos vivos resolvem esse problema biológico fundamental exercendo controle ativo sobre seus estados (por exemplo, da temperatura corporal) em muitos níveis, que variam de mecanismos reguladores automáticos, como sudorese (fisiologia), a mecanismos cognitivos, como comprar e consumir uma bebida (psicologia). ) a práticas culturais como a distribuição de sistemas de ar condicionado (ciências sociais).

De uma perspectiva mais formal, a Inferência Ativa apresenta o problema biológico da – ou explicação para – a sobrevivência como minimização de surpresas. Essa formulação se baseia em uma definição técnica de estados surpreendentes da teoria da informação – essencialmente, estados surpreendentes indexam aqueles fora da zona de conforto dos organismos vivos. Em seguida, propõe a minimização da energia livre como uma maneira prática e biologicamente fundamentada para que organismos ou sistemas adaptativos minimizem a surpresa dos encontros sensoriais.

## 3.2 Envoltórios de Markov

Uma pré-condição importante para qualquer sistema adaptativo é que ele deve desfrutar de alguma separação e autonomia do ambiente – sem o qual ele simplesmente se dissiparia, dissolveria e, assim, sucumbiria à dinâmica ambiental. Na ausência dessa separação, não haveria surpresa a minimizar; deve haver algo para se surpreender e algo para se surpreender. Em outras palavras, há pelo menos duas coisas – sistema e ambiente – e elas podem ser desambiguações uma da outra. Uma maneira formal de expressar uma separação entre um sistema e o resto do ambiente é a construção estatística de um envoltório de Markov (Pearl 1988); ver quadro 3.1

---

### quadro 3.1 Envoltórios de Markov

---

Um envoltório de Markov é um importante conceito recorrente neste livro (Friston 2019a, Kirchhoff et al. 2018, Palacios et al. 2020). Tecnicamente, um envoltório (b) é definido da seguinte forma:

$\mu \perp x|b \iff p(\mu, x|b) = p(\mu|b)p(x|b)$  Isso diz (de duas maneiras diferentes, mas equivalentes) que uma variável  $\mu$  é condicionalmente independente de uma variável  $x$  se  $b$  for conhecido. Em outras palavras, se conhecemos  $b$ , conhecer  $x$  não nos daria informações adicionais sobre  $\mu$ . Um exemplo comum disso é uma cadeia de Markov, onde o passado causa o presente causa o futuro. Nesse cenário, o passado só pode influenciar o futuro por meio do presente. Isso significa que nenhuma informação adicional sobre o futuro é obtida descobrindo sobre o passado (assumindo que conhecemos o presente). Para identificar um envoltório de Markov em um sistema em que conhecemos as dependências condicionais, podemos seguir uma regra simples. O envoltório para uma determinada variável inclui seus pais (as variáveis das quais ela depende), seus filhos (as variáveis que dependem dela) e, em algumas configurações, os outros pais de seus filhos.

---

Em resumo, um envoltório de Markov é o conjunto de variáveis que medeiam todas as interações (estatísticas) entre um sistema e seu ambiente. A Figura 3.1 ilustra uma interpretação de um envoltório de Markov em um cenário dinâmico. Aqui as independências condicionais foram complementadas com restrições dinâmicas, de modo que os fluxos não dependam de estados no lado oposto do envoltório.

O envoltório de Markov na figura 3.1 distingue estados internos ao sistema adaptativo (ou seja, atividade cerebral) de estados externos do ambiente. Além disso, identifica dois estados adicionais, estados sensoriais rotulados e estados ativos, que formam o envoltório que (estatisticamente) separa os estados internos e externos. A separação estatística significa que, se soubéssemos sobre os estados ativo e sensorial, os estados externos não ofereceriam informações adicionais sobre os estados internos (e vice-versa). Em uma configuração dinâmica, isso é frequentemente interpretado como dizendo que os estados internos não podem alterar diretamente os estados externos, mas podem fazê-lo vicariamente alterando os estados ativos. Da mesma forma, os estados externos não podem alterar diretamente os estados internos, mas podem fazê-lo indiretamente, alterando os estados sensoriais.

Esta é uma reafirmação do ciclo clássico de percepção de ação, em que um sistema adaptativo e seu ambiente podem interagir (apenas) por meio de ações e observações, respectivamente. Esta reformulação tem dois benefícios principais.

Primeiro, formaliza o fato de que os estados internos de um sistema adaptativo são autônomos da dinâmica ambiental e, portanto, podem resistir às suas influências. Em segundo lugar, ela estrutura a maneira pela qual os sistemas adaptativos minimizam sua surpresa: destaca os estados internos, sensoriais e ativos aos quais eles têm acesso. Especificamente, a surpresa é definida em relação aos estados sensoriais, enquanto a dinâmica dos estados internos e ativos são os meios pelos quais a surpresa dos estados sensoriais pode ser minimizada.

O ponto-chave a ser observado aqui é que os estados internos de um sistema adaptativo têm uma relação formal com os estados externos. Isso se deve a um tipo de simetria em toda o envoltório de Markov, pois tanto influenciam quanto são influenciadas por estados do envoltório. Uma consequência disso é que podemos construir distribuições de probabilidade condicional para os estados internos e externos, dados os estados gerais. Como eles estão condicionados aos mesmos estados gerais, podemos associar pares de estados internos e externos esperados entre si. Em outras palavras, em média, os estados interno e externo adquirem uma espécie de sincronia (generalizada) – exatamente como poderíamos antecipar ao prender um pêndulo a cada extremidade de uma viga de madeira. Com o tempo, à medida que se sincronizam, cada pêndulo torna-se preditivo do outro através da influência

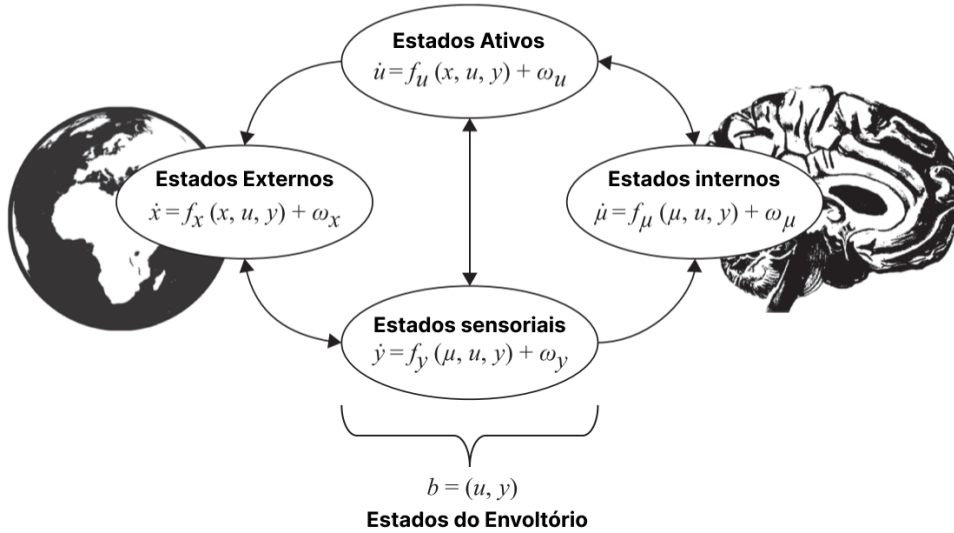


Figure 3.1: **Figura 3.1** Um envoltório de Markov dinâmico, que separa um sistema adaptativo (aqui, o cérebro) do ambiente. A dinâmica de cada conjunto de estados é determinada por um fluxo determinístico especificado como uma função ( $f$ ) fornecendo a taxa média de variação e flutuações estocásticas adicionais (aleatórias) ( $\omega$ ). As setas indicam a direção da influência de cada variável sobre as taxas de variação de outras variáveis (tecnicamente, os elementos não nulos dos jacobianos associados). Isso é apenas um exemplo; pode-se usar um envoltório de Markov para separar um organismo inteiro do ambiente ou aninhar vários envoltórios de Markov um dentro do outro. Por exemplo, cérebros, organismos, díades e comunidades podem ser concebidos em termos de diferentes envoltórios de Markov que estão aninhadas umas nas outras (veja Friston 2019a; Parr, Da Costa e Friston 2020 para um tratamento formal). Confusamente, campos diferentes usam notações diferentes para as variáveis; às vezes, os estados sensoriais são denotados por  $s$ , estados externos  $\eta$  e estados ativos  $a$ . Aqui escolhemos variáveis para consistência com os outros capítulos deste livro.

vicária do feixe (Huygens 1673).

A Figura 3.2 oferece uma intuição gráfica para essa relação. Isso significa que, se pudermos escrever distribuições independentes sobre estados externos e internos, dado seu envoltório de Markov, os dois estados se tornarão informativos um sobre o outro por meio desse envoltório.

Essa sincronia dá aos estados internos a aparência de representar (ou modelar) estados externos — o que remete à ideia de minimização da surpresa apresentada no capítulo 2. Isso porque a surpresa depende de um modelo interno de como os dados sensoriais são gerados. Para recapitular, minimizar a surpresa (probabilidade logarítmica negativa) de observações sensoriais torna-se idêntica a maximizar a evidência (probabilidade marginal) para o modelo, que é apenas a probabilidade de observações sensoriais sob esse modelo. Essa noção de minimização de surpresas pode ser entendida a partir de duas perspectivas equivalentes – bayesiana e de energia livre –, que discutiremos a seguir.

