

Définition et motivations
oooooooooooo

Décomposition et filtrage
oooooooooooooooooooo

Processus stochastiques
oooooooooooo

Séries chronologiques / temporelles

Master Mathématiques pour les sciences du vivant

2025-2026



Définition et motivations



Décomposition et filtrage



Processus stochastiques



Définition et motivations

Définitions

Définition

Une série chronologique ou série temporelle est une suite d'observations ordonnées dans le temps.

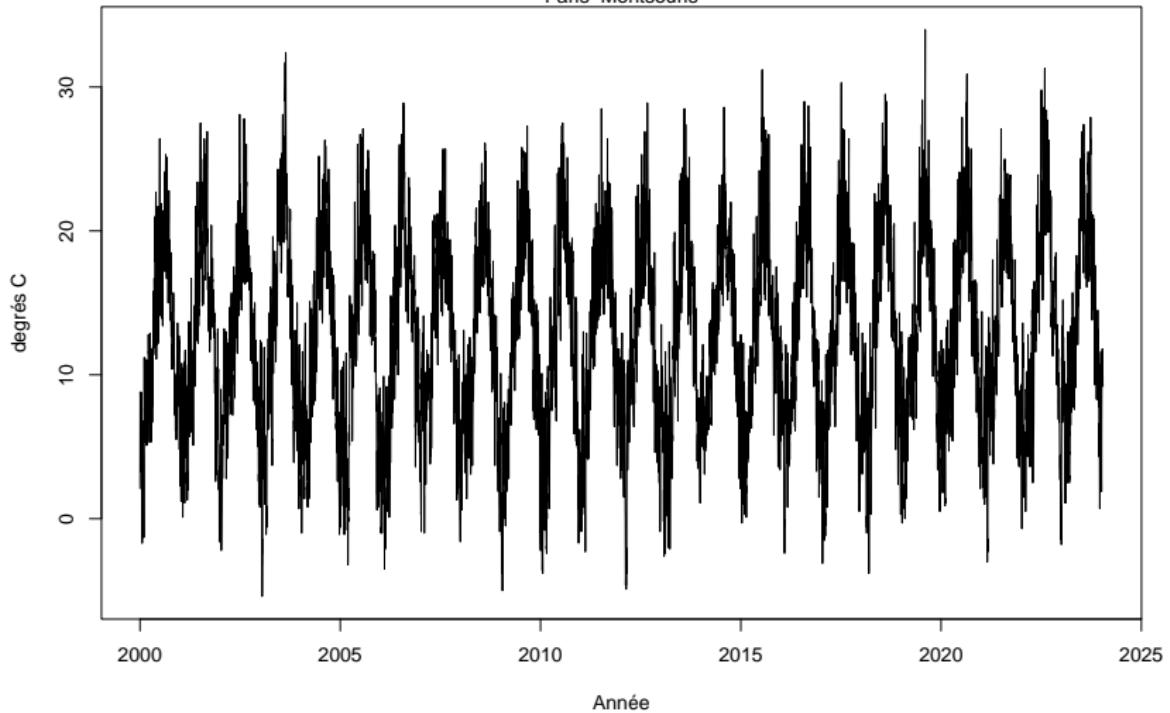
Exemples

- séries journalières
- séries hebdomadaires
- séries mensuelles
- séries trimestrielles
- séries annuelles

