



Universidade Federal de Pernambuco
Centro Acadêmico do Agreste
Nova Caruaru, Caruaru, PE



Relatório Final

Percolação

Bolsista: Luciano Soares Mendes Júnior
Orientador: Gustavo Camelo Neto

Relatório Final encaminhado à PROPESQ
como requisito para conclusão de projeto de
iniciação científica PIBIC/UFPE/CNPq 2014-
2015.

Caruaru, 29 de Agosto de 2016

Conteúdo

1	Introdução	1
1.1	Modelo de percolação de sítios na rede quadrada	1
2	Objetivo	2
3	Metodologia	3
4	Resultados e Discussão	3
4.1	Modelo para Incêndios Florestais	7
5	Conclusões e Perspectivas	9
6	Dificuldades encontradas	10
7	Atividades Paralelas Desenvolvidas Pelo Aluno	11

1 Introdução

O termo percolação [1] significa a passagem de um fluido em um meio poroso, como, por exemplo, água quente atravessando pó de café em um coador. Um dos primeiros modelos teóricos desenvolvidos para o estudo do fenômeno da percolação foi proposto por Broadbent e Hammersley [2]. Podemos imaginar este fenômeno da seguinte forma, um certo material poroso possui poros dispostos de maneira aleatória, dependendo do quão distantes essas cavidades estejam uma das outras poderá haver junção de poros, ocorrendo, então, a formação de túneis. Esses podem, por sua vez, ligar duas extremidades do material de forma que agora um fluido possa atravessar o sistema. Em outras palavras, a percolação ocorre quando há a formação de um caminho que interligue uma extremidade a outra do material poroso.

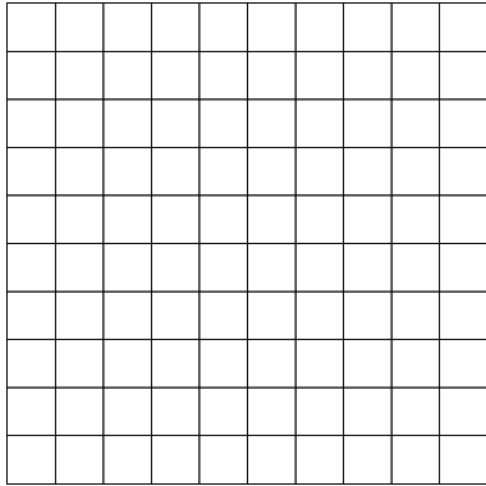
Com o surgimento de novas ferramentas computacionais e a possibilidade de generalização do conceito para estudar outros fenômenos, além do que foi descrito anteriormente, a teoria de percolação tornou-se bastante útil, sendo aplicada em diversos problemas, como, por exemplo, no estudo do alastramento de incêndios florestais [3, 4], onde por meio de métodos estatísticos pode ser estimado o tempo de queima de uma certa área ou mesmo pode se determinar a fração de árvores queimadas em um possível incêndio, ou de processos infecciosos [5, 6]. No caso de incêndios florestais, no lugar do fluido temos as chamas e dos poros as árvores, a formação do caminho para propagação do incêndio vai depender do quão as árvores estão distantes uma das outras. Observamos a existência de dois regimes bem definidos, em um deles há um caminho percolante, ou seja, interligando dois extremos do sistema, e outro quando não há esse caminho. A existência ou não do caminho percolante depende da probabilidade de ocupação p da rede de árvores, ou poros, quando p se aproxima de um certo valor crítico p_c ocorre uma transição de fases onde o sistema passa de não percolante para percolante. Essa transição, como veremos mais adiante, é uma transição de fases caracterizada na Termodinâmica como de segunda ordem e a estrutura do conjunto de árvores, ou poros, que compões o aglomerado percolante possui características fractais [7, 8].

Neste trabalho foi realizado um estudo inicial sobre Teoria de Percolação de Sítios na rede quadrada e sua aplicação no estudo de fenômenos como incêndios florestais. Foram realizadas simulações computacionais, utilizando-se a linguagem de programação C [10] para a obtenção de amostras de sistemas de percolação de sítios na rede quadrada de lado L . As grandezas relevantes, tal como a probabilidade de ocupação crítica, p_c , e a dimensão fractal do aglomerado percolante foram estimadas numericamente. Daremos continuidade ao projeto, aplicando a teoria de percolação ao estudo de um modelo de absorção de um fluido em um meio poroso semi-solúvel, tal projeto já foi submetido e aprovado no programa de iniciação científica 2015-2016.