### 3.3 Minimização de surpresa e auto-evidência

Sob uma perspectiva bayesiana, um agente com um envoltório de Markov parece modelar o ambiente externo no sentido de que estados internos correspondem (em média) a uma representação probabilística – uma crença posterior aproximada – de estados externos do sistema (figura 3.2). A dinâmica dos estados internos corresponde a uma forma de inferência bayesiana (aproximada) de estados externos, pois seu movimento altera a distribuição de probabilidade associada, que é proporcionada por um modelo generativo implícito de como as sensações (ou estados sensoriais no jargão do envoltório de Markov) são gerados. Se restabelecermos a noção de um agente como constituído por estados internos e gerais, podemos falar sobre o modelo generativo de um agente.

É importante ressaltar que o modelo generativo do agente não pode simplesmente imitar a dinâmica externa (caso contrário, o agente simplesmente seguiria a dinâmica dissipativa externa). Em vez disso, o modelo também deve especificar as condições preferenciais para a existência do agente, ou as regiões de estados que o agente deve visitar para manter sua existência, ou satisfazer os critérios de sua existência em termos de ocupação de estados





Figure 3.2: Figura 3.2 Associação entre estados internos médios de um envoltório de Markov e distribuições de estados externos. Topo: Assumindo uma forma gaussiana linear para as probabilidades condicionais, esses gráficos mostram amostras da distribuição condicional sobre estados externos e internos, respectivamente, dados estados gerais. As linhas pretas grossas indicam a média dessas variáveis, dado o estado do envoltório associado. Inferior esquerdo: Os mesmos dados são plotados para ilustrar a sincronização de estados internos e externos proporcionada pelo compartilhamento de um envoltório de Markov – aqui, uma sincronização inversa. As linhas tracejadas e a cruz preta ilustram que se conhecêssemos o estado médio interno (linha vertical), poderíamos identificar o estado médio externo (linha horizontal) e a dispersão em torno deste ponto. Inferior direito: Podemos associar o estado interno médio com uma distribuição sobre o estado externo.

característicos. Esses estados preferidos (ou observações) podem ser especificados como os anteriores do modelo - o que implica que o modelo assume implicitamente que suas sensações preferidas (anteriores) são mais prováveis de ocorrer (ou seja, são menos surpreendentes) se satisfizer os critérios de existência. Isso significa que tem um viés de otimismo implícito. Esse viés de otimismo é necessário para que o agente vá além da mera duplicação de dinâmicas externas para prescrever estados ativos que subscrevem seus estados preferenciais ou característicos.

Sob essa formulação, pode-se definir o comportamento ótimo (com relação às preferências anteriores) como a maximização da evidência do modelo por percepção e ação. De fato, a evidência do modelo resume quão bem o modelo generativo se ajusta ou explica as sensações. Um bom ajuste indica que o modelo explica com sucesso suas sensações (este é o lado descritivo da inferência); ao mesmo tempo, realiza suas sensações preferidas, já que são menos surpreendentes (este é o lado prescritivo da inferência). Esse bom ajuste é uma garantia de minimização da surpresa, pois maximizar a evidência do modelo  $P(y)$  é matematicamente equivalente a minimizar a surpresa:  $\mathcal{J}(y) = -\ln P(y)$ .

Uma forma de reformular os argumentos acima de forma mais sucinta consiste em dizer que qualquer sistema adaptativo se engaja em “auto-evidência” (Hohwy 2016). Autoevidenciar aqui significa agir para reunir dados sensoriais consistentes com (ou seja, que fornece evidência para) um modelo interno, maximizando assim a evidência do modelo.

### 3.3.1 Minimização de surpresa como um princípio hamiltoniano de menor ação

Nas seções anteriores, afirmamos que a surpresa deve ser minimizada, mas não detalhamos por que isso acontece. Embora os detalhes da física subjacente da autoevidência estejam fora do escopo deste livro (consulte Friston 2019b para obter detalhes), fornecemos aqui uma breve visão geral dos princípios. Estes são sustentados pela ideia de que criaturas biológicas – com envoltórios de Markov – persistem ao longo do tempo, resistindo aos efeitos dispersivos das flutuações ambientais. A persistência de um envoltório de Markov implica que a distribuição de estados do envoltório permanece constante ao longo do tempo. Simplificando, isso significa que qualquer desvio

de estados sensoriais (ou ativos) de regiões que são altamente prováveis sob essa distribuição deve ser corrigido pelo fluxo médio de estados (que é apenas a parte determinística do fluxo na figura 3.1). Expressando isso como um físico poderia, sistemas estocásticos (aleatórios) em estado estacionário se envolvem em dinâmicas que (em média) descem uma função de energia (ou Hamiltoniana) que é interpretável como uma evidência de log negativo ou surpresa. Isso é como uma bola rolando morro abaixo de alta energia potencial gravitacional no topo da colina para baixa energia em uma bacia. Veja a figura 3.3.

Para o sistema mostrado à esquerda da figura 3.3, toda vez que uma flutuação causa um movimento para um estado menos provável, isso é corrigido por um movimento para cima no gradiente de probabilidade, de modo que o sistema ocupe regiões com densidade de probabilidade maior parte do tempo. O principal insight aqui é que esse sistema mantém os estados sensoriais dentro de uma faixa estreita, minimizando a surpresa (em média) – em contraste com o sistema da direita, para o qual a surpresa cresce indefinidamente.

A minimização da surpresa permite que os organismos vivos resistam (temporariamente) à segunda lei da termodinâmica, que afirma que a entropia – ou a dispersão de estados sistêmicos – sempre cresce. Isso porque, em média, a entropia é a média de longo prazo da surpresa e, em média, a maximização de uma probabilidade logarítmica de observações é equivalente à minimização da entropia (Shannon) <sup>3</sup>

$$H[P(y)] = \mathbb{E}_{P(y)}[\mathcal{J}(y)] = -\mathbb{E}_{P(y)}[\ln \mathbb{P}(y)] \quad (3.1)$$

Garantir que uma pequena proporção de estados sensoriais seja ocupada com alta probabilidade é equivalente a manter uma entropia particular. Essa é uma característica definidora dos sistemas auto-organizados, há muito reconhecida pelas teorias cibernéticas.

---

<sup>2</sup>Desequilíbrio aqui se refere à ausência de equilíbrio detalhado. O equilíbrio detalhado é a invariância de um sistema sob reversão no tempo, uma vez que atingiu o estado estacionário. Podemos ver que o sistema da esquerda da figura 3.3 não possui equilíbrio detalhado, pois a trajetória tende a se curvar no sentido anti-horário em torno dos contornos de surpresa. Se fôssemos reproduzir isso ao contrário, o sistema pareceria girar no sentido horário.

<sup>3</sup>Isso não é o mesmo que dizer que sistemas que minimizam surpresas devem minimizar sua entropia. Como vemos na figura 3.3, o sistema não tende a uma distribuição (ponto) infinitamente precisa que minimizaria a entropia, mas mantém uma dispersão consistente ao longo do tempo – limitando a entropia de cima e de baixo.

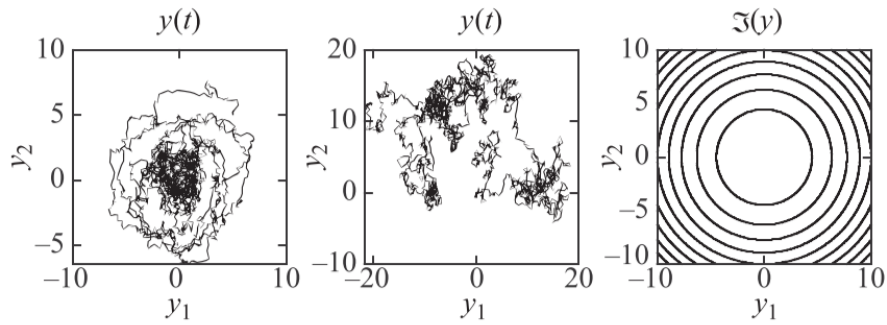


Figure 3.3: **Figura 3.3** Esquerda: Caminho tomado por um sistema dinâmico aleatório bidimensional com um estado estacionário (não-equilíbrio<sup>2</sup>). Isso pode ser interpretado como minimizando sua surpresa, que é mostrada no gráfico de contorno à direita. Direita: O centro é a região menos surpreendente; os círculos que se afastam do centro representam regiões progressivamente mais surpreendentes. Meio: Em contraste, este gráfico mostra a trajetória de um sistema começando no mesmo lugar (5, 5), com flutuações aleatórias de mesma amplitude, cuja dinâmica não guarda relação com surpresa. Não só entra em regiões mais surpreendentes do espaço; também não consegue atingir qualquer tipo de estado estacionário, dissipando-se de forma irrestrita ao longo do tempo. O escopo da Inferência Ativa é restrito a sistemas como o da esquerda – que contrariam flutuações aleatórias com seu fluxo médio e, assim, mantêm sua forma ao longo do tempo.

Do ponto de vista de um fisiologista, a minimização de surpresas formaliza a ideia de homeostase. À medida que um valor de sensor sai de sua faixa ideal, mecanismos de feedback negativo entram em ação que revertem esses desvios. De uma perspectiva de controle, podemos interpretar o comportamento ótimo em relação a alguma densidade de probabilidade de estado estacionário desejada. Em outras palavras, se definirmos uma distribuição de resultados preferidos, o comportamento ótimo envolverá a evolução do sistema em direção a essa distribuição e sua manutenção.

