

UNIVERSITÉ PAUL SABATIER

Réseaux Temps Réel

- Bureau d'étude -
NETWORK CALCULUS APPLIQUÉ AU RÉSEAU
AFDX

Auteurs :

Lucien RAKOTOMALALA
David TOCAVEN

Encadrant :

Euriell LE CORRONC
Michaël LAUER

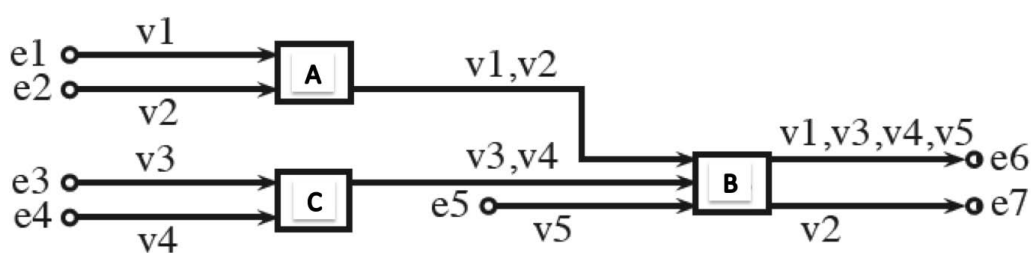


Table des matières

Introduction	1
1 Étude du nœud A	2
1.1 Courbes d'arrivée α	2
1.2 Courbe de service β	3
1.3 Courbe d'arrivée du nœud A	4
1.4 Délai et backlog pire cas	4
1.5 Courbes d'arrivée du port 1 et 2 de B	4
2 Etude du réseau complet	6
2.1 Analyse générale du réseau	6
2.1.1 Courbes d'arrivées de B et C	6
2.1.2 Courbes de service de B et C	7
2.1.3 Étude de l'ensemble du réseau	7
2.2 Borne sur les pires temps de traversée et sur le pire backlog	9
2.2.1 Pire délai de traversée de bout-en-bout	9
2.2.2 Pire backlog du réseau	9
2.3 Amélioration du pire délai de traversée de bout-en bout	9
2.3.1 Dépendance des flux et tracé des nouvelles courbes	9
2.3.2 Re-calcul des délais pire cas et conclusion	10
3 Modifications de quelques caractéristiques du réseau	11
3.1 Conséquences de la modification	11
3.2 Nouvelle analyse du réseau complet et conclusion	11
Annexes	13
Tableau de données	14
TITRE	14
Tableau de données modifié	15
TITRE	15

Introduction

Chapitre 1

Étude du nœud A

Dans cette partie, nous étudierons un premier bloc du réseau. Nous calculerons les courbes d'arrivée du nœud et la courbe de service pour comprendre sa courbe de sortie et ainsi mesurer sa portée sur le reste du réseau.

Les tracés de l'ensemble des courbes ont été obtenus par l'interpréteur en ligne <http://realtimeatwork.com/minplus-playground>, il s'agit d'un interpréteur qui permet entre autre le tracé de courbes affines mais aussi le calcul en algèbre (min,+).

Nous avons décidé de d'utiliser et de fixer les unités sur lesquelles nous baserons nos courbes. Nous avons choisi de travailler en **octets** (axe des ordonnées) et le temps (axe des abscisses) sera en **millisecondes**. Nous verrons en synthèse à ce rapport si nos choix pour ces unités étaient judicieux.

1.1 Courbes d'arrivée α

Pour déterminer la courbe d'arrivée, nous allons tout d'abord analyser les données que nous pouvons recueillir sur le bloc A. Nous relevons deux flux d'entrée $v1$ et $v2$. Pour connaître la courbe d'arrivée α^A , nous devons tracer les deux courbes d'entrée des deux flux entrants, courbes que nous affichons en figure (1.1)

