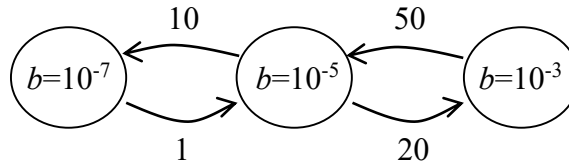


Universidade de Aveiro
Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática
Exame de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços – 16 de fevereiro de 2022

Duração: 2 horas. Sem consulta. **Justifique cuidadosamente todas as respostas.**

RESOLUÇÃO

1. Considere uma ligação sem fios entre um emissor e um recetor em que a probabilidade de erro de bit b é modelada pela cadeia de Markov seguinte:



Esta ligação suporta um fluxo de pacotes cujo comprimento é 500 Bytes com probabilidade de 25% e 1500 Bytes com probabilidade de 75%. Determine:

- a probabilidade da ligação estar no estado $b = 10^{-5}$ quando um pacote de 500 Bytes chega ao recetor sem erros, (1.5 valores)
- a percentagem de pacotes transmitidos que chegam ao recetor sem erros. (1.5 valores)

a)

$$P(10^{-7}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{20}{50}}$$

$$P(E|10^{-7}) = (1 - 10^{-7})^{8 \times 500}$$

$$P(10^{-5}) = \frac{\frac{1}{10}}{1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{20}{50}}$$

$$P(E|10^{-5}) = (1 - 10^{-5})^{8 \times 500}$$

$$P(10^{-3}) = \frac{\frac{1}{10} \times \frac{20}{50}}{1 + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} \times \frac{20}{50}}$$

$$P(E|10^{-3}) = (1 - 10^{-3})^{8 \times 500}$$

$$P(10^{-5}|E) = \frac{P(E|10^{-5})P(10^{-5})}{P(E|10^{-7})P(10^{-7}) + P(E|10^{-5})P(10^{-5}) + P(E|10^{-3})P(10^{-3})}$$

$$P(10^{-5}|E) = 0.0876 = 8.76\%$$

b)

$$P_{500} = P(10^{-7}) \times (1 - 10^{-7})^{8 \times 500} + P(10^{-5}) \times (1 - 10^{-5})^{8 \times 500} + P(10^{-3}) \times (1 - 10^{-3})^{8 \times 500}$$

$$P_{1500} = P(10^{-7}) \times (1 - 10^{-7})^{8 \times 1500} + P(10^{-5}) \times (1 - 10^{-5})^{8 \times 1500} + P(10^{-3}) \times (1 - 10^{-3})^{8 \times 1500}$$

$$P = 0.25 \times P_{500} + 0.75 \times P_{1500} = 0.9559 = 95.59\%$$

2. Considere uma ligação de capacidade C com uma fila de espera pequena a suportar com igual prioridade dois fluxos de pacotes. Cada fluxo têm um débito binário médio d (tal que $d + d < C$) e em ambos os fluxos, as chegadas de pacotes são um processo de Poisson. O tamanho médio dos pacotes do fluxo 1 é metade do tamanho médio dos pacotes do fluxo 2. Indique justificadamente que fluxo tem melhor qualidade de serviço (ou se os dois fluxos têm a mesma qualidade de serviço) relativamente:
- à percentagem de perda de pacotes, (1.0 valores)
 - ao atraso médio por pacote, (1.0 valores)
 - ao débito binário (*throughput*) que os fluxos obtêm da ligação. (1.0 valores)
3. Considere a rede com comutação de pacotes da figura em que todas as ligações têm uma fila de espera de capacidade infinita. A rede suporta 2 fluxos de pacotes: fluxo 1 de 5 Mbps de A para C com pacotes de tamanho constante de 200 Bytes e fluxo 2 de 10 Mbps de B para D com pacotes de tamanho constante de 1000 Bytes. Em cada fluxo, as chegadas de pacotes são um processo de Poisson. A rede suporta o fluxo 2 com maior prioridade que o fluxo 1. Determine o atraso médio por pacote do fluxo 1. (2.0 valores)



$$\lambda_1 = \frac{5000000}{8 \times 200} = 3125 \text{ pps}$$

$$\lambda_2 = \frac{10000000}{8 \times 1000} = 1250 \text{ pps}$$

Ligação AB suporta apenas o fluxo 1 (M/G/1 sem prioridades):

$$E[S] = \frac{8 \times 200}{10000000} \quad E[S^2] = \left(\frac{8 \times 200}{10000000} \right)^2$$

$$W_{1,AB} = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])} + E[S] = 0.00024 \text{ segundos}$$