Como vimos no capítulo 2, a energia livre é um limite superior para a surpresa, sugerindo que o comportamento ótimo pode ser obtido minimizando a energia livre em face de flutuações aleatórias. Lembre-se de que a diferença entre energia livre e surpresa é a divergência entre uma probabilidade posterior exata (isto é, a distribuição de estados externos dados estados envoltórios) e uma probabilidade posterior aproximada (isto é, a distribuição sobre estados externos dados estados internos médios). Como tal, o movimento dos estados internos pode ser pensado como minimizando a divergência, o que permite que os estados ativos, em média, minimizem a surpresa que acompanha os estados sensoriais. Em outras palavras, o comportamento ótimo resultante da minimização da energia livre é aquele que é menos surpreendente e segue um caminho de menor Ação <sup>4</sup> do estado atual para o estado desejado – ou seja, o princípio hamiltoniano de menor Ação aplicado ao comportamento .

A Figura 3.3 mostra um exemplo muito simples de um sistema equipado com um atrator aleatório. Isso é análogo a um termostato, que (no jargão cibernético) tem um único ponto de ajuste e não pode aprender ou planejar. A Inferência Ativa visa usar o mesmo aparato explicativo para cobrir sistemas muito mais complexos e adaptativos. Aqui, a diferença entre sistemas mais simples e mais complexos pode ser reduzida às diferentes formas de seus atratores – de pontos fixos a dinâmicas cada vez mais complexas e itinerantes. A partir dessa perspectiva, pode-se entender os organismos vivos como buscando constantemente um compromisso entre estabilidade excessiva e dispersão excessiva – e a Inferência Ativa visa explicar como esse compromisso é alcançado.

---

<sup>4</sup>O A maiúsculo é usado para distinguir Ação como uma integral de caminho de uma Lagrangiana da ação como a dinâmica dos estados ativos de um envoltório de Markov.

### 3.4 Relações entre Inferência, Cognição e Dinâmica Estocástica

O físico E. T. Jaynes ficou famoso por argumentar que a inferência, a teoria da informação e a física estatística são perspectivas diferentes sobre a mesma coisa (Jaynes 1957). Nas seções anteriores, discutimos como as perspectivas Bayesiana e da física estatística oferecem duas maneiras equivalentes de entender a minimização de surpresas e o comportamento ideal – adicionando efetivamente uma forma de cognição à tríade de Jaynes. Essa equivalência entre várias escolas de pensamento é atraente, mas pode ser confusa para quem não está familiarizado com os respectivos formalismos, onde muitas palavras diferentes são usadas para se referir às mesmas quantidades. Para ajudar a desmistificar isso, nesta seção elaboramos as principais equivalências entre as perspectivas Bayesiana e Física Estatística e suas interpretações cognitivas; veja a tabela 3.1 para um resumo e o quadro 3.2.

**Tabela 3.1** Física estatística, inferência bayesiana e teoria da informação - e suas interpretações cognitivas

Física estatística	Inferência Bayesiana e Teoria da Informação	Interpretação cognitiva
Minimize a energia livre variacional	Maximize a evidência do modelo (ou probabilidade marginal); minimizar a surpresa (ou auto-informação)	Percepção e ação
Minimize a energia livre esperada; Hamiltoniano princípio da menor ação	Inferir o curso de ação mais provável (ou menos surpreendente)	Planejamento como inferência
Atingir o estado estacionário de não equilíbrio	Realizar inferência Bayesiana aproximada	Auto-evidência

Física estatística	Inferência Bayesiana e Teoria da Informação	Interpretação cognitiva
Fluxos de gradiente em funções de energia; gradiente descendente em energia livre	Ascensão do gradiente na evidência do modelo; descida gradiente na surpresa	Dinâmica neuronal

---

Quadro 3.2 Energia livre em física estatística e inferência ativa

---

A noção de energia livre é amplamente utilizada em física estatística para caracterizar (por exemplo) sistemas termodinâmicos. Embora a Inferência Ativa use exatamente as mesmas equações, ela as aplica para caracterizar o estado de crença de um agente (em relação a um modelo generativo). Assim, quando falamos de um agente de Inferência Ativa minimizando sua energia livre (variacional), estamos nos referindo a processos que mudam seu estado de crença, não (por exemplo) as partículas de seu corpo. Para evitar mal-entendidos, usamos o termo energia livre variacional, adotando uma terminologia mais comum em aprendizado de máquina. Outro ponto mais sutil é que o conceito de energia livre é frequentemente usado no contexto da termodinâmica estatística de equilíbrio. A Inferência Ativa tem como alvo organismos vivos – ou sistemas de estado estacionário de não equilíbrio que são abertos – que apresentam trocas contínuas e recíprocas com o meio ambiente. Este é um campo de romance emocionante (Friston 2019a).

---

### 3.4.1 Energia Livre Variacional, Evidência Modelo e Surpresa

Uma primeira equivalência importante é entre a maximização da evidência do modelo (ou probabilidade marginal) na inferência Bayesiana e a minimização da energia livre variacional – ambas minimizam a surpresa. Essa equivalência torna-se evidente quando se apela para uma solução aproximada específica para problemas intratáveis de inferência – inferência variacional. A inferência variacional reformula o problema de inferência como um problema de otimização minimizando a energia livre. O mínimo da energia livre é o

ponto em que a aproximação da solução exata está no seu melhor. Expressar isso formalmente esclarece as relações entre as três quantidades:

$$\underbrace{\mathfrak{I}(y|m)}_{\text{Surpresa}} = \underbrace{-\ln P(y|m)}_{\text{Evidência do modelo}} \leq \underbrace{D_{KL}[Q(x)||P(x|y, m)] - \ln P(y|m)}_{\text{Energia Livre Variacional}} \quad (3.2)$$

Na equação 3.2, diferentemente do capítulo 2, condicionamos explicitamente todas as quantidades em um modelo,  $m$ , para enfatizar que elas dependem do modelo que temos (ou somos) sobre como  $y$  são gerados, e as quantidades irão variar se modelos diferentes são usados. A equivalência dessas quantidades levanta a questão de por que é útil distingui-las. A principal razão é que, ao contrário da evidência do modelo, a energia livre variacional pode ser minimizada de forma eficiente.

Lembre-se do capítulo 2 que a energia livre variacional só é exatamente equivalente à evidência negativa do modelo ou surpresa quando o termo KL-Divergência se torna zero. Isso nem sempre é possível, mas pode ser feito próximo de zero. Assim, no processo de encontrar valores cada vez melhores para  $Q(x)$ , a energia livre variacional também se aproxima mais da surpresa. Já dissemos isso algumas vezes porque é importante enfatizar a relação central entre energia livre e surpresa que é a base deste livro. Especificamente, a energia livre é um limite superior para a surpresa. Pode ser o mesmo ou maior que a surpresa – onde o que é maior do que é quantificado pela KL-Divergence.

Um aspecto interessante disso é que qualquer sistema que minimize sua surpresa, incluindo o sistema muito simples da figura 3.2, também está minimizando uma energia livre, onde  $Q(x)$  é sempre igual à probabilidade a posteriori exata - isto é, definindo o KL-Divergence como zero. Uma perspectiva sobre a diferença entre sistemas cognitivos e não cognitivos é que os últimos sempre têm uma divergência KL zero, enquanto os sistemas cognitivos devem passar pelo processo (perceptual) de minimizar esse termo antes que suas ações sejam garantidas para minimizar a surpresa. Observe que minimizar a divergência é a única coisa que a percepção pode fazer.

Isso dá muita ênfase ao movimento dos estados internos, de modo que a distribuição que eles parametrizam (figura 3.2) é o mais próximo possível da posterior exata. No entanto, a percepção não pode minimizar o segundo



componente (evidência) da energia livre variacional que corresponde à surpresa real, porque não pode alterar as sensações que foram coletadas. Somente agindo de maneira que mude as sensações, um agente pode minimizar o segundo componente (evidência) da energia livre variacional e resolver sua surpresa – ou, equivalentemente, maximizar sua evidência de modelo. Isso coloca ênfase no movimento de estados ativos, dados estados internos, em auto-evidência.

Um exemplo ajuda a ilustrar este ponto. Imagine que seu modelo generativo preveja uma distribuição dos níveis de glicose em seu sangue, de acordo com os níveis de fome, com níveis de glicose relativamente altos versus baixos relacionados à saciedade e à fome, respectivamente. Além disso, imagine que esse modelo atribua uma probabilidade anterior mais alta à saciedade e, portanto, a níveis relativamente altos de glicose – tornando os níveis baixos de glicose surpreendentes. Imagine que você está inicialmente incerto sobre seus níveis de fome e sente a glicemia baixa. A percepção leva à inferência de que você está com fome e à experiência da fome – fechando a KL-Divergence. No entanto, a percepção não pode ir além disso para reduzir sua surpresa – e a discrepância entre o alto nível de glicose que você espera a priori e o baixo nível de glicose que você sente – porque ela não pode agir em suas sensações (baixa glicose) ou em suas sensações. causas (fisiologia). Você só pode minimizar sua surpresa agindo para mudar (a fonte oculta de) as sensações que você reúne – por exemplo, comendo uma sobremesa.

Em suma, a percepção pode minimizar a energia livre variacional ao reduzir a discrepância entre o posterior aproximado e o verdadeiro, mas não pode ir além na minimização da surpresa. O próximo passo da minimização da surpresa envolve a mudança das sensações que se obtém ao agir, que é onde a inferência vai além da percepção e se torna ativa.

