UNIVERSIDAD DE GRANADA

Realidad Virtual y Cuaterniones:

aplicaciones a la planificación de representaciones teatrales

Presentado por:
Lucía Salamanca López

Tutores:
Carlos Ureña Almagro
Departamento de Lenguajes y Sistemas Informáticos
Pedro A. García Sánchez
Departamento de Álgebra

Parte I

Introducción y motivación

Objetivos

Desarrollo del trabajo

Conclusiones y vías futuras

Parte II

Historia de los cuaterniones

Descripción de los cuaterniones

Teorema de Frobenius

Cuaterniones y rotaciones en el espacio

Parte I

Introducción y motivación

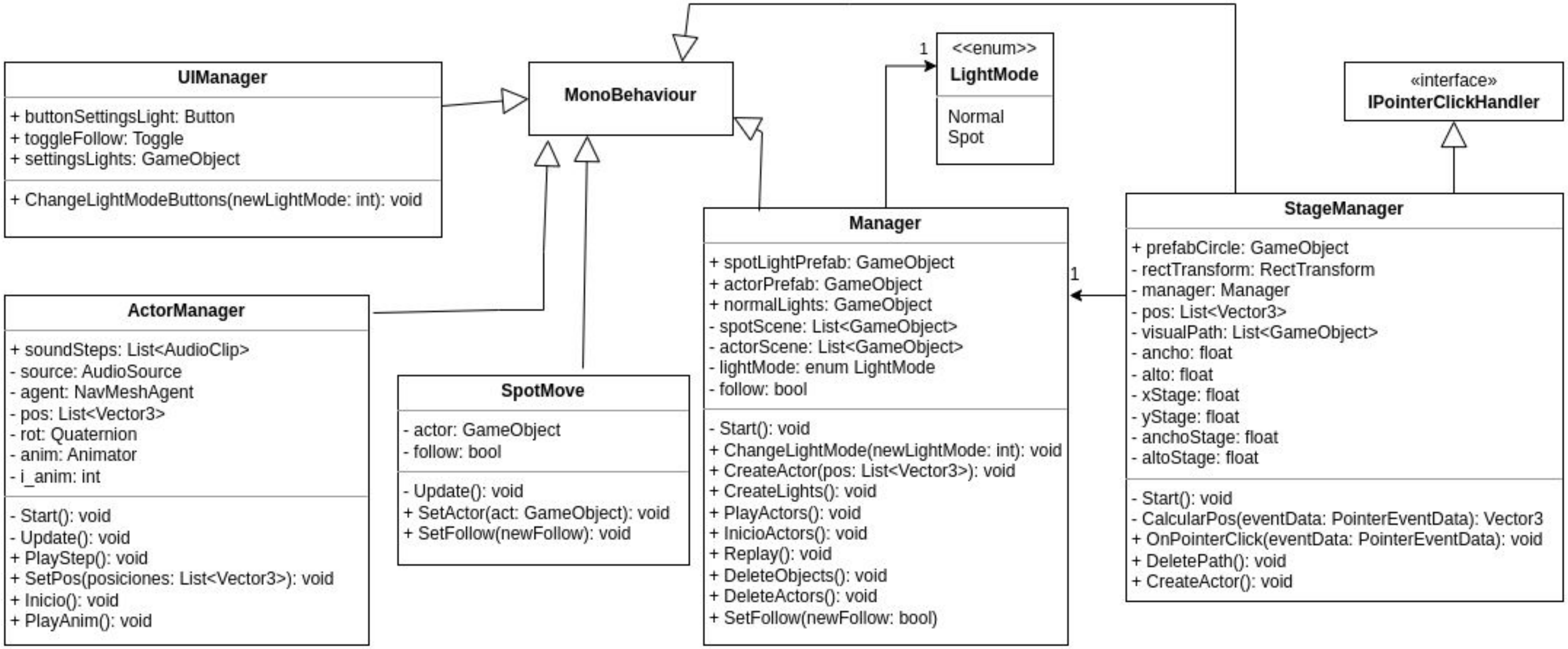
La tragedia es la imitación de una acción seria y completa, de una extensión considerable, de un lenguaje sazonado, empleando cada tipo, por separado, en sus diferentes partes, y en la que tiene lugar la acción y no el relato, y que por medio de la compasión y del miedo logra la catarsis de tales padecimientos. [...] Una parte de la tragedia será el aderezo del espectáculo, y después la composición musical y la elocución, porque con estos medios llevan a cabo la imitación (Aristóteles, Poética, VI. Traducción de Alicia Villar [2004: 47-48])

Unity

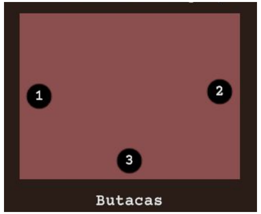
Objetivos

- Conocer la herramienta Unity.
- Encontrar modelos.
- Búsqueda de realismo.
- Alteración de la iluminación.
- Movimiento de los personajes mediante trayectoria puntos.
- Ambientación.
- Visualización de la escena.