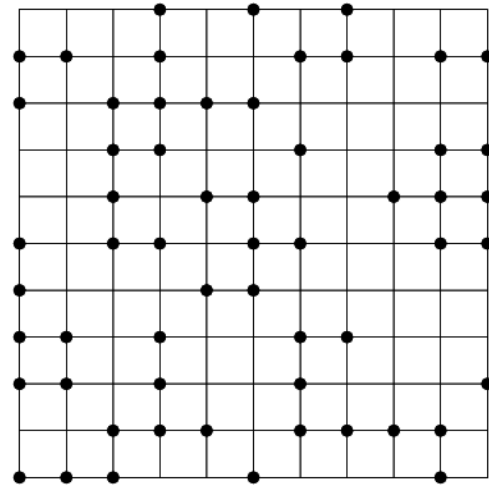
1.1 Modelo de percolação de sítios na rede quadrada

Uma rede quadrada bidimensional de lado L é formada por um conjunto de L linhas retas horizontais e L linhas retas verticais que se cruzam perpendicularmente. Os pontos de cruzamento dessas linhas são chamados *sítios*, enquanto os segmentos interligando os sítios são chamados *ligações*. Uma rede quadrada de lado $L = 11$ é apresentada na figura 1(a), a qual possui, portanto, $N = L^2 = 11^2 = 121$ sítios. Observamos que cada sítio de uma rede quadrada está diretamente ligado à quatro outros sítios, através de ligações, esses são chamados de vizinhos mais próximos, primeiros vizinhos ou vizinhança daquele sítio.

Podemos definir um modelo de percolação [1] de sítios em uma rede quadrada ocupando, com probabilidade p , os sítios da rede com alguma entidade física, tal como uma molécula,



(a) Rede quadrada de lado $L = 11$, os vértices são chamados sítios e as arestas são chamadas ligações. Cada sítio possui quatro primeiros vizinhos, ou vizinhos mais próximos.



(b) Rede de percolação quadrada de lado $L = 11$, ocupada com probabilidade de ocupação p . Conjuntos de sítios ocupados formam aglomerados de vários tamanhos.

Figura 1: Percolação na rede quadrada de lado $L = 1$.

uma árvore ou uma célula; denominados tal rede ocupada de *rede de percolação*. À medida que a probabilidade de ocupação de sítio p aumenta, uma maior quantidade de sítios estarão ocupados, podendo formar *aglomerados*, ou seja, conjuntos de sítios ocupados que possuam um o mais vizinhos ocupados também.

O estudo dos aglomerados em percolação tem um papel importante, por exemplo, a formação de um aglomerado que conecte as extremidades da rede vai determinar se ocorreu ou não o fenômeno da percolação, dizemos pois que esse aglomerado é um *aglomerado percolante*. Na figura 1(b), observamos uma rede de percolação de lado $L = 11$ com probabilidade de ocupação $p = 0,25$, cada aglomerado está identificado com sítios de uma mesma cor. É possível observar que o aglomerado na cor azul conecta dois extremos da rede, sendo, portanto, um aglomerado percolante.

Obviamente, se p for muito pequeno, não haverá aglomerado percolante, por outro lado, para p muito grande, sempre haverá um aglomerado percolante, um fato interessante acontece quando, variando p desde $p = 0$ até $p = 1$, ocorre pela primeira vez o fenômeno da percolação, isso acontece em um certo *valor crítico*, $p = p_c$, denominado *limiar de percolação*. Neste ponto o sistema sofre uma *transição de fase* deixando de ser um sistema não-percolante, passando a ser um sistema percolante.

2 Objetivo

Este trabalho tem como objetivo geral entender o fenômeno da percolação e sua aplicabilidade em sistemas físicos reais. De forma específica, o modelo de percolação de sítios em redes quadradas foi estudado observando-se a distribuição de aglomerados à medida que a probabilidade de ocupação p varia de $p = 0$ até $p = 1$. Nosso primeiro objetivo é, portanto, verificar em que valor crítico p_c ocorre a transição entre a fase percolante e a fase não-percolante, além de analisar a natureza da transição. Posteriormente, as técnicas desenvolvidas nesse estudo foram aplicadas à distribuições de árvores num modelo de autômatos celulares para incêndios florestais.

tais desenvolvido pelo orientador deste trabalho e em colaboração com o aluno de Mestrado Florentino Gomes do Departamento de Física da UFPE.

3 Metodologia

Os resultados foram obtidos através de simulações numéricas de algoritmos computacionais desenvolvidos em linguagem de programação C [10]. Um desses algoritmos produz redes de percolação quadradas de tamanho especificado L e com probabilidade de ocupação p , posteriormente, a rede de percolação é analisada por outro algoritmo, que identifica os diferentes aglomerados e verifica se houve ou não o fenômeno da percolação.

No computador, a rede é representada por uma variável do tipo matriz quadrada $L \times L$, cujos elementos, A_{ij} , representam os sítios e seus valores o estado de ocupação. Podemos, portanto, associar um valor não-nulo com probabilidade p ou um valor nulo com probabilidade $1 - p$ para cada elemento da matriz, representando, respectivamente, o sítio ocupado ou o sítio vazio; em nosso caso, associamos o valor 1 aos ocupados. Uma vez produzidas as redes de percolação é necessário identificar os aglomerados, uma das técnicas mais conhecidas na literatura é a utilizada no algoritmo de Hoshen-Kopelman [9]. Entretanto, foi utilizado um algoritmo próprio, menos eficiente, porém preciso e mais intuitivo. Como explicado na seção 6, o estudo do algoritmo de Hoshen-Kopelman ainda está em andamento e será colocado em prática na continuação desse trabalho. O algoritmo de identificação dos aglomerados consiste em percorrer todos os sítios da rede e nomeá-los, de maneira que sítios que pertençam ao mesmo aglomerado possuam o mesmo nome, o algoritmo de Hoshen-Kopelman realiza essa tarefa em uma única passagem, entretanto, o algoritmo utilizado por nós necessita percorrer a rede várias vezes. Uma vez que todos os aglomerados são identificados corretamente, verifica-se se há e, neste caso, qual é o aglomerado percolante, ou seja, algum aglomerado que interligue duas extremidades quaisquer da rede. Essas simulações são, então, repetidas um número M grande de vezes de modo que uma análise estatística seja realizada.

