

AULA 5 - ANÁLISE DA COMPLEXIDADE DE ALGORITMOS RECURSIVOS

***** Entregue, num ficheiro ZIP, este guião preenchido e o código desenvolvido *****

Implemente os seguintes **algoritmos recursivos** – sem recorrer a funções de arredondamento (floor e ceil) – e analise o **número de chamadas recursivas** executadas por cada algoritmo.

$$T_1(n) = \begin{cases} 0, & \text{se } n = 0 \\ T_1\left(\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor\right) + n, & \text{se } n > 0 \end{cases}$$

$$T_2(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n = 0, 1, 2 \\ T_2\left(\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor\right) + T_2\left(\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor\right) + n, & \text{se } n > 2 \end{cases}$$

$$T_3(n) = \begin{cases} n, & \text{se } n = 0, 1, 2 \\ 2 \times T_3\left(\frac{n}{3}\right) + n, & \text{se } n \text{ é múltiplo de } 3 \\ T_3\left(\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor\right) + T_3\left(\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil\right) + n, & \text{caso contrário} \end{cases}$$

Deve utilizar **aritmética inteira**: $n/3$ é igual a $\left\lfloor \frac{n}{3} \right\rfloor$ e $(n+2)/3$ é igual a $\left\lceil \frac{n}{3} \right\rceil$.

- **Preencha a tabela da página seguinte** com o resultado de cada função e o número de chamadas recursivas para os sucessivos valores de n .
- Analisando os dados da tabela, estabeleça uma ordem de complexidade para cada algoritmo?

- Escreva uma **expressão recorrente** para o **número de chamadas recursivas** efetuadas pela função **$T_1(n)$** . Obtenha, depois, uma **expressão exata e simplificada**; determine a sua **ordem de complexidade**. Compare a expressão obtida com a os dados da **tabela**. Sugestão: use o **desenvolvimento telescópico**.

n	$T_1(n)$	Nº de Chamadas Recursivas	$T_2(n)$	Nº de Chamadas Recursivas	$T_3(n)$	Nº de Chamadas Recursivas
0						
1						
2						
3						
4						
5						
6						
7						
8						
9						
10						
11						
12						
13						
14						
15						
16						
17						
18						
19						
20						
21						
22						
23						
24						
25						
26						
27						
28						

- Escreva uma **expressão recorrente** para o **número de chamadas recursivas** efetuadas pela função **$T_2(n)$** . Considere o caso particular **$n = 3^k$** e obtenha uma **expressão exata e simplificada**; determine a **ordem de complexidade** para esse caso particular. Compare a expressão obtida com a os dados da **tabela**. Sugestão: use o **desenvolvimento telescópico** e confirme o resultado obtido usando o **Teorema Mestre**.

NOME:

Nº MEC:

- Pode **generalizar a ordem de complexidade** que acabou de obter para todo o n ? **Justifique.**

- Obtenha uma **expressão recorrente** para o **número de chamadas recursivas** efetuadas pela função $T_3(n)$.

- Considere o caso particular $n = 3^k$ e obtenha uma **expressão exata e simplificada**; determine a **ordem de complexidade** para esse caso particular. Compare a expressão obtida com a os dados da tabela. Sugestão: use o **desenvolvimento telescópico** e confirme o resultado obtido usando o **Teorema Mestre**.

- Pode **generalizar a ordem de complexidade** que acabou de obter para todo o n ? **Justifique.**

- Atendendo às **semelhanças** entre $T_2(n)$ e $T_3(n)$ estabeleça uma **ordem de complexidade** para $T_3(n)$. **Justifique.**