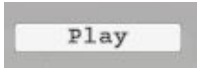
Diagrama de clases



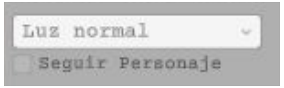
StageManager



Manager



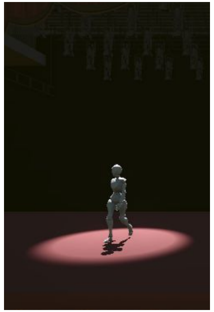
UIManager

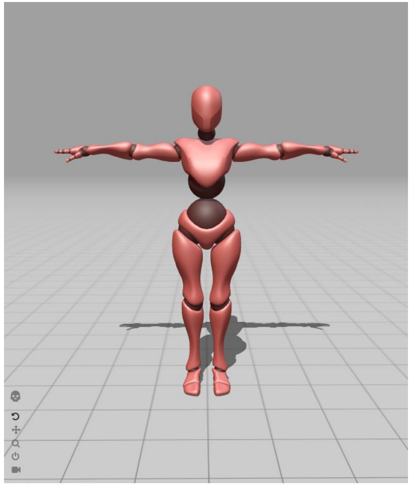


Clases

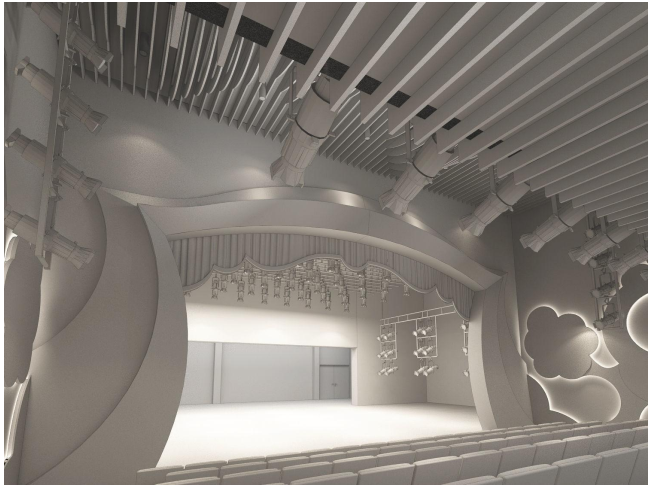
ActorManager

SpotMove



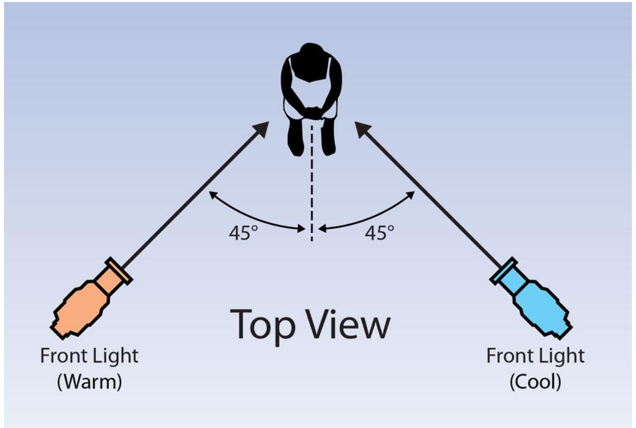


Modelo X Bot



Modelo Opera Hall

Modelos importados



Método de McCandless

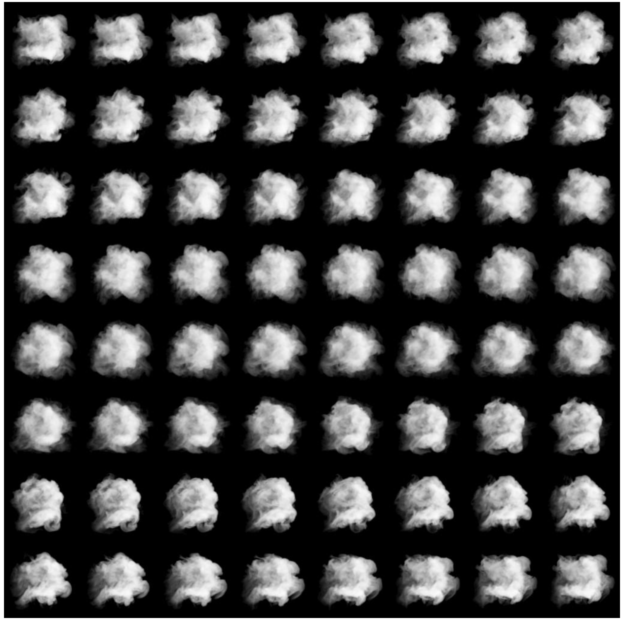
Foco a personajes

Iluminación

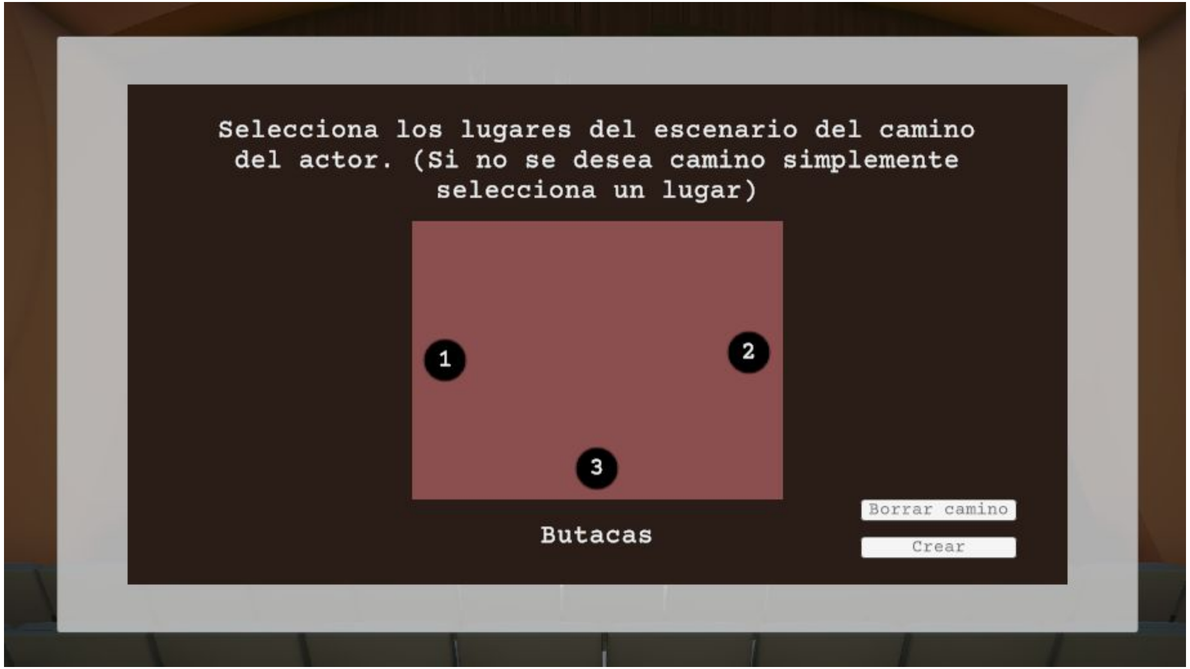

X
Butacas


Ajustes
Replay

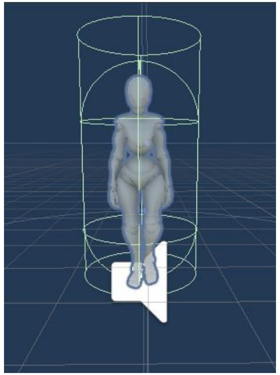

Ajustes
Replay

