



Universidade Federal de Pernambuco  
Núcleo Interdisciplinar de Ciências Exatas e da Natureza  
Centro Acadêmico do Agreste  
Nova Caruaru, Caruaru, PE



## **Relatório Final**

### **Modelo de Absorção de um Fluido em um Meio Poroso Semi-Solúvel**

Bolsista: Luciano Soares Mendes Júnior  
Orientador: Gustavo Camelo Neto

Relatório Final encaminhado à PROPESQ  
como requisito para conclusão de projeto de  
iniciação científica PIBIC/UFPE/CNPq 2015-  
2016.

Caruaru, 16 de setembro de 2016

# **Sumário**

<b>1</b>	<b>Introdução</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>Objetivos</b>	<b>2</b>
<b>3</b>	<b>Metodologia</b>	<b>2</b>
<b>4</b>	<b>Resultados e Discussão</b>	<b>4</b>
<b>5</b>	<b>Conclusões e Perspectivas</b>	<b>9</b>
<b>6</b>	<b>Dificuldades encontradas</b>	<b>11</b>
<b>7</b>	<b>Atividades Paralelas Desenvolvidas Pelo Aluno</b>	<b>11</b>

# 1 Introdução

Processos de propagação por contato são de grande importância acadêmica e tecnológica, presentes em diversas áreas do conhecimento e frequentemente relacionados a problemas como epidemias [1–4], incêndios florestais [5–7], formação de domínios magnéticos, entre outros. Em geral, algum agente se propaga através de entidades distribuídas em um meio.

De particular interesse, estão os processos difusivos e de transporte, principalmente envolvendo fluidos em meios porosos [8–10]. Os processos difusivos [11] são facilmente encontrados na natureza, tendo como principal característica o seu movimento altamente irregular do ponto de vista microscópico e com regularidade do ponto de vista macroscópico. De fato, o problema da difusão está diretamente relacionado ao problema do *movimento browniano* [12, 13], que pode ser simulado através do problema da *caminhada aleatória* [14]. Em seu formato mais simples, a difusão normal é descrita pela equação da difusão,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = D \nabla^2 \rho,$$

onde  $D$  é uma constante, chamada constante de difusão e  $\rho$  a densidade do material, num caso mais geral  $D$  pode não ser uniforme nem constante. Para tempos longos ( $t \rightarrow \infty$ ), o desvio quadrático médio da substância cresce linearmente com o tempo,

$$\langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle \propto t.$$

Em situações mais gerais, entretanto, pode ocorrer o fenômeno conhecido como difusão anômala [9, 10, 15–17], onde o desvio quadrático médio escala, para tempos longos, como,

$$\langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle \propto t^\alpha,$$

onde o expoente  $\alpha$  assume valores positivos. Quando  $\alpha = 1$  ocorre a difusão normal, quando  $0 < \alpha < 1$  o processo é chamado *sub-difusivo* e quando  $\alpha > 1$  é chamado *super-difusivo*, sendo um caso particular o comportamento balístico ( $\alpha = 2$ ), ou seja, as partículas se movendo de modo retilíneo e uniforme divergindo da fonte.

Neste trabalho, um modelo para a propagação de um fluido em um meio poroso parcialmente solúvel foi estudado. O meio é modelado por uma rede de percolação [18] bidimensional quadrada de lado  $L$ . Os sítios ocupados, presentes com probabilidade  $p$ , representam partículas sólidas com um certo grau de insolubilidade  $R$ , enquanto os sítios vazios, presentes com probabilidade  $1 - p$ , representam poros. O agente representa moléculas de um fluido, cuja fonte é localizada no interior da rede. Os sítios da rede interagem somente com seus vizinhos mais próximos em uma vizinhança de *Moore* [7], ou seja, seus oito vizinhos geometricamente mais próximos. A dinâmica do sistema depende de propriedades tanto do fluido quanto do meio, possuindo dois casos extremos: um comportamento balístico, quando o meio não oferece nenhuma resistência à passagem do fluido ( $p = 0$ ) ou sem propagação ( $p \rightarrow 1$ ), ficando o fluido retido em uma região pequena no meio. No caso intermediário ( $0 < p < 1$ ), particularmente quando  $p$  está próximo do valor crítico de percolação  $p_c$ , o sistema apresenta um comportamento *difusivo*.

Este trabalho está inserido nas linhas de pesquisa desenvolvidas pelo Grupo de Física Teórica e Computacional de Modelos Magnéticos Desordenados e de Modelos de Propagação por Contato. Na seção 2 serão enumerados os objetivos atingidos ao longo da pesquisa, na seção 3 será discutida detalhadamente a metodologia utilizada. Os resultados serão apresentados e discutidos na seção 4, sendo apresentadas as conclusões e perspectivas de continuidade na seção 5. Em seguida são apresentadas as dificuldades encontradas e as demais atividades desenvolvidas pelo estudante no interstício.

## 2 Objetivos

O trabalho teve como objetivo geral, analisar a dinâmica de propagação de um fluido em um meio poroso parcialmente solúvel, utilizando para isso um modelo simplificado de autômatos celulares em um meio desordenado.