4 Resultados e Discussão

A figura 2 apresenta algumas das redes de percolação produzidas, com $L = 50$ e $0 \leq p \leq 1$. Para melhorar a visualização, diferentemente da figura 1, as ligações foram omitidas. Em 2(a) é apresentada uma rede de percolação com probabilidade de ocupação $p = 0,10$. Observamos sítios esparsos e pequenos aglomerados apenas, nitidamente não há aglomerado percolante. Em 2(b), vemos uma rede com probabilidade de ocupação $p = 0,40$, onde é possível observar aglomerados maiores, mas não se pode afirmar à olho se há um aglomerado percolante. Em 2(c), fizemos $p = 0,70$, agora observamos nitidamente o fenômeno da percolação, indicando que o limiar de percolação, p_c está no intervalo $0,40 < p_c < 0,70$. Em 2(d), com todos os sítios ocupados, há um único aglomerado, com todos os sítios da rede.

Dominado o algoritmo de produção das redes de percolação, precisamos ser capazes de identificar os aglomerados, de forma que seja possível verificar a existência de algum aglomerado percolante, além, também, de avaliar a distribuição de aglomerados. Na figura 3, observamos duas situações com redes grandes, $L = 500$ com os aglomerados devidamente identificados, cada qual com uma cor. Por limitações técnicas, as cores podem se repetir, entretanto, a identificação interna de cada aglomerado é única. Em 3(a), observamos uma rede com $p \ll p_c$, neste caso, há muitos aglomerados, todos pequenos e dispersos, não há cor predominante. Já na figura 3(b), observamos uma rede com $p \gg p_c$, há um aglomerado predominante, em azul

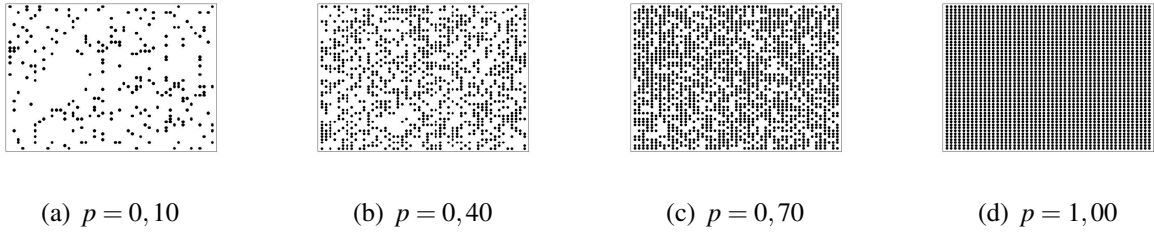


Figura 2: Redes de percolação de tamanho $L = 50$ e diferentes valores da probabilidade de ocupação p .

claro (ciano), percolante, incrustado por uma grande quantidade de aglomerados pequenos e esparsos.

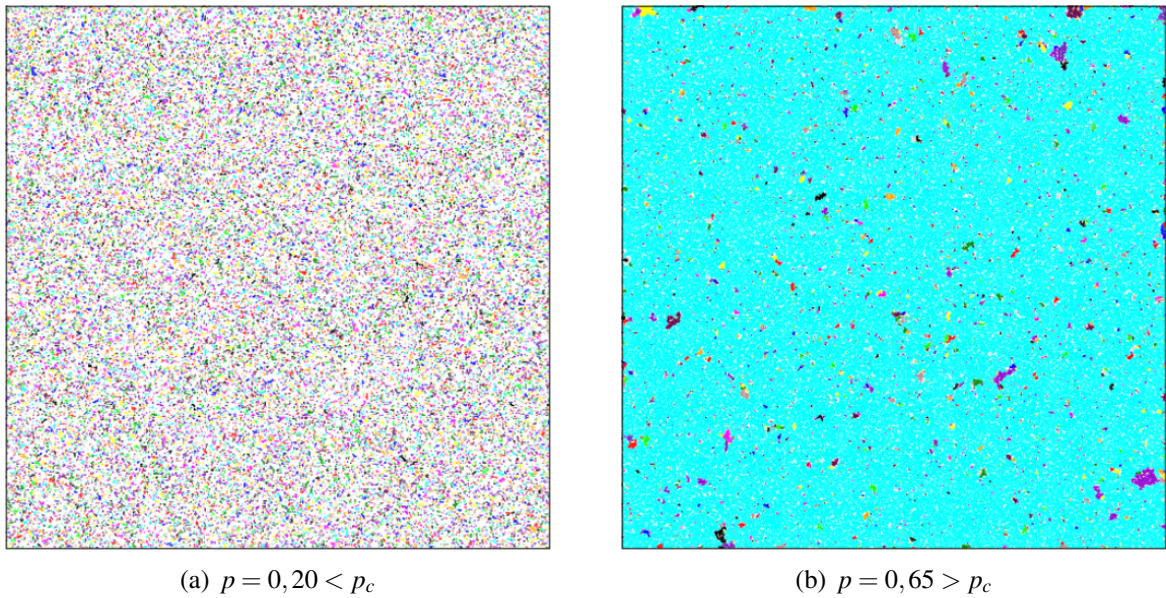


Figura 3: Redes de percolação de tamanho $L = 500$, com os aglomerados devidamente identificados, para $p < p_c$, $p > p_c$.

