

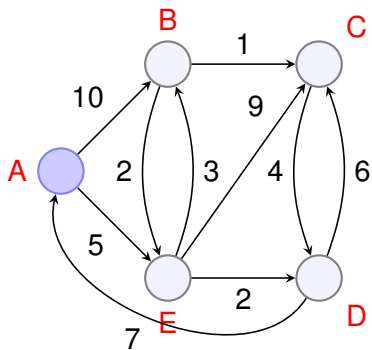
Menor Caminho em Grafos

Luciano Ribeiro

24 de Maio de 2022

Problema

Encontrar os menores caminhos de um vértice $v \in V$ para os demais vértices de um grafo ponderado $G = (V, E)$



Menor caminho entre s e t

Sequência de vértices entre a origem e o destino:

$path = (s, v_1, v_2, \dots, t)$.

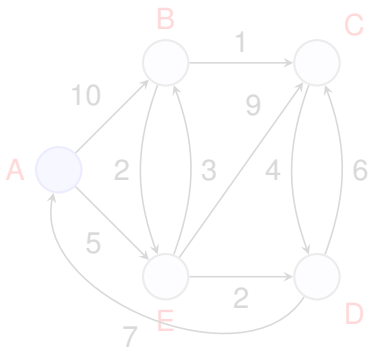
Estrutura ótima

O menor caminho s até t possui menores caminhos dentro de si.

Se o menor caminho de s para t passa por v_k , então o caminho (s, v_1, \dots, v_k) é o menor caminho de s até v_k .

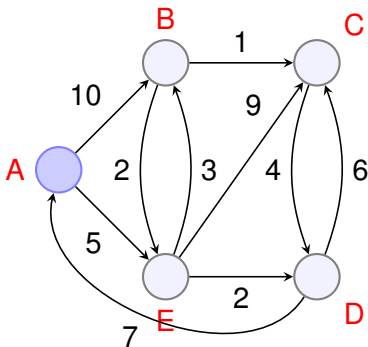
Exemplo 1

Determine os caminhos mais curtos a partir da origem A neste grafo:

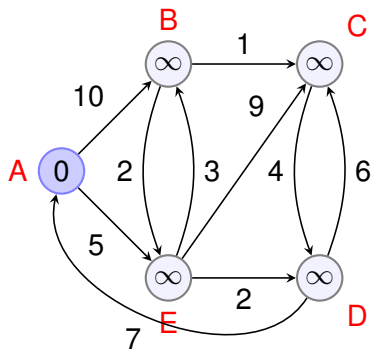


Exemplo 1

Determine os caminhos mais curtos a partir da origem A neste grafo:

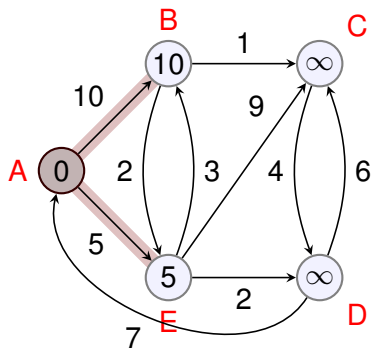


A começa com distância 0, pois é a origem, e a distância atual dos outros para A é ∞ .



A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•				
•				
•				
•				
•				

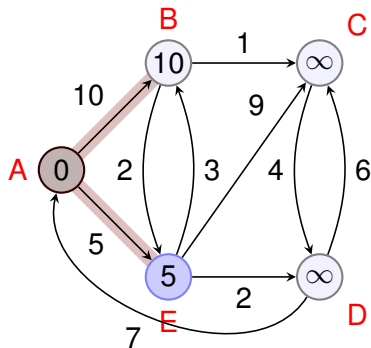
Processando cada aresta (*relax*) que sai do vértice selecionado.



A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10 _A	∞	∞	5 _A
•				
•				
•				
•				

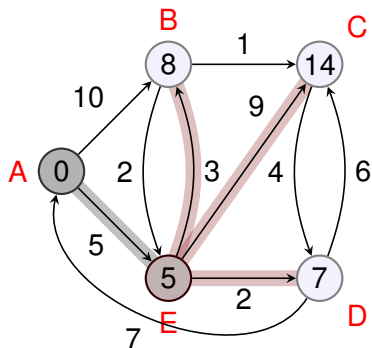
Nas colunas coloca-se a distância atual de cada vértice para a origem. O vértice que o precede no menor caminho é colocado como subscrito.