De modo específico, para os diversos valores dos parâmetros do modelo, ou seja,  $p$ , a probabilidade de ocupação inicial dos sítios da rede por material sólido,  $R$ , o parâmetro que controla o grau de solubilidade do material, além de parâmetros computacionais, como o tamanho  $L$  da rede e o número de amostras  $M$ , foi determinada,

- a probabilidade de vazamento do fluido pelas bordas da rede, quando injetado continuamente em um ponto centra;
- a concentração crítica,  $p_c(R)$ , de partículas sólidas que compõem o meio, a qual separa o comportamento onde ocorrem vazamentos com alta probabilidade e onde esses raramente ocorrem;

## 3 Metodologia

Foram utilizadas técnicas computacional baseadas em modelos de *autômatos celulares* [7, 19] para simular a dinâmica de um fluido em um meio poroso parcialmente solúvel. O modelo consiste de um sistema de autômatos celulares dispostos em uma rede bidimensional quadrada de lado  $L$ , com condições de contorno abertas e interações de primeiros vizinhos em uma vizinhança de Moore. Os estados dos autômatos representam a existência de partículas sólidas, poros ou moléculas de fluido. As partículas sólidas, por sua vez, são caracterizadas por um grau de insolubilidade, que neste modelo simplificado é representado por um número inteiro  $R$ , estabelecendo o número mínimo de sítios vizinhos no estado fluido necessários para dissolver uma partícula sólida, modificando o estado desse autômato para o estado fluido.

O meio poroso é representado pelo estado inicial da rede de autômatos, o qual é escolhido aleatoriamente, com cada autômato representando uma partícula sólida, com probabilidade  $p$ , ou um poro, com probabilidade  $1 - p$ . O autômato central é, então, colocado no estado fluido, representando uma fonte inicial. De fato, cada autômato no estado fluido representa uma nova fonte. À partir desse estado inicial ( $t = 0$ ) a dinâmica evolui segundo as seguintes regras determinísticas:

1. um poro é preenchido por fluido (poro  $\rightarrow$  fluido) se qualquer um de seus vizinhos for fluido;
2. uma partícula sólida pode ser dissolvida e se tornar fluido se  $N \geq R$ , onde  $N$  é o número vizinhos no estado fluido e  $R$  é um número inteiro que representa o grau de insolubilidade, ou a resistência do material em se dissolver no fluido;

As regras acima são aplicadas repetidamente e em um mesmo passo de tempo a todos os autômatos da rede, até que o fluido não possa mais se propagar ou tenha atingido a borda da rede. Neste último caso, dizemos que houve *vazamento*, ou seja, o fluido conseguiu se propagar indefinidamente através da rede.

Todo o processo é repetido um número  $M$  de vezes, representando diferentes amostras de medições, cada qual com condições iniciais distintas, mas com os mesmos valores dos parâmetros  $p$  e  $R$ , assim como para o mesmo tamanho  $L$  da rede.

A probabilidade  $P_R(p)$  de vazamento é definida por,

$$P_R(p) \equiv \lim_{M \rightarrow \infty} \frac{N_v}{M},$$

onde  $N_v$  é o número de vezes em que o fluido, partindo de uma fonte central, atinge os limites da rede. O limite  $M \rightarrow \infty$ , contudo, não pode ser realizado computacionalmente, portanto, essa probabilidade é estimada através da frequência relativa,

$$f_R(p) \equiv \frac{N_v}{M},$$

de ocorrência de vazamentos, onde  $M$  deve ser suficientemente grande de modo que  $f_R$  não dependa fortemente de  $M$ . Para estabelecer um valor apropriado para o número de amostras,  $M$ , é realizada uma *análise de amostragem finita*, onde  $f_R$  é calculada variando-se  $M$ , até que haja convergência.

Analogamente, é necessário realizar o *limite termodinâmico*, ou seja,  $L \rightarrow \infty$ . Isso é necessário para se evitar efeitos causados pelas fronteiras da rede (efeitos de borda). Da mesma maneira como para  $M$ , não é possível realizar o limite termodinâmico computacionalmente, portanto, uma *análise de tamanho finito* é realizada, para se determinar um valor apropriado para  $L$  de maneira que os resultados não dependam fortemente de  $L$ . Além disso, para diminuir os efeitos de borda, os cálculos são interrompidos assim que qualquer sítio da borda seja preenchido por fluido, dessa maneira, não há alteração nem na evolução do desvio quadrático médio, nem da geometria da rede devido às bordas.

A concentração crítica, aqui denominada limiar de vazamento,  $p_c$  é definida como o ínfimo de  $p$  para o qual o fluido não é capaz de atingir as bordas da rede. No limite termodinâmico, em analogia com a teoria de percolação,  $p_c$  está bem definido, contudo, quando  $L$  é finito, seu valor precisa ser estimado. Foi adotado, portanto, que  $p_c$  é estimado como sendo o valor da *mediana*, ou seja, o valor de  $p$  para o qual a probabilidade de vazamento é 0,5. Como será discutido detalhadamente na seção 4, essa definição foi utilizada para uniformizar o critério de escolha do valor de  $p_c$ , embora, nos casos estudados possa haver uma outra escolha.

O desvio quadrático médio é definido como,

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle &\equiv \langle (\vec{r} - \langle \vec{r} \rangle)^2 \rangle \\ &= \langle r^2 \rangle - \langle \vec{r} \rangle^2, \end{aligned}$$

onde  $\langle \dots \rangle$  representa uma média sobre todos os sítios contendo fluido e  $\vec{r}$  é um vetor bidimensional que representa a posição de cada sítio contendo fluido. Dessa maneira podemos escrever explicitamente  $\langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle$  em termos de componentes cartesianas bidimensionais,

$$\begin{aligned} \langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle &= \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} r_i^2 - \left( \frac{1}{N_s} \sum_{i=1}^{N_s} \vec{r}_i \right)^2 \\ &= \frac{1}{N} \left( \sum_{i=1}^{N_s} x_i^2 + \sum_{i=1}^{N_s} y_i^2 \right) - \frac{1}{N^2} \left[ \left( \sum_{i=1}^{N_s} x_i \right)^2 + \left( \sum_{i=1}^{N_s} y_i \right)^2 \right], \end{aligned}$$

onde  $N_s$  é o número de sítios contendo fluido e  $\{(x_i, y_i)\}$  é o conjunto de coordenadas cartesianas desses sítios. Esse desvio quadrático médio é, então, obtido a cada passo de tempo de simulação  $t$  e para cada amostra, sendo verificada a validade da relação,

$$\langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle \propto t^\alpha,$$

para valores de  $t \gg 1$ . Nos casos afirmativos, é feita uma média sobre as amostras para determinação de um expoente médio  $\alpha_m$ .