Ligação BC suporta os fluxos 1 e 2 em que o fluxo 1 tem menos prioridade (M/G/1 com prioridades):

$$E[S_1] = \frac{8 \times 200}{20000000} \quad E[S_1^2] = \left(\frac{8 \times 200}{20000000} \right)^2$$

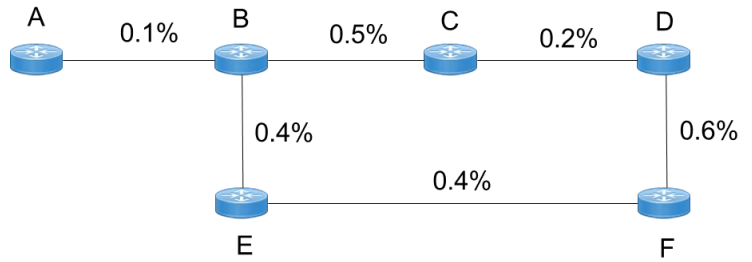
$$E[S_2] = \frac{8 \times 1000}{20000000} \quad E[S_2^2] = \left(\frac{8 \times 1000}{20000000} \right)^2$$

$$W_{1,BC} = \frac{\lambda_1 E[S_1^2] + \lambda_2 E[S_2^2]}{2(1 - \lambda_2 E[S_2])(1 - \lambda_2 E[S_2] - \lambda_1 E[S_1])} + E[S_1] = 0.00096 \text{ segundos}$$

Atraso médio total do fluxo 1:

$$W_1 = W_{1,AB} + W_{1,BC} = 0.0012 = 1.2 \text{ milissegundos}$$

4. Considere a rede com comutação de pacotes da figura a suportar diferentes fluxos de pacotes entre todos os routers cuja percentagem de perda de pacotes em cada sentido de cada ligação é a especificada na figura. Assuma que um dos fluxos tem origem no nó A e destino no nó F e que este fluxo está a ser encaminhado em igual percentagem pelos dois percursos possíveis. Determine a taxa de perda de pacotes que este fluxo sofre na rede. (2.0 valores)



Percurso A-B-C-D-F:

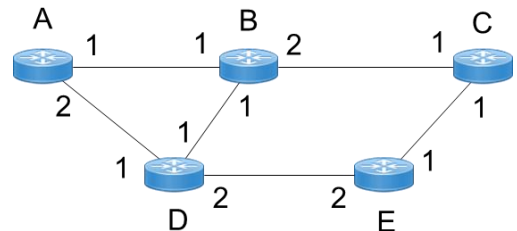
$$P_{ABCDF} = 0.001 + (1 - 0.001) \times 0.005 + (1 - 0.001) \times (1 - 0.005) \times 0.002 + (1 - 0.001) \times (1 - 0.005) \times (1 - 0.002) \times 0.006 = 0.013935$$

Percurso A-B-E-F:

$$P_{ABEF} = 0.001 + (1 - 0.001) \times 0.004 + (1 - 0.001) \times (1 - 0.004) \times 0.004 = 0.008976$$

$$TPP = 0.5 \times P_{ABCDF} + 0.5 \times P_{ABEF} = 0.0115 = 1.15\%$$

5. Considere a rede da figura em que os routers estão configurados com o protocolo OSPF usando ECMP (*Equal Cost Multi-Path*). A figura indica os custos OSPF de cada porta dos routers. Todas as ligações são de 100 Mbps em cada sentido e têm filas de espera muito grandes. Num determinado período de tempo, a rede suporta apenas um único fluxo de pacotes do router A para o router E. A chegada de pacotes deste fluxo é um processo de Poisson com taxa de 25000 pps. O tamanho dos pacotes é exponencialmente distribuído com média de 500 Bytes.