Escolhe-se para continuar a busca outro vértice ainda não processado, com menor distância, neste caso o *E*.

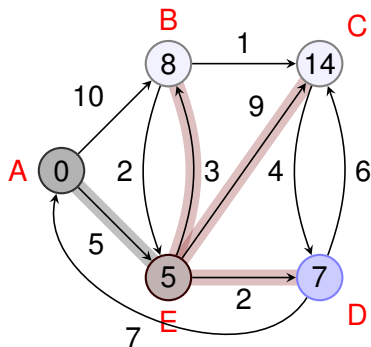


A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10_A	∞	∞	5_A
•				•
•				•
•				•
•				•

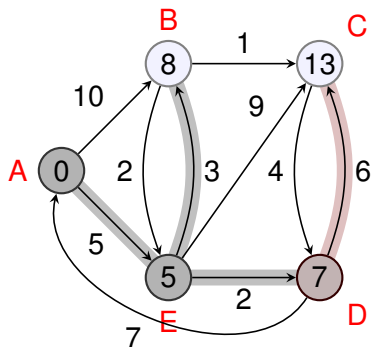
E assim por diante.



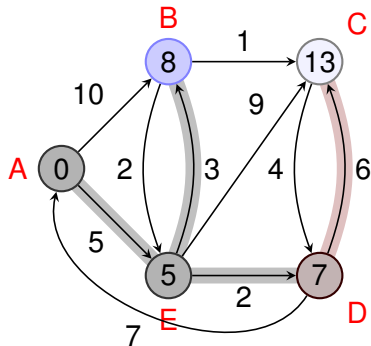
A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10_A	∞	∞	5_A
•	8_E	14_E	7_E	•
•				•
•				•



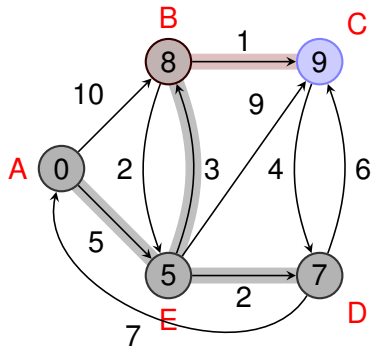
A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10_A	∞	∞	5_A
•	8_E	14_E	7_E	•
•			•	•
•			•	•



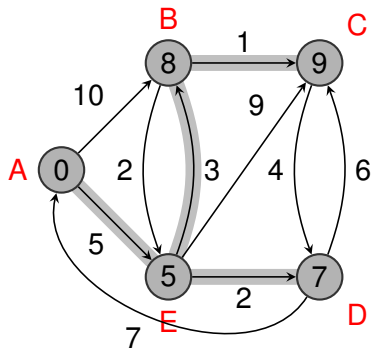
A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10_A	∞	∞	5_A
•	8_E	14_E	7_E	•
•	8_E	13_D	•	•
•			•	•
•			•	•



A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10_A	∞	∞	5_A
•	8_E	14_E	7_E	•
•	8_E	13_D	•	•
•	•		•	•
•	•		•	•



A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10 _A	∞	∞	5 _A
•	8 _E	14 _E	7 _E	•
•	8 _E	13 _D	•	•
•	•	9 _B	•	•
•	•	•	•	•

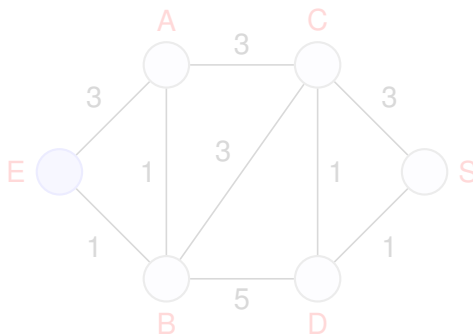


A	B	C	D	E
0	∞	∞	∞	∞
•	10 _A	∞	∞	5 _A
•	8 _E	14 _E	7 _E	•
•	8 _E	13 _D	•	•
•	•	9 _B	•	•
•	•	•	•	•

Após a execução do *Dijkstra*, as arestas destacadas formam uma *árvore*, um grafo direcionado sem ciclo.