Ajustando o valor de p obtemos o resultado apresentado na figura 4, onde foi construída uma rede de percolação quadrada de lado $L = 500$ e com $p = 0,59$. Observa-se a existência de aglomerados de diversos tamanhos, alguns grandes, como os representados em amarelo, laranja e verde, outros de tamanhos intermediários. Entretanto, o aglomerado amarelo é percolante, interligando as extremidades superior, esquerda e inferior da rede. É notável que além de ser o maior, o aglomerado percolante é bastante irregular. Esse é um forte indicativo de que essa rede está próxima ao limiar de percolação, $p \approx p_c$.

Por definição, para $p < p_c$ não deverá existir aglomerado percolante, enquanto sempre haverá um aglomerado percolante para $p > p_c$. Entretanto, um valor bem definido de p_c só poderá ser obtido no limite $L \rightarrow \infty$, conhecido como *limite termodinâmico*. Dessa forma, para estimar precisamente o valor de p_c com redes de tamanho finito analisaremos a probabilidade de existir um aglomerado percolante na rede. Para tanto, um grande número, M , de redes de percolação com o mesmo valor de p e L será produzido, sendo contado, para cada par de valores (L, p) o número de casos, M_p , em que pelo menos um aglomerado percolante foi encontrado. Desse

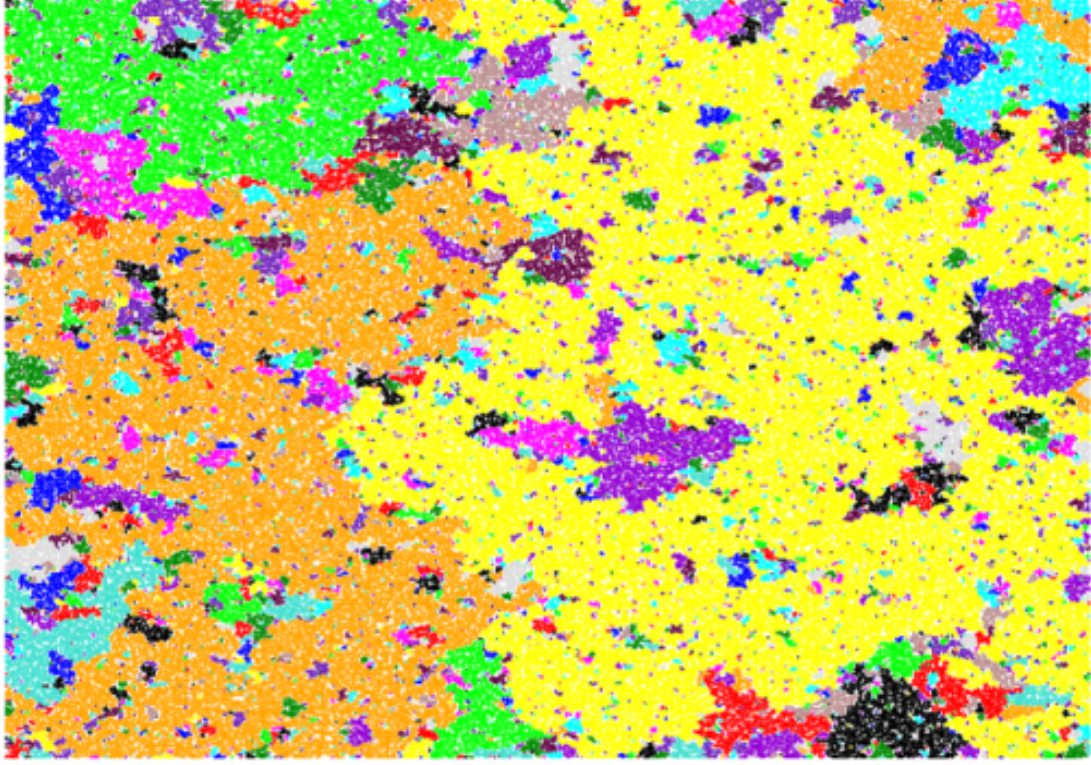


Figura 4: $p = 0,59 \approx p_c$.

