Université Paul Sabatier

Analyse et commande des systèmes temps réel

- Synthèse d'une commande à retard -
Application à un procédé électro-mécanique

Auteurs :
Lucien Rakotomalala
David Tocaven

Encadrant :
Carolina Albea-Sànchez

20 février 2018

Table des matières

Introduction

À partir de l'énoncé, nous avons définie le cahier des charges suivant :

— Il faut réaliser un asservissement en position angulaire.

— Il faut atteindre la consigne en moins de 8 secondes. $\Rightarrow T_m < 8s$

— Il ne doit pas y avoir d'oscillations.

— Il ne doit pas y avoir de dépassement de la consigne.$\Rightarrow \forall t \geq 0, V_g(t) \leq V_{ref}(t)$

— Il doit y avoir une erreur de position nulle. $t \rightarrow \infty, V_g(t) \rightarrow V_{ref}(t)$

— La commande doit rejeter Les perturbations de sortie de type échelon ($p(t) = p_0$) en maximum 3 secondes.

1 Identification-Modélisation du système

Dans un premier temps, nous allons déterminer les paramètres du moteur, ensuite, nous déterminerons le modèle fréquentiel ainsi que le modèle espace d'état du système. Puis, nous étudierons les propriétés, les performances et la stabilité du système.

1.1 Détermination de paramètres et du retard

On identifiera les paramètres du moteur grâce à une approche dite *boite noire*, c'est-à-dire que suivant la forme d'une réponse du système à un échelon, nous allons choisir une modélisation par fonction de transfert type (1^{er} ordre, 2^{e} ordre, ...). Comme il s'agit d'un moteur à courant continu, nous choisissons un modèle du premier ordre car il permet de former un modèle de précision suffisante au vu de notre application.
Un modèle du 1^{er} ordre est de la forme suivante :

$$G(p) = \frac{K}{\tau p + 1} \tag{1.1}$$

Où :

K **:** Le gain statique du système.

τ **:** La constante de temps du système (en seconde).

Nous identifierons K en mesurant le gain statique de la réponse à un signal échelon (pour t tel que la réponse se soit stabilisée) : $K = V_g(t)/U_m(t)$.
Pour l'estimation de τ, nous utiliserons la relation suivante : $\tau = t$ lorsque $\frac{V_g(t)}{U_m(t)} = 0,63 * K$.

Pour identifier le retard, que nous savons être sur la commande du moteur, nous allons étudier de déphasage entre un signal d'entrée de type rectangle à fréquence faible (1Hz) et la sortie $V_s(t)$. Nous savons analytiquement qu'un système du premier ordre à un déphasage nul à basse fréquence, donc à partir du déphasage mesuré nous pouvons obtenir le retard.

1.2 Autres méthode

Une autre façon de modéliser le modèle du moteur est un approche de type *boite blanche*, c'est-à-dire de créer un modèle du moteur à partir d'une étude physique du système.

1.3 Modèle fréquentiel

Avec l'estimation des paramètres du moteur, nous avons former deux fonctions de transferts. La première définie le la fonction entre $V_g(t)$ et l'entrée $U_m(t)$ et la seconde entre $V_s(t)$ et $U_m(t)$.

$$\begin{cases} \frac{V_g(t)}{U_m(t)} = \frac{k_g \cdot k_m}{\tau_m p+1} e^{-hp} \\ \\ \frac{V_s(t)}{U_m(t)} = \frac{k_s \cdot k_m \cdot k_r}{p(\tau_m p+1)} e^{-hp} \end{cases} \tag{1.2}$$

Avec l'estimation des paramètres donnés en cours, figure 1.1 tracé (1) , nous avons tracer la réponse à un échelon unité de ces deux fonctions de transferts.

1.4 Modèle espace d'état

À l'aide des fonctions de transferts précédentes, nous avons fait un modèle espace d'état en choisissant :

Pour entrée $u(t)$ **:** $u(t) = U_m(t)$

Pour sorties $y(t)$ **:** $y(t) = \begin{pmatrix} V_g(t) \\ V_s(t) \end{pmatrix}$

Pour état $x(t)$ **:** $x(t) = \begin{pmatrix} \Theta_s(t) \\ \Omega_m(t) \end{pmatrix}$

Nous avons extrait les équations suivantes du modèle schéma-bloc du moteur :

$$\left\{ \begin{array}{lcl} V_g(t) & = & k_g \Omega_m(t) \\ V_s(t) & = & k_s \Theta_s(t) \end{array} \right. \tag{1.3}$$

