FORMULARIO TEORÍA DE COLAS Y CADENAS DE MARKOV

TEORÍA DE COLAS

VARIABLES

- λ: Tasa media de llegada. (cliente/unidad de tiempo)
- μ: Tasa media de servicio. (cliente/unidad de tiempo)
- ρ : Factor de utilización o tasa de uso de cada servidor.
- P0: Probabilidad de que no haya clientes en cola.
- Pn: Probabilidad de que haya n clientes en cola.
- Ls: Cantidad de clientes en sistema. (Clientes)
- Lq: Cantidad de clientes en cola. (Clientes)
- Ws: Tiempo de espera en sistema. (Unidad de tiempo)
- Wq: Tiempo de espera en cola. (Unidad de tiempo)
- s: Número de servidores.

PARA UN SERVIDOR

Factor de utilización

$$\rho = \frac{\lambda}{s \times \mu}$$

Probabilidad de 0 clientes en cola

$$P0 = (1 - \rho)$$

Probabilidad de n clientes en cola

$$Pn = \rho^n \times P0$$

Cantidad de clientes en sistema

$$Ls = \frac{\rho}{1-\rho} = \frac{\lambda}{\mu - \lambda} = \lambda \times Ws$$

Cantidad de clientes en cola

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu - \lambda)} = \lambda \times Wq$$

Tiempo de espera en sistema

$$Ws = \frac{1}{\mu(1-\rho)} = \frac{1}{\mu - \lambda} = Wq + \frac{1}{\mu}$$

Tiempo de espera en cola

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu - \lambda)} = \frac{Lq}{\lambda}$$

Probabilidad de tiempo de espera en sistema

$$P(Ws > t) = e^{-\mu \times (1-\rho) \times t}$$

Probabilidad de tiempo de espera en cola

$$P(Wq > t) = \rho \times e^{-\mu \times (1-\rho) \times t}$$

PARA MÁS DE UN SERVIDOR

Factor de utilización

$$\rho = \frac{\lambda}{s \times \mu}$$

Probabilidad de 0 clientes en cola

$$P0 = \frac{1}{\left[\left(\sum_{n=0}^{s-1} \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^n}{n!}\right) + \frac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^s}{s!} \times \frac{1}{1 - \frac{\lambda}{s \times \mu}}\right]}$$

Cantidad de clientes en cola

$$Lq = \frac{P0 \times \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{s} \times \rho}{s! \times (1-\rho)^{2}}$$

Tiempo de espera en sistema

$$Ws = Wq + \frac{1}{\mu} = \frac{Lq}{\lambda} + \frac{1}{\mu}$$

Tiempo de espera en cola

$$Wq = \frac{Lq}{\lambda}$$

Probabilidad de n clientes en cola

$$Pn \begin{cases} \dfrac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n} \times P0}{n!} & ; 0 \leqslant n \leqslant s \\ \dfrac{\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{n} \times P0}{s!\,(s^{n-s})} & ; n > s \end{cases}$$

Cantidad de clientes en sistema

$$Ls = \lambda \left(Wq + \frac{1}{\mu} \right) = Lq + \frac{\lambda}{\mu}$$

Probabilidad de tiempo de espera en sistema

$$P[Ws > t] =$$

$$e^{-\mu \times t} \times \left[\frac{1 + P0\left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^{s}}{s! \times (1-\rho)} \left(\frac{1 - e^{-\mu \times t\left(s-1-\frac{\lambda}{\mu}\right)}}{s-1-\frac{\lambda}{\mu}} \right) \right]$$

Probabilidad de tiempo de espera en cola

$$P\left[Wq > t\right] =$$

$$(1 - P\{Wq = 0\})e^{-s\mu(1-\rho)t}$$

CADENAS DE MARKOV

VARIABLES

T: Matriz de transición

$X^{(0)}$: Vector de estado inicial

$X^{(n)}$: Vector de estado n

ESTADO EN EQUILIBRIO

$$(I_n - T_n) \times u = 0$$

*** Recuerda que las columnas deben sumar 1**

PASOS

- Restar la matriz identidad con la matriz de transición.
- Escalonar la matriz resultante por el método de Guass
- Parametrizar la matriz resultante

ESTADO EN EQUILIBRIO POR MÉTODO DE CHAPMAN-KOLOMOGOROV

- Para hallar el estado en equilibrio por este método es necesario multiplicar la matriz de transición por si misma n veces, hasta notar que las probabilidades de la matriz no varíen demasiado

$$P^{n} = P^{n-m} P^{m}$$

Siendo P^{n} la matriz de transición en n pasos

*** Recuerda que las filas deben sumar 1**