modo a frequência relativa $f_L(p)$ de ocorrência de percolação pode ser obtida como,

$$f_L(p) = \frac{M_p}{M}.$$

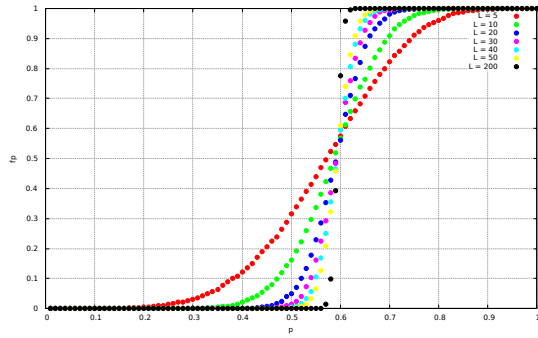
A *probabilidade de percolação* é, então, definida por,

$$P(p) = \lim_{M \rightarrow \infty} f_L(p), \quad (1)$$

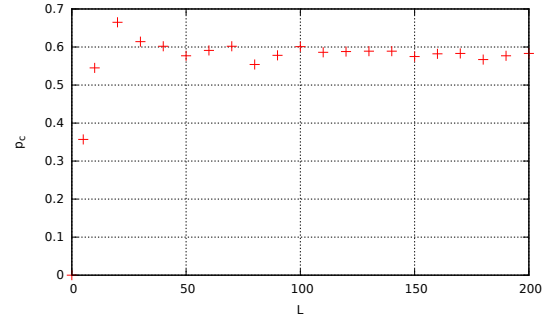
A figura 5(a) apresenta o comportamento da frequência relativa de percolação em termos de p para diferentes valores do tamanho da rede L . Como esperado, para pequenos valores de p a frequência de ocorrência de percolação é muito baixa, passando para um valor alto à medida que p ultrapassa o limiar de percolação, p_c . É observado que ao aumentar o tamanho da rede, L , a inclinação da curva fica cada vez mais acentuada na região $p \approx p_c$. Observa-se, também, que existe um ponto de encontro entre as curvas para diferentes valores de L . Esse ponto é curioso, indicando um comportamento que não depende do tamanho da rede, uma característica típica de um sistema que se encontra na *região de criticalidade* em uma *transição de fases de segunda ordem* [11].

Assumindo a definição de p_c como sendo o *supremo* dos valores de p para os quais a probabilidade de percolação é nula, podemos obter $p_c(L)$, ou seja, o valor de p_c para cada tamanho de rede L , como o primeiro valor para o qual $P(p) > 0$. A figura 5(b) mostra o comportamento de $p_c(L)$. Observe que para redes suficientemente grandes $L \gtrsim 50$ os valores de $p_c(L)$ flutuam em torno de um patamar. Calculando o valor médio,

$$\langle p_c \rangle = \frac{1}{\Delta L} \int_{L_0}^{L_0 + \Delta L} p_c(L) dL,$$



(a) Frequências relativas de ocorrência de percolação para diferentes valores de L em termos de p , com $M = 10.000$. L aumenta do vermelho para o preto.



(b) Comportamento de p_c versus L .

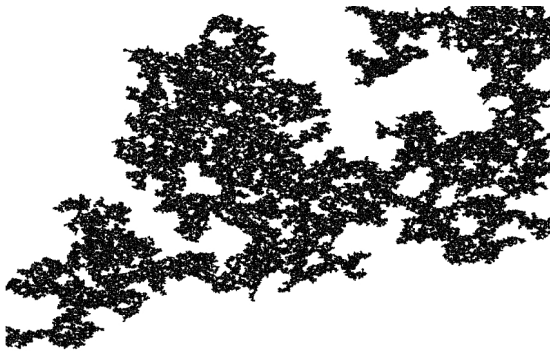
Figura 5: Estimativa de p_c .

onde tomamos $L_0 = 100$ e $\Delta L = 100$, encontrando uma estimativa,

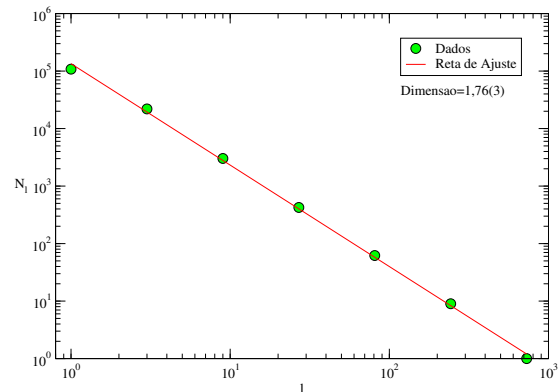
$$p_c \approx 0,583(1). \quad (2)$$

Em colaboração com o aluno de iniciação científica Felipe Camargo Marcolino, que está estudando as propriedades da *geometria fractal* [12], foi realizada uma análise da *dimensão fractal* do aglomerado percolante na proximidade de p_c , utilizando o método da *contagem de caixas* [12].

Um fractal possui várias características, dentre elas a autossimilaridade, ou seja, se for destacado uma pequena parte da figura original e essa for ampliada, é observado que a aplicação e a figura original apresentam as mesmas características. Um fractal também pode ter dimensão fracionária, indicando um alto grau de complexidade. A figura 6(a) apresenta um aglomerado percolante típico, obtido em uma rede de tamanho $L = 729$ com $p = 0,583 \approx p_c$. Como é possível verificar, a figura é bastante complexa, repleta de reentrâncias e cavidades.



(a) Aglomerado percolante de uma rede com $L = 729$ e $p = 0,583 \approx p_c$.



(b) Comportamento do número de caixas, N_l , de lado l , ocupadas por partes do aglomerado percolante.