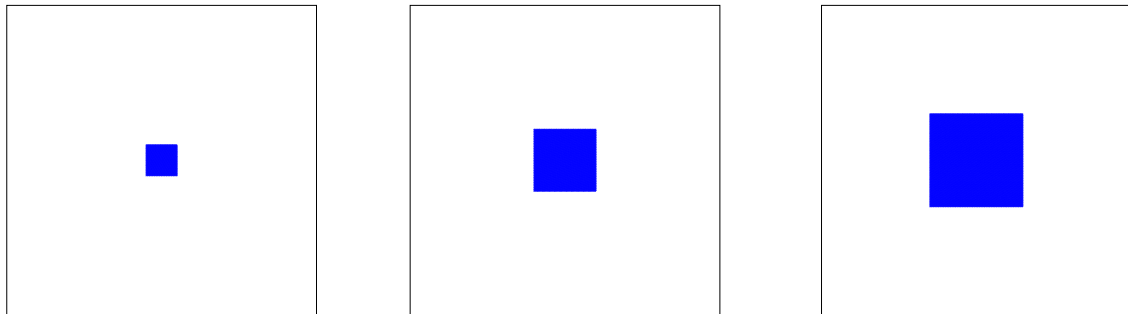
Todos os programas foram desenvolvidos em linguagem de programação C pela equipe de trabalho, composta pelo aluno e pelo orientador. As simulações, após exaustivamente testadas em computadores pessoais, foram executadas no sistema de computação de alta performance do Grupo de Análise, Modelagem e Otimização de Sistema (GAMOS), do Centro Acadêmico do Agreste para a obtenção de todos os resultados apresentados.

## 4 Resultados e Discussão

Duas situações extremas são esperadas. A primeira quando  $p = 0$  e a rede está totalmente vazia, de modo que, independentemente do valor de  $R$ , o fluido introduzido no centro sempre atingirá a borda. A probabilidade de vazamento neste caso será  $P_R(0) = 1$ . Como o fluido é injetado continuamente pela fonte e como não há obstáculos para sua passagem, é observado um comportamento *balístico* da frente de propagação, de modo que o desvio quadrático médio da região preenchida pelo fluido será dado por,

$$\langle (\Delta \vec{r})^2 \rangle \propto t^2,$$

para todos os instantes de tempo. Esse comportamento é reproduzido pelas simulações, como pode ser observado na figura 1, onde a região ocupada pelo fluido é apresentada em azul nos instantes  $t = 100$ ,  $200$  e  $300$  passos. O formato quadrado da região preenchida pelo fluido é devido à geometria quadrada da rede utilizada.



(a)  $t = 100$  passos

(b)  $t = 200$  passos

(c)  $t = 300$  passos

Figura 1: Evolução temporal do fluido introduzido no centro da rede para o caso extremo  $p = 0$ . Em 1(a), após 100 passos, em 1(b), após 200 passos e em 1(c), após 300 passos. Rede com  $L = 2.000$ , apresentando um corte central de dimensões  $1.000 \times 1.000$ .

A segunda situação ocorre quando  $p = 1$  e a rede está totalmente ocupada pelo material sólido, logo, para  $R > 1$  o fluido não tem possibilidade de se espalhar, ficando restrito apenas ao sítio central, nunca atingindo a borda do sistema. Dessa maneira, a probabilidade de vazamento será  $P_R(1) = 0$ .

Por outro lado, para valores intermediários de  $p$ , o processo de evolução do fluido pode se tornar *complexo* em alguns casos. Na figura 2, por exemplo, é apresentada a evolução da região preenchida pelo fluido em uma amostra, para o caso  $p = 0,595$  e  $R = 9$ , em uma rede de tamanho com  $L = 2000$ . É observado neste caso que o fluido se propaga através de caminhos

irregulares, formando uma figura ramificada e provavelmente fractal. Devido aos obstáculos não é esperado o mesmo comportamento balístico do caso  $p = 0$ , assim como a probabilidade de vazamento deve ser afetada, pois podem não ocorrer vazamentos em todas as amostras.

