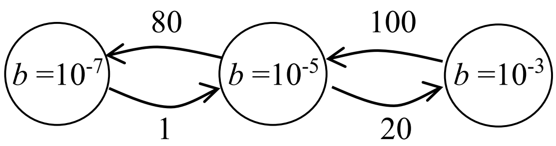
Universidade de Aveiro
Mestrado em Engenharia de Computadores e Telemática
Exame Exemplo de Modelação e Desempenho de Redes e Serviços

Duração: 2 horas. Sem consulta. Justifique cuidadosamente todas as respostas.

RESOLUÇÃO

1. Considere um sistema de transmissão constituído por uma ligação sem fios de 10 Mbps precedida de uma fila de espera da capacidade infinita. O sistema suporta 2 fluxos de pacotes: o fluxo 1 com pacotes de tamanho constante de 200 Bytes e o fluxo 2 de pacotes de tamanho constante de 800 Bytes. As chegadas da pacotes de ambos os fluxos são processos de Poisson com taxas de λ_1 = 500 e λ_2 = 1200 pacotes/segundo, respetivamente. A probabilidade de erro de bit b da ligação é modelada pela cadeia de Markov seguinte (taxas em número de transições por segundo):



Determine:

a) a probabilidade da ligação estar no estado $b = 10^{-7}$, (*1.0 valores*)

b) o tempo médio de permanência (em segundos) da ligação no estado $b = 10^{-3}$, (*1.0 valores*)

c) a percentagem de perda de pacotes do fluxo 1 quando a ligação está no estado $b = 10^{-5}$, (*1.0 valores*)

d) a probabilidade da ligação estar no estado $b = 10^{-5}$ quando um pacote do fluxo 1 chega ao destino sem erros, (*1.0 valores*)

e) o atraso médio no sistema (em milissegundos) dos pacotes do fluxo 2. (*1.0 valores*)

a) $$P(10^{-7}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} = 0.9882 = 98.52\%$$

b) $$T(10^{-3}) = \frac{1}{100} = 0.01 \text{ segundos}$$

c) $$P_1 = 1 - (1 - 10^{-5})^{8 \times 200} = 0.01587 = 1.587\%$$

d) $$P(10^{-7}) = \frac{1}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \qquad P(E|10^{-7}) = (1 - 10^{-7})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-5}) = \frac{\frac{1}{80}}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \qquad P(E|10^{-5}) = (1 - 10^{-5})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-3}) = \frac{\frac{1}{80} \times \frac{20}{100}}{1 + \frac{1}{80} + \frac{1}{80} \times \frac{20}{100}} \qquad P(E|10^{-3}) = (1 - 10^{-3})^{8 \times 200}$$

$$P(10^{-5}|E) = \frac{P(E|10^{-5})P(10^{-5})}{P(E|10^{-7})P(10^{-7}) + P(E|10^{-5})P(10^{-5}) + P(E|10^{-3})P(10^{-3})}$$

$$P(10^{-5}|E) = 0.01215 = 1.215\%$$

e) $E[S]=\frac{500}{500+1200}\times\frac{200\times 8}{10^7}+\frac{1200}{500+1200}\times\frac{800\times 8}{10^7}$

$$E[S^2]=\frac{500}{500+1200}\times\left(\frac{200\times 8}{10^7}\right)^2+\frac{1200}{500+1200}\times\left(\frac{800\times 8}{10^7}\right)^2$$

$$W_2=\frac{(500+1200)\times E[S^2]}{2(1-(500+1200)\times E[S])}+\frac{800\times 8}{10^7}=0.002299=2.299\text{ millisegundos}$$

2. Considere um sistema de transmissão de pacotes ponto-a-ponto de 2 Mbps com uma fila de espera de capacidade infinita que suporta um fluxo de pacotes de 1.6 Mbps cujas chegadas são um processo de Poisson. O tamanho dos pacotes é de 125 Bytes com probabilidade de 60%, 250 Bytes com probabilidade de 30% e 500 Bytes com probabilidade de 10%. O sistema serve os pacotes de 500 Bytes com prioridade máxima, de 250 Bytes com prioridade média e 125 Bytes com prioridade mínima (i.e., existem 3 níveis de prioridade). Determine o atraso médio (em milissegundos) que os pacotes de 125 Bytes sofrem no sistema. (*2.5 valores*)

Tamanho médio dos pacotes: $B=0.6\times 125+0.3\times 250+0.1\times 500=200$ Bytes

$\lambda=\frac{1600000}{8\times 200}=1000$ pps

$\lambda_{125}=0.6\times\lambda=600$ pps $\qquad \lambda_{250}=0.3\times\lambda=300$ pps $\qquad \lambda_{500}=0.1\times\lambda=100$ pps