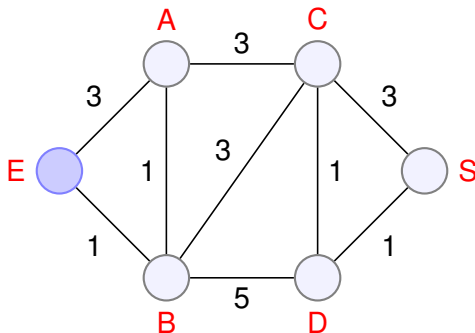
Exemplo 2

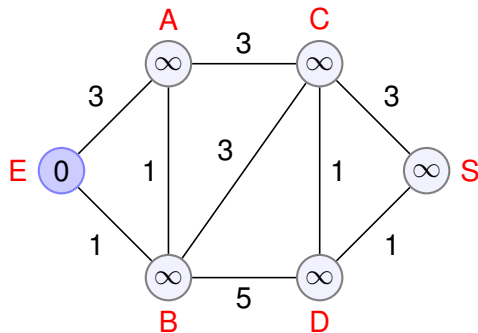
Encontrar caminhos mais curtos a partir da origem E neste grafo.



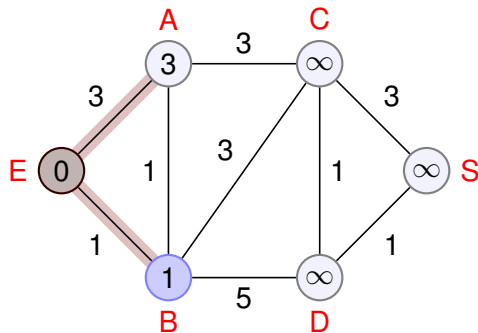
Exemplo 2

Encontrar caminhos mais curtos a partir da origem E neste grafo.

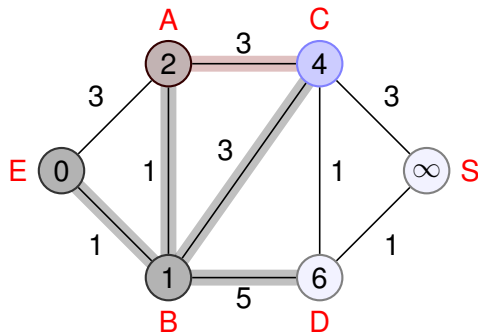




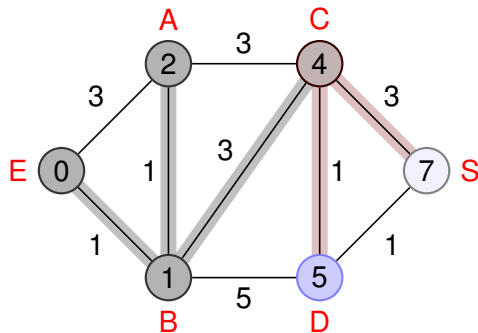
E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•					
•					
•					
•					
•					



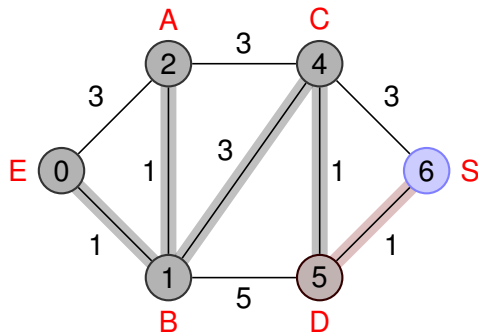
E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•	3_E	1_E	∞	∞	∞
•		•			
•		•			
•		•			
•		•			



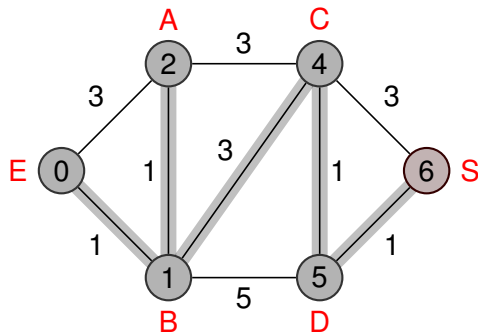
E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•	3_E	1_E	∞	∞	∞
•	2_B	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	•		
•	•	•	•		



E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•	3_E	1_E	∞	∞	∞
•	2_B	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	•	5_C	7_C
•	•	•	•	•	



E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•	3_E	1_E	∞	∞	∞
•	2_B	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	•	5_C	7_C
•	•	•	•	•	6_D



E	A	B	C	D	S
0	∞	∞	∞	∞	∞
•	3_E	1_E	∞	∞	∞
•	2_B	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	4_B	6_B	∞
•	•	•	•	5_C	7_C
•	•	•	•	•	6_D