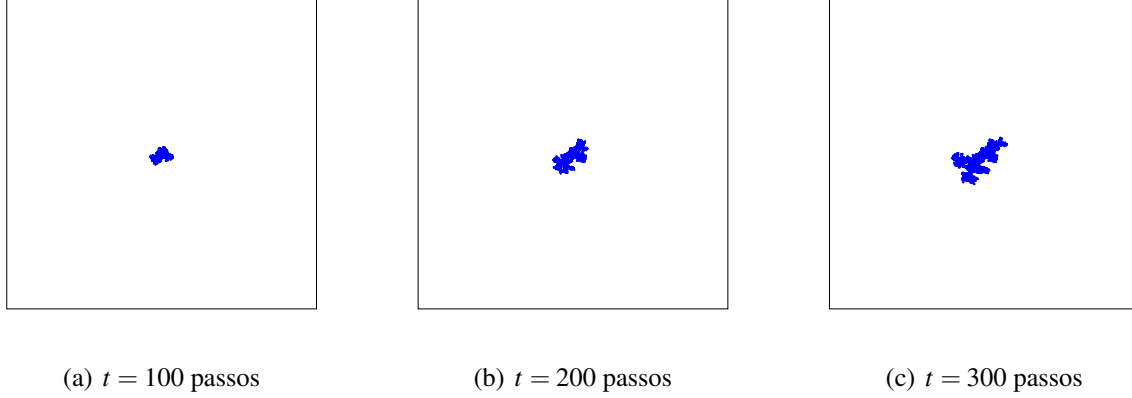


Figura 2: Evolução temporal do fluido introduzido no centro da rede para o caso intermediário  $0 < p \ll 1$  e  $R = 9$ . Em 2(a), após 100 passos, em 2(b), após 200 passos e em 2(c), após 300 passos. Rede com  $L = 2.000$ , apresentando um corte central de dimensões  $1.000 \times 1.000$ .

A probabilidade de vazamento do fluido,  $P_R(p)$ , quando este é introduzido continuamente em um sítio central da rede, depende, portanto, de  $p$  e  $R$ , tendo, assim seu estudo realizado para valores da probabilidade de ocupação  $p$  variando no intervalo  $[0; 1]$  e para os valores do parâmetro de insolubilidade  $R$ , variando de  $R = 2$  até  $R = 9$ . O caso  $R = 9$  representa um material insolúvel, pois para a rede e vizinhança utilizada, o número máximo de vizinhos de qualquer sítio será 8. Dessa forma, o caso  $R = 9$  deve reproduzir os resultados conhecidos do problema de *percolação invasiva* [20]. Como discutido na seção 3,  $P_R(p)$  é estimada através da frequência relativa de vazamentos em um número  $M$  de amostras realizadas. Ou seja, para os mesmos valores de  $p$  e  $R$ , são geradas  $M$  *redes de percolação* distintas como condições iniciais. Um sítio central é então colocado no estado fluido em cada uma das amostras e as regras de propagação são aplicadas até que o fluido não possa mais se propagar, não havendo vazamento, ou atinja qualquer borda da rede, quando é considerado que houve vazamento. É contado, portanto, o número de vezes  $N_v$  em que houve vazamento no número  $M$  de amostras realizadas.

A figura 3 apresenta o comportamento das distribuições de probabilidade de vazamento  $P_R(p)$  em termos de  $p$  e para os diferentes valores de  $R$ . Como esperado, é observado que  $P_R(p)$  diminui à medida que  $p$  aumenta, passando de  $P_R(p) = 1$ , quando  $p \rightarrow 0$ , para  $P_R(p) = 0$ , quando  $p \rightarrow 1$ . Há, contudo, comportamentos qualitativamente distintos, quando  $R \leq 4$ , as distribuições aparentam um comportamento contínuo, enquanto para  $R \geq 5$  as distribuições apresentam uma descontinuidade num determinado valor  $p = p_c(R)$ . Além disso,  $P_2(p)$  parece também não apresentar mudança de concavidade, como acontece com os outros casos.

Do ponto de vista quantitativo, é notável que as distribuições para  $R \geq 6$  se sobrepõem, apresentando o mesmo comportamento dentro da precisão obtida. Embora com um comportamento qualitativo idêntico,  $P_5(p)$  possui um ponto crítico um pouco maior que aqueles observados para os casos em que  $R \geq 6$ .

Esse comportamento se justifica teoricamente. A vizinhança utilizada possui 8 sítios, assim, no caso  $R = 2$ , basta dois sítios no estado fluido para invadir um sítio ocupado, logo, para qualquer  $p \neq 1$ , basta que haja um único sítio vazio na vizinhança da fonte para que dois sítios possam adquirir o estado fluido (o sítio da fonte e seu vizinho). À partir daí, quaisquer sítios