$E[S_{125}]=\frac{8\times 125}{2000000}=\frac{1}{2000}$	$E[S_{125}^2]=\left(\frac{8\times 125}{2000000}\right)^2=0.25\times 10^{-6}$	$\rho_{125}=\lambda_{125}\times E[S_{125}]=\frac{600}{2000}=0.3$
$E[S_{250}]=\frac{8\times 250}{2000000}=\frac{1}{1000}$	$E[S_{250}^2]=\left(\frac{8\times 250}{2000000}\right)^2=1\times 10^{-6}$	$\rho_{250}=\lambda_{250}\times E[S_{250}]=\frac{300}{1000}=0.3$
$E[S_{500}]=\frac{8\times 500}{2000000}=\frac{1}{500}$	$E[S_{500}^2]=\left(\frac{8\times 500}{2000000}\right)^2=4\times 10^{-6}$	$\rho_{500}=\lambda_{500}\times E[S_{500}]=\frac{100}{5000}=0.2$

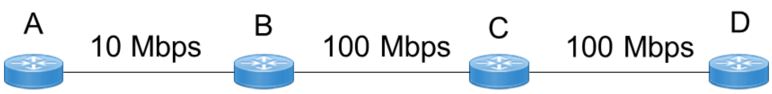
$$W_{Q,125}=\frac{\lambda_{500}\times E[S_{500}^2]+\lambda_{250}\times E[S_{250}^2]+\lambda_{125}\times E[S_{125}^2]}{2(1-\rho_{500}-\rho_{250})(1-\rho_{500}-\rho_{250}-\rho_{125})}=0.00425\text{ segundos}$$

$$W_{125}=W_{Q,125}+\frac{8\times 125}{2000000}=0.00425+0.0005=0.00475=4.75\text{ milissegundos}$$

3. Considere a rede com comutação de pacotes da figura. A rede suporta 3 fluxos: fluxo 1 de 5 Mbps de A para C, fluxo 2 de 25 Mbps de B para C e fluxo 3 de 50 Mbps de B para D. Todos os fluxos são caracterizados por intervalos entre chegadas e comprimentos de pacotes independentes e exponencialmente distribuídos. O tamanho médio de pacotes é igual para todos os fluxos. Sabendo que o atraso médio por pacote do fluxo 2 é de 0.2 milissegundos, determine:

a) o tamanho médio (em bytes) dos pacotes, (*1.0 valores*)

b) o atraso médio por pacote do fluxo 1. (*1.5 valores*)



a) $T=$ Tamanho médio dos pacotes

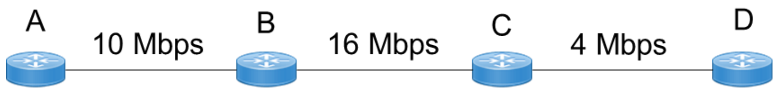
$$W_2=\frac{1}{\mu_{BC}-(\lambda_1+\lambda_2+\lambda_3)}\Leftrightarrow 0.0002=\frac{1}{\frac{100\times 10^6}{T}-\frac{(5+25+50)\times 10^6}{T}}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow T=0.0002\times(100\times 10^6-80\times 10^6)=4000\text{ bits }=\frac{4000}{8}=500\text{ bytes}$$

b) $W_1 = \dfrac{1}{\mu_{AB} - \lambda_1} + \dfrac{1}{\mu_{BC} - (\lambda_1 + \lambda_2 + \lambda_3)}$

$$W_1 = \frac{1}{\frac{10 \times 10^6}{500 \times 8} - \frac{5 \times 10^6}{500 \times 8}} + 0.0002 = 0.001 \text{ segundos}$$

4. Considere a rede com comutação de pacotes seguinte em que cada ligação introduz um atraso de propagação de 4 milissegundos em cada sentido. Um fluxo da rede do nó A para o nó D gera pacotes de tamanho médio de 1000 Bytes e é controlado por janelas extremo-a-extremo. Assumindo que a janela é de 20 pacotes e as permissões são de 50 Bytes, determine o débito máximo (em Mbps) deste fluxo quando não existe mais nenhum fluxo ativo na rede. (*2.5 valores*)



$W = 20$ pacotes

$$d = \frac{8 \times 1000}{10 \times 10^6} + \frac{8 \times 1000}{16 \times 10^6} + \frac{8 \times 1000}{4 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{4 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{16 \times 10^6} + \frac{8 \times 50}{10 \times 10^6} + 6 \times 0.004 = 0.02746$$

$$\frac{W}{d} = \frac{20 \times (1000 \times 8)}{0.02746} = 5.826 \times 10^6 \text{ bps} = 5.826 \text{ Mbps} > 4 \text{ Mbps}$$

O fluxo consegue transmitir a 4 Mbps.