Figura 6: Estimativa da dimensão fractal de um aglomerado de percolação próximo de p_c .

Utilizando o método da contagem de caixas, que consiste em sobrepor um reticulado de caixas quadradas de lado l sobre o objeto do qual se deseja estimar a dimensão fractal, contando o número de caixas ocupadas por qualquer de suas partes. Fazendo-se variar o tamanho das

caixas, obtém-se o comportamento do número de caixas N_l de tamanho l ocupadas, a dimensão fractal é fornecida pelo módulo da inclinação da curva resultante em escala logarítmica, no caso dessa curva ser representada por uma reta nessa escala. A figura 6(b) apresenta o comportamento de N_l versus l em escala logarítmica para o aglomerado percolante da figura 6(a). Observem que, de fato, o comportamento da curva na escala logarítmica é praticamente linear. Assim, realizando uma regressão obtemos a dimensão fractal do aglomerado percolante como,

$$D_f = 1,76(3),$$

indicando que o aglomerado de percolação em p_c é fractal.

4.1 Modelo para Incêndios Florestais

Aplicaremos as técnicas discutidas nas seções anteriores ao estudo de incêndios florestais simulados em computador através de um modelo que vem sendo estudado em colaboração com o Departamento de Física da UFPE [3, 4, 13, 14].

O modelo consiste em um *autômato celular* para a dinâmica de crescimento de árvores e para a propagação de incêndios. O sistema é definido em uma rede quadrada de lado L , com condição de contorno periódicas e *vizinhança de Moore*. Cada sítio é ocupado por um autômato que pode assumir os seguintes estados: árvore suscetível, árvore resistente, árvore incendiada, sítio desocupado. Árvores suscetíveis são frágeis e facilmente incendiadas em caso de incêndios, árvores resistentes são mais robustas, sendo de difícil ignição. No modelo, árvores suscetíveis tornam-se incendiadas se houver pelo menos uma árvore incendiada em sua vizinhança, enquanto árvores resistentes necessitam de um certo número R de árvores incendiadas em sua vizinhança para se tornar incendiada no próximo passo de tempo. Novas árvores podem nascer em sítios desocupados com probabilidade p por sítio, sendo suscetíveis com probabilidade q ou resistentes, com probabilidade $1 - q$. Por outro lado, focos de incêndios podem surgir nos sítios ocupados por árvores, sejam suscetíveis ou resistentes, com probabilidade f , também por sítio. O sistema sempre evolui para um estado estacionário independente das condições iniciais, caracterizado por uma distribuição espaço-temporal média independente do tempo. Há uma forte discussão na literatura se esse estado estacionário, dependendo dos valores dos parâmetros R e q , pode apresentar o fenômeno da *criticalidade auto-organizada* nos limites em que $p \rightarrow 0$, $f \rightarrow 0$ e $f/p \rightarrow 0$. Esse estado é caracterizado por uma distribuição temporal de incêndios sem tamanho ou tempo de duração característicos, ocorrendo em várias escalas espaço-temporais. Foi mostrado [3, 4] que isso não é possível quando $R \geq 3$ e $q \leq q_c(R)$.

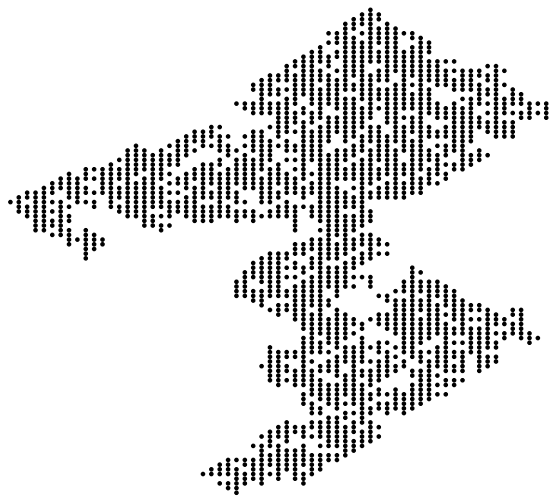
Uma das questões discutidas recentemente refere-se à distribuição espacial das árvores no estado estacionário. Portanto, em colaboração com o aluno de mestrado do Departamento de Física da UFPE, Florentino Gomes, e com um aluno de iniciação científica do Centro Acadêmico do Agreste da UFPE, Felipe Marcolino [12], realizamos uma análise da probabilidade de ocupação da rede e da dimensão fractal dos maiores aglomerados de árvores suscetíveis e resistentes em uma amostra do estado estacionário. Os dados foram fornecidos pelo orientador deste trabalho, obtidos por simulações em rede de lado $L = 2000$, com $R =$ e $q = 0,9 > q_c(3) \approx 0,83$. $f/p = 10^{-4}$.

