Universidad Nacional del Litoral

Mecánica Computacional

Docentes:
Dr. Norberto Marcelo Nigro (nnigro@intec.unl.edu.ar)
MSc. Gerardo Franck (gerardofranck@yahoo.com.ar)
Ing. Diego Sklar (diegosklar@gmail.com)

GUIA DE TRABAJOS PRACTICOS Nº 2.1

MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS 1D

Ejercicio 1

Dada una malla unidimensional formada por cinco (5) nodos equiespaciados y numerados consecutivamente de izquierda a derecha, con el extremo izquierdo en x=0 y el derecho en x=1, calcular la matriz

$$K_{ij} = \int_0^1 N_i N_j dx \quad i,j = 1,2,3,4,5$$

usando:

a. Funciones de prueba lineales a trozos definidas como:

$$N_i(x_j) = \begin{cases} 1 & i = j \\ 0 & i \neq j \end{cases} \quad i,j\ nodos\ de\ la\ malla$$

variando linealmente dentro de cada elemento.

b. Usando funciones del tipo $N_i = x^i$. Comparar con la matriz obtenida en el punto anterior.

c. Repetir el punto a pero usando la siguiente numeración:

x	i
0.00	1
0.25	5
0.50	3
0.75	4
1.00	2

y luego comparar con el punto a.

Ejercicio 2

Construya un subespacio de dimensión finita V_h de V consistente en funciones cuadráticas en cada subintervalo I_j de una partición I=(0,1). ¿Cómo pueden elegirse los parámetros que describan estas funciones? Halle las funciones de base correspondientes, luego formule un método de elementos finitos para el siguiente problema:

$$-u''(x) = f(x) \quad 0 \leq x \leq 1$$
$$u(0) = u(1) = 0$$

Usando le subespacio V_h, escriba el sistema de ecuaciones lineales que resulta cuando se escoge una partición uniforme.

Ejercicio 3

Dadas las siguientes ecuaciones diferenciales con sus condiciones de borde y utilizando una malla uniforme con un paso h, calcular la solución aproximada por el método de elementos finitos lineales, utilizando Galerkin. Especifique que tipo de condiciones de contorno se utiliza en cada uno de los problemas.

a. $-\frac{\partial^2 \emptyset}{\partial x^2} + \emptyset = x \quad 0 \leq x \leq 1$
$\emptyset(0) = \emptyset(1) = 0$

b. $\frac{\partial^2 \emptyset}{\partial x^2} + \emptyset + x = 0 \quad 0 \leq x \leq 1$
$\emptyset(0) = 0 \qquad \left.\frac{\partial \emptyset}{\partial x}\right|_1 = 1$

Ejercicio 4

Considere el problema de conducción de calor 1D:

$$\mathrm{k}\Delta\mathrm{T} + \mathrm{Q} - \mathrm{c}(\mathrm{T} - \mathrm{T}_{\mathrm{amb}}) = 0 \qquad 0 < x < L$$

donde k es la conductividad del medio, T la temperatura, Q una fuente de calor interna, c una constante de pérdida de calor al medio ambiente y T_{amb} la temperatura del medio ambiente. Las condiciones de contorno en los extremos pueden ser:

$$\mathrm{T} = \overline{\mathrm{T}}, \quad \text{Dirichlet}$$

$$\mathrm{q}.\hat{\mathrm{n}} = -\mathrm{k}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{n}} = \overline{\mathrm{q}}, \quad \text{Neumann} - \text{Flujo impuesto}$$

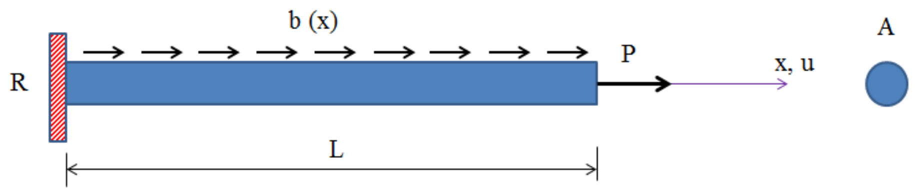
$$\mathrm{q}.\hat{\mathrm{n}} = -\mathrm{k}\frac{\partial \mathrm{T}}{\partial \mathrm{n}} = \mathrm{h}(\mathrm{T} - \mathrm{T}_\infty), \quad \text{Robin} - \text{Convección}$$

a. Considerar el caso estacionario, con c = 0, k = 1, Q = 1 en x ≤ ½ y Q = 0 en x > ½, condición Dirichlet $\overline{\mathrm{T}}$ = 1 en x = 0 y $\overline{\mathrm{T}}$ = 0 en x = L. Escribir un programa para resolver el problema anterior por el método de elementos finitos usando una malla uniforme de paso h = 1/N, donde N es el número de segmentos. Mostrar cómo se reduce el error con respecto a la solución analítica al aumentar el número de intervalos N.
b. Resolver el mismo problema con condición de contorno Neumann homogénea ($\overline{\mathrm{q}} = 0$) en x = L.

Ejercicio 5

Considere los siguientes problemas de elementos finitos de barras:

a. Analizar la barra de sección constante con una fuerza distribuida b(x) a lo largo de su longitud la cual tiene un valor L y además se encuentra sometida a una fuerza puntual P. La sección transversal es constante y de valor A. Calcular los desplazamientos, tensiones y deformaciones.



b. Analizar la barra de sección variable de la siguiente figura con dos tipos de discretización. La barra está sometida a una fuerza puntual P en el extremo derecho, tiene una longitud L y en la figura se visualiza la variación del área. Calcular los desplazamientos, tensiones y deformaciones.