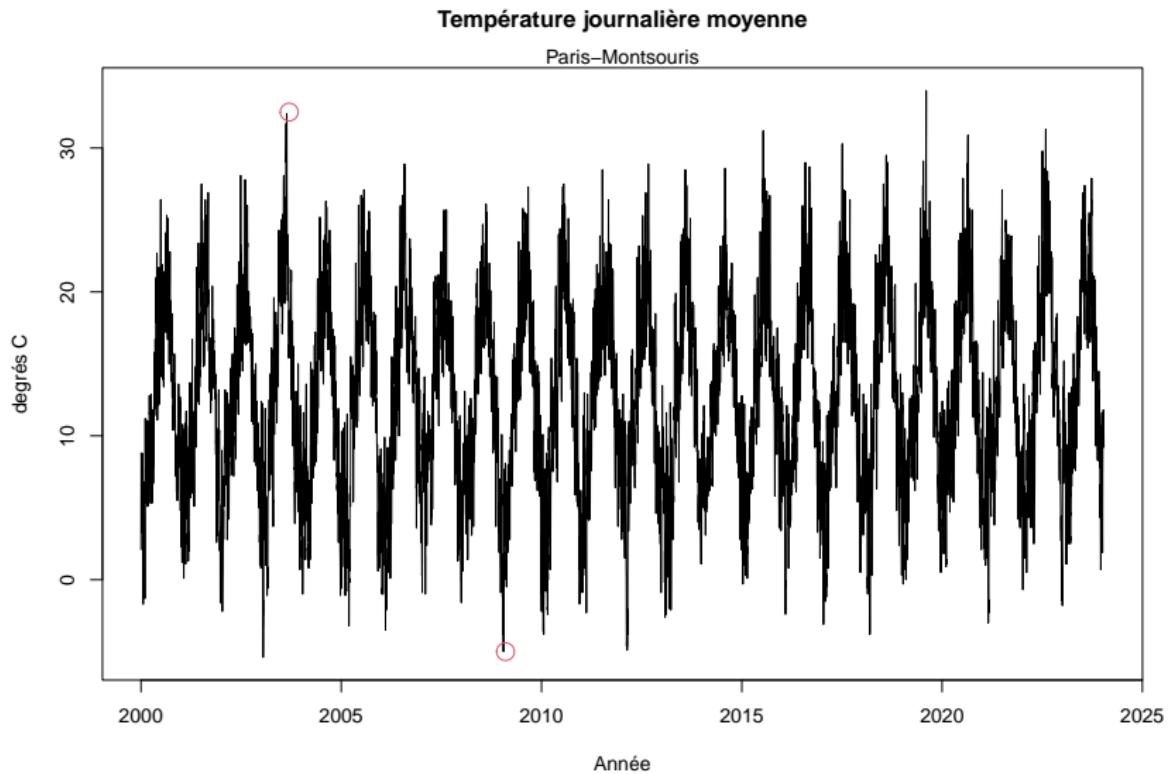
Exemples

Température journalière moyenne

Paris–Montsouris

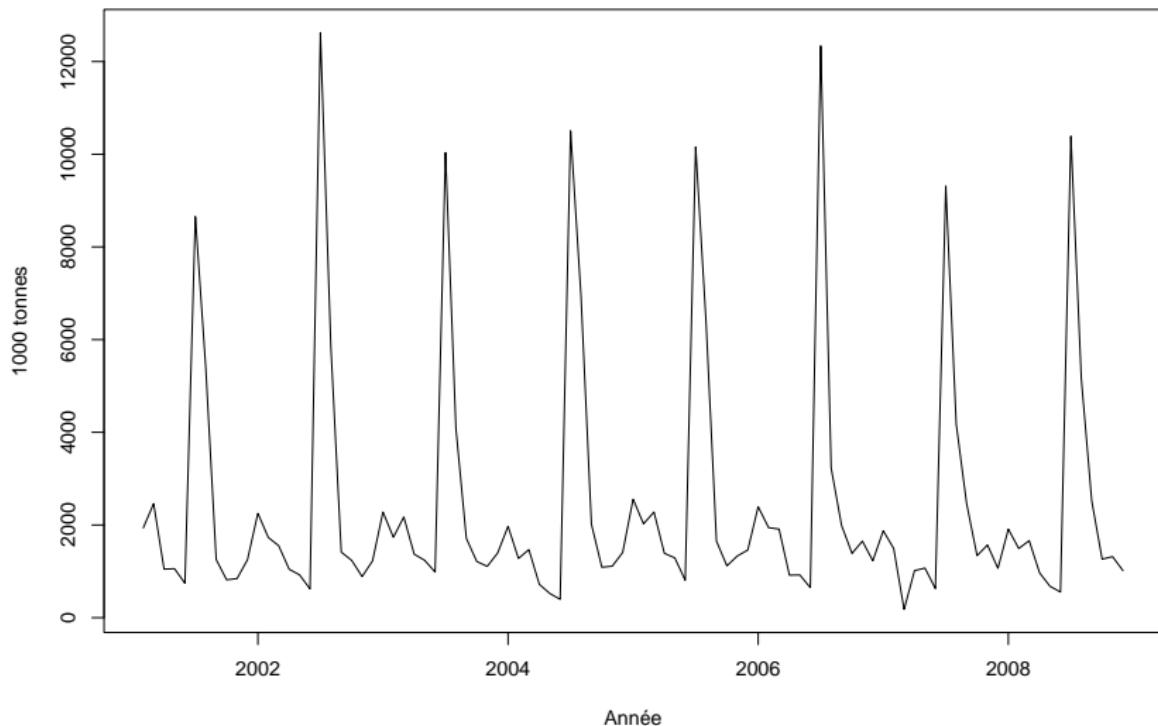


Exemples



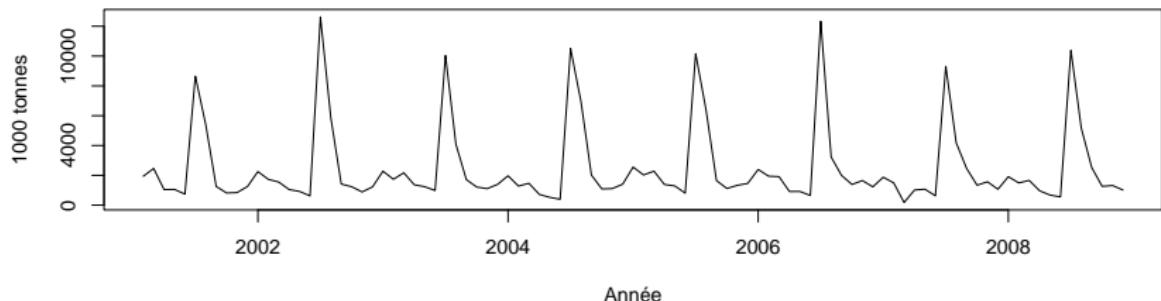
Exemples

Production blé tendre

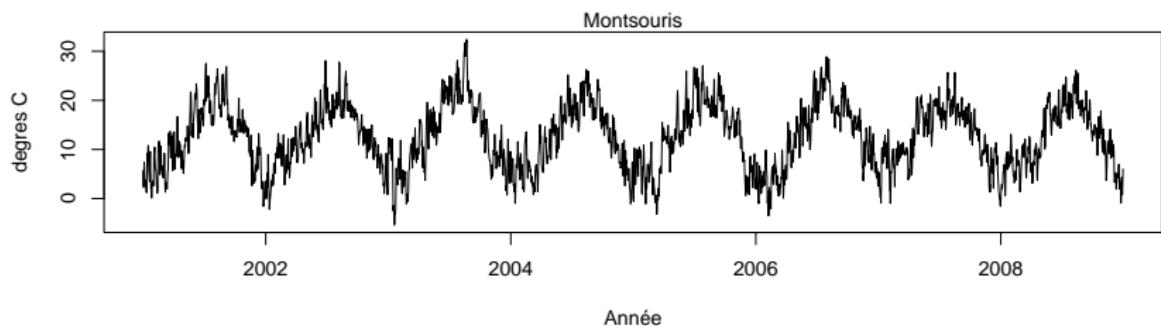


Exemples

Production blé tendre

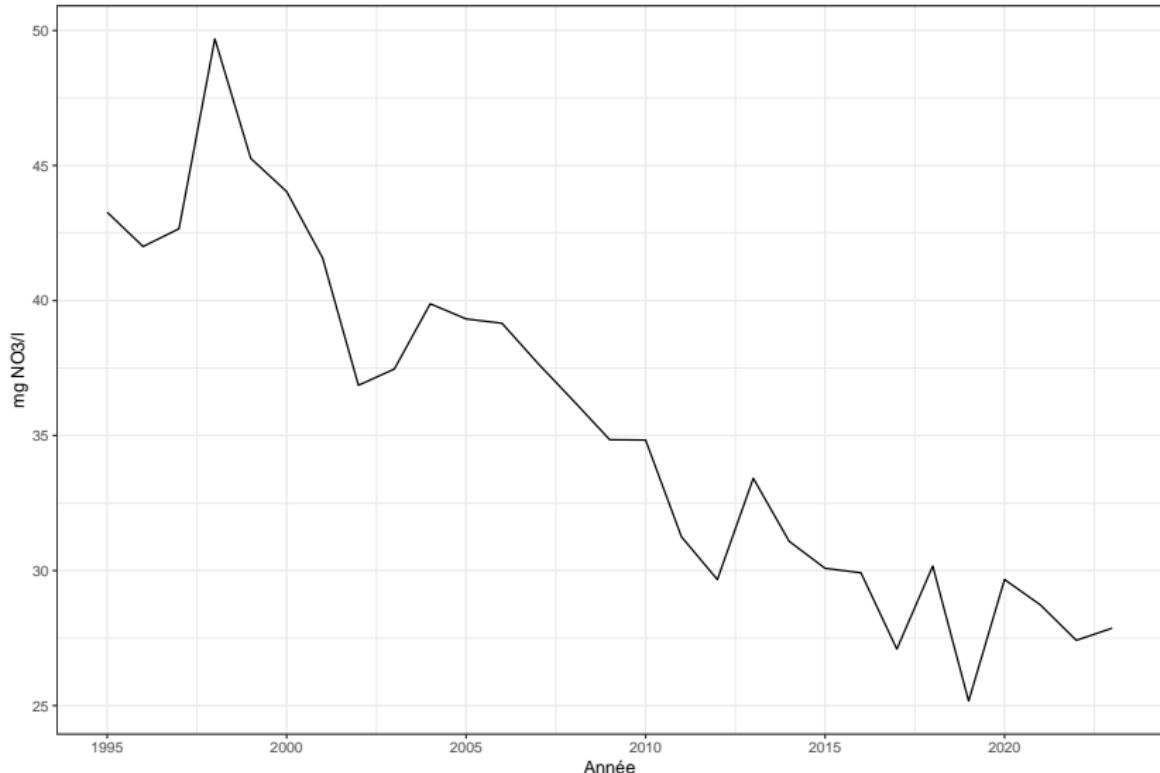


Temperature moyenne journalière



Exemples

Concentration nitrate Guingamp



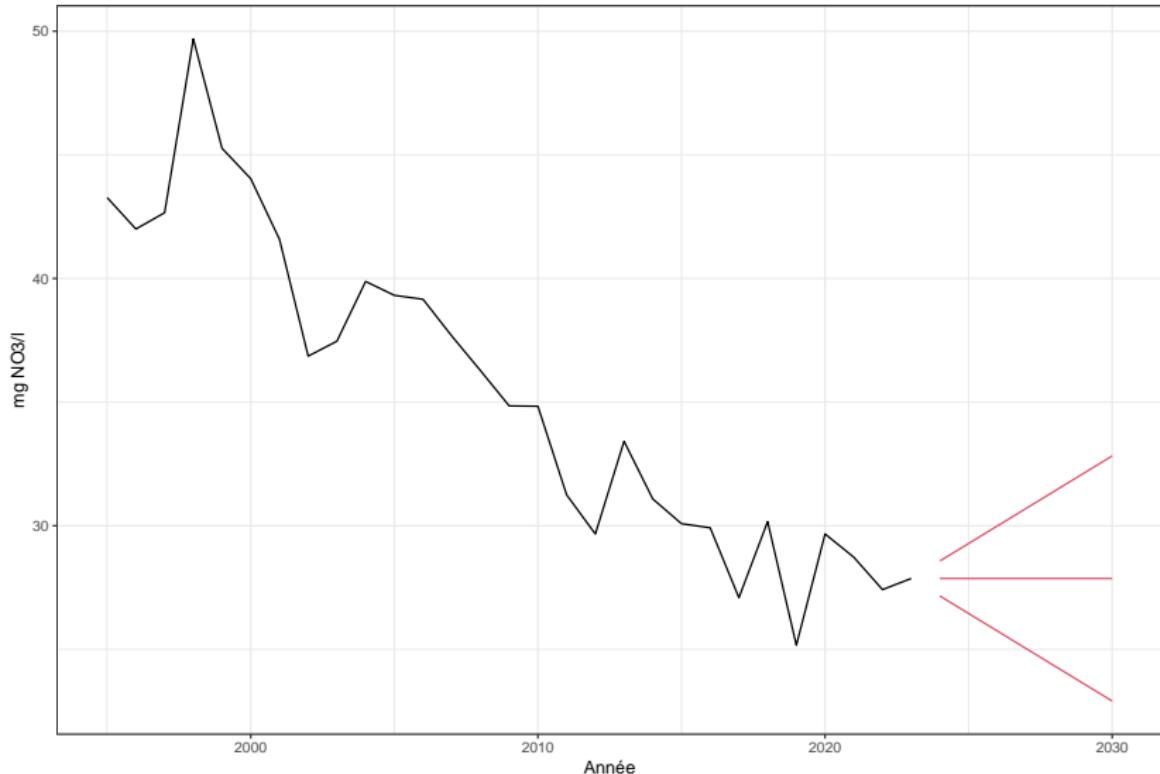
Exemples

Concentration nitrate Guingamp



Exemples

Concentration nitrate Guingamp



Objectifs

Objectif de l'étude des séries chronologiques

- Analyser un phénomène:
 - décrire/ comprendre/ caractériser l'évolution de la série
 - repérer les évènements exceptionnels
- Prévision

Démarche

- Modélisation : définir les équations du modèle
- Estimation des paramètres du modèle
- Evaluation du modèle
- Prévision, erreurs de prévision

Définition et motivations
oooooooooooo

Décomposition et filtrage
●oooooooooooooooooooo

Processus stochastiques
oooooooooooo

Décomposition et filtrage

Composantes d'une série chronologique

La **tendance** d'une série chronologique est une série chronologique de même longueur qui traduit l'évolution à long terme.

Le **cycle** d'une série chronologique est une série chronologique de même longueur qui traduit un mouvement cyclique de grande ampleur.

Les **variations saisonnières** d'une série chronologique sont les variations de la série qui sont dues à des phénomènes saisonniers.

Les **variations irrégulières** d'une série chronologique sont les variations de la série qui sont dues à des facteurs aléatoires ou des événements conjoncturels.