Inicialmente foi obtida a probabilidade de ocupação de árvores suscetíveis, p_s , e resistentes, p_r , encontramos,

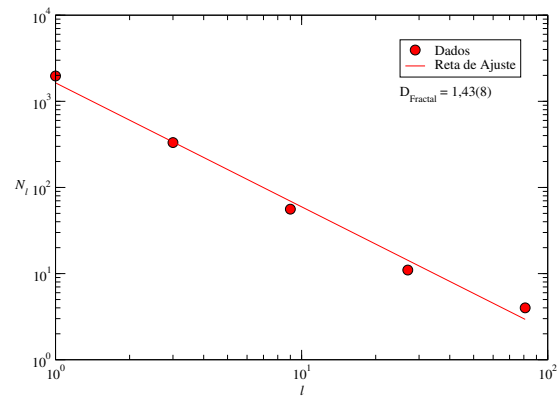
$$p_s = 0,317111$$

$$p_r = 0,449777,$$

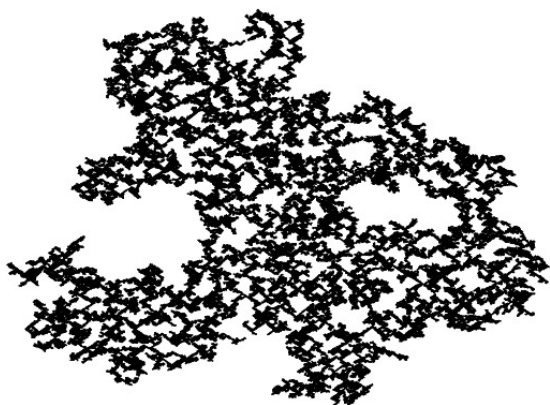
onde é verificado que ambas as probabilidades de ocupação estão abaixo do limiar de percolação de sítios para rede quadrada e primeiros vizinhos. Contudo, como o modelo para incêndios florestais proposto adota a vizinhança de Moore, a qual subentende na rede quadrada os oito vizinhos mais próximos, ou seja, os quatro vizinhos nas direções horizontal e vertical e os quatro vizinhos nas direções diagonais; o limiar de percolação, de acordo com o prescrito na literatura, seria 0,407 [15]. Dessa forma, há grande probabilidade de existência de aglomerado percolante apenas para o conjunto de árvores resistentes. Isso indica a grande robustez da floresta em relação à propagação de incêndios, pois esses se propagam com mais facilidade entre as árvores suscetíveis, cujo conjunto está abaixo da concentração crítica. Isso pode ser uma explicação viável para a não existência da criticalidade auto-organizada verificada nesses sistemas. O passo seguinte foi realizar a identificação dos diversos aglomerados, de modo a selecionar o maior deles para cada população, suscetível ou resistente. Esses dados foram, então, enviados para nosso colaborador, estudante Felipe Marcolino, para a estimativa das dimensões fractais do maior aglomerado de cada população.



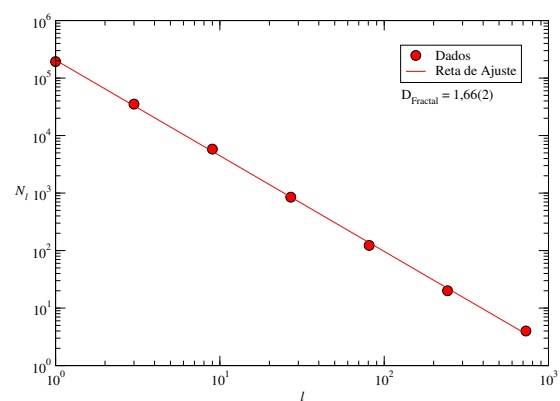
(a) Maior aglomerado de árvores suscetíveis no estado estacionário.



(b) Estimativa da dimensão fractal do maior aglomerado de árvores suscetíveis pelo método de contagem de caixas [12]. (Agradecimentos ao estudante Felipe Marcolino)



(c) Maior aglomerado de árvores resistentes no estado estacionário.



(d) Estimativa da dimensão fractal do maior aglomerado de árvores resistentes pelo método de contagem de caixas [12]. (Agradecimentos ao estudante Felipe Marcolino)

Figura 7: Maiores aglomerados de árvores suscetíveis e resistentes e as respectivas estimativas das dimensões fractais.

A figura 7 apresenta os maiores aglomerados de cada população de árvores obtidas pelo modelo no estado estacionário e as respectivas estimativas de suas dimensão fractais, realizadas através do método de contagem de caixas pelo estudante Felipe Marcolino [12]. Em 7(a) observamos o maior aglomerado de árvores suscetíveis, cuja estimativa de sua dimensão fractal é ilustrada na figura 7(b). O mesmo procedimento foi realizado para o maior aglomerado de árvores resistentes, apresentado na figura 7(c). Vemos, na figura 7(d) a estimativa de sua dimensão fractal. Desse modo, obtivemos que,

$$D_{\text{Suscetíveis}} = 1,43(8)$$

$$D_{\text{Resistentes}} = 1,66(2),$$

onde as estimativas de erros referem-se ao ajuste das curvas pelo método dos mínimos quadrados. Vemos, portanto, que ambos os aglomerados são fractais, embora o aglomerado de árvores suscetíveis apresente maiores ramificações, enquanto o aglomerado de árvores resistentes seja um pouco mais compacto.