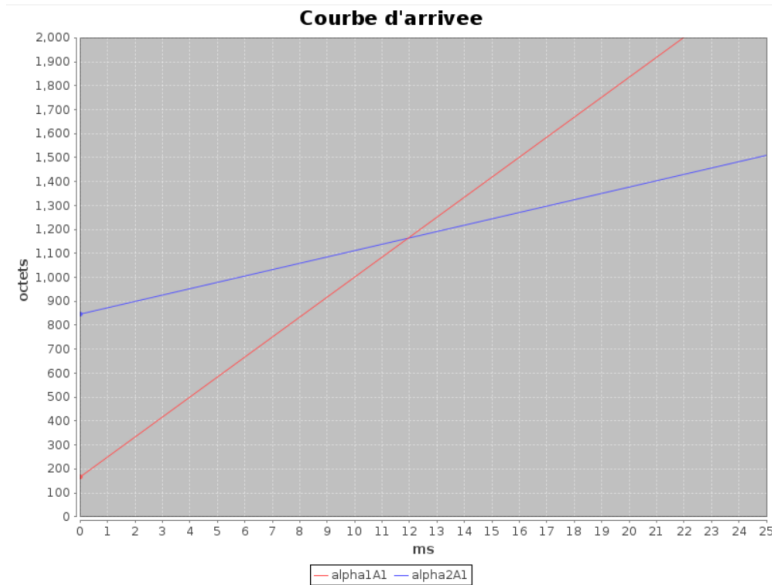


FIGURE 1.1 – Courbe d'arrivée α du flux $v1$ (rouge) et du flux $v2$ (bleu)

Ces courbes ont été obtenues à l'aide des informations sur les *BAG* et les s_{max} de $v1$ et $v2$. Pour obtenir des données correspondantes aux unités choisies en 1, nous devons utiliser la relation suivante qui lie la taille maximale d'une trame L_j^{max} et la charge utile maximale s_j^{max} d'un *Virtual Link* (VL) j :

$$L_j^{max} = \max(s_j^{max}, 17) + 47 \quad (1.1)$$

Nous observons donc avec cette équation que la taille maximale d'une trame est strictement supérieure à 50. À l'aide de cette équation, nous sommes capables d'établir la pente a_j de la courbe des données maximales ainsi

que son offset b_j de décalage qui peuvent arrivées dans A avec

$$a_j = \frac{L_j^{max}}{BAG_j} \quad (1.2)$$

$$b_j = L_j^{max} \quad (1.3)$$

Dans notre cas, nous obtenons l'application numérique suivante :

$$a_1 = \frac{L_1^{max}}{BAG_1} = \frac{\max(s_j^{max}, 17) + 47}{BAG_1} = \frac{167}{2} = 83.5$$

$$b_1 = \max(s_j^{max}, 17) + 47 = 167$$

Avec l'interpréteur, nous pouvons obtenir la courbe affine avec la commande :

```
alpha1A1 := affine(83.5, 167) //echelle octets/ms
```

De même pour le flux v_2 , nous obtenons comme application numérique :

$$a_2 = 26.46$$

$$b_2 = 847$$

La courbe obtenu est de la forme sceau percé, nous avons une quantité maximale émise instantanément par le bloc A et un débit moyen maximal.

1.2 Courbe de service β

Nous allons maintenant établir la courbe de service disponible par le nœud A . Cette fonction du port desortie de A est établit en fonction de la latence technologique μ déterminé et du débit du port de sortie. Notre étude est calibré selon lesuniés défini en1, il est donc important de respecter ces conditions dès maintenant pour éviter tout problème fuur d'unité. Nous relevons :

$$debit = 100Mb/s = 12500 \text{ Octets}/ms \quad (1.4)$$

$$\mu = 16\mu s = 0.016ms \quad (1.5)$$

Pour établir cette fonction sur *Network Calculus*, nous avons choisi d'établir une fonction affine qui admet comme pente le débit du port de sortie mais qui subit un décalage, i.e un *delay* dans l'interpréteur, pour modéliser la latence technologique. La courbe en 1.2 est obtenu avec la ligne de commande :

```
betaA := affine(12500,0) * delay(0.016)
```



FIGURE 1.2 – Courbe de service du nœud A

Cette courbe est du type latence-taux, car notre modèle admet une latence technologique et dispose d'un débit de sortie. Pour résumé, le modèle du nœud A reçoit des données dans une courbe d'arrivé de type sceau percé pour les traiter avec une courbe de service du type latence-tau. Selon nos estimations, le nœud va donc lisser le débit des flux v_1 et v_2 .