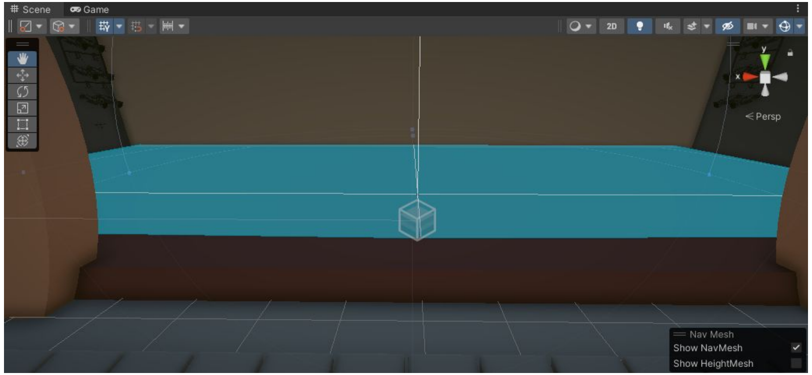


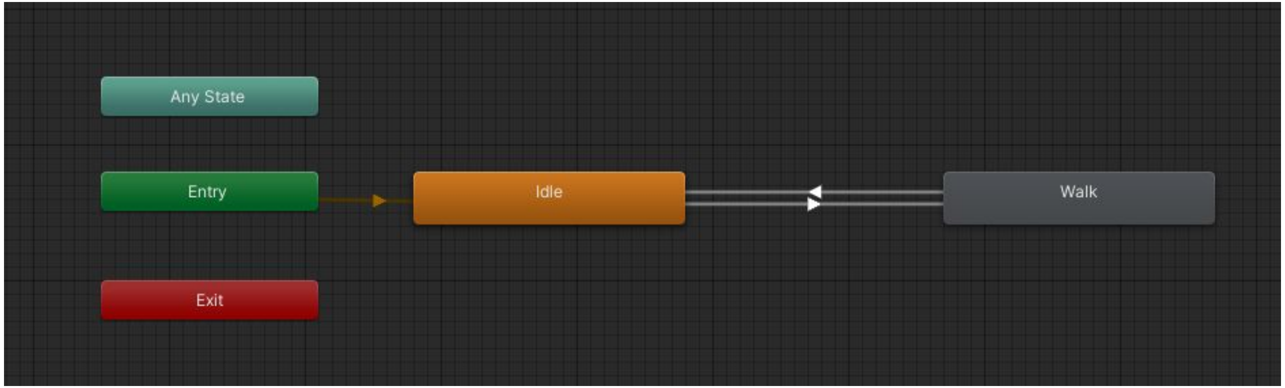
Humo


Selecciona los lugares del escenario del camino del actor. (Si no se desea camino simplemente selecciona un lugar)
1
2
3
Butacas
Borrar camino
Crear

Movimiento




Scene
Game
Persp
Nav Mesh
Show NavMesh
Show HeightMesh


Any State
Entry
Idle
Walk
Exit

DEMO

Conclusiones y vías futuras

Personalizar iluminación

Luz de fondo

Música ambiente

Velocidad personajes

Parte II

Historia de los cuaterniones

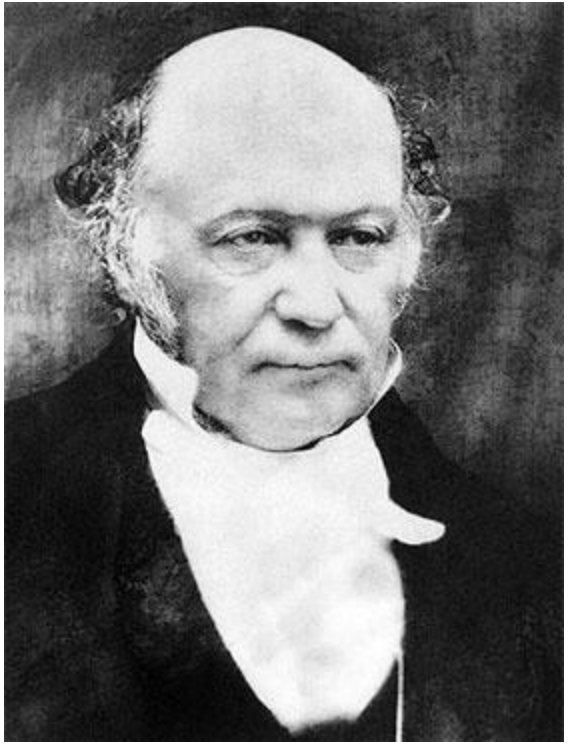
- Sir William Rowan Hamilton (1805-1865)

$$\left.\begin{array}{l} a + bi + cj \\ i^2 = j^2 = -1 \end{array}\right\}$$

- 16 octubre de 1843

$$i^2 = j^2 = k^2 = ijk = -1$$

- *Lectures on Quaternions* (1853)
- *Elements on Quaternions* (1866)



Puente de Brougham

Cuaterniones $\{1, i, j, k\}$

$$p = (p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k), \quad q = (q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k)$$

Suma

$$p + q = (p_0 + q_0) + (p_1 + q_1)i + (p_2 + q_2)j + (p_3 + q_3)k.$$

Multiplicación

$$i^2 = j^2 = k^2 = -1,$$
$$ij = -ji = k,$$
$$jk = -kj = i,$$
$$ki = -ik = j.$$

$$p = (p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k), \quad q = (q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k)$$