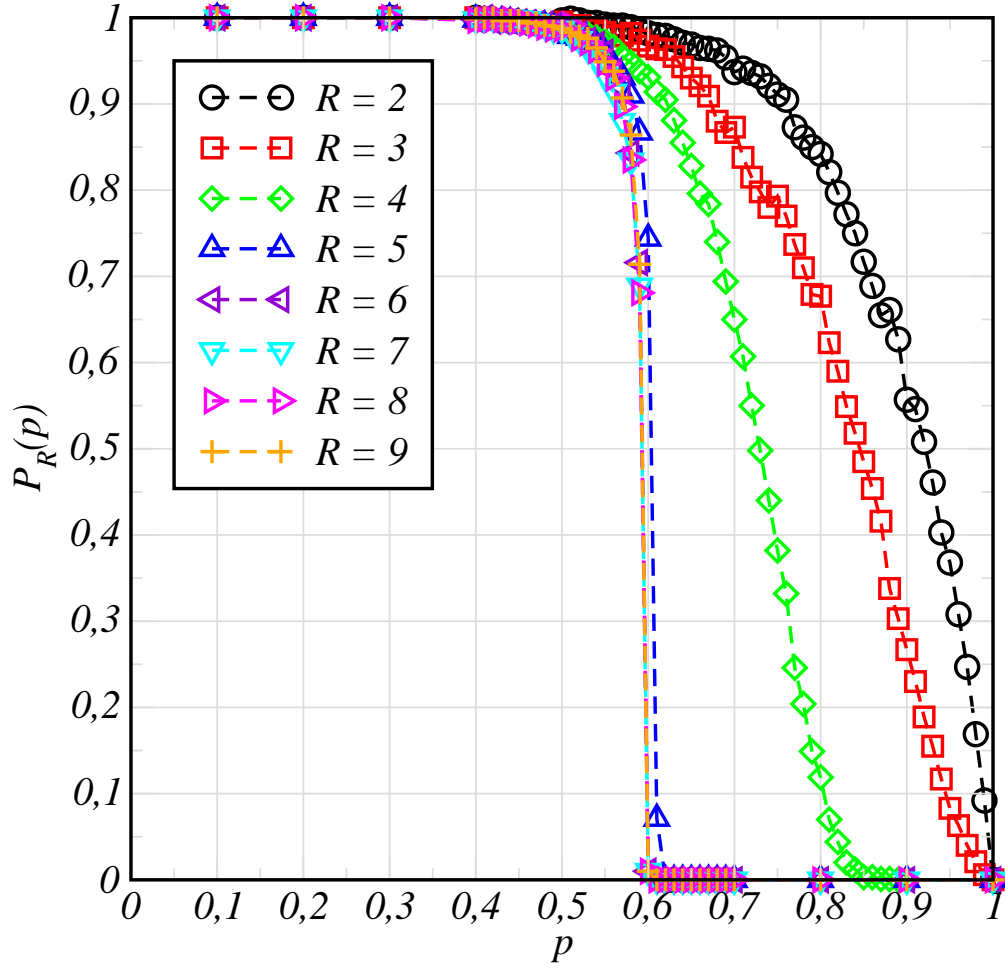


Figura 3: Probabilidade de vazamento do fluido, estimado em uma rede com  $L = 2.000$  e  $1.000$  amostras, em termos de  $p \in [0; 1]$  e para diferentes valores de  $R$ .

na vizinhança desses dois, mesmo estando ocupados, passarão para o estado fluido, pois  $R = 2$ , de modo que toda a rede será invadida. A diminuição da probabilidade de vazamento será, portanto, devida à redução da probabilidade de que haja pelo menos um sítio vazio na vizinhança da fonte,  $\propto 1 - p$ , que se anula linearmente quando  $p \rightarrow 1$ . Para  $R = 3$ , ocorre uma mudança de concavidade, embora  $P_3(p)$  se anule apenas em  $p = 1$ . Neste caso, são precisos 3 sítios no estado fluido, a probabilidade disso acontecer próximo à fonte é  $\propto (1 - p)^2$ , que agora se anula com  $p^2$  quando  $p \rightarrow 1$ . Já no caso  $R = 4$ , para que haja 4 sítios no estado fluido na vizinhança de um sítio ocupado, é necessário que esses sítios não estejam alinhados, assim, não é suficiente a existência de três sítios vazios na vizinhança da fonte para produzir uma propagação efetiva do fluido. A forma da frente de propagação se torna relevante, embora, o fluido possa sempre encontrar caminhos para circundar sítios ocupados quando  $p < 1$ . Provavelmente esse é o motivo de não haver uma descontinuidade em  $R = 4$ .

Nos casos  $R \geq 5$ , a análise se torna mais complexa, para invadir um sítio ocupado, o fluido



precisa invadir a maioria dos seus sítios vizinhos, o que se torna improvável quando os sítios ocupados formam aglomerados. Em teoria de percolação, os aglomerados de sítios ocupados crescem até que haja a formação de um aglomerado infinito (atravessando a rede) quando  $p$  se encaminha para o limiar de percolação, que no caso em estudo, rede quadrada com vizinhança de Moore, é  $p_p = 0,41$  [7]. Dessa forma, não há maneira do fluido atravessar a rede, a menos que o fluido consiga invadir sítios ocupados, portanto, nos casos em que  $R > 5$ , o valor observado para  $p$  onde ocorre a descontinuidade da distribuição de probabilidade de vazamento é compatível com a inexistência de um aglomerado infinito de sítios vazios (poros), o que se dá em  $p = 0,59$  ( $1 - p = 0,41$ ). O caso  $R = 5$  se apresenta como um resultado diferenciado, embora tenha sido atingido o limiar de percolação de poros, o caracter fractal da borda do aglomerado infinito de sítios ocupados possibilita a invasão desses pelo fluido, sendo possível ainda invadir 5 vizinhos. Isso causa o aumento do valor de  $p$  necessário para evitar o vazamento do fluido.

O valor crítico  $p_c$ , chamado *limiar de vazamento* é normalmente definido como o valor mínimo (ou o ínfimo) de  $p$  dos quais a probabilidade de vazamento é nula. Contudo, um valor bem definido de  $p_c$  somente seria possível no limite em que  $L \rightarrow \infty$ , conhecido como o *limite termodinâmico*. Quando  $L$  é finito, ocorrem *efeitos de tamanho finito*, de modo que as distribuições de probabilidade de vazamento se anulam suavemente. Além do mais, como discutido acima, nos casos em que  $R = 2$  e  $R = 3$ , não há indicativo de que mesmo no limite termodinâmico, haja um decaimento descontínuo de  $P_R(p)$ , mesmo em  $p = 1$ . Dessa maneira, e para uniformizar o critério de escolha de um valor de  $p_c$ , neste trabalho, definiremos  $p_c$  como o valor de  $p$  no qual  $P_R(p_c) = 0,5$ , ou seja, a mediada da distribuição. O comportamento de  $p_c(R)$  é apresentados graficamente na figura 4, para redes com  $L = 2.000$  e  $1.000$  amostras.