Modèles sur les composantes

Modèle additif

$$Y_t = U_t + S_t + I_t$$

Modèle multiplicatif

$$Y_t = U_t * S_t * I_t$$

avec

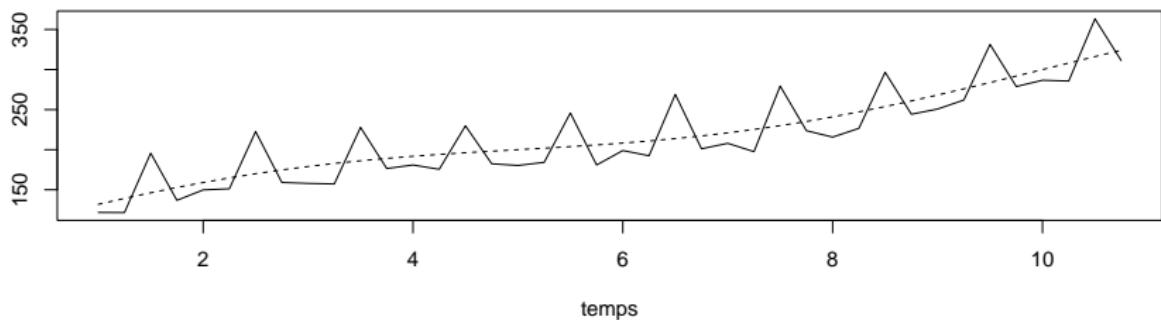
U_t : tendance

S_t : composante saisonnière

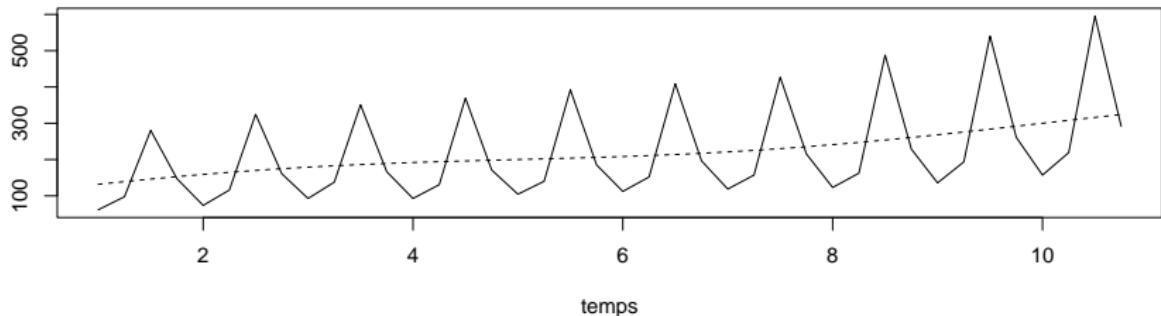
I_t : composante irrégulière

Modèles sur les composantes

Modèle additif

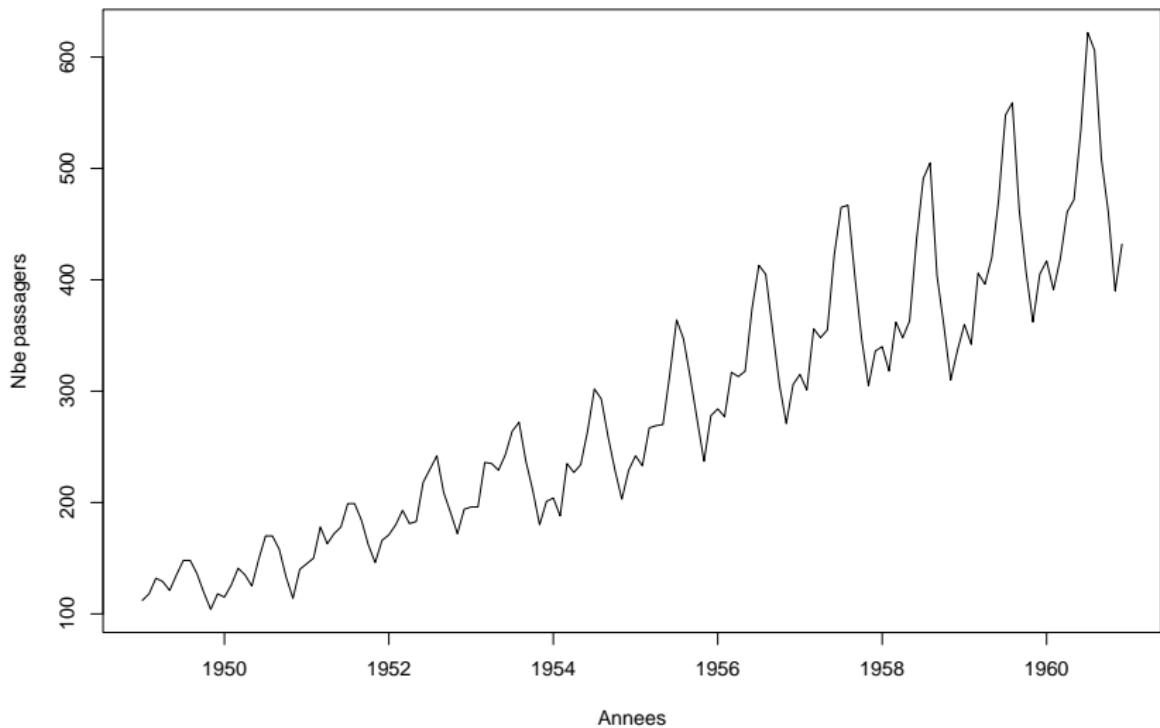


Modèle multiplicatif



Modèles sur les composantes

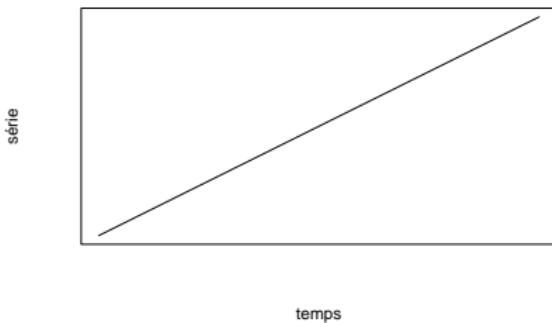
Trafic aérien



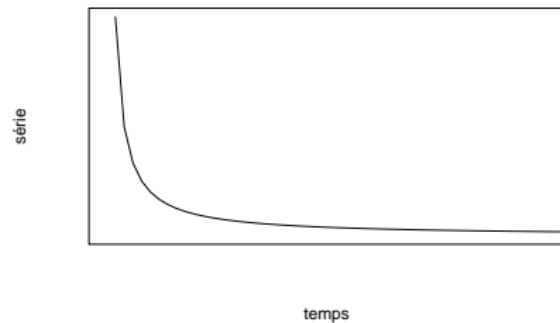
Calcul de la tendance

Fonctions prédéfinies:

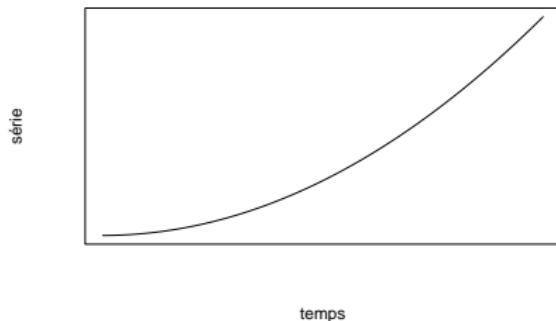
linéaire



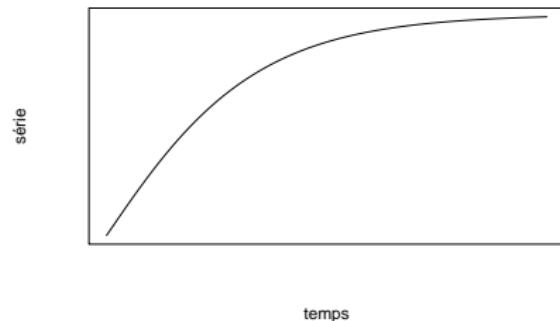
hyperbolique



quadratique



Gompertz



Identifier les différents paramètres par MCO.

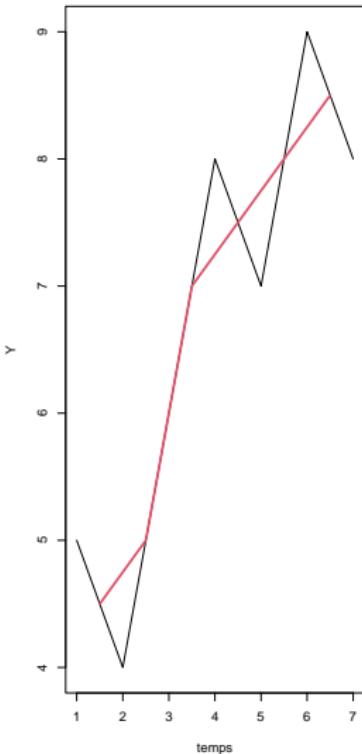
Moyennes mobiles

Exemple

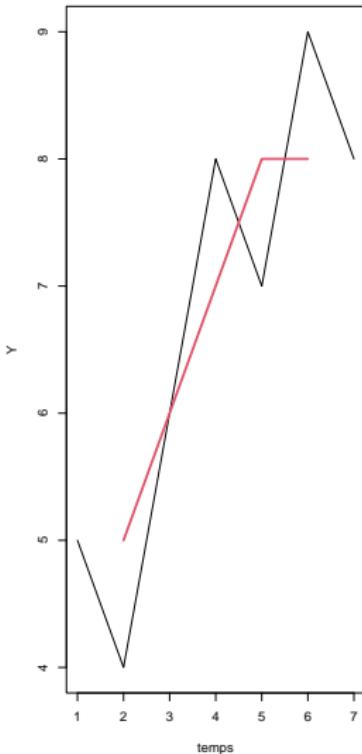
date t_i	date $\frac{t_i+t_{i+1}}{2}$	observ y_i	MA(2)	MA(3)	MA(4)
01-01	15-01	5	$\frac{5+4}{2} = 4.5$	$\frac{5+4+6}{3} = 5$	$\frac{5+4+6+8}{4} = 5.75$
01-02		4			
01-03	15-02	6	$\frac{4+6}{2} = 5$	$\frac{4+6+8}{3} = 6$	$\frac{4+6+8+7}{4} = 6.25$
01-04		7			
01-05	15-03	8	$\frac{6+8}{2} = 7$	$\frac{6+8+7}{3} = 7$	$\frac{6+8+7+9}{4} = 7.50$
01-06		9			
01-07	15-04	8	$\frac{8+7}{2} = 7.5$	$\frac{8+7+9}{3} = 8$	$\frac{8+7+9+8}{4} = 8.00$
			$\frac{9+8}{2} = 8.5$	$\frac{7+9+8}{3} = 8$	