Après manipulation des fonctions de transferts précédentes et des expressions de l'équation 1.3, nous avons obtenu le modèle espace d'état suivant :

$$\left\{ \begin{array}{lclllll} \dot{x}(t) & = & A & x(t)+ & B & u(t-h) \\ \\ y(t) & = & C & x(t)+ & D & u(t-h) \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{lclll} \dot{x}(t) & = & \begin{bmatrix} 0 & k_r \\ 0 & -\frac{1}{\tau_m} \end{bmatrix} & x(t)+ \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{k_m}{\tau_m} \end{bmatrix} & u(t-h) \\ \\ y(t) & = & \begin{bmatrix} 0 & k_g \\ k_s & 0 \end{bmatrix} & x(t)+ \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} & u(t-h) \end{array} \right. \tag{1.4}$$

À l'aide des paramètres de référence, nous avons tracé la réponse à un échelon unité du modèle espace d'état, figuere 1.1, tracé (2).

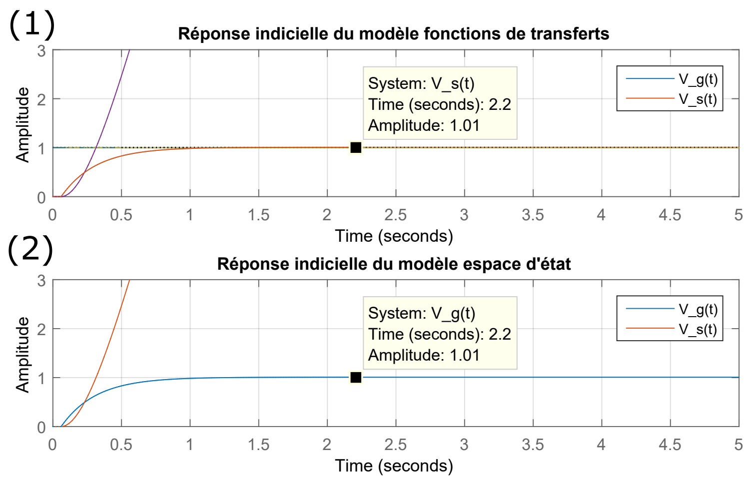

FIGURE 1.1 – Réponse à un échelon indiciel des modèles fonctions de transfert (1) et espace d'état (2).

Nous avons comparé les réponses entres les deux modélisations afin de vérifier qu'il n'y ai pas d'erreur. Nous avons pour cela tracé la réponse à un échelon unité de la différence des deux modèles, figure 1.2 Nous pouvons constater que l'erreur est négligeable et doit être dût à du bruit numérique et/ou à la méthode de calcul de la réponse. Nos modèles sont donc équivalents par rapport à une réponse à un échelon unité.

1.5 Commandabilité et observabilité

Nous allons maintenant étudier l'observabilité et la commandabilité de notre modèle. Nous utiliserons, pour cela, le modèle espace d'état et matlab pour résoudre ce point. Nous avons vérifié que le rang de la matrice de commandabilité et de celle d'observabilité sont bien égaux à la dimension de A. Ces calculs nous permettent de conclure que le système est observable et commandable.

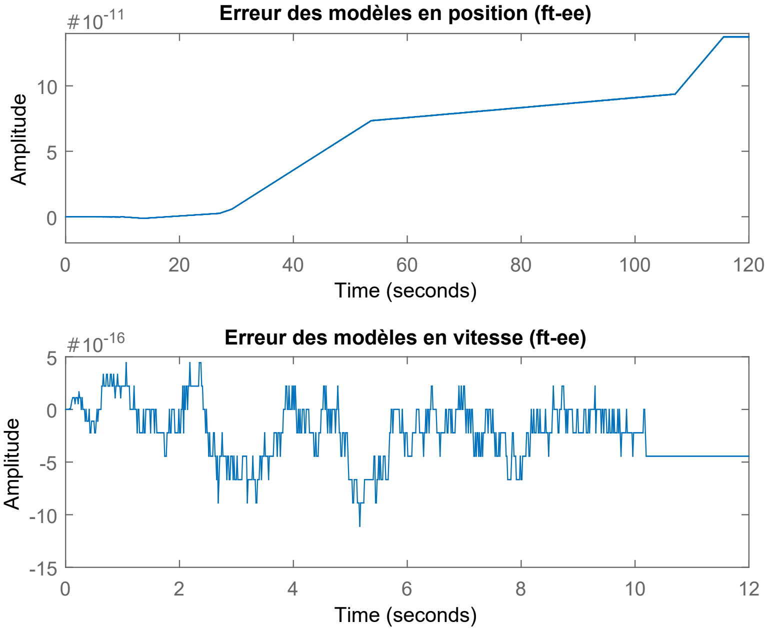

FIGURE 1.2 – Réponse à un échelon unité de la différence des deux modèles.