É observado que, de fato, dentro dos intervalos de erro, os limiares de vazamento para  $R \geq 6$  são idênticos,

$$p_c(6, 7, 8, 9) = 0,5933 \pm 0,0004,$$

sendo compatível com o valor teórico do limiar de percolação da rede quadrada com vizinhança de Moore para os sítios vazios (poros),  $1 - p_c = 0,41$  ( $p_c = 0,59$ ). O caso  $R = 5$  apresenta um valor um pouco maior, mas evidentemente distinto dentro das estimativas de erros de medida,

$$p_c(5) = 0,6059 \pm 0,0004.$$

Nos casos  $R \leq 4$ , embora não haja descontinuidade aparente, dentro do critério adotado, teremos,

$$p_c(2) = 0,9199 \pm 0,0004,$$

$$p_c(3) = 0,8441 \pm 0,0004,$$

$$p_c(4) = 0,7316 \pm 0,0004.$$

Os valores de  $p_c(R)$  e suas respectivas estimativas de erro foram obtidos através de simulações em redes com  $L = 2.000$  e vizinhança de Moore, utilizando-se um procedimento iterativo. Partindo-se do conhecimento prévio de que em todos os casos  $P_R(0) = 1$  e  $P_R(1) = 0$  foram tomados valores  $a_0 = 0$  e  $b_0 = 1$  de modo que,

$$p_n = \frac{a_{n-1} + b_{n-1}}{2},$$

se  $P_R(p_n) > 0,5$ , toma-se  $a_n = a_{n-1}$  e  $b_n = p_n$ , caso contrário, se  $P_R(p_n) < 0,5$ , toma-se  $a_n = p_n$  e  $b_n = b_{n-1}$ , até que

$$|a_n - b_n| < \epsilon = 10^{-3}.$$

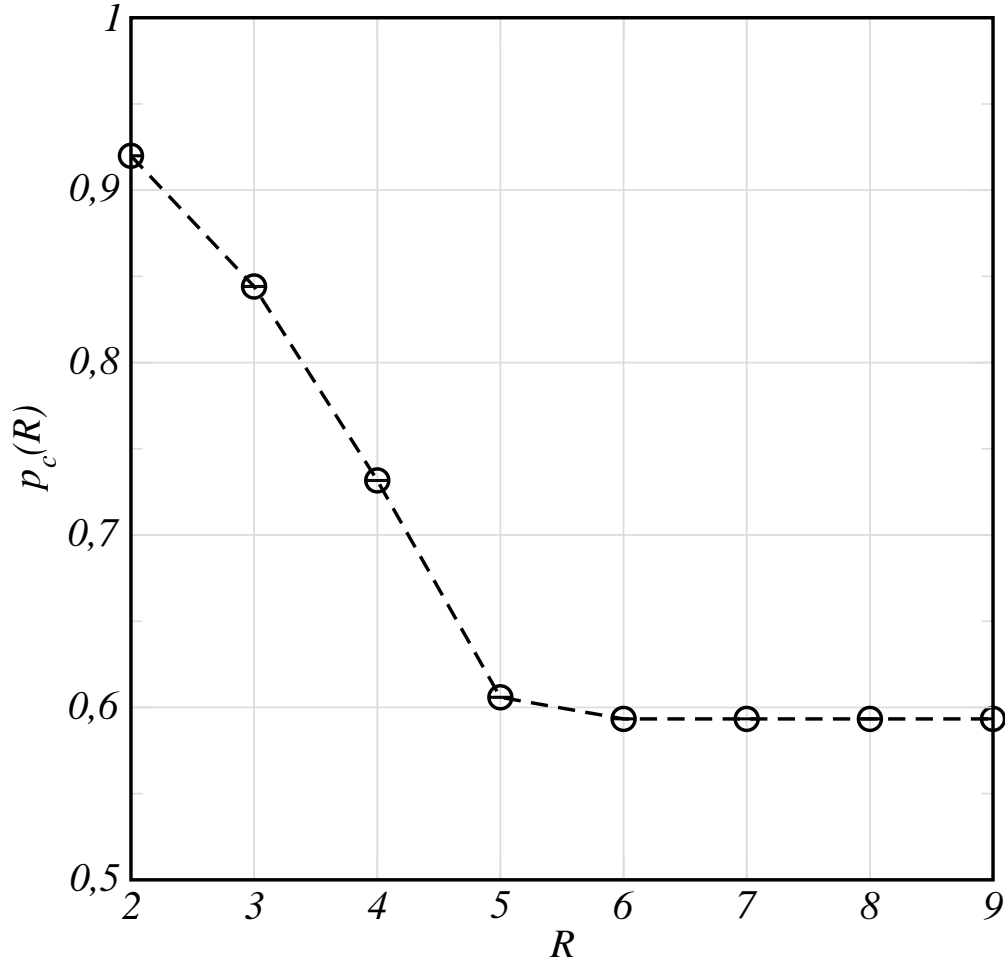


Figura 4: Limiar de vazamento do fluido em termos do parâmetro  $R$ , estimado em uma rede com  $L = 2.000$  e  $1.000$  amostras, utilizando o critério da mediana.

Então,

$$p_c = \frac{a_n + b_n}{2},$$

e o erro,

$$\delta p_c = \frac{|a_n - b_n|}{2}.$$

No caso de  $P_R(p_n) = 0,5$ , o que somente pode acontecer no caso de um número finito de amostras, esse  $p_n$  é tomado como  $p_c$ .