Moyennes mobiles

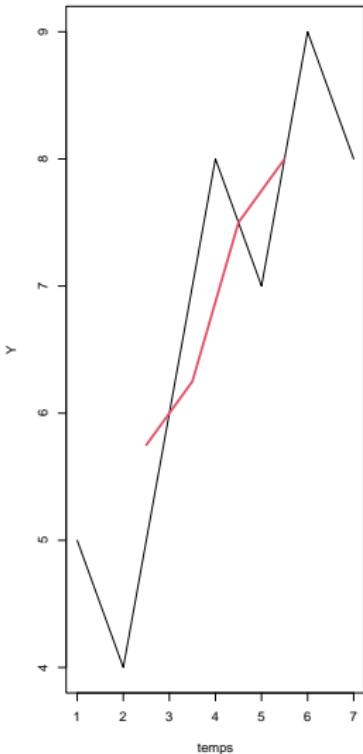
MM ordre 2



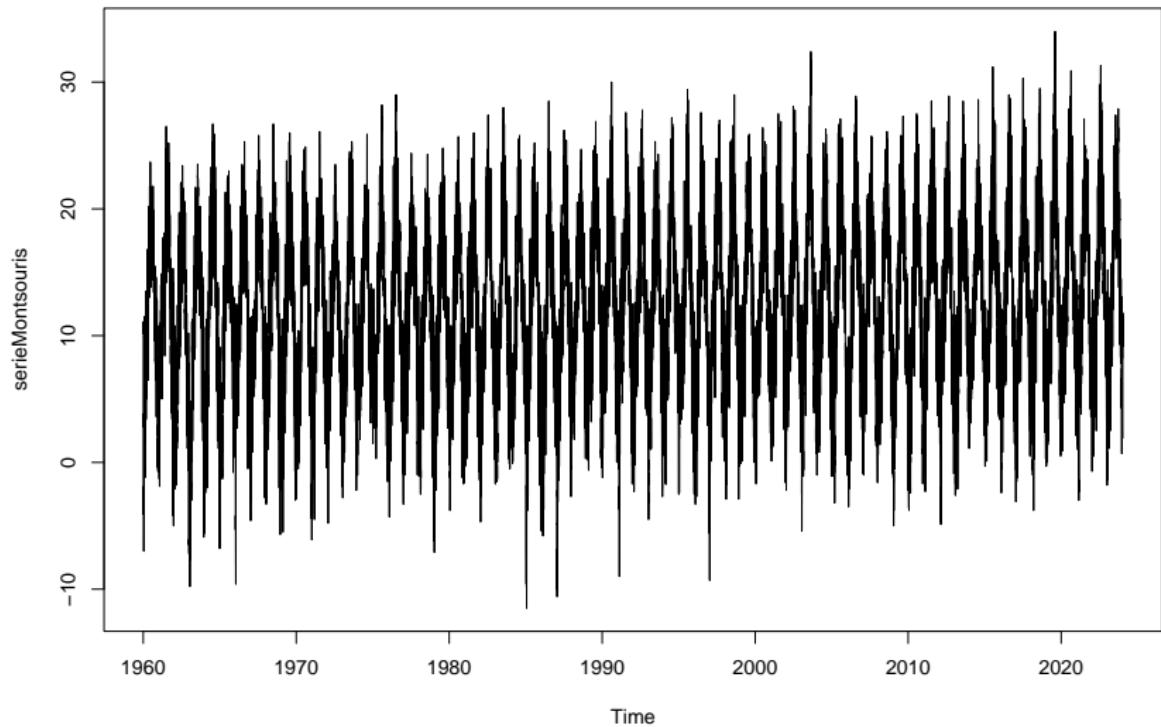
MM ordre 3



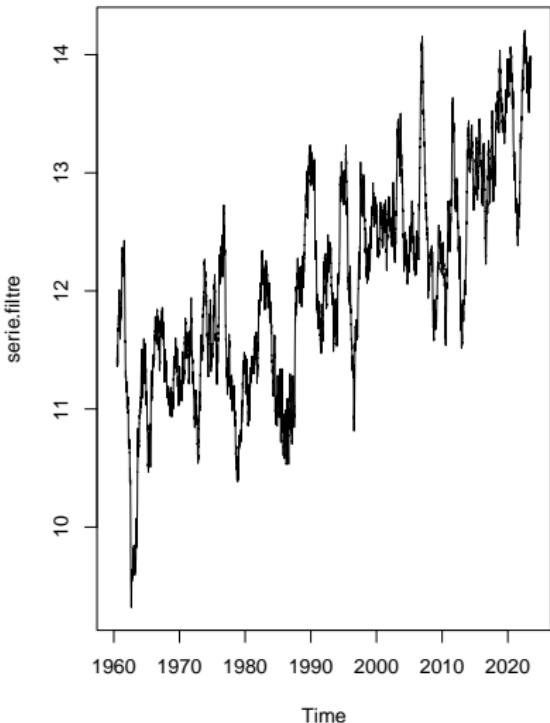
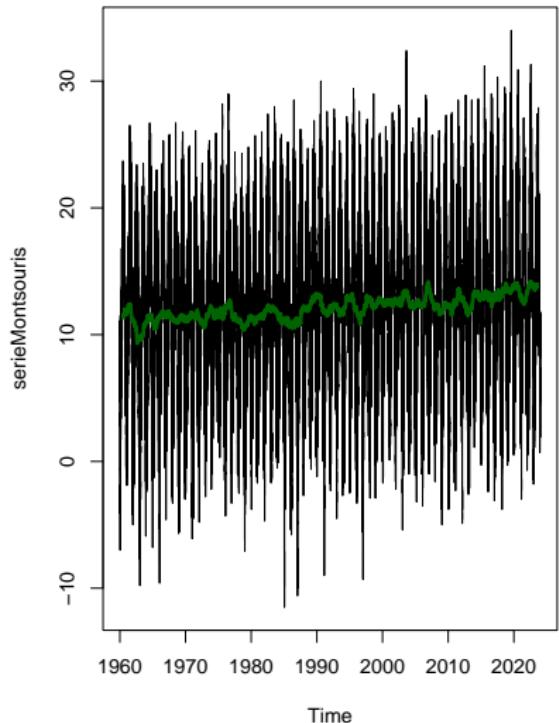
MM ordre 4



Décomposition



Tendance par moyenne mobile :

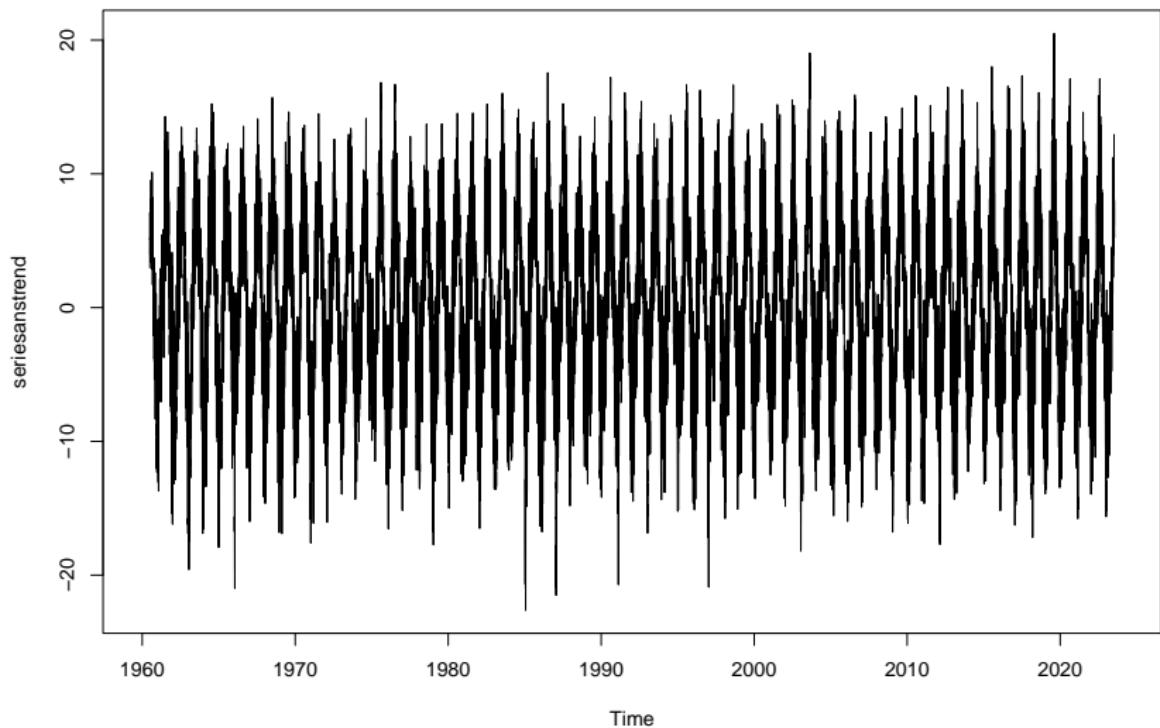


Définition et motivations
oooooooooooo

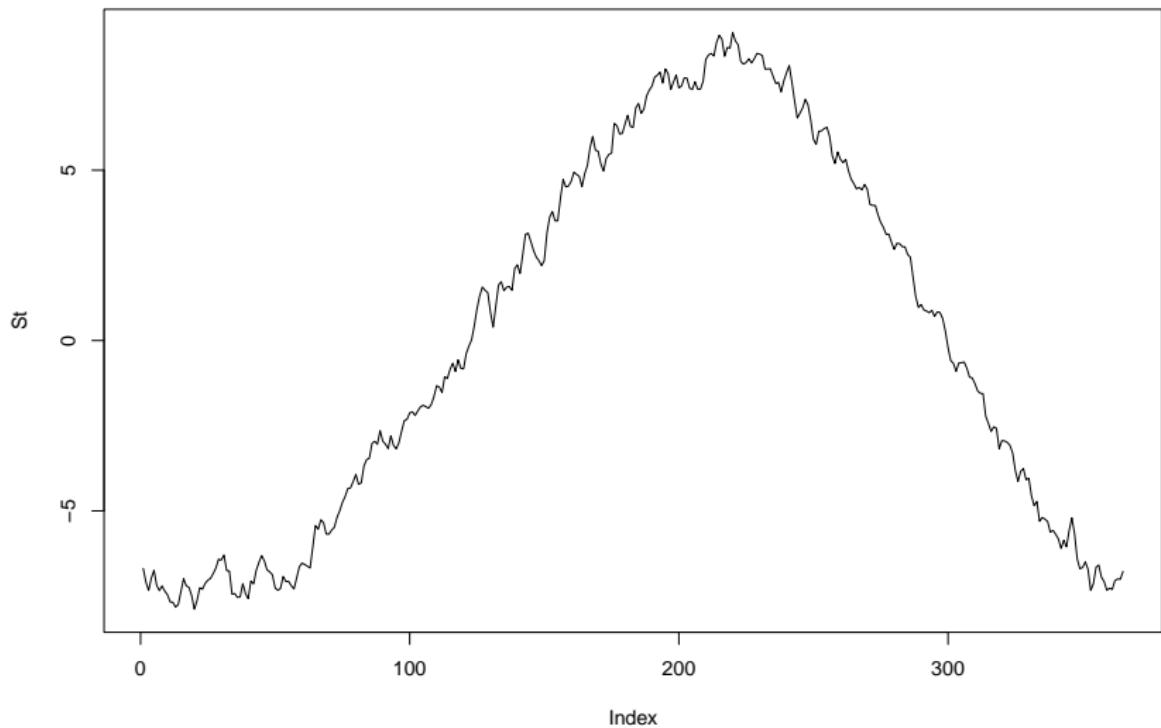
Décomposition et filtrage
oooooooooooo●oooooooo