5 Conclusões e Perspectivas

Verificamos que é possível modelar o fenômeno da percolação em computador, utilizando uma rede cujos sítios são ocupados com uma certa probabilidade p . Particularmente, observamos que numa rede quadrada de tamanho L e sítios ligados aos seus primeiros vizinhos, a percolação somente acontece quando a probabilidade de ocupação, p , dos sítios não é inferior ao limiar de percolação, p_c , que neste trabalho foi estimado como sendo,

$$p_c \approx 0,583,$$

em razoável concordância com os resultados disponíveis na literatura, $p_c = 0,592 \dots$ [15]. Observamos, também, que nas proximidades de p_c , há uma distribuição bastante heterogênea, com aglomerados de diversos tamanhos.

Além disso, foi possível aplicar a metodologia de estudo da teoria da percolação em um modelo computacional para incêndios florestais, verificando que as concentração de árvores suscetíveis está abaixo do limiar de percolação de sítios na rede quadrada, enquanto, embora isso não seja verdade para o modelo de percolação estudado aqui, esteja acima do limiar de percolação de sítios com vizinhança de Moore, podendo indicar uma razão para a quebra da criticalidade auto-organizada nesse sistema. Os maiores aglomerados de árvores suscetíveis e de árvores resistentes podem apresentar, também, aspecto fractal, sendo o aglomerado de árvores suscetíveis mais ramificado em relação ao de árvores resistentes, conforme indicar suas dimensão fractais.

Esperamos em breve dominar o algoritmo de Hoshen-Kopelman, para sermos capazes de analisar várias amostras do modelo para incêndios florestais, obtendo o comportamento médio da distribuição espacial de árvores em termos dos parâmetros do modelo. Além do mais, continuaremos este, aplicado os conceitos da teoria da percolação e acrescentando técnicas de simulação de autômatos celulares, para estudar um modelo de absorção de um fluido em um meio poroso semi-solúvel, conforme projeto de iniciação científica voluntário aprovado pelo Edital 2015-2016 da PROPESQ/UFPE.

Referências

- [1] D. Stauffer e A. Aharony. Introduction to Percolation Theory. Taylor e Francis, (1994).

- [2] Broadbent, S. R. e Hammersley, J. M., Percolation processes I. Crystals and Mazes, *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society*, 53(3), 629-641 (1957).
- [3] G. Camelo-Neto e S. Coutinho. Forest-fire model with resistant trees. *Journal of Statistical Mechanics: Theory and Experiment*, 2011(06):P06018, (2011).
- [4] G. Camelo-Neto. *Sistemas Complexos Desordenados: Aspectos Dinâmicos e Termodinâmicos*. Tese de Doutorado, Universidade Federal de Pernambuco, (2003).
- [5] G. Camelo-Neto e S. Coutinho. Dynamical Model for Virus Spread. *Fractals*, 4(2):113, (1996).
- [6] Claudia Pio Ferreira, José Fernando Fontanari, e Rita M. Zorzenon dos Santos. Phase-Transitions in a model for the formation of herpes simplex ulcers. *Physics ArXiv*, 0106042:1–15, (2001).
- [7] Benoit B. Mandelbrot. *The Fractal Geometry of Nature*. W. H. Freeman and Company, (1982).
- [8] Jens Feder. *Fractals*. Springer, (1988).
- [9] J. Hoshen and R. Kopelman. Percolation and cluster distribution. I. Cluster multiple labeling technique and critical concentration algorithm. *Physical Review B*, 14(8):3438–3445, (1976).
- [10] Paul Deitel, Harvery Deitel. C: Como Programar. Pearson Prentice Hall, São Paulo, 6a. ed. (2011).
- [11] M. J. Oliveira, *Termodinâmica*, Editora Livraria da Física, São Paulo, 2a edição (2012).
- [12] F. C. Marcolino, *Geometria Fractal: Aplicação ao Estudo de Incêndios Florestais*. Relatório de Iniciação Científica. UFPE, (2015).
- [13] R. C. de Novaes, *Efeitos de Incêndios Florestais sobre a Distribuição Etária em Florestas Heterogêneas*, Dissertação de Mestrado, Departamento de Física, UFPE, (2015).
- [14] F. G. de Oliveira Silva, *Dinâmica da Propagação por Contato: aplicação a incêndios florestais*, projeto de pesquisa de Dissertação de Mestrado, Departamento de Física, UFPE, (2013-2015).
- [15] K. Malarz e S. Galam, Square lattice site percolation at increasing ranges of neighbor interactions, *Physics Condensed Matter ArXiv*, 0408338v1, (2004).

6 Dificuldades encontradas

Houve dificuldades computacionais na implementação do método do Hoshen-Kopelman [9], assim, preferimos utilizar um método alternativo e menos eficiente para dar prosseguimento ao estudo. Essa implementação será retomada nessa segunda etapa do trabalho, para obter um algoritmo mais eficiente, o qual será aplicado ao problema dos incêndios florestais e de absorção de fluidos em meios porosos.

7 Atividades Paralelas Desenvolvidas Pelo Aluno

O aluno se encontra devidamente matriculado nas disciplinas do curso de Física-Licenciatura no Centro Acadêmico do Agreste da Universidade Federal de Pernambuco.

Caruaru, 29 de Agosto de 2016

Gustavo Camelo Neto - orientador

Luciano Soares Mendes Júnior - aluno