### 3.4.2 Energia Livre Esperada e Inferência da Trajetória Mais Provável

Outra equivalência importante é entre a minimização da energia livre esperada e a inferência do curso de ação ou política mais provável. Isso vai além de especificar a parte menos surpreendente do espaço de estados e trata de quão surpreendentes podem ser as rotas alternativas para essa parte ou local. Esses caminhos alternativos são expressos em termos de políticas, que

são essencialmente trajetórias entre estados. É importante ressaltar que na Inferência Ativa a probabilidade de log

Outra equivalência importante é entre a minimização da energia gratuita esperada e a inferência do curso de ação ou política mais provável. Isso vai além de especificar a parte menos surpreendente do espaço de estados e lida com o quão surpreendentes podem ser as rotas alternativas para essa parte ou local. Esses caminhos alternativos são expressos em termos de políticas, que são essencialmente trajetórias entre estados. É importante ressaltar que na Inferência Ativa a probabilidade logarítmica de uma política é definida proporcionalmente à energia livre esperada se essa política for seguida. Isso implica que o caminho mais provável ou menos surpreendente é (definido para ser) aquele que minimiza a energia livre esperada. Esta formulação é equivalente à forma como Ação é definida na física, onde pontua a probabilidade de um caminho por uma integral (ou soma) de uma energia. Enquanto um sistema físico pode perseguir um espaço de trajetórias hipotéticas, o caminho que ele realmente segue é aquele para o qual Ação é minimizada – ou seja, o princípio da menor Ação de Hamilton. Essa analogia entre a Inferência Ativa e o princípio da menor Ação de Hamilton é descompactada na próxima seção.

### 3.5 Inferência ativa: uma nova base para entender o comportamento e a cognição

Em campos como controle ótimo, aprendizado por reforço e economia, a otimização do comportamento resulta de uma função de valor de estados, seguindo a equação de Bellman (Sutton e Barto 1998). Essencialmente, a cada estado (ou par estado-ação) é atribuído um valor, que representa quão bom é um estado para um agente estar. O valor dos estados (ou pares estado-ação) é geralmente aprendido por tentativa e erro, por contando quantas vezes - e depois de quanto tempo - se obtém recompensa partindo desses estados. O comportamento consiste em otimizar a aquisição de recompensas alcançando estados de alto valor, portanto, capitalizando o histórico de aprendizado.

Em contraste, na Inferência Ativa, o comportamento é resultado da inferência e sua otimização é uma função das crenças. Essa formulação une noções

### 3.5. INFERÊNCIA ATIVA: UMA NOVA BASE PARA ENTENDER O COMPORTAMENTO E A CO

de crença (prévia) e preferência. Como discutido acima, usar a noção de energia livre esperada equivale a dotar o agente de uma crença prévia implícita de que ele realizará suas preferências. Assim, a preferência do agente por um curso de ação torna-se simplesmente uma crença sobre o que ele espera fazer e encontrar no futuro – ou uma crença sobre futuras trajetórias de estados que ele visitará. Isso substitui a noção de valor pela noção de crença (prévia). Este é um movimento aparentemente estranho, se alguém tem experiência em aprendizado por reforço (onde valor e crença são separados) ou estatística Bayesiana (onde crença não implica nenhum valor). No entanto, é um movimento poderoso, por pelo menos três razões.

Primeiro, implica automaticamente um modelo de processo autoconsistente de comportamento intencional (ou teleológico), que é semelhante a formulações cibernéticas. Se dotarmos um agente de Inferência Ativa com alguma preferência prévia, ele agirá para realizar tais preferências - porque esse é o único curso de ação consistente com sua crença anterior de que ele agirá para cumprir suas expectativas. Observe que o curso de ação ou política resultante (preferido) é diretamente mensurável em ambientes experimentais, enquanto uma função de valor ou crença anterior precisa ser inferida e, portanto, é uma medida mais indireta, se não tautológica.

Em segundo lugar, colocar o comportamento como um funcional de crenças (distribuições de probabilidade) automaticamente implica noções como grau de crença e incerteza. Essas noções sustentam facetas importantes da ação adaptativa, mas não estão diretamente disponíveis na formulação de Bellman. Da mesma forma, essa formulação dá mais flexibilidade na modelagem de dinâmicas sequenciais e comportamentos itinerantes, que são mais difíceis de modelar em termos de uma função de valor de estados (Friston, Daunizeau e Kiebel 2009).

Terceiro, nesta formulação, o comportamento ótimo vem a seguir um princípio hamiltoniano de menor ação em física estatística. De fato, a Inferência Ativa vai um passo adiante em direção à ideia de que o comportamento é uma função de crenças: ela também assume que se torna uma função de energia – e o curso de ação mais provável de um agente de Inferência Ativa é aquele que minimiza a energia livre. Uma consequência profunda é que os organismos vivos se comportam de acordo com o princípio de Hamilton da menor ação: eles seguem um caminho de menor resistência até atingirem um estado estacionário (ou uma trajetória y de estados), como exemplificado

pelo comportamento de um sistema dinâmico aleatório (mostrado na figura 3.3). Esta é uma suposição fundamental que distingue a Inferência Ativa de teorias alternativas de comportamento e cognição baseadas na formulação de Bellman.

Vale a pena esboçar brevemente o que queremos dizer ao traçar analogias entre a física hamiltoniana e a Inferência Ativa. Isto destina-se a três níveis. A primeira é que o avanço oferecido pela Inferência Ativa às ciências do comportamento e da vida é comparável ao avanço das formulações lagrangeanas<sup>5</sup> e hamiltonianas oferecidas aos relatos da mecânica de Newton. Enquanto a mecânica newtoniana foi originalmente formulada em termos de equações diferenciais – incluindo a famosa terceira lei de Newton que expressa a proporcionalidade entre aceleração e força – uma perspectiva complementar sobre a mecânica foi oferecida considerando o que é conservado pelos sistemas dinâmicos. A dinâmica newtoniana pode então ser derivada dessas leis de conservação.

O segundo ponto de conexão entre a física Hamiltoniana e a Inferência Ativa surge de uma associação mais direta entre um Hamiltoniano e medidas de probabilidade. A ideia aqui é associar o Hamiltoniano conservado com a energia do sistema. Lembre-se de que as quantidades às quais nos referimos como energias até agora (aqui e no capítulo 2) tiveram todas a forma de um logaritmo de probabilidade negativo. Isso reflete uma interpretação de energia como simplesmente uma medida da improbabilidade de qualquer configuração de um sistema. Nesta visão, conservação de energia e de probabilidade são leis equivalentes. À medida que os sistemas dissipativos – acoplados a estados externos por meio de um envoltório de Markov – se movem para estados de baixa energia ou alta probabilidade, podemos associar diretamente a energia ou o Hamiltoniano à surpresa. Como tal, a Inferência Ativa é a física Hamiltoniana aplicada a um certo tipo de sistema (sistemas que apresentam um envoltório de Markov).

A terceira associação entre essas formulações é o cálculo variacional que subscreeve a associação entre energias e dinâmicas. Isso é mais aparente quando a física hamiltoniana é expressa como um princípio de menor Ação, onde

---

<sup>5</sup>Uma Lagrangiana é uma função de uma posição e velocidade que dá a diferença entre as energias cinética e potencial. Um hamiltoniano está relacionado (através de uma transformada de Legendre) e expressa a energia total do sistema em termos de posição e momento.

Ação se refere à integral de uma Lagrangiana ao longo de um caminho. Crucialmente, esta Ação é um funcional de um caminho. Aqui, um caminho é uma função do tempo cuja saída é a posição e a velocidade de uma partícula naquele caminho naquele momento. O caminho seguido por uma partícula (determinística) minimiza esta Ação. Da mesma forma, a Inferência Ativa baseia-se na ideia de que as crenças (funções de estados ocultos) devem minimizar um funcional de energia livre. O ponto chave de contato aqui é que em ambos os casos, as funções (caminhos ou crenças) devem ser otimizadas em relação aos funcionais (Ação ou energia livre, respectivamente). Isso coloca ambos no contexto do cálculo variacional, que é um ramo da matemática dedicado a encontrar extremos de funcionais. Na física, isso leva às equações de Euler-Lagrange. Na Inferência Ativa, chegamos a procedimentos de inferência variacional.

### 3.6 Modelos, Políticas e Trajetórias

Na seção 3.2, destacamos que o escopo da Inferência Ativa pertence àqueles sistemas que desfrutam de alguma separação de seu ambiente e vimos que isso se traduz na presença de um envoltório de Markov. Na seção 3.3, destacamos que a persistência desse envoltório requer dinâmicas que (em média) minimizem a surpresa dos estados (sensoriais). Como isso pode ser interpretado como autoevidente, chegamos à conclusão de que o comportamento é determinado por uma distribuição de estado estacionário que pode ser interpretada como um modelo generativo de como os dados (sensoriais) são gerados.