Processus stochastiques
oooooooooooo

Série corrigée de la tendance



Variation saisonnière

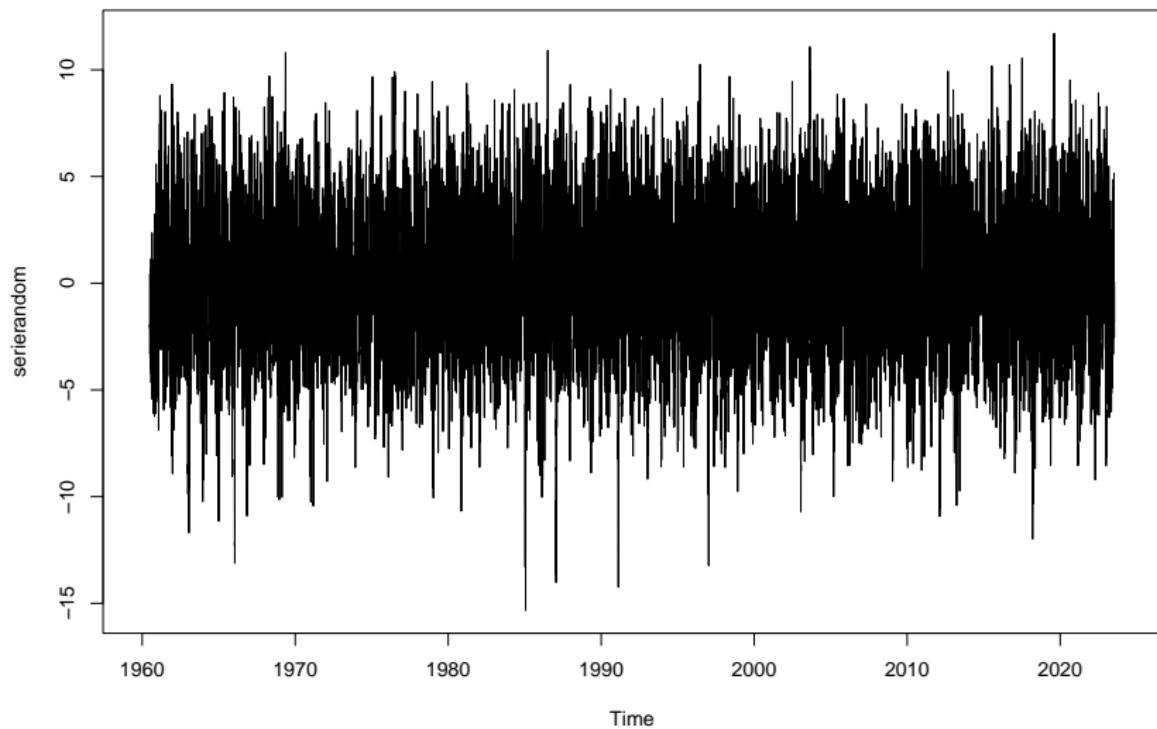


Définition et motivations
oooooooooooo

Décomposition et filtrage
oooooooooooo●oooo

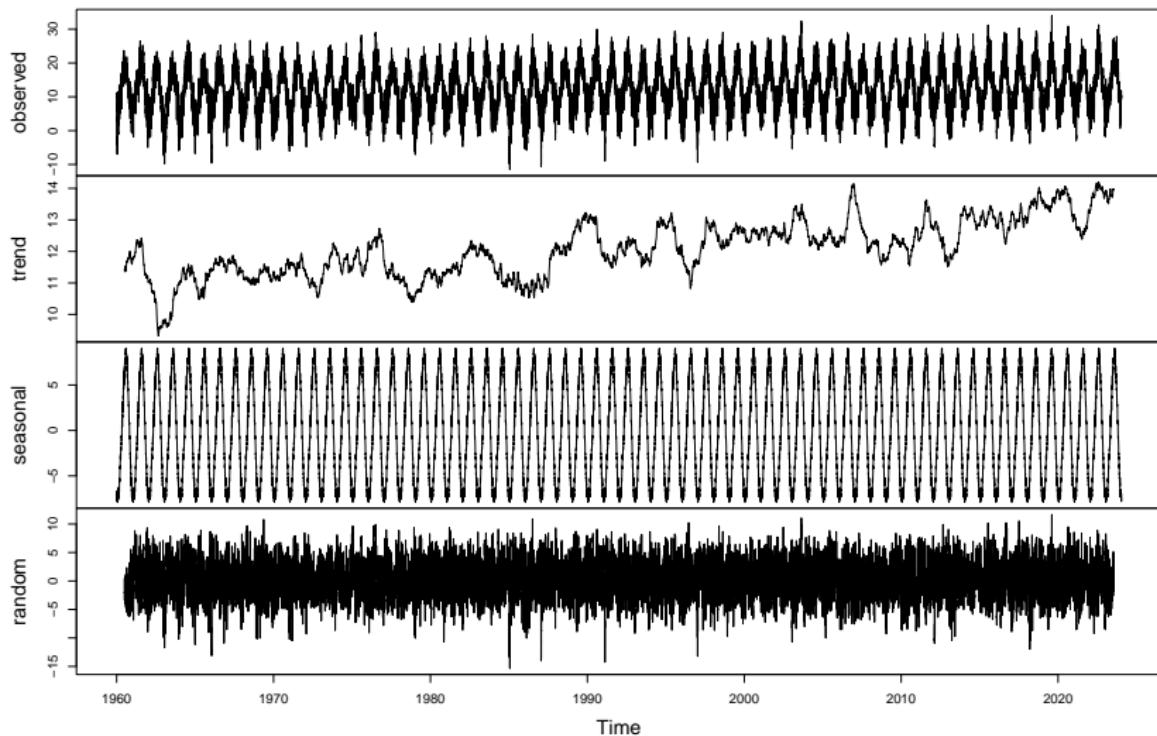
Processus stochastiques
oooooooooooo

Série filtrée de la tendance et des variations saisonnières



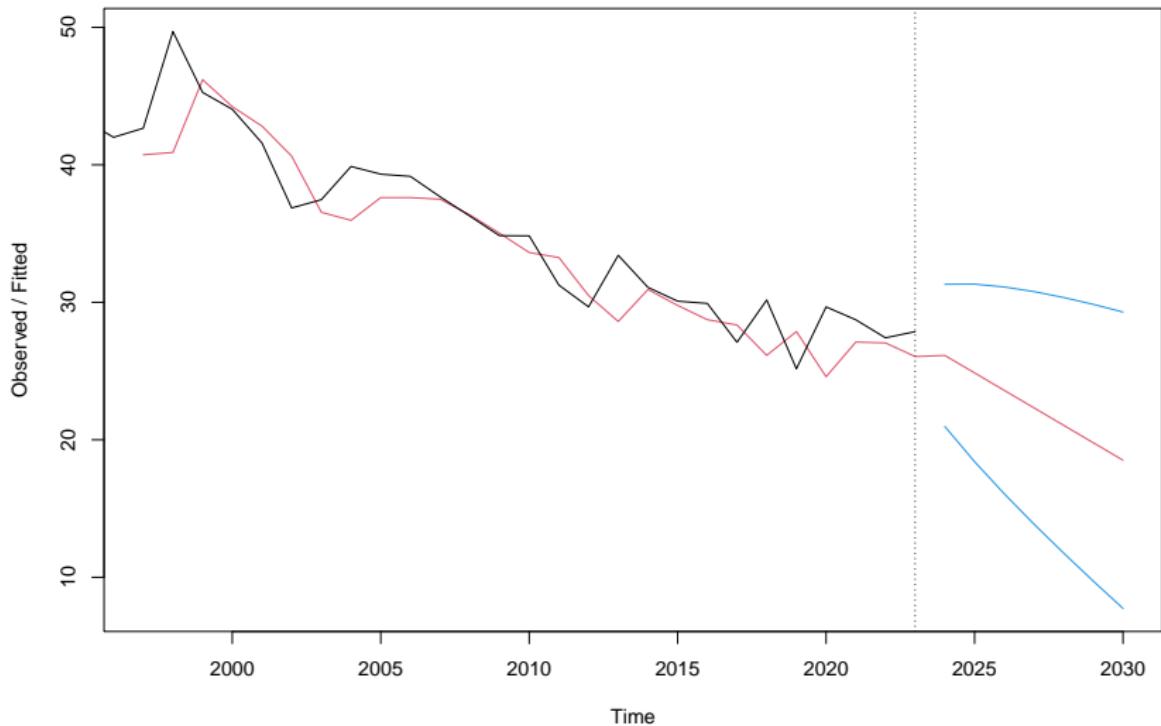
Décomposition température Montsouris

Decomposition of additive time series

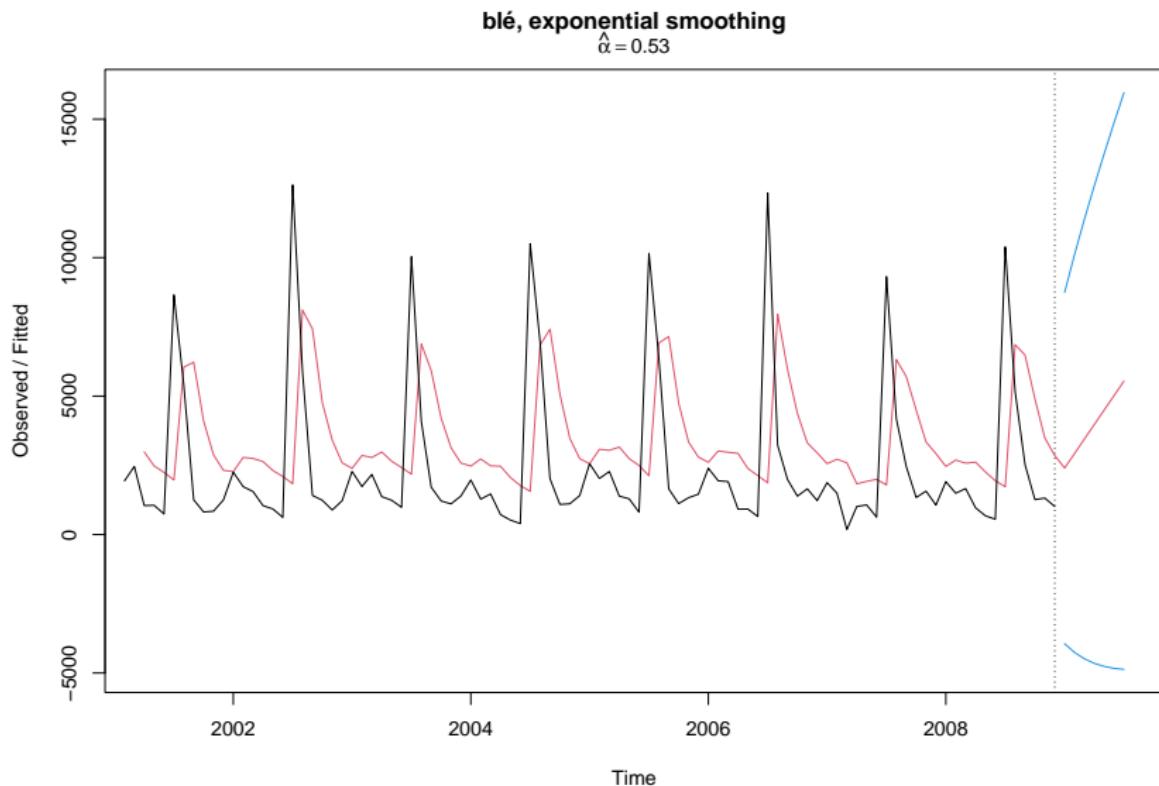


Lissage exponentiel Nitrates