Conjugado

$$\bar{q} = q_0 - q_1 i - q_2 j - q_3 k$$

Propiedades

$$q\bar{q} = \bar{q}q = q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2,$$

$$\bar{\bar{q}} = q,$$

$$\overline{(p+q)} = \bar{p} + \bar{q},$$

$$\overline{(pq)} = \bar{q}\bar{p}.$$

$$p = (p_0 + p_1 i + p_2 j + p_3 k), \quad q = (q_0 + q_1 i + q_2 j + q_3 k)$$

Norma

$$|q| = \sqrt{q\bar{q}} = \sqrt{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = |\bar{q}|$$

$$|pq| = |p||q|$$

Inverso

$$q^{-1} = \frac{q_0 - q_1 i - q_2 j - q_3 k}{q_0^2 + q_1^2 + q_2^2 + q_3^2} = \frac{\bar{q}}{|q|^2},$$

$$qq^{-1} = \frac{q\bar{q}}{|q|^2} = \frac{\bar{q}q}{|q|^2} = q^{-1}q = \frac{|q|^2}{|q|^2} = 1.$$

Teorema de Frobenius

Toda álgebra asociativa de división de dimensión finita sobre los reales es isomorfa a una de las siguientes: los números reales ($\mathbb{R}$), los números complejos ($\mathbb{C}$) o los cuaterniones ($\mathbb{H}$).

Teorema de Cayley-Hamilton. Sea A una matriz cuadrada de orden n y p_A su polinomio característico. Entonces se verifica que $p_A(A) = 0_n$, donde 0_n es la matriz nula de orden n. Es decir, cada matriz cuadrada es solución de su ecuación característica.

Teorema de Rango Nulidad. Sea f : V → V' una aplicación lineal tal que V y V' son de dimensión finita. Entonces,

$$\dim(V) = \dim(\operatorname{Ker}(f)) + \dim(\operatorname{Im}(f)).$$

Lema. Sea A una matriz cuadrada de orden m y $p_A(\lambda)$ su polinomio característico. Entonces se verifica que

$$p_A(A) = (-1)^m\lambda^m + (-1)^{m-1}\,tr(A)\lambda^{m-1} + q(\lambda)$$

donde $q(\lambda)$ es un polinomio de grado menor que m-1.

Lema. El conjunto *V* de todos los elementos a de *D* (álgebra de división de dimensión finita) tales que $a^2 \leq 0$ es un subespacio vectorial de *D* de dimensión n-1. Además $D = \mathbb{R} \oplus V$ como espacios vectoriales reales, lo que implica que V genera *D* como álgebra.

$$Q = q_0 + q$$
$$q = q_1 i + q_2 j + q_3 k$$

$$P = p_0 + p$$
$$p = p_1 i + p_2 j + p_3 k$$

$$\boxed{PQ = p_0 q_0 - p \cdot q + p_0 q + q_0 p + p \times q}$$

$$\boxed{r \longmapsto (\cos\frac{\alpha}{2} + \sin\frac{\alpha}{2}n)r(\cos\frac{\alpha}{2} - \sin\frac{\alpha}{2}n)}$$

$$r \longmapsto qr\bar{q}$$

$$q = \cos{(\alpha/2)} + \sin{(\alpha/2)}n$$

FUENTES BIBLIOGRÁFICAS MÁS IMPORTANTES

- Unity Documentation. https://docs.unity3d.com/, 2022. Documentación completa de Unity.
- Unity Learn. https://learn.unity.com/, 2022. Página para el aprendizaje de Unity proporcionada por la herramienta.
- Johannes C. Familton. Quaternions: A History of Complex Noncommutative Rotation Groups in Theoretical Physics. Columbia University, 2015. A thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of Ph.D of Columbia University. URL: https://arxiv.org/pdf/1504.04885.pdf.
- Frobenius Theorem. https://en.wikipedia.org/wiki/Frobenius_theorem_(real_division_algebras), Octubre 2021.
- G.F. Torres del Castillo. La representación de rotaciones mediante cuaterniones. Miscelánea Matemática, 29, 1999. Departamento de Física Matemática del Instituto de Ciencias de la Universidad Autónoma de Puebla México URL: https://miscelaneamatematica.org/download/tbl_articulos.pdf2.b8d4415d314c3f7d.746f727265735f632e706466.pdf.

UNIVERSIDAD DE GRANADA

Presentado por:

Lucía Salamanca López