5. Considere uma ligação ponto-a-ponto com capacidade de 100 Mbps a suportar 4 fluxos de tráfego de 40, 20, 20 e 80 Mbps, respetivamente. Determine que ritmo de transmissão (em Mbps) deverá ser atribuído a cada fluxo segundo o princípio de equidade max-min quando os fluxos têm pesos 1, 2, 3 e 4, respetivamente. (*2.5 valores*)

Considere-se os fluxos designados pelas letras *A*, *B*, *C* e *D*, respetivamente.

1ª iteração – os fluxos têm direito a:

Fluxo *A*: $\frac{1}{1+2+3+4} \times 100 = 10$ Mbps Fluxo *B*: $\frac{2}{1+2+3+4} \times 100 = 20$ Mbps

Fluxo *C*: $\frac{3}{1+2+3+4} \times 100 = 30$ Mbps Fluxo *D*: $\frac{4}{1+2+3+4} \times 100 = 40$ Mbps

Os fluxos *B* e *C* são servidos a 20 Mbps cada e sobram 10 Mbps.

2ª iteração – os restantes fluxos têm direito a:

Fluxo *A*: $10 + \frac{1}{1+4} \times 10 = 12$ Mbps Fluxo *D*: $40 + \frac{4}{1+4} \times 10 = 48$ Mbps

Nenhum fluxo quer menos do que tem direito. Assim, o fluxo *A* é servido a 12 Mbps e o fluxo *D* é servido a 48 Mbps.

6. Considere uma ligação de 1 Mbps com um algoritmo de escalonamento SCFQ (*Self-Clock Fair Queuing*) a servir 2 filas de espera A e B com pesos $\phi_A = 3$ e $\phi_B = 1$. A este sistema inicialmente vazio, chegam os seguintes pacotes: pacote 1 à fila B com 600 Bytes em $t = 0$ *ms*, pacote 2 à fila B com 900 Bytes em $t = 1$ *ms*, pacote 3 à fila B com 300 Bytes em $t = 6$ *ms* e pacote 1 à fila A com 150 Bytes em $t = 8$ *ms*. Determine justificadamente que valores de FN (*Finish Number*) são atribuídos a cada pacote e por que ordem os pacotes são enviados pela ligação. (*2.5 valores*)

t = 0 ms: $FN_{B,1} = 0 + (600\times8)/1 = 4800$. O pacote 1 da fila B é transmitido em $(600\times8)/(1\times10^3) = 4.8$ ms. Assim, o pacote 1 da fila B termina a sua transmissão em t = 0 + 4.8 = 4.8 ms.

t = 1 ms: $FN_{B,2} = \max(4800,4800) + (900\times8)/1 = 12000$.

t = 4.8 ms: O pacote 2 da fila B começa a ser transmitido. Este pacote é transmitido em $(900\times8)/(1\times10^3) = 7.2$ ms. Assim, o pacote 2 da fila B termina a sua transmissão em t = 4.8 + 7.2 = 12 ms.

t = 6 ms: $FN_{B,3} = \max(12000,12000) + (300\times8)/1 = 14400$.

t = 8 ms: $FN_{A,1} = 12000 + (150\times8)/3 = 12400$.

t = 12 ms: Como $FN_{A,1} < FN_{B,3}$, o pacote 1 da fila A começa a ser transmitido. Este pacote é transmitido em $(150\times8)/(1\times10^3) = 1.2$ ms. Assim, o pacote 1 da fila A termina a sua transmissão em t = 12.0 + 1.2 = 13.2 ms.

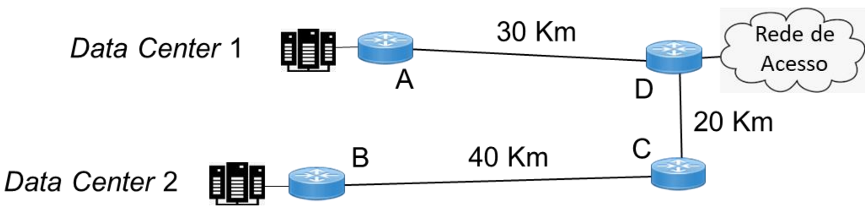
t = 13.2 ms: O pacote 3 da fila B começa a ser transmitido.