1.6 Analyse de la boucle ouverte

Nous allons maintenant étudier les performances de notre système. Nous avons choisi d'étudier les performances sur la sortie $V_g(t)$. Toujours à l'aide de matlab, nous avons obtenu les performances suivantes :

Temps de monté : $t_m = 0,659$ secondes.

Temps de réponse à 5% : $t_r = 0,959$ secondes.

Oscillation : Il n'y a pas d'oscillations.

Gain statique : $G_{stat} = 1.05$. Il y a donc un dépassement de $0,05$ soit de 5%.

1.7 Stabilité de la boucle fermée

Est-ce bien ces deux méthodes ? (la troisième méthode supposée étant le pseudo-retard non traité en cours)

1.7.1 Delay-Sweeping

1.7.2 Stabilité 2D

2 | Étude d'une commande Proportionnelle-dérivateur

2.1 Intérêt de ce correcteur

Pour établir notre asservissement en position, nous devons faire en sorte de commander le transfert entre u_m et V_s. Ce transfert dispose d'un intégrateur pur et d'un pôle en $-\frac{1}{\tau_m}$, qui donnent l'instabilité de la position du moteur à une entrée échelon. Un premier correcteur nous est proposé sous la forme :

$$C(p) = k_0(1 + d_i p) \tag{2.1}$$

avec k_0 le gain proportionnel et d_i le gain dérivateur. Avec une telle correction, nous allons diminué l'ordre du transfert de position/consigne et perdre le pôle en 0 menant à l'instabilité. Nous notons pour le procédé étudié le transfert $G(p) = \frac{N(p)}{D(p)} = \frac{N(p)}{p(1+\tau_m p)}$, la boucle fermé avec le correcteur en cours d'étude qui intervient de cette manière :

$$\begin{aligned} G_{bf}(p) = \frac{Y(p)}{Y_{ref}} = \frac{C(p)G(p)}{1 + C(p)G(p)} &= \frac{k_0(1 + d_i p)\frac{N(p)}{D(p)}}{1 + k_0(1 + d_i p)\frac{N(p)}{D(p)}} \\ &= \frac{k_0(1 + d_i p)\frac{N(p)}{p(1+\tau_m p)}}{1 + k_0(1 + d_i p)\frac{N(p)}{p(1+\tau_m p)}} \end{aligned}$$

si l'on prend : $d_i = \tau_m$, nous pouvons retomber sur une fonction de transfert plus simple qui est :

$$G_{bf} = \frac{k_0 N(p)}{p + k_0 N(p)} \tag{2.2}$$

En sachant que N(p) contient e^{-hp}, nous voyons qu'avec ce correcteur, nous allons pouvoir manipuler l'influence du retard dans le système à l'aide k_0.

2.2 Équivalence avec retour d'état instantané

Pour une loi de commande PI avec comme polynôme $Q(p) = k_1 + k_2 p + ... + k_n p^n$ dans la boucle d'asservissement, nous pouvons écrire le développement suivant :

$$\begin{aligned} \frac{Y(p)}{E(p)} = \frac{G(p)}{1 + Q(p)G(p)} &\Leftrightarrow \frac{Y(p)}{E(p)} = \frac{Y(p)}{U(p) + Q(p)Y(p)} \\ &\Leftrightarrow \frac{1}{E(p)} = \frac{1}{U(p) + Q(p)Y(p)} \\ &\Leftrightarrow E(p) = U(p) + Q(p)Y(p) \\ &\Leftrightarrow U(p) = E(p) - Q(p)Y(p) \end{aligned}$$

Cette dernière ligne est la caractéristique d'un retour d'état, si et seulement si les états sont disponibles sur la sortie du système.

3 | Placement du spectre Fini

4 | Étude d'un prédicteur de Smith

5 | Implantation sur le procédé réel

Annexes

Annexe 1 - TITRE

Annexe 2 - TITRE