FORMULARIO TEORÍA DE COLAS Y CADENAS DE MARKOV

TEORÍA DE COLAS VARIABLES

- λ: Tasa media de llegada.
 (cliente/unidad de tiempo)
- μ: Tasa media de servicio. (cliente/unidad de tiempo)
- ho : Factor de utilización o tasa de uso de cada servidor.
- P0: Probabilidad de que no haya clientes en cola.
- Pn: Probabilidad de que haya n clientes en cola.
- Ls: Cantidad de clientes en sistema. (Clientes)
- Lq: Cantidad de clientes en cola. (Clientes)
- Ws: Tiempo de espera en sistema. (Unidad de tiempo)
- Wq: Tiempo de espera en cola. (Unidad de tiempo)
- s: Número de servidores.

PARA UN SERVIDOR

Factor de utilización

$$ho = rac{\lambda}{s imes \mu}$$

Probabilidad de 0 clientes en cola

$$P0 = (1 - \rho)$$

Probabilidad de n clientes en cola

$$Pn = \rho^n \times P0$$

Cantidad de clientes en sistema

$$Ls = rac{
ho}{1-
ho} = rac{\lambda}{\mu-\lambda} = \lambda imes Ws$$

Cantidad de clientes en cola

$$Lq=rac{\lambda^{2}}{\mu\left(\mu-\lambda
ight)}=\lambda imes Wq$$

Tiempo de espera en sistema

$$Ws = rac{1}{\mu \left(1 -
ho
ight)} = rac{1}{\mu - \lambda} = Wq + rac{1}{\mu}$$

Tiempo de espera en cola

$$Wq = rac{\lambda}{\mu \left(\mu - \lambda
ight)} = rac{Lq}{\lambda}$$

Probabilidad de tiempo de espera en sistema

$$P\left(Ws>t
ight)=e^{-\mu imes\left(1-
ho
ight) imes t}$$

Probabilidad de tiempo de espera en cola

$$P\left(Wq>t
ight)=
ho imes e^{-\mu imes(1-
ho) imes t}$$

PARA MÁS DE UN SERVIDOR

Factor de utilización

$$ho = rac{\lambda}{s imes \mu}$$

Probabilidad de 0 clientes en cola

$$P0=rac{1}{\left[\left(\sum_{n=0}^{s-1}rac{\left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^n}{n!}
ight)+rac{\left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^s}{s!} imesrac{1}{1-rac{\lambda}{s imes\mu}}
ight]}$$

Cantidad de clientes en cola

$$Lq = rac{P0 imes \left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^s imes
ho}{s! imes \left(1-
ho
ight)^2}$$

Tiempo de espera en sistema

$$Ws = Wq + rac{1}{\mu} \, = rac{Lq}{\lambda} + rac{1}{\mu}$$

Tiempo de espera en cola

$$Wq = rac{Lq}{\lambda}$$

Probabilidad de n clientes en cola

$$Pn egin{cases} rac{\left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^n imes P0}{n!} \;\; ; 0 \leqslant n \leqslant s \ rac{\left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^n imes P0}{s! \, (s^{n-s})} \;\; ; n > s \end{cases}$$

Cantidad de clientes en sistema

$$Ls = \lambda \left(Wq + rac{1}{\mu}
ight) = Lq + rac{\lambda}{\mu}.$$

Probabilidad de tiempo de espera en sistema

$$P[Ws>t] = \ e^{-\mu imes t} imes egin{bmatrix} rac{1+P0\left(rac{\lambda}{\mu}
ight)^s}{s! imes (1-
ho)} \left(rac{1-e^{-\mu imes t\left(s-1-rac{\lambda}{\mu}
ight)}}{s-1-rac{\lambda}{\mu}}
ight) \end{pmatrix}$$

Probabilidad de tiempo de espera en cola

$$egin{aligned} P\left[Wq>t
ight] = \ &(1-P\{Wq=0\})e^{-s\mu(1-
ho)t} \end{aligned}$$

CADENAS DE MARKOV

VARIABLES



□ □ □ T: Matriz de transición



 $X^{(0)}$: Vector de estado inicial



 $X^{(n)}$: Vector de estado n

ESTADO EN EQUILIBRIO $\overline{(I_n - T_n) \times u} = 0$

* Recuerda que las columnas deben sumar 1

PASOS

- Restar la matriz identidad con la matriz de transición.
- Escalonar la matriz resultante por el método de Guass
- Parametrizar la matriz resultante

ESTADO EN EQUILIBRIO POR MÉTODO DE CHAPMAN-**KOLOMOGOROV**

• Para hallar el estado en equilibrio por este método es necesario multiplicar la matriz de transición por si misma n veces, hasta notar que las probabilidades de la matriz no varíen demasiado

$$P^n = P^{n-m}P^m$$

Siendo $\,P^n\,$ la matriz de transición en n pasos

* Recuerda que las filas deben sumar 1