Isso nos diz algo muito importante. Cada modelo generativo deve estar associado a diferentes tipos de comportamento. Como tal, diferentes tipos de comportamento podem ser explicados especificando diferentes modelos generativos – e implicitamente o que esse sistema acharia surpreendente. Além disso, diferentes tipos de modelo generativo podem corresponder a criaturas adaptativas ou cognitivas com vários níveis de complexidade (Corcoran et al. 2020). Modelos generativos muito simples do tipo que conduzem a dinâmica na Figura 3.3 oferecem um tipo mínimo de cognição, pois não podem considerar a possibilidade de trajetórias alternativas (ou contrafactuais). Além disso, esses modelos são superficiais, no sentido de que permitem inferência em apenas uma escala de tempo. Em contraste, os modelos generativos

hierárquicos permitem inferência em múltiplas escalas de tempo. Em modelos hierárquicos ou profundos, a dinâmica em níveis hierárquicos mais altos geralmente codifica coisas que mudam mais lentamente (por exemplo, a frase que estou lendo) e que contextualizam coisas que mudam mais rapidamente (por exemplo, a palavra que estou lendo), que são representadas em níveis mais baixos. níveis hierárquicos (Kiebel et al. 2008; Friston, Parr e de Vries 2017).

O que precisamos incluir em um modelo para derivar comportamentos mais complexos do tipo que associaríamos à agência e aos sistemas sencientes? Uma resposta para isso é a capacidade de modelar futuros alternativos, ou diferentes maneiras pelas quais os eventos podem se desenrolar – e selecionar entre eles. Por sua vez, considerar futuros possíveis requer um modelo generativo que tenha alguma profundidade temporal e represente explicitamente as consequências das ações. Trabalhar isso no modelo garantirá um comportamento que esteja de acordo com o mais provável desses futuros. A capacidade (contrafactual) de entreter essas alternativas pode ser o que separa o estado estacionário associado aos sistemas sencientes das criaturas mais simples. Quando futuros alternativos dizem respeito a coisas sobre as quais temos controle, nos referimos a eles como políticas ou planos. Como vimos no capítulo 2, uma forma de desambiguar esses planos é incorporar uma crença prévia em um modelo que diz que as políticas com a menor expectativa de energia livre são as mais plausíveis. Isso oferece uma maneira de caracterizar um certo tipo de sistema com um envoltório de Markov em estado estacionário – o que parece corresponder bem a sistemas como o nosso.

### 3.7 Reconciliação das Teorias Enativa, Cibernética e Preditiva sob Inferência Ativa

Ao enfatizar a minimização da energia livre, a Inferência Ativa une e estende três perspectivas teóricas aparentemente desconexas.

Primeiro, a Inferência Ativa está de acordo com as teorias enativas da vida e da cognição, que enfatizam a auto-organização do comportamento e as interações autopoieticas com o ambiente, que garantem que os organismos

### 3.7. RECONCILIAÇÃO DAS TEORIAS ENATIVA, CIBERNÉTICA E PREDITIVA SOB INFERÊNCIA

vivos permaneçam dentro de limites aceitáveis (Maturana e Varela 1980). A Inferência Ativa fornece uma estrutura formal que explica como os organismos vivos conseguem resistir à dispersão de seus estados por meio da auto-organização de uma estrutura estatística – o envoltório de Markov – que permite trocas recíprocas entre organismo e ambiente, ao mesmo tempo em que separa (e, em certo sentido, protege a integridade de ) os estados dos organismos a partir de dinâmicas ambientais externas.

Em segundo lugar, a Inferência Ativa está de acordo com as teorias cibernéticas, que descrevem o comportamento como intencional e teleológico. Teleologia significa que o comportamento é regulado internamente por um mecanismo que continuamente testa se um objetivo é alcançado e, se não, orienta ações corretivas (Rosenblueth et al. 1943, Wiener 1948, Ashby 1952, G. Miller et al. 1960, Powers 1973 ). Da mesma forma, os agentes de Inferência Ativa usam tanto a percepção quanto a ação para minimizar a discrepância entre os estados preferidos e detectados. A Inferência Ativa fornece uma descrição normativa e viável do processo de minimização, especificando que o que é realmente minimizado é uma quantidade estatística que o agente pode medir – energia livre variacional – que sob certas condições corresponde a um erro de previsão, ou a diferença entre o que é esperado e o que é sentido. Isso implica uma formulação do controle cibernético como um processo prospectivo – o que nos leva ao próximo ponto.

Terceiro, a Inferência Ativa está de acordo com as teorias que descrevem o controle como um processo prospectivo que se baseia em um modelo do ambiente – possivelmente implementado fisicamente no cérebro (Craik 1943). A Inferência Ativa assume que os agentes usam um modelo (generativo) para construir previsões que orientam a percepção e a ação e para avaliar suas possibilidades de ação futuras (e contrafactuais). Essa suposição é coerente com o teorema do bom regulador (Conant e Ashby 1970), que diz que qualquer controlador deve ter – ou ser – um bom modelo do ambiente. A Inferência Ativa reconcilia essas perspectivas baseadas em modelos sobre cérebro e comportamento sob uma caracterização rigorosa em termos de inferência Bayesiana (aproximada) e minimização de energia livre (variacional e esperada). Além disso, a Inferência Ativa é amplamente coerente com a teoria ideomotora (Herbart 1825, James 1890, Hoffmann 1993, Hommel et al. 2001), que afirma que a ação começa com um processo imaginativo, e é uma representação preditiva (das consequências da ação) que desencadeia ações – não um estímulo, como na teoria estímulo-resposta (Skinner 1938). A

Inferência Ativa lança essa ideia em uma estrutura inferencial, na qual uma ação decorre de uma crença (sobre o futuro); isso tem várias implicações, como o fato de que, para desencadear a ação, é preciso atenuar temporariamente a evidência sensorial (o que, de outra forma, falsificaria a crença que desencadeia a ação) (H. Brown et al. 2013).

A reconciliação dessas estruturas é interessante, pois muitas vezes são consideradas em desacordo. Por exemplo, a auto-organização e a teleologia são muitas vezes vistas como incompatíveis na biologia. Além disso, as teorias enativas tendem a não enfatizar a representação e o controle, que é, em vez disso, uma construção central da maioria das teorias de inferência baseada em modelos. A Inferência Ativa formaliza a dinâmica autopoietica de agentes adaptativos a partir de um ângulo incomum, que considera simultaneamente a auto-organização e a previsão. Ao conectar diferentes perspectivas, a Inferência Ativa pode nos ajudar a entender como elas iluminam umas às outras.

### 3.8 Inferência Ativa, da Emergência da Vida para a atuação

A Inferência Ativa parte dos primeiros princípios e os desdobra para explicar o comportamento e a cognição expressos desde as formas mais simples até as mais complexas de sistemas adaptativos e vivos. No continuum entre criaturas mais simples e mais complexas, a Inferência Ativa traça uma linha entre aquelas que minimizam a energia livre variacional e aquelas que também minimizam a energia livre esperada.

Qualquer sistema adaptativo que ativamente amostra sensações para minimizar a energia livre variacional é (equivalentemente) um agente que reúne ativamente evidências para seu modelo generativo, também conhecido como agente de autoevidência (Hohwy 2016). Esses sistemas são capazes de evitar a dissipação, autorregular-se e sobreviver alcançando os pontos de ajuste fornecidos pelos processos homeostáticos básicos. Esses sistemas podem gerar formas complexas e diversas de comportamento e também podem ter níveis de aptidão muito altos (como já é aparente no caso dos vírus). Alguns podem ter modelos generativos hierárquicos que permitem inferir eventos que mudam em diferentes escalas de tempo, de mais rápido (em níveis hierárquicos mais baixos) a mais lentos (em níveis mais altos) – e, portanto, podem desen-



volver estratégias sofisticadas para lidar com o que vivenciam. No entanto, essas criaturas também são fundamentalmente limitadas porque seus modelos generativos carecem de profundidade temporal – ou a capacidade de planejar e considerar o futuro explicitamente (embora possam fazê-lo implicitamente, por exemplo, como resultado da evolução genética) – e, portanto, sempre vivem no presente.

Um modelo generativo dotado de profundidade temporal abre a porta para a minimização da energia livre esperada – ou em termos psicológicos, planejamento. Na Inferência Ativa, isso envolve muito mais do que uma maior adaptabilidade: envolve pelo menos uma forma primitiva de atuação. Para um sistema adaptativo, minimizar a energia livre esperada é equivalente a ter o (implícito) anterior que é um agente de minimização de energia livre - mas atua para minimizar a energia livre no futuro. Quando essa crença (prévia) entra no modelo generativo, o sistema adaptativo torna-se capaz de formar crenças sobre como deve se comportar no futuro e quais trajetórias seguirá. Em outras palavras, torna-se capaz de selecionar entre futuros alternativos ao invés de simplesmente selecionar como lidar com o presente percebido, como nos agentes mais simples descritos acima. Essa profundidade temporal se traduz, portanto, em uma profundidade psicológica. Perguntar sobre as maneiras pelas quais as criaturas vivas povoam o continuum entre os sistemas adaptativos mais simples e os mais complexos – e quais formas de Inferência Ativa eles podem expressar – é uma questão empírica.

### 3.9 Resumo

Os principais tópicos deste capítulo podem ser resumidos da seguinte forma: Os organismos vivos devem garantir que eles visitem apenas seus estados característicos ou preferidos. Se definirmos esses estados preferidos como estados esperados, podemos dizer que os organismos vivos devem minimizar a surpresa de suas observações sensoriais (e manter uma entropia ótima; veja o quadro 3.3).

Fazer isso requer que os agentes exerçam alguma autonomia da dinâmica ambiental e sejam equipados com um envoltório de Markov que separe (ou seja, expresse uma independência condicional entre) seus estados internos e os estados externos do ambiente. Agentes dentro do envoltório de Markov podem se engajar em trocas recíprocas (ação-percepção) com o ambiente.

