AULA 2 - ALGORITMOS DISTINTOS PARA A RESOLUÇÃO DO MESMO PROBLEMA

Pretende-se comparar o **número de operações** e os **tempos de execução** de métodos alternativos para o cálculo dos sucessivos valores de resultam de uma **generalização dos Números de Fibonacci**.

Implemente os diferentes métodos; construa **tabelas** registando as sequências de **valores obtidos**, e os correspondentes **tempos de execução** e **número de multiplicações** efetuadas.

Antes de implementar a função recursiva, calcule o valor dos primeiros termos de P(n) usando uma **tabela**.

Analise as sequências de valores obtidas para os diferentes métodos; esteja atento a eventuais **discrepâncias**.

Solução recursiva

$$P(n) = \begin{cases} 0, \text{ se n} = 0 \\ 1, \text{ se n} = 1 \\ 3 \times \mathrm{P}(n-1) + 2 \times \mathrm{P}(n-2), \text{ se n} \geq 2 \end{cases}$$

Solução iterativa

$$P(0) = 0; P(1) = 1; P(2) = 3 \times \mathrm{P}(1) + 2 \times \mathrm{P}(0); P(3) = 3 \times \mathrm{P}(2) + 2 \times \mathrm{P}(1); \ldots$$

Para efetuar calcular os sucessivos valores, de modo iterativo, precisamos de três variáveis inteiras para representarem, respetivamente: o ***valor atual*** (inicialmente indefinido); o ***valor anterior ao anterior*** (que inicialmente é 0 e em cada iteração passa a ser o valor anterior); o ***valor anterior*** (que inicialmente é 1 e em cada iteração passa a ser o valor atual acabado de calcular).

Equação de recorrência

$$P(n) = \frac{\left(\frac{1}{2}\left(3+\sqrt{17}\right)\right)^n - \left(\frac{1}{2}\left(3-\sqrt{17}\right)\right)^n}{\sqrt{17}}$$

Termo mais importante da equação de recorrência

$$P(n) = \mathrm{round}\left(\frac{1}{\sqrt{17}} \times \left(\frac{1}{2}\left(3+\sqrt{17}\right)\right)^n\right),$$

que é equivalente a

$$P(n) = \left\lfloor \frac{1}{\sqrt{17}} \times \left(\frac{1}{2}\left(3+\sqrt{17}\right)\right)^n + \frac{1}{2} \right\rfloor$$

Fórmula fechada usando a função exponencial

$$F(n) = \mathrm{round}(c_1 \times e^{c_2 \times n})$$

$$c_1 = 0.24253562503633297352$$
$$c_2 = 1.27019663313689157536$$