Nitrate, exponential smoothing
 $\hat{\alpha} = 0.75$

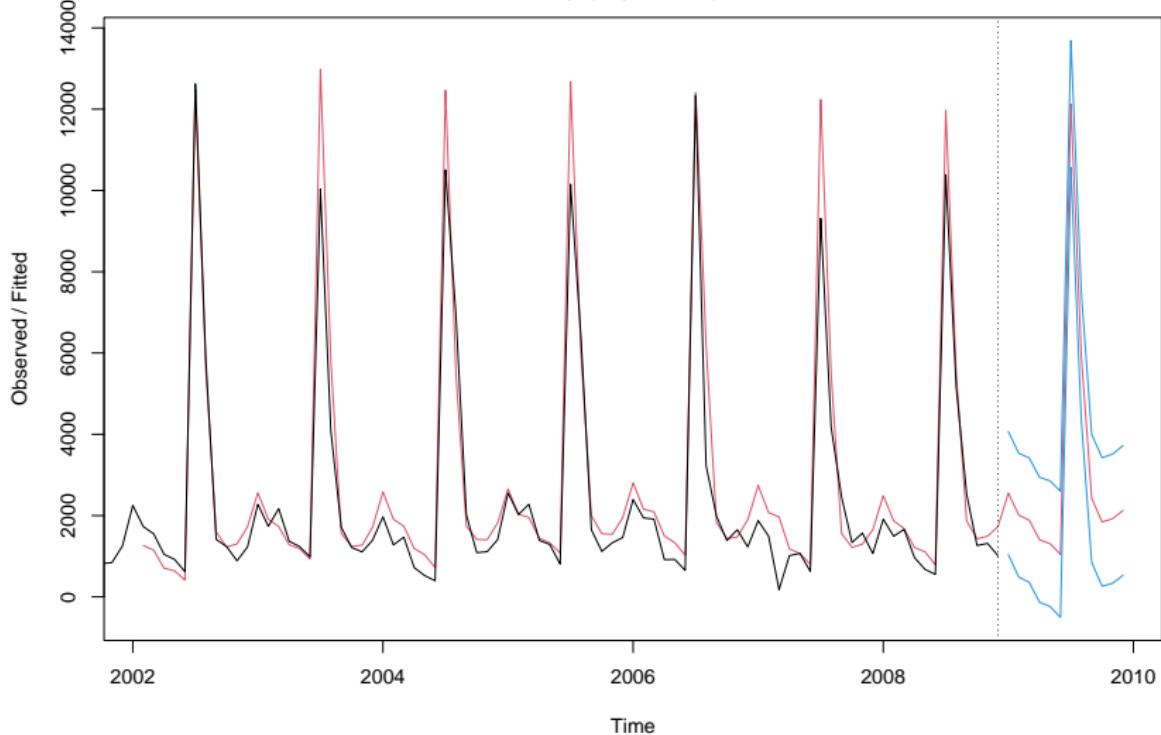


Lissage exponentiel: production de blé tendre



Holt Winters blé tendre

Prédiction blé tendre Holt-Winters
 $\alpha, \beta, \gamma = (0.1, 0, 0.1)$



Définition et motivations
oooooooooooo

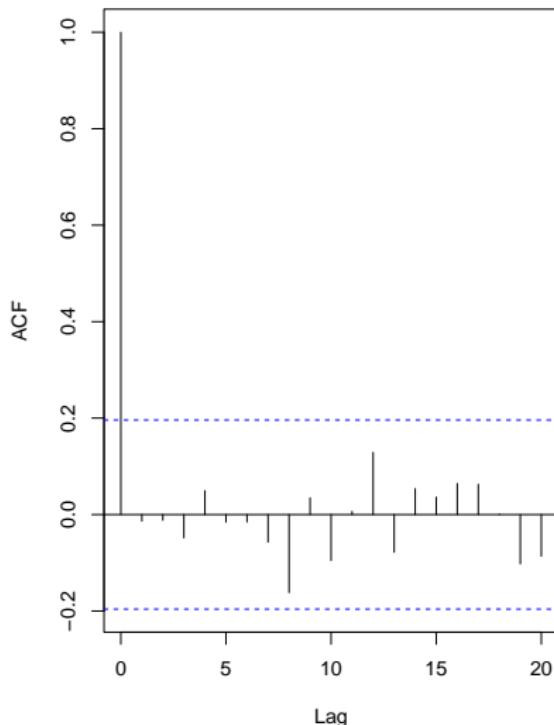
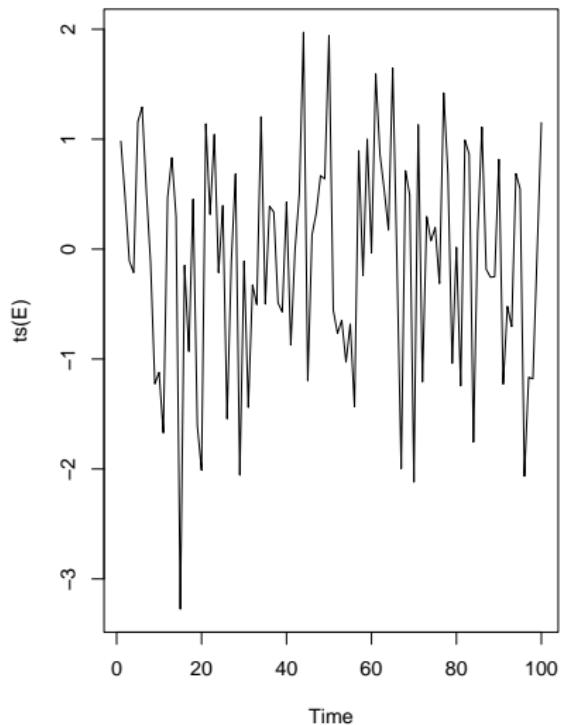
Décomposition et filtrage
oooooooooooooooooooo

Processus stochastiques
●oooooooooooo

Processus stochastiques

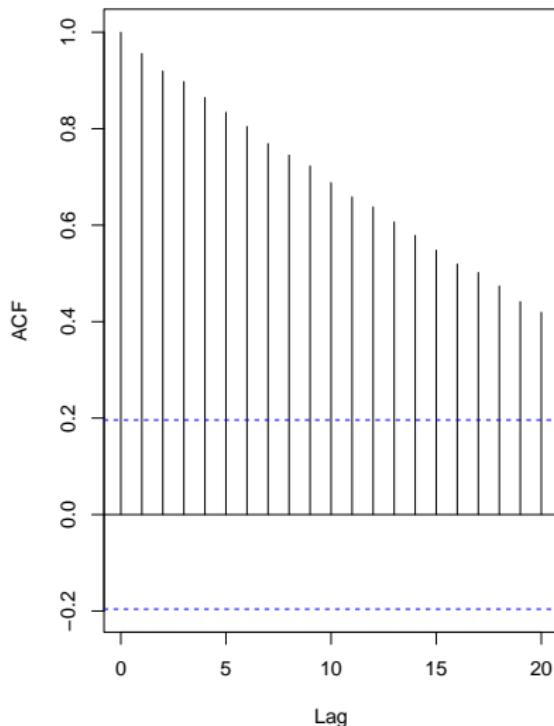
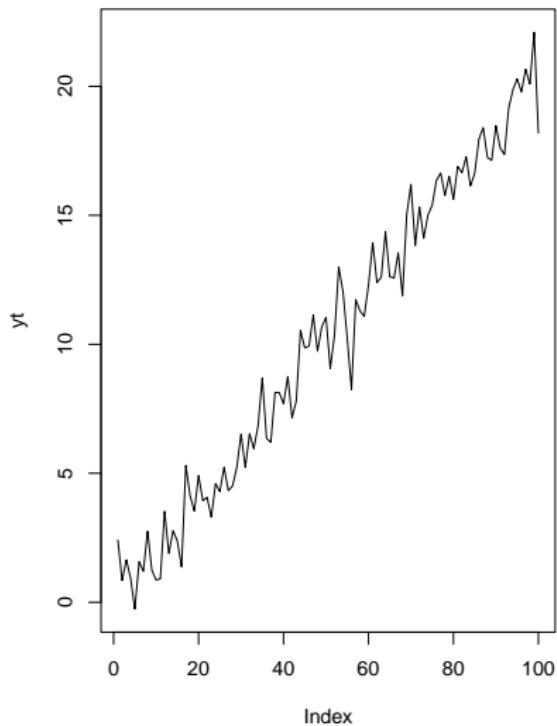
Bruit blanc