- Determine justificadamente que débito binário médio (*throughput*), em Mbps, o fluxo ocupa em cada sentido de cada ligação. (1.5 valores)
- Qual o atraso médio que os pacotes deste fluxo sofrem na rede. (1.5 valores)

Débito binário médio do fluxo = $25000 \times (8 \times 500) = 10^8 \text{ bps} = 100 \text{ Mbps}$

- Router A recebe 100 Mbps e envia 50 Mbps para o router B e 50 Mbps para o router C (ambos dão um percurso de custo mínimo de 4 do router A para o router E).

Router B recebe 50 Mbps (do router A) e envia 25 Mbps para o router C e 25 Mbps para o router D (ambos dão um percurso de custo mínimo de 3 do router B para o router E).

Router C recebe 25 Mbps (do router B) e envia 25 Mbps para o router E.

Router D recebe 75 Mbps (50 Mbps do router A e 25 Mbps do router B) e envia 75 Mbps para o router E.

Débito binário em cada ligação:

A → B: 50 Mbps	A → D: 50 Mbps
B → C: 25 Mbps	C → E: 25 Mbps
B → D: 25 Mbps	D → E: 75 Mbps
Todos os outros sentidos: 0 Mbps	

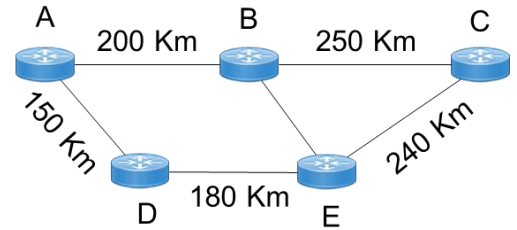
b)

$$L = L_{A \rightarrow B} + L_{A \rightarrow D} + L_{B \rightarrow C} + L_{C \rightarrow E} + L_{B \rightarrow D} + L_{D \rightarrow E}$$

$$L = \frac{50}{100-50} + \frac{50}{100-50} + \frac{25}{100-25} + \frac{25}{100-25} + \frac{25}{100-25} + \frac{75}{100-75} = 6 \text{ pacotes}$$

$$W = \frac{L}{\lambda} = \frac{6}{25000} = 0.00024 = 0.24 \text{ milissegundos}$$

6. Considere a rede da figura que indica o comprimento das ligações de uma rede de routers. O tráfego com origem no router A e cujo destino é o C é protegido por um esquema 1:1 em que o percurso de serviço é A-B-C e o percurso de proteção é A-D-E-C. Cada router tem uma disponibilidade de 0.9999. Assuma que a disponibilidade das ligações se caracteriza por um *Cable Cut* de 200 Km e um tempo médio de reparação de 12 horas. Determine:



- a disponibilidade do par de percursos usado, (2.0 valores)
- a probabilidade de, num qualquer instante de tempo, o tráfego estar a ser encaminhado pelo percurso de serviço. (1.0 valores)

a)

$$a_A = a_B = a_C = a_D = a_E = 0.9999$$

$$a_{AB} = \frac{\frac{200 \times 365 \times 24}{200}}{\frac{200 \times 365 \times 24}{200} + 12} = 0.99863$$

$$a_{BC} = \frac{\frac{250 \times 365 \times 24}{250}}{\frac{250 \times 365 \times 24}{250} + 12} = 0.99829$$

$$a_{AD} = \frac{\frac{150 \times 365 \times 24}{150}}{\frac{150 \times 365 \times 24}{150} + 12} = 0.99897$$

$$a_{DE} = \frac{\frac{180 \times 365 \times 24}{180}}{\frac{180 \times 365 \times 24}{180} + 12} = 0.99877$$

$$a_{EC} = \frac{\frac{240 \times 365 \times 24}{240}}{\frac{240 \times 365 \times 24}{240} + 12} = 0.99897$$

$$a_{AB,B,BC} = a_{AB} \times a_B \times a_{BC} = 0.99683$$

$$a_{AD,D,DE,E,EC} = a_{AD} \times a_D \times a_{DE} \times a_E \times a_{EC} = 0.99591$$

$$A = a_A \times (1 - [(1 - a_{AB,B,BC}) \times (1 - a_{AD,D,DE,E,EC})]) \times a_C = 0.99979$$

b)

$$P = a_A \times a_{AB} \times a_B \times a_{BC} \times a_C = 0.99663 = 99.663\%$$