Essas trocas são formalmente descritas pela teoria da Inferência Ativa, onde tanto a percepção quanto a ação minimizam a surpresa. Eles podem fazer isso sendo equipados com um modelo generativo probabilístico de como suas observações sensoriais são geradas. Este modelo define surpresa – ou melhor, um proxy tratável, energia livre variacional, que pode ser medida e minimizada com eficiência.

Um agente de Inferência Ativa parece realizar inferência Bayesiana (aproximada) sob um modelo generativo e maximizar a evidência para seu modelo – isto é, é um agente autoevidente. A parte prospectiva da inferência é realizada pela seleção de cursos de ações ou políticas que se espera que minimizem a energia livre no futuro. Esse formalismo leva a uma nova visão do comportamento (ótimo) em termos do princípio hamiltoniano da menor ação – um (primeiro) princípio que conecta a Inferência Ativa aos domínios da física estatística, termodinâmica e estados estacionários de não equilíbrio.

---

**Quadro 3.3** Minimização de entropia e comportamento aberto

---

A Inferência Ativa é baseada na premissa de que os organismos vivos se esforçam para manter uma ordem relativa (ou entropia negativa), controlabilidade e previsibilidade, apesar de estarem imersos em um ambiente cujas forças naturais geram flutuações contínuas – e uma ameaça sem fim de erosão entrópica. A manifestação mais básica dessa busca ativa da ordem é a homeostase fisiológica, com parâmetros fisiológicos críticos que precisam ser mantidos dentro de regiões viáveis. No entanto, minimizar a entropia não deve ser equiparado a um repertório rígido de respostas (por exemplo, respostas homeostáticas autonômicas), mas sim o oposto, especialmente em organismos avançados. Podemos desenvolver repertórios abertos de novos comportamentos para perseguir nossos imperativos homeostáticos originais — por exemplo, produzir e comprar um bom vinho para satisfazer a sede e outras necessidades. Isso às vezes é chamado de “alostase” (Sterling 2012). Mais amplamente, buscamos ativamente alguma ordem e controlabilidade per se, sem referência necessária a um imperativo homeostático específico – talvez porque preservar a ordem facilite muitos desses imperativos. Esculpimos ativamente nossos nichos ecológicos para torná-los mais previsíveis e menos surpreendentes. Isso fica evidente nas formas como construímos nossos espaços físicos (por exemplo, refúgios e cidades que abrigam forças naturais descontroladas) e espaços culturais (por exemplo, sociedades com leis e normas deonticas que abrigam forças sociais anárquicas). Em todos esses exemplos, geralmente precisamos aceitar algum aumento de entropia ou surpresa de curto prazo (por exemplo, quando construímos algo novo ou mudamos posições sociais) para garantir sua diminuição no longo prazo. Isso nos ajuda a entender como o requisito básico para a minimização de surpresas não está em desacordo, mas promove os imperativos epistêmicos e o comportamento de busca de novidades, curiosidade e exploração que reconhecemos como centrais para muitas espécies. Uma primeira maneira pela qual os imperativos epistêmicos se tornam aparentes é durante a minimização da energia livre variacional. Uma das maneiras de decompor a energia livre é expressá-la como uma energia de Gibbs esperada sob o posterior aproximado menos a entropia do posterior aproximado. Em outras palavras, o agente está se esforçando para aumentar a entropia. Embora isso pareça paradoxal, o paradoxo desaparece se considerarmos que esta é a entropia da crença do agente (aproximadamente posterior). Isso pode ser entendido como o imperativo de explicar as coisas com a maior precisão possível, mas também “manter as opções em aberto” e evitar se comprometer com qualquer explicação específica, a menos que isso seja necessário – ou seja, o princípio da entropia máxima (Jaynes 1957). Uma segunda maneira pela qual a dinâmica epistêmica se torna aparente é durante a minimização da energia livre esperada, onde – curiosamente – existem duas entropias com sinais opostos. Estes incluem a entropia preditiva posterior (quão incerto eu estou sobre quais resultados eu encontraria dada uma escolha) que deve ser maximizada – como para crenças sobre estados na energia livre variacional

---

**Quadro 3.3** Minimização de entropia e comportamento aberto

---

## Chapter 4

# Os Modelos Geradores de Inferência Ativa

Everything should be made as simple as possible, but not simpler. —Albert Einstein

### 4.1 Introdução

Este capítulo complementa o tratamento conceitual da Inferência Ativa dos capítulos anteriores com um tratamento mais formal. Especificamente, estabelece a relação entre energia livre e inferência Bayesiana, a forma dos modelos generativos tipicamente usados na Inferência Ativa, e a dinâmica obtida da minimização da energia livre para esses modelos. Um foco principal é como o tempo é representado em um modelo generativo. Veremos a distinção entre modelos generativos formulados em tempo contínuo e aqueles que tratam o tempo como uma sequência de eventos. Finalmente, apresentamos a ideia de passagem de mensagens inferenciais, que subscreve teorias proeminentes em neurobiologia — incluindo codificação preditiva.

## 4.2 Da Inferência Bayesiana à Energia Livre

Nos dois capítulos anteriores, delineamos algumas das conexões importantes entre a Inferência Ativa e outros paradigmas estabelecidos nas neurociências. No capítulo 2, nos concentramos na noção de cérebro bayesiano (Knill e Pouget 2004, Doya 2007) – um de seus parentes mais próximos – que fornece uma maneira útil de pensar sobre algumas das consequências da inferência ativa de uma perspectiva mais formal.

Especificamente, ele nos ajuda a enquadrar os problemas que um agente envolvido na Inferência Ativa deve resolver. Em termos gerais, esses são o problema de inferir estados do mundo (percepção) e inferir um curso de ação (planejamento). Embora seja tentador igualar a otimalidade de Bayes com a inferência Bayesiana exata, a inferência exata geralmente é computacionalmente intratável ou mesmo inviável. Em aplicações de psicologia cognitiva e inteligência artificial, é comum considerar formas limitadas de inferência e racionalidade. Destacamos alguns exemplos no capítulo 3. Sob uma estrutura bayesiana, isso se traduz no uso de inferência aproximada. Esses métodos compreendem métodos de amostragem e métodos variacionais – nos quais se baseia a inferência ativa. Nesta seção, recapitulamos os elementos básicos da inferência bayesiana e suas manifestações variacionais (Beal 2003, Wainwright e Jordan 2008). Ao fazê-lo, esperamos fornecer alguma intuição para o papel da energia livre e enfatizar a importância dos modelos generativos na elaboração de inferências sobre o mundo.

Este capítulo é mais técnico do que os capítulos 1 a 3, apelando para um pouco de álgebra linear, diferenciação e expansão em série de Taylor. Os leitores interessados nos detalhes ou que precisem de uma atualização podem recorrer aos apêndices para obter os antecedentes necessários. Aqueles que não querem se aprofundar nos fundamentos teóricos podem pular este capítulo. Ao longo, explicamos as principais implicações de cada equação – para que seja possível desenvolver uma compreensão dos pontos conceituais importantes aqui, mesmo sem seguir o argumento formal.

Um bom ponto de partida é o teorema de Bayes. Lembre-se do capítulo 2 que esse teorema expressa uma igualdade entre o produto de uma verossimilhança a priori e o produto de uma verossimilhança a posteriori. Isso é reproduzido na equação 4.1:

$$\begin{aligned}
P(x)P(y|x) &= P(x|y)P(y) \\
P(y) &= \sum_x P(y|x) = \sum_x P(y|x)P(x) \quad (4.1)
\end{aligned}$$

A primeira linha da equação 4.1 é o teorema de Bayes. A segunda linha mostra que a verossimilhança marginal (ou evidência do modelo),  $P(y)$ , pode ser calculada diretamente a partir do anterior e da verossimilhança.<sup>1</sup> Isso mostra que a anterior e a verossimilhança - que juntas compõem o modelo generativo - são suficientes para calcularmos a evidência do modelo e a probabilidade posterior. Apesar disso, nem sempre é fácil fazê-lo. A soma (ou integração, se lidar com variáveis contínuas) na equação 4.1 pode ser computacionalmente ou analiticamente intratável. Uma maneira de resolver isso - o ponto de partida da inferência variacional - é converter esse problema de integração potencialmente difícil em um problema de otimização. Para entender como isso funciona, precisamos recorrer à desigualdade de Jensen, que diz que “o log<sup>2</sup> de uma média é sempre maior ou igual à média de um log”. A Figura 4.1 fornece uma intuição gráfica de por que esse é o caso.

Para tirar proveito dessa propriedade, podemos reescrever a equação 4.1 multiplicando o termo dentro da soma na segunda linha por uma função arbitrária ( $Q$ ) dividida por ela mesma (isso é equivalente a multiplicar por um, então a igualdade ainda é válida) e tomando o logaritmo de cada lado. Matematicamente, isso não muda nada. No entanto, agora podemos interpretar a expressão como uma expectativa ( $\mathbb{E}$ )<sup>3</sup>: de uma razão entre duas probabilidades e assim explorar a desigualdade de Jensen:

$$\ln P(y) = \ln \sum_x P(y, x) \frac{Q(x)}{Q(x)} = \ln \mathbb{E}_{Q(x)} \left[ \frac{P(y, x)}{Q(x)} \right] \geq \mathbb{E}_{Q(x)} \left[ \ln \frac{P(y, x)}{Q(x)} \right] \triangleq -F[Q, y] \quad (4.2)$$

A segunda linha desta equação usa o fato de que temos uma expectativa logarítmica e que, pela desigualdade de Jensen, esta deve ser sempre maior

<sup>1</sup>Aqui e ao longo do capítulo, o condicionamento ao modelo é deixado implícito; portanto, a evidência do modelo é escrita como  $P(y)$  e não  $P(y|m)$ .