Series E



Tendance linéaire

Series yt



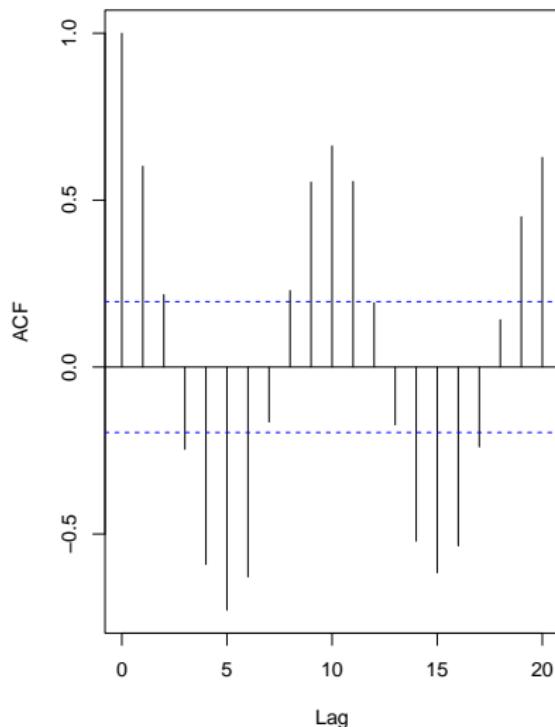
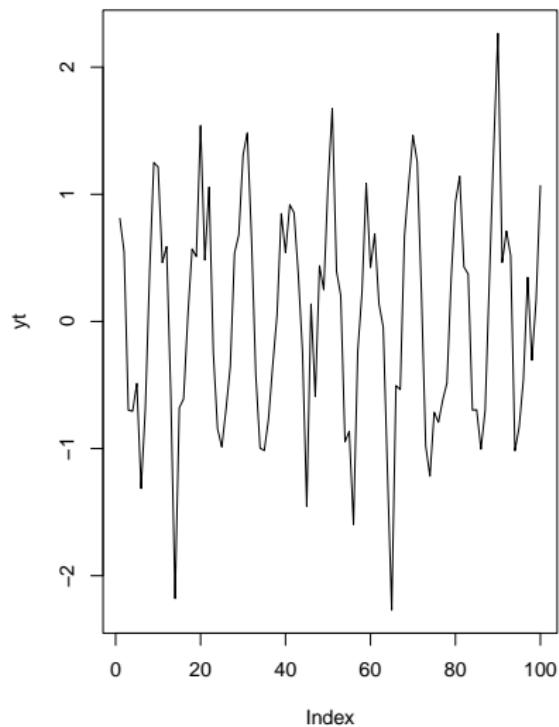
Définition et motivations
oooooooooooo

Décomposition et filtrage
oooooooooooooooooooo

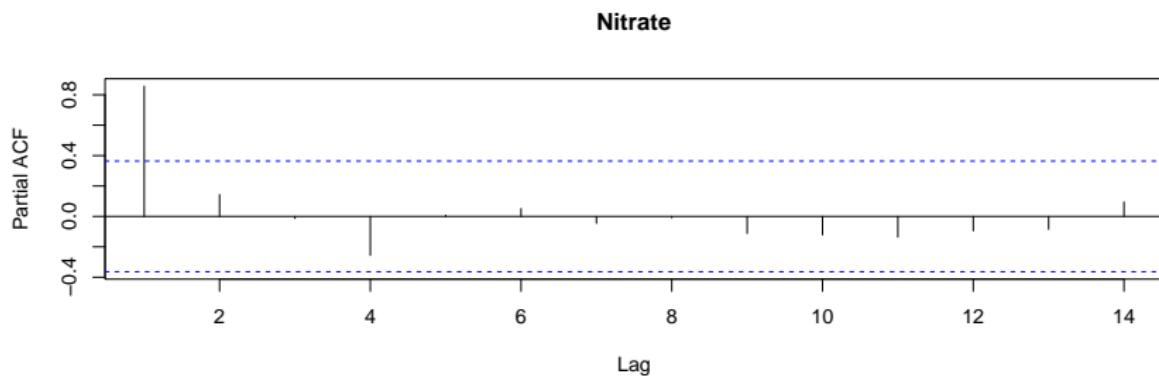
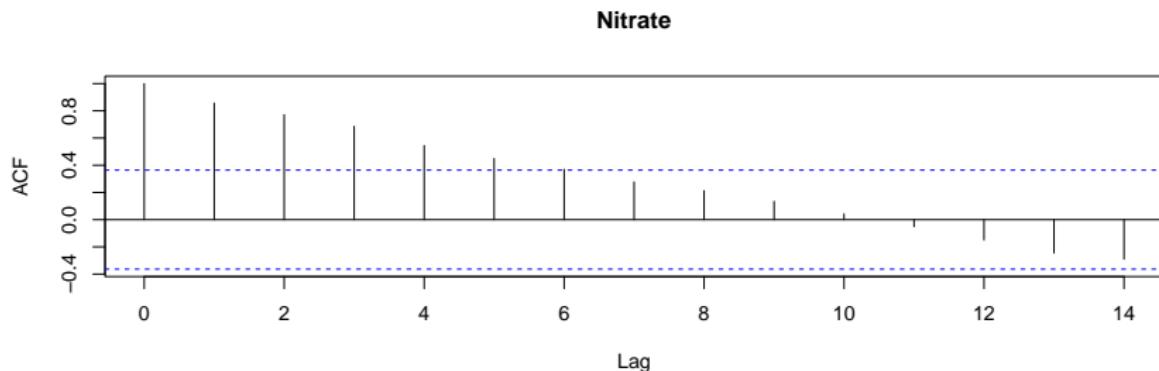
Processus stochastiques
ooo●oooooooo

Périodicité

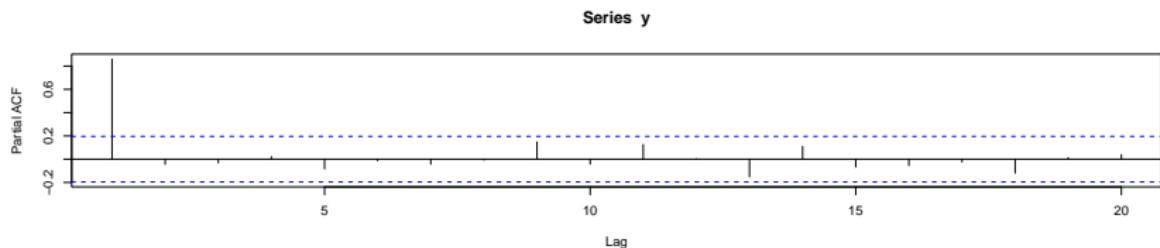
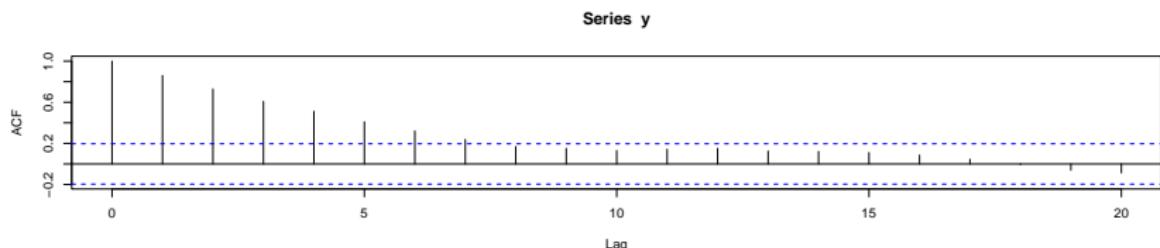
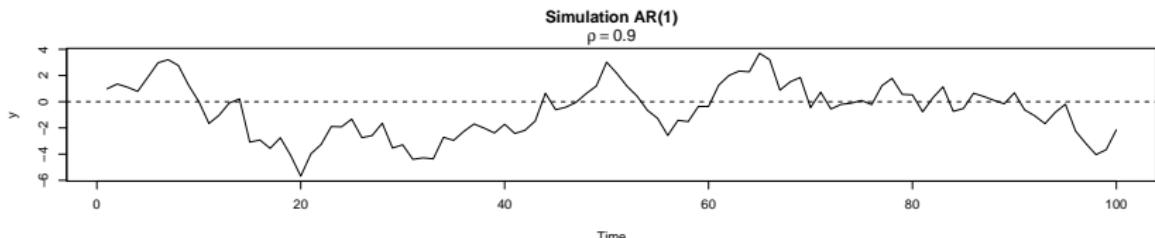
Series yt