Para garantir que o tamanho da rede não influenciasse nos resultados, foi realizado uma análise de tamanho finito, em que o limiar de vazamento foi obtido em redes de diferentes tamanhos. Como pode ser observado na figura 5, são observadas apenas pequenas flutuações nos casos  $R \leq 4$ , provavelmente devido à continuidade dessas distribuições. Contudo, nos casos  $R \geq 5$  há um comportamento decrescente de  $p_c(L)$ , com notável estabilização à partir de  $L = 2.000$ . Embora apresentados resultados para redes até  $L = 5.000$ , também foram realizadas

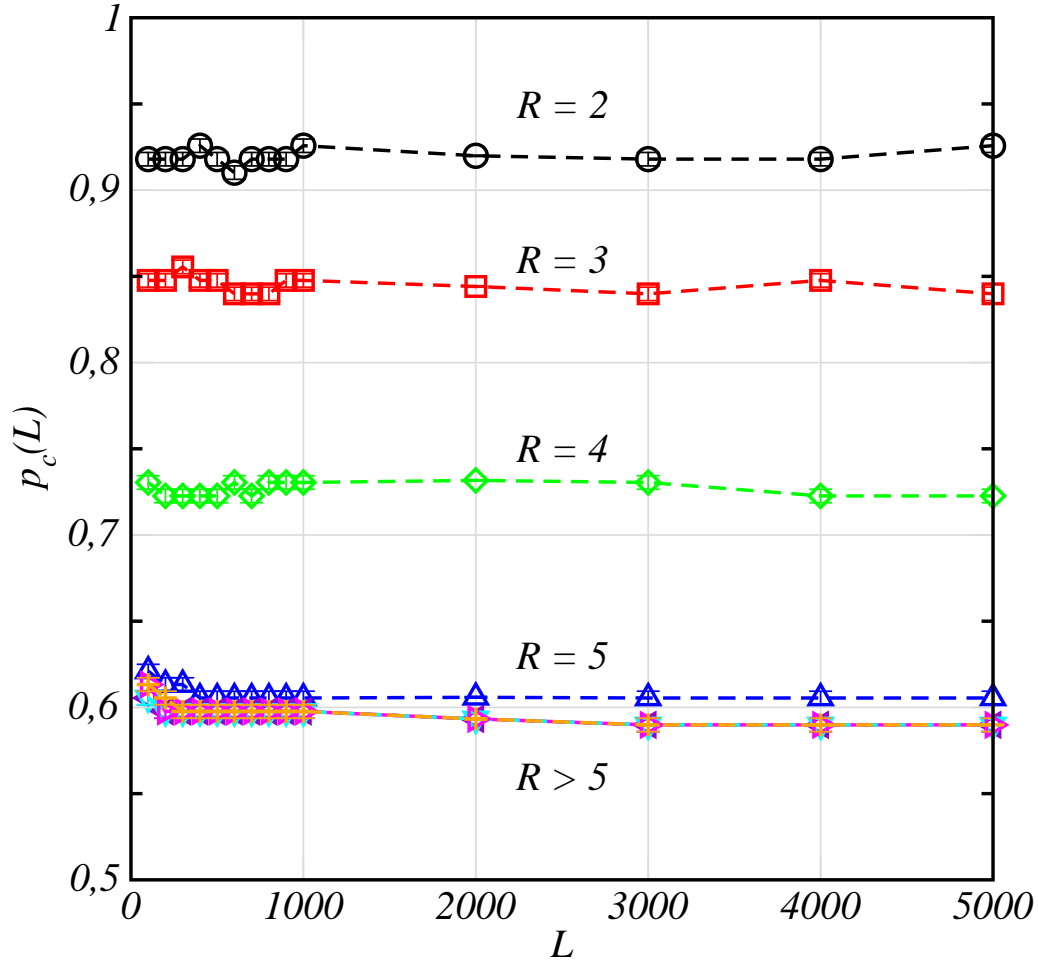


Figura 5: Análise de tamanho finito do limiar de vazamento do fluido em termos do parâmetro  $R$ , estimado em 1.000 amostras e utilizando o critério da mediana.

simulações em redes com  $L = 10.000$ , não apresentando diferenças, embora com um tempo computacional que ultrapassou os 3 meses. Por esse motivo, foi adotada a rede com  $L = 2.000$  para os demais resultados.

## 5 Conclusões e Perspectivas

Um modelo simples para absorção de fluidos em meios porosos parcialmente solúveis foi estudado. Foi observado que dependendo do grau de solubilidade (ou insolubilidade) pode haver uma mudança de comportamento na distribuição de probabilidades do fluido atravessar o meio (vazar). Quando o material é pouco solúvel, há uma descontinuidade da distribuição de probabilidade para um certo valor da densidade do meio,  $p_c$ , indicando uma transição de fases compatível com os resultados da teoria de percolação. Quando, por outro lado, o material passa a ser mais solúvel, a descontinuidade desaparece, havendo um decrescimento contínuo da

probabilidade de vazamento. Foram observadas duas situações intermediárias: o caso  $R = 5$ , em que o comportamento da distribuição de probabilidades de vazamento é descontínua, mas em um valor de  $p_c$  maior do que o esperado em teoria de percolação; e o caso  $R = 4$ , onde a distribuição diminui continuamente, mas se anula em um valor  $p < 1$ . É provável, portanto, que as propriedades dinâmicas do fluido neste meio possam apresentar comportamentos distintos em cada situação.