<sup>2</sup>Tecnicamente, isso é verdade para qualquer função côncava, mas estamos preocupados apenas com logaritmos aqui.

<sup>3</sup>Uma expectativa é uma soma ponderada ou integral do termo dentro dos colchetes; cada termo é ponderado pela probabilidade indicada pelo índice (ver quadro 2.2).

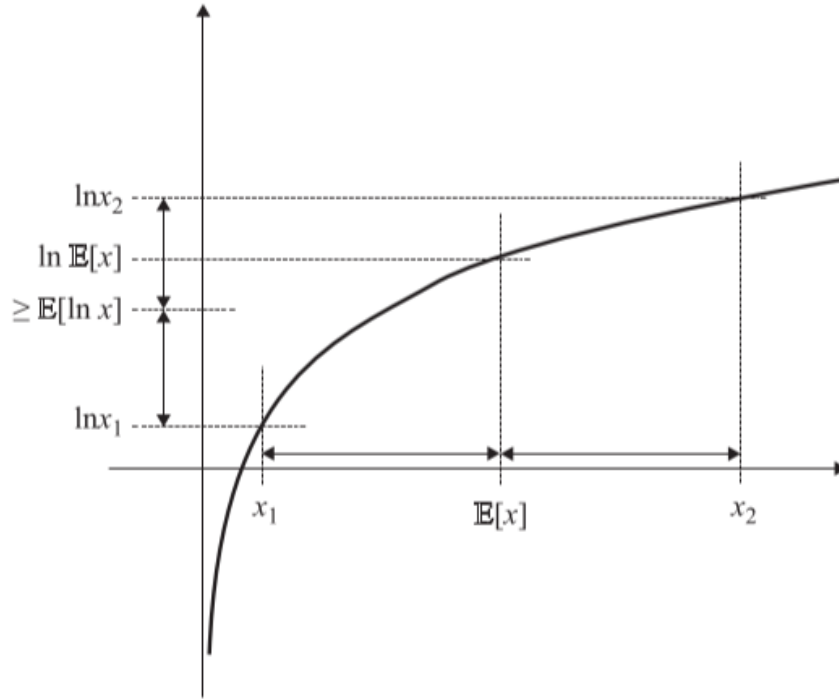


Figure 4.1: **Figura 4.1** Função logarítmica fornecendo intuição para a desigualdade de Jensen. Se tivéssemos apenas dois pontos de dados ( $x_1$  e  $x_2$ ), ou poderíamos pegar sua média ( $\mathbb{E}[x]$ ) e encontrar seu log, ou poderíamos pegar o log de cada ponto de dados e então tirar a média desses ( $\mathbb{E}[\ln x]$ ). Este último ( $\mathbb{E}[\ln x]$ ) estará sempre abaixo do primeiro ( $\ln \mathbb{E}[x]$ ), devido à concavidade da função logarítmica, a menos que os pontos de dados sejam os mesmos (onde o logaritmo da média e a média de o log são iguais). Essa desigualdade vale para qualquer número de pontos de dados.



ou igual à expectativa logarítmica. Esse movimento às vezes é chamado de amostragem de importância. O lado direito dessa desigualdade é conhecido como energia livre variacional (negativa):<sup>4</sup> quanto menor a energia livre, mais próxima está da evidência do modelo logarítmico negativo. Com isso em mente, podemos reescrever o teorema de Bayes (equação 4.1) na forma logarítmica, tomar sua média sob a distribuição posterior e divulgar a relação entre isso e as quantidades da equação 4.2:

$$\begin{aligned} \ln P(x, y) &= \ln P(y) + \ln P(x|y) \implies \\ \mathbb{E}_{P(x|y)}[\ln P(x, y)] &= \ln P(y) + \mathbb{E}_{P(x|y)}[\ln P(x|y)] \end{aligned} \quad (4.3)$$

$$\mathbb{E}_{Q(x)}[\ln P(x, y)] = \ln -F[Q, y] + \mathbb{E}_{Q(x)}[\ln Q(x)]$$

A segunda linha decorre do fato de que a probabilidade logarítmica de  $y$  não é uma função de  $x$ , portanto, tomar uma expectativa sob a distribuição a posteriori não altera essa quantidade. A Equação 4.3 fornece alguma intuição para os papéis da energia livre e da distribuição  $Q$  — as duas quantidades que eram difíceis de calcular sem a aproximação variacional. A primeira desempenha o papel de evidência do modelo logarítmico negativo, enquanto a segunda atua como se fosse a probabilidade posterior. Mais formalmente, podemos reorganizar a energia livre como fizemos no capítulo 2 para quantificar a relação entre a energia livre e a evidência do modelo:

$$F[Q, y] = \underbrace{D_{KL}[Q(x)||P(x|y)]}_{\text{divergência}} - \underbrace{\ln P(y)}_{\text{Log da Evidência do modelo}}$$

$$D_{KL}[Q(x)||P(x|y)] = \mathbb{E}_{Q(x)}[\ln Q(x) - \ln P(x|y)]$$

A primeira linha da equação 4.4 mostra a energia livre expressa em termos de KL-Divergence e uma evidência de log negativo. A KL-Divergence é definida

---

<sup>4</sup>Neste livro, seguimos a convenção do físico em que a energia livre é um limite superior na evidência de log negativo. No entanto, outras disciplinas (incluindo estatística e aprendizado de máquina) usam a energia livre negativa como um limite inferior de evidência (ou ELBO). Estes são completamente equivalentes, mas podem causar alguma confusão na pesquisa interdisciplinar.

na segunda linha como a diferença esperada entre duas probabilidades logarítmicas. Isso é frequentemente usado como uma medida de quão diferentes duas distribuições de probabilidade são uma da outra.

Às vezes, o uso de energia livre é motivado diretamente em função dessa divergência. O argumento é que, se nosso objetivo é realizar inferência Bayesiana aproximada, precisamos encontrar um posterior aproximado que melhor corresponda ao posterior exato. Como tal, podemos selecionar uma medida da divergência entre os dois – da qual o KL-Divergence na equação 4.4 é um exemplo – e minimizá-lo. Como não sabemos o posterior exato, não podemos usar essa divergência diretamente. Uma solução é adicionar o termo de evidência logarítmica, que pode ser combinado com o logaritmo posterior para formar a probabilidade conjunta (que sabemos porque este é o modelo generativo). O resultado é a energia livre.

Uma consequência interessante dessa perspectiva é que há alguma ambiguidade sobre qual medida de divergência usar. Se quisermos fazer o posterior aproximado e exato o mais próximo possível, poderíamos usar o outro KL-Divergence, onde  $Q$  e  $P$  são trocados, ou escolher entre uma grande família de divergências, cada uma das quais enfatizando diferentes aspectos da diferença entre distribuições. No entanto, as ideias expostas no capítulo 3 destacam a importância da autoevidência para os sistemas envolvidos na Inferência Ativa. Portanto, estamos procurando principalmente um esquema de maximização de evidências tratável e apenas secundariamente procurando minimizar a divergência. Nessa perspectiva, não há ambiguidade quanto à medida de divergência a ser usada. Isso emerge do uso da desigualdade de Jensen.

### 4.3 Modelos Geradores

Para calcular a energia livre, precisamos de três coisas: dados, uma família de distribuições variacionais e um modelo generativo (compreendendo uma *a priori* e uma probabilidade). Nesta seção, descrevemos dois tipos muito gerais de modelos generativos usados para Inferência Ativa e a forma que a energia livre assume em relação a cada um. A primeira trata de inferências sobre variáveis categóricas (por exemplo, identidade do objeto) e é formulada como uma sequência de eventos. O segundo trata de inferências sobre variáveis contínuas (por exemplo, contraste de luminância) e é formulado em tempo

contínuo usando equações diferenciais estocásticas. Antes de especificar os detalhes desses modelos, revisamos um formalismo gráfico que expressa as dependências implícitas em um modelo generativo.

A Figura 4.2 mostra vários exemplos de modelos generativos expressos como gráficos de fatores, escolhidos para fornecer alguma intuição para os tipos de coisas que podem ser articuladas dessa maneira. Estes representam os fatores (por exemplo, anterior e probabilidade) de um modelo generativo como quadrados e as variáveis nesse modelo (estados ou dados ocultos) em círculos. As setas indicam a direção da causalidade entre essas variáveis. O gráfico superior esquerdo mostra a forma mais simples que esses modelos podem assumir, com um estado oculto ( $x$ ) causando dados ( $y$ ). A priori neste modelo é mostrada como fator 1, e a probabilidade é fator 2. Os outros gráficos estendem essa ideia introduzindo variáveis adicionais. No canto superior direito,  $z$  desempenha o papel de um segundo estado oculto, de modo que  $y$  depende dos estados de  $x$  e  $z$ .