7. Considere uma ligação de 10 Mbps que serve dois fluxos de pacotes (A e B) segundo o algoritmo *Deficit Round Robin* com um limiar de 1000 bytes para o fluxo A e de 2000 Bytes para o fluxo B.
- No fluxo A, chegam 3 pacotes nos instantes de tempo seguintes: pacote 1 de 1400 Bytes no instante 0 ms, pacote 2 de 800 Bytes no instante 2 ms e pacote 3 de 600 Bytes no instante 3 ms.
 - No fluxo B, chegam 3 pacotes nos instantes de tempo seguintes: pacote 1 de 1500 Bytes no instante 0 ms, pacote 2 de 1000 Bytes no instante 1 ms e pacote 3 de 1200 Bytes no instante 4 ms.
- O ciclo segue a sequência A→B e o algoritmo decide no início de cada ciclo os pacotes a enviar e respetiva ordem. Determine justificadamente que pacotes e por que ordem são enviados em cada ciclo. (2.0 valores)

1º ciclo:	Início: 0 ms		
Pacotes:	B.1 (1500 B)	Créditos:	Fluxo A = 1000 Bytes Fluxo B = 2000 – 1500 = 500 Bytes
2º ciclo:	Início: $0 + 8 \times 1500 / 100000000 = 1.2 \times 10^{-3} = 1.2$ milissegundos		
Pacotes:	A.1 (1400 B) → B.2 (1000 B)	Créditos:	Fluxo A = 2000 – 1400 = 600 Bytes Fluxo B = 2500 – 1000 = 1500 Bytes
3º ciclo:	Início: $1.2 \times 10^{-3} + 8 \times (1400 + 1000) / 100000000 = 3.12 \times 10^{-3} = 3.12$ milissegundos		
Pacotes:	A.2 (800 B) → A.3 (600 B)	Créditos:	Fluxo A = 1600 – (800 + 600) = 200 Bytes Fluxo B = 0 Bytes
4º ciclo:	Início: $3.12 \times 10^{-3} + 8 \times (800 + 600) / 100000000 = 4.24 \times 10^{-3} = 4.24$ ms		
Pacotes:	B.3 (1200 B)	Créditos:	Fluxo A = 0 Bytes Fluxo B = 2000 – 1200 = 800 Bytes

8. Considere um serviço de conteúdos disponibilizado na Internet. Descreva as vantagens em fornecer o serviço em *anycast* baseado em diferentes servidores, cada um hospedado num *Data Center* diferente e com os diferentes *Data Centers* ligados à Internet em diferentes países. (2.0 valores)

FORMULÁRIO

Teorema de Little: $L = \lambda W$

Atraso médio no sistema $M/M/1$: $W = \frac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$ com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1)} & , k = 1 \\ \frac{\sum_{i=1}^n (\lambda_i E[S_i^2])}{2(1 - \rho_1 - \dots - \rho_{k-1})(1 - \rho_1 - \dots - \rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \quad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: $P_m = \frac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^m (\lambda/\mu)^n / n!}$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n}}, P_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \dots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n} \right)}, n \geq 1$$

WFQ: $RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \frac{1}{\sum_{j \text{ ativas}} \phi_j} t \quad FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, RN) + \frac{L_k/C}{\phi_i}$

SCFQ: $FN_{i,k} = \max(FN_{i,k-1}, FN_s) + \frac{L_k}{\phi_i}$

WFQ com *Leaky Bucket*: $D_i = \frac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^n \frac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$

Disponibilidade (elementos em série): $A = a_1 \times a_2 \times \dots \times a_n$

Disponibilidade (elementos em paralelo): $A = 1 - [(1 - a_1) \times (1 - a_2) \times \dots \times (1 - a_n)]$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \quad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$