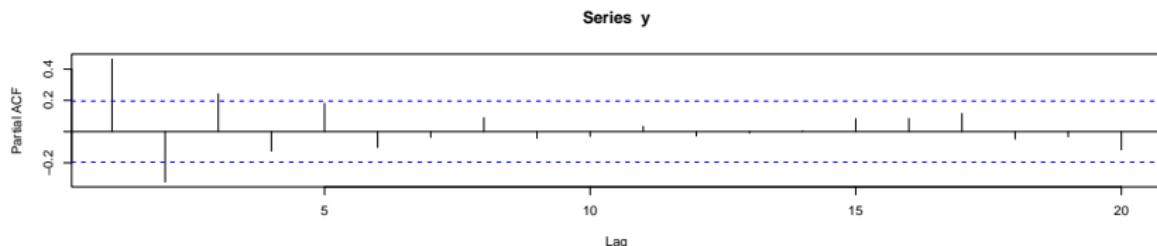
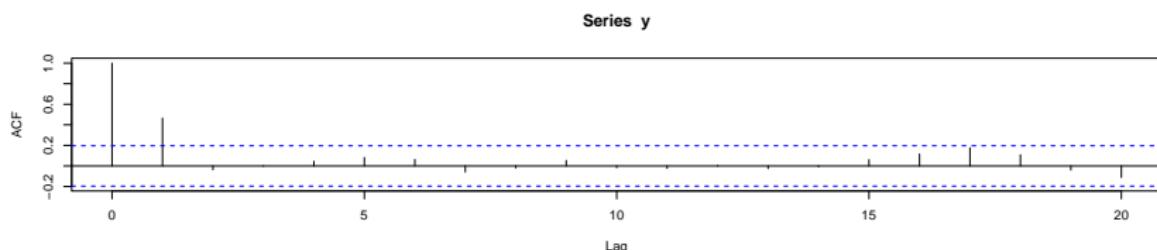
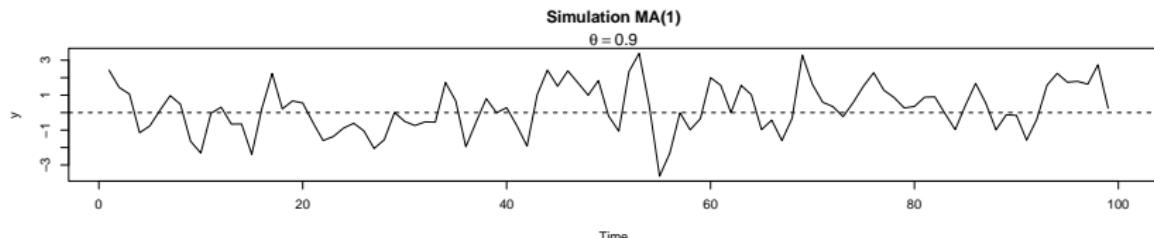
Exemple nitrates



Simulations AR(1)

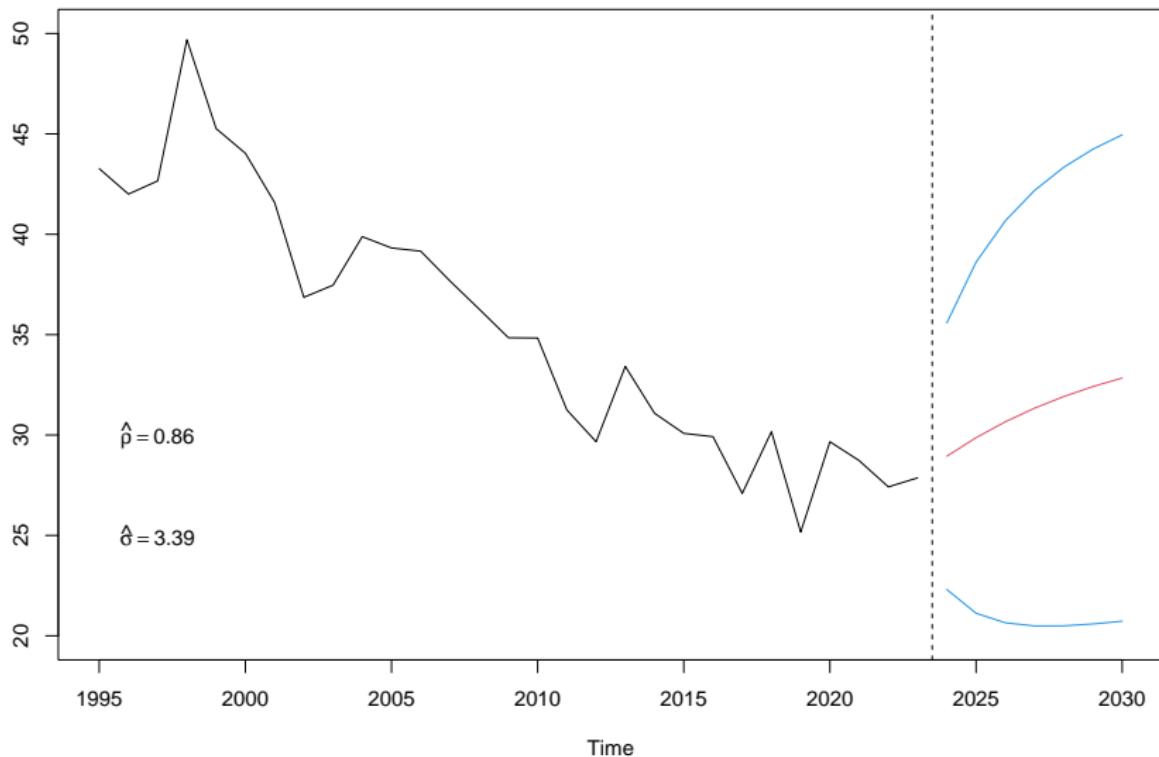


Simulation MA(1)

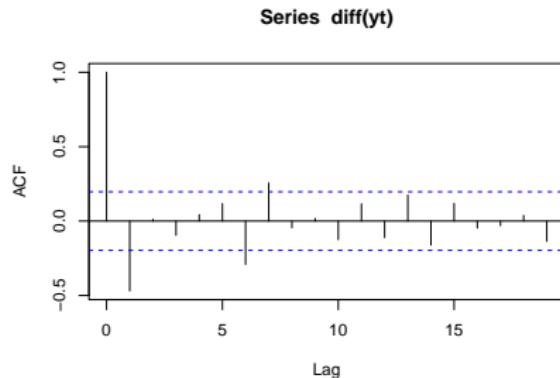
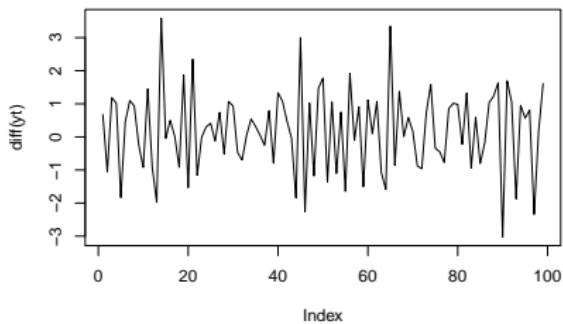
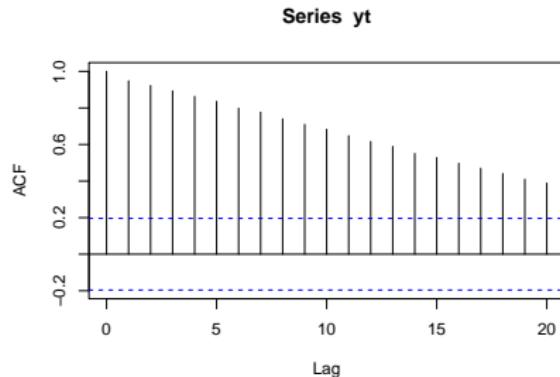
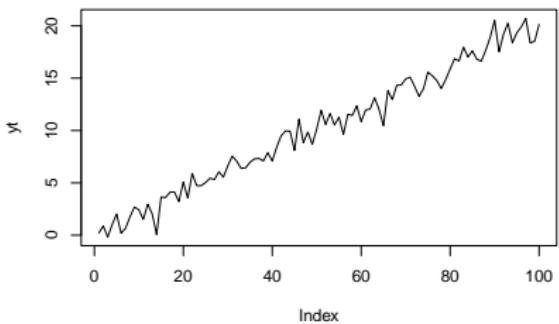


Exemple nitrates

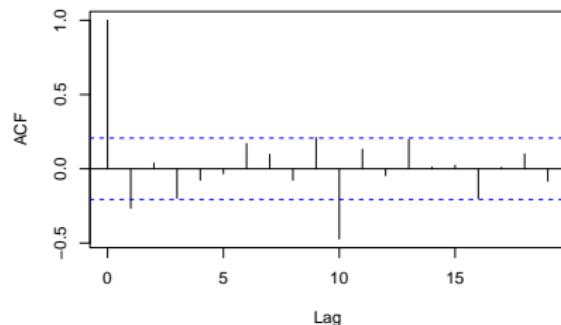
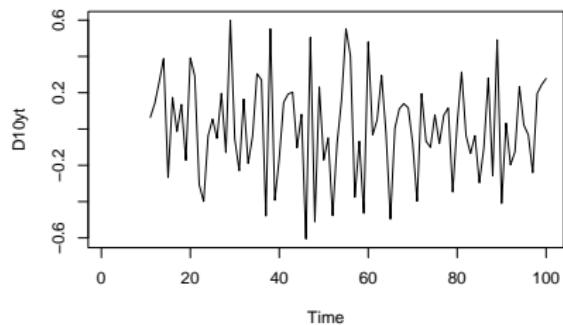
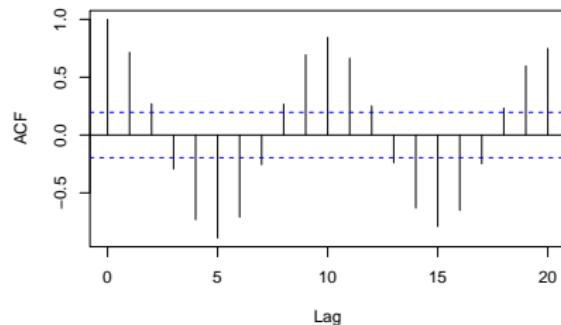
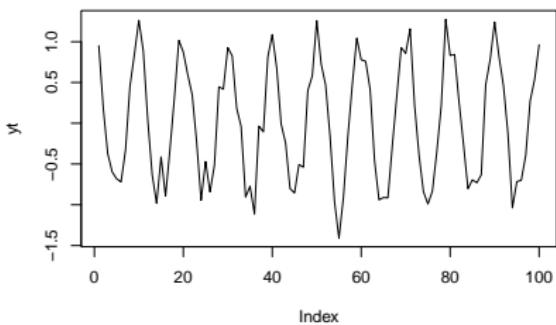
prediction Nitrate, AR(1)



Mise en évidence du filtrage : tendance linéaire



Mise en évidence du filtrage : périodicité



Modèles SARIMA

Prévision blé tendre modèle Sarima