Como perspectiva de continuidade, é preciso estudar a evolução do desvio quadrático médio do fluido no interior do meio, assim como a geometria da frente de espalhamento. É esperado um comportamento balístico na fase percolante (em que o fluido vaza facilmente), no entanto, quando o material se torna mais denso, o fluido deve percorrer caminhos longos e tortuosos, fazendo com que o desvio quadrado médio cresça mais lentamente. É, preciso, portanto, estimar o expoente associando ao crescimento temporal generalizado para verificar se irá ocorrer comportamento difusivo, sub-difusivo ou se o comportamento super-difusivo ainda é dominante.

O modelo pode ser modificado, levando-se em consideração a densidade local de fluido numa vizinhança estendida, no lugar da vizinhança de Moore e do número de vizinhos ocupados por fluido, além de poder ser estendido para três dimensões.

## Referências

- [1] G. Camelo-Neto and S. Coutinho. Dynamical model for virus spread. *Fractals*, 4(02):113–122, 1996.
- [2] Claudia P. Ferreira, J. F. Fontanari, and Rita M. Zorzenon dos Santos. Phase transitions in a model for the formation of herpes simplex ulcers. *Physical Review E*, 64:041903, 2001.
- [3] G. Abramson and V. M. Kenkre. Spatiotemporal patterns in the Hantavirus infection. *Physical Review E*, 66(1):011912, July 2002.
- [4] V. M. Kenkre, L. Giuggioli, G. Abramson, and G. Camelo-Neto. Theory of hantavirus infection spread incorporating localized adult and itinerant juvenile mice. *European Physical Journal B*, 55(4):461, March 2007.
- [5] G. Camelo-Neto and S. Coutinho. Forest-fire model with resistant trees. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2011(06):P06018, 2011.
- [6] Rebeca Cabral de Novaes. Efeito de incêndios florestais sobre a distribuição etária em florestas heterogêneas. Master’s thesis, Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 2015.
- [7] Florentino Gomes de Oliveira Silva. Forest fire in heterogeneous environments: The role of enlarged active neighborhoods and random forbidden sites. Master’s thesis, Departamento de Física, Universidade Federal de Pernambuco, 2016.
- [8] M. N. Najafi and M. Ghaedi. Water propagation in the porous media, self-organized criticality and ising model. *Los Alamos Electronic Arxiv*, 1306.0201, 2013.
- [9] Eduardo Novais de Azevedo. Difusão anômala em meios porosos. Master’s thesis, Departamento de Física, 2005.
- [10] Douglas Vitoreti da Silva. Transporte difusivo de líquidos em meios porosos - difusão anômala em zeólita consolidada. Master’s thesis, Departamento de Física, 2006.

- [11] Joseph W. Haus and Klaus W. Kehr. Diffusion in regular and disordered lattices. *Physics Reports*, 150(5-6):263–406, 1987.
- [12] George E Uhlenbeck and Leonard S Ornstein. On the theory of the brownian motion. *Physical Review*, 36(5):823, 1930.
- [13] Albert Einstein. *Investigations on the Theory of the Brownian Movement*. Courier Corporation, 1956.
- [14] Sílvio Roberto Salinas. *Introdução a Física Estatística*. Edusp, 2<sup>a</sup> edition, 1997.
- [15] Giane Gonçalves, Marcelo Kaminski Lenzi, Luciana de Souza Moraes, Ervin Kaminski Lenzi, and Marcelo Freitas de Andrade. Difusão anômala e equações fracionárias de difusão. *Acta Scientiarum. Technology*, 27(2):123–131, 2005.
- [16] Isabel Tamara Pedron. *Estudos em difusão anômala*. PhD thesis, Departamento de Física, Maringá, 2003.
- [17] Roberto Rossato. *Extensões da Equação de Difusão: Soluções e Aplicações*. PhD thesis, Departamento de Física - UEM, Maringá, 2011.
- [18] Dietrich Stauffer and Ammon Aharony. *Introduction to percolation theory*. Taylor & Francis, 2 edition edition, 1994.
- [19] Stephen Wolfram. Statistical mechanics of cellular automata. *Reviews of Modern Physics*, 55(3):601–644, 1983.
- [20] David Wilkinson and Jorge F Willemsen. Invasion percolation: a new form of percolation theory. *Journal of Physics A: Mathematical and General*, 16(14):3365, 1983.

## 6 Dificuldades encontradas

Devido ao comportamento complexo da dinâmica do fluido e pela necessidade de se utilizar redes grandes, o esforço computacional impediu um estudo detalhado da evolução temporal do desvio quadrático médio do fluido, assim como a análise fractal do contorno da área molhada. Alguns resultados preliminares apontam no sentido de uma transição de um comportamento balístico para um comportamento difusivo, este ocorrendo na região próximo do limiar de percolação. Entretanto, para se obter o expoente relacionado à difusão anômala é necessário se utilizar redes ainda maiores na região crítica. Além disso, para se estimar o expoente com precisão, assim como o erro associado a essa estimativa, devem ser feitas várias amostras, obtido o expoente para cada amostra e feita a média e o desvio no valor do expoente. As tentativa de se analisar o comportamento médio do desvio quadrático médio se mostrou infrutífero, pois na região crítica não há uniformidade no comportamento nem no número de passos de tempo de cada amostra. Agora que essas dificuldade foram compreendidas, esperamos obter esses resultados para apresentação no CONIC.

## 7 Atividades Paralelas Desenvolvidas Pelo Aluno

O aluno se encontra devidamente matriculado no curso de Física Licenciatura do Centro Acadêmico do Agreste da UFPE.

Caruaru, 16 de setembro de 2016

---

Gustavo Camelo Neto - orientador

---

Luciano Soares Mendes Júnior - aluno