Como exemplo, considere um teste de diagnóstico clínico. Nesse cenário, o gráfico simples no canto superior esquerdo pode ser interpretado como a presença ou ausência de uma doença ( $x$ ) e o resultado do teste ( $y$ ). O prior é então a prevalência da doença, enquanto a probabilidade especifica as propriedades do teste. Estes incluem sua especificidade (a probabilidade de um resultado negativo na ausência da doença) e a sensibilidade (a probabilidade de um resultado positivo na presença da doença). Podemos então pensar no modelo em termos do mecanismo pelo qual um resultado de teste é obtido – indo de cima para baixo no gráfico de fatores. Primeiro, amostramos uma pessoa de uma população com prevalência conhecida de uma doença. Se eles tiverem a doença, eles gerarão um resultado de teste positivo verdadeiro com probabilidade dada pela sensibilidade do teste e um falso negativo caso contrário. Caso não tenham a doença, gerarão um verdadeiro negativo com probabilidade dada pela especificidade, e um falso positivo caso contrário.

Seguindo o mesmo exemplo, podemos interpretar os outros gráficos de fatores. No painel superior direito,  $x$  e  $z$  poderia ser a presença ou ausência de duas doenças diferentes, qualquer uma das quais poderia dar um resultado de teste positivo. No canto inferior esquerdo,  $w$  desempenha o papel de dados. Ambos  $y$  e  $w$  são gerados por  $x$  e podem representar (por exemplo) dois testes diagnósticos diferentes que são informativos sobre o mesmo processo de doença. Finalmente, o gráfico inferior direito trata  $x$  e  $v$  como



Figure 4.2: **Figura 4.2** Dependências entre variáveis em um modelo probabilístico (gráfico). Os círculos representam variáveis aleatórias (ou seja, as coisas sobre as quais temos crenças); os quadrados representam as distribuições de probabilidade que descrevem as relações entre essas variáveis. Uma seta de um círculo para outro através de um quadrado indica que a variável do segundo círculo depende daquela do primeiro círculo e que essa dependência é capturada na distribuição de probabilidade representada pelo quadrado.

estados ocultos, mas introduz uma estrutura hierárquica na qual  $v$  causa  $x$  causa  $y$ . Aqui poderíamos pensar em  $v$  como fornecendo um contexto ou um fator predisponente (por exemplo, polimorfismo genético) para a presença ou ausência da doença  $x$ , que pode ser testada medindo  $y$ . Em princípio, podemos adicionar um número arbitrário de variáveis a essa hierarquia.

Modelos generativos desse tipo são frequentemente usados para tarefas perceptivas estáticas, como reconhecimento de objetos ou integração de pistas. Os modelos generativos usados para inferência ativa diferem de uma maneira importante: eles evoluem ao longo do tempo à medida que novas observações são amostradas, e as observações que são adicionadas dependem (via ação) de crenças sobre variáveis no modelo. Isso tem duas implicações principais. Primeiro, as dependências condicionais incluem as dependências de variáveis ocultas em um determinado momento daquelas em momentos anteriores. Em segundo lugar, esses modelos às vezes incluem hipóteses sobre “como estou agindo” como variáveis ocultas.

A Figura 4.3 ilustra as duas formas básicas do modelo generativo dinâmico usado na inferência ativa (Friston, Parr e de Vries 2017) na forma de gráfico fatorial (Loeliger 2004, Loeliger et al. 2007). O gráfico superior mostra um Processo de Decisão Markov Parcialmente Observável (POMDP), que expressa um modelo no qual uma sequência de estados evolui ao longo do tempo. A cada passo de tempo, o estado atual é condicionalmente dependente do estado no momento anterior e da política ( ) que está sendo seguida. As políticas aqui podem ser pensadas como indexadoras de trajetórias alternativas, ou sequências de ações, que poderiam ser seguidas. Cada ponto no tempo está associado a uma observação ( $o$ ) que depende apenas do estado naquele momento. Esse tipo de modelo é muito útil para lidar com tarefas de planejamento sequencial – por exemplo, navegar em um labirinto (Kaplan e Friston 2018) – ou processos de tomada de decisão que envolvem a seleção entre alternativas (por exemplo, categorização de uma cena [Mirza et al. 2016]).

O gráfico inferior na figura 4.3 mostra um modelo gráfico muito semelhante, mas expresso em tempo contínuo. Em vez de representar uma trajetória como uma série de estados, este modelo representa a posição atual, velocidade e aceleração (e sucessivas derivadas temporais) de um estado ( $x$ ). Esses valores (referidos como coordenadas generalizadas de movimento) podem ser usados para reconstruir uma trajetória usando uma expansão em série de

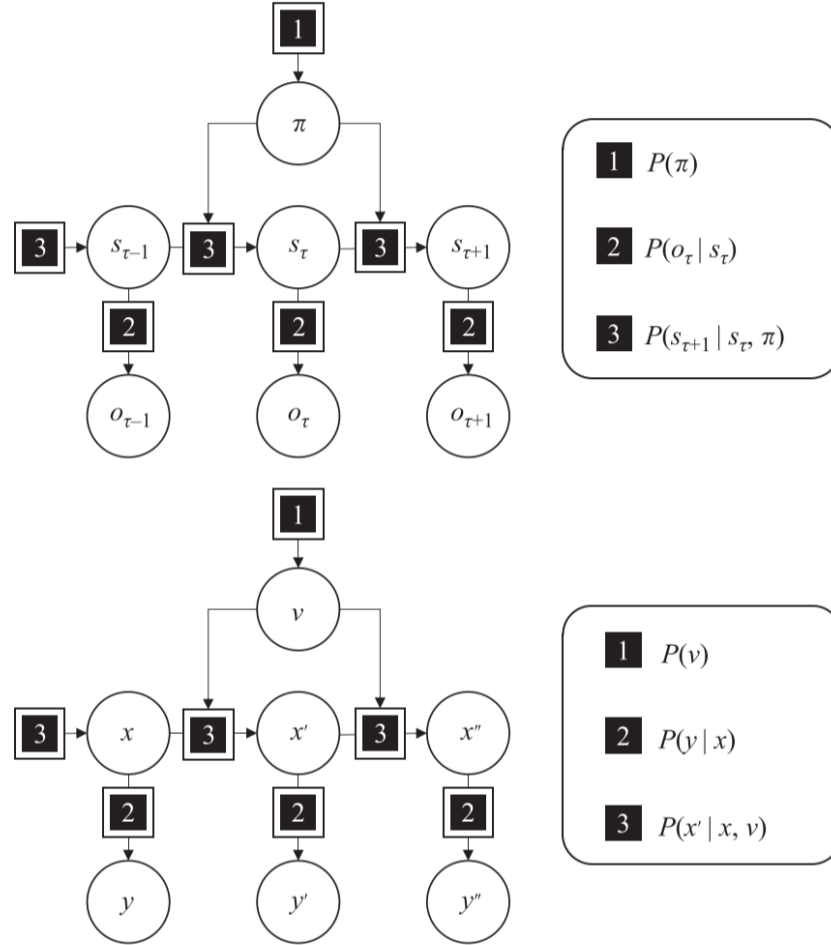


Figure 4.3: **Figura 4.3** Dois modelos generativos dinâmicos (usando a mesma notação gráfica da figura 4.2) aos quais recorreremos no restante deste livro. Topo: Processo de Decisão Markov Parcialmente Observável (POMDP), definido em termos de uma sequência de estados evoluindo ao longo do tempo (indexados pelo subscrito). Abaixo: Modelo de tempo contínuo, do tipo implícito por equações diferenciais estocásticas (com a notação principal indicando derivadas temporais).

Taylor (consulte o apêndice A para uma introdução às aproximações em série de Taylor neste contexto). A relação entre um estado e sua derivada temporal aqui depende de (lentamente variando) causas ( $v$ ) que desempenham um papel semelhante às políticas acima. Como antes, os estados geram observações ( $y$ ). A diferença de notação ( $s$ ,  $v$ ,  $y$  vs.  $x$ ,  $v$ ,  $y$ ) é usada para enfatizar a diferença entre variáveis categóricas que evoluem em tempo discreto e variáveis contínuas que evoluem em tempo contínuo. Da mesma forma, daqui em diante, usaremos  $p$  e  $q$  minúsculo para densidades de probabilidade sobre variáveis contínuas e  $P$  e  $Q$  maiúsculo para distribuições sobre variáveis categóricas. As Seções 4.4 e 4.5 descompactarão esses modelos com mais detalhes e mostrarão como a minimização da energia livre em cada caso leva a um conjunto de equações que descrevem a dinâmica dos processos inferenciais.

## 4.4 Inferência ativa em tempo discreto

Nesta seção, focamos no modelo de tempo discreto descrito acima. Isso é importante para entender uma série de processos cognitivos que lidam com inferências categóricas e seleção entre hipóteses alternativas. Esse formalismo também facilita o exame do problema clássico de prospecção-aproveitamento e ilustra como a inferência ativa resolve isso.

### 4.4.1 Processos de Decisão Markov Parcialmente Observáveis

Conforme mostrado na figura 4.3, um POMDP expressa a evolução ao longo do tempo de uma sequência de estados ocultos que dependem de uma política. Para especificar formalmente esse processo, precisamos levar em conta a forma de cada um dos nós de fator quadrado na figura. Primeiro, descrevemos cada um desses fatores. Em seguida, nós os combinamos para expressar a distribuição conjunta que constitui o modelo generativo.

Assim como no exemplo simples da regra de Bayes dado no capítulo 2, podemos separar os fatores entre aqueles que representam uma probabilidade e aqueles que se combinam para formar uma a priori. A probabilidade é semelhante à usada anteriormente e expressa a probabilidade de um resultado (ob-