Assim, a ordem de envio dos pacotes é: pacote 1 da fila B, pacote 2 da fila B, pacote 1 da fila A e pacote 3 da fila B.

7. Considere a rede da figura a suportar um serviço *anycast* com todos os clientes ligados na rede de acesso e com dois servidores (um hospedado no Data Center 1 e outro hospedado no Data Center 2). A rede indica o comprimento de cada ligação. Assuma que cada *Data Center* tem uma disponibilidade de 0.999, a rede de acesso tem uma disponibilidade de 0.995, cada router tem uma disponibilidade de 0.992 e a disponibilidade das ligações caracteriza-se por um *Cable Cut* de 100 Km e um tempo médio de reparação de 6 horas. Determine:

   a) a disponibilidade do serviço anycast para os clientes ligados na rede de acesso, (*1.5 valores*)

   b) o tempo por ano (em horas) em que o serviço não está disponível. (*1.0 valores*)



a) $$a_{DA} = \frac{\frac{100\times365\times24}{30}}{\frac{100\times365\times24}{30}+6} = 0.99979 \qquad a_{DC} = \frac{\frac{100\times365\times24}{20}}{\frac{100\times365\times24}{20}+6} = 0.99986$$

$$a_{CB} = \frac{\frac{100\times365\times24}{40}}{\frac{100\times365\times24}{40}+6} = 0.99973$$

$$a_{DA,A,DataCenter1} = a_{DA} \times a_A \times a_{DataCenter1} = 0.99979 \times 0.992 \times 0.999 = 0.99080$$

$$a_{DC,C,CB,B,DataCenter2} = a_{DC} \times a_C \times a_{CB} \times a_B \times a_{DataCenter2} =$$
$$= 0.99986 \times 0.992 \times 0.99973 \times 0.992 \times 0.999 = 0.98268$$

$$A = a_{RedeAcesso} \times a_D \times \left(1 - \left[\left(1 - a_{DA,A,DataCenter1}\right) \times \left(1 - a_{DC,C,CB,B,DataCenter2}\right)\right]\right)$$
$$= 0.995 \times 0.992 \times (1 - [(1 - 0.99080) \times (1 - 0.98268)]) = 0.98688$$

b) $$T = (1 - 0.98688) \times 365 \times 24 = 114.9 \text{ horas por ano}$$

FORMULÁRIO

Teorema de Little: $L = \lambda W$ Atraso médio no sistema $M/M/1$: $W = \dfrac{1}{\mu - \lambda}$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$:

$$W_Q = \frac{\lambda E[S^2]}{2(1 - \lambda E[S])}$$

Atraso médio na fila de espera do sistema $M/G/1$ com prioridades do tipo não-preemptivo:

$$W_{Qk} = \begin{cases} \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1)} & , k = 1 \\ \dfrac{\sum_{i=1}^{n}(\lambda_i E[S_i^2])}{2(1-\rho_1-\cdots-\rho_{k-1})(1-\rho_1-\cdots-\rho_k)} & , k > 1 \end{cases} \qquad \rho_k = \lambda_k E[S_k]$$

Fórmula de ErlangB: $P_m = \dfrac{(\lambda/\mu)^m / m!}{\sum_{n=0}^{m}(\lambda/\mu)^n / n!}$

Probabilidades limite dos estados (processo de nascimento e morte):

$$P_0 = \frac{1}{1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n}}, \quad P_n = \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n \left(1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\lambda_0 \lambda_1 \cdots \lambda_{n-1}}{\mu_1 \mu_2 \cdots \mu_n}\right)}, \quad n \geq 1$$

WFQ: $RN(\tau_i + t) = RN(\tau_i) + \dfrac{1}{\sum_{j\ ativas} \phi_j} t$ $FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, RN\right) + \dfrac{L_k / C}{\phi_i}$

SCFQ: $FN_{i,k} = \max\left(FN_{i,k-1}, FN_s\right) + \dfrac{L_k}{\phi_i}$

WFQ com *Leaky Bucket*: $D_i = \dfrac{\sigma_i + (n-1)L_i}{r_i} + \sum_{j=1}^{n} \dfrac{L_{\max}}{C_j} + \Gamma$

Disponibilidade (elementos em série): $A = a_1 \times a_2 \times \ldots \times a_n$

Disponibilidade (elementos em paralelo): $A = 1 - [(1 - a_1) \times (1 - a_2) \times \ldots \times (1 - a_n)]$

Disponibilidade de uma ligação:

$$\frac{MTBF}{MTBF + MTTR} \qquad MTBF = \frac{CC \times 365 \times 24}{\text{comprimento da ligação [Km]}}$$