1.3 Courbe d'arrivé du nœud A

Nous nous intéressons maintenant au cumul des flux dans l'entrée du nœud A . Pour cela, nous allons utiliser le résultat expliqué en pendant les travaux dirigés qui expriment :

$$\alpha^A = \alpha_1^A + \alpha_2^A \quad (1.6)$$

soit la somme des pentes r_i et des L_i^{max} de α_1^A et α_2^A . Nous obtenons par le calcul une fonction affine décrit dans l'équation que nous comparons avec les courbes α_1^A et α_2^A dans la figure 1.3.

$$\alpha^A = \gamma_{r,b} \text{ avec } r \text{ la pente et } b \text{ les tailles maximales de la trame } L_i \quad (1.7)$$

$$r = r_1 + r_2 = a_1 + a_2 \text{ et} \quad (1.8)$$

$$b = b_1 + b_2 = b_1 + b_2 \quad (1.9)$$

$$(1.10)$$

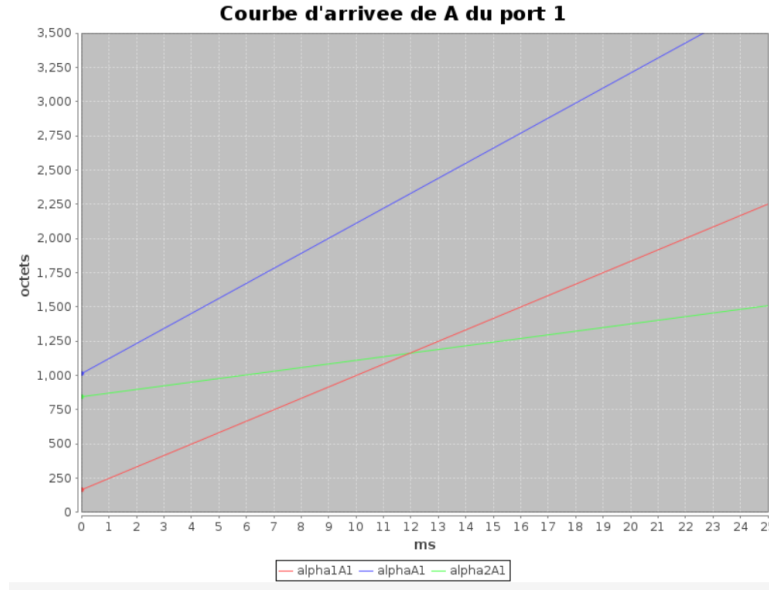


FIGURE 1.3 – Courbe de d'arrivé du nœud A

1.4 Délai et backlog pire cas

Le délai pire cas et le backlog permettent de se concentrer sur l'étude des temps de traversé du système. Nous en aurons besoin dans le suite de ce rapport, c'est pourquoi nous commençons l'étude dans cette partie.

Pour déterminer ce temps et cette quantité de donnée, nous utilisons un résultat donné en cours qui explique les relations suivantes : le délai pire cas est la plus grande différence horizontale entre la courbe d'arrivé et la courbe de service d'un nœud noté $hDev$. Respectivement, le backlog pire cas est la plus grande différence verticale entre les deux courbes noté $vDev$.

Nous obtenons ainsi un délai et une quantité qui représentent les pire cas possibles de traitement du nœud. Avec l'interpréteur de commande, nous pouvons calculer ces deux informations et nous obtenons :

$$hDev(\alpha^{A1}, \beta^A) = 2.36ms \quad (1.11)$$

$$vDev(\alpha^{A1}, \beta^A) = 168.3 \text{ octets} \quad (1.12)$$

Nous ne connaissons pas les limites du système qui utilise ce réseau, nous ne pouvons donc pas établir de conclusions sur ces résultat. Nous pourrions les comparer une fois que les délai et backlog pire cas des autres nœud auront été calculé.

1.5 Courbes d'arrivé du port 1 et 2 de B

Avec la mise en tandem des flux $v1$ et $v2$, nous pouvons établir la courbe d'arrivé du bloc B avec les courbes de sorties du bloc A . Nous disposons de l'équation qui permet de lié la courbe d'arrivé avec la courbe de sortie :

$$\alpha_i^{B_i} = \alpha'^{A_i} = \alpha^{A_i} \oslash \tau_i \quad (1.13)$$

avec τ_i le délai pire cas du flux i et α^{A_i} la courbe de sortie du bloc A correspondant au flux i . Nous avons déjà calculé le délai pire cas du flux 1 mais pas le flux 2. Avec le même raisonnement utilisé en 1.11, nous avons :

$$\tau_2 = hDev(\alpha^{A2}, \beta^A) = 83.7ms \quad (1.14)$$

Maintenant que nous disposons de toutes les ressources, nous pouvons calculer les courbes d'arrivée des flux 1 et 2 dans B avec l'interpréteur :

```
alpha1B1 := alpha1A1 / delay(HdevA1)
```

```
alpha2B2 := alpha2A2 / delay(HdevA2)
```

Ces résultats nous permettent d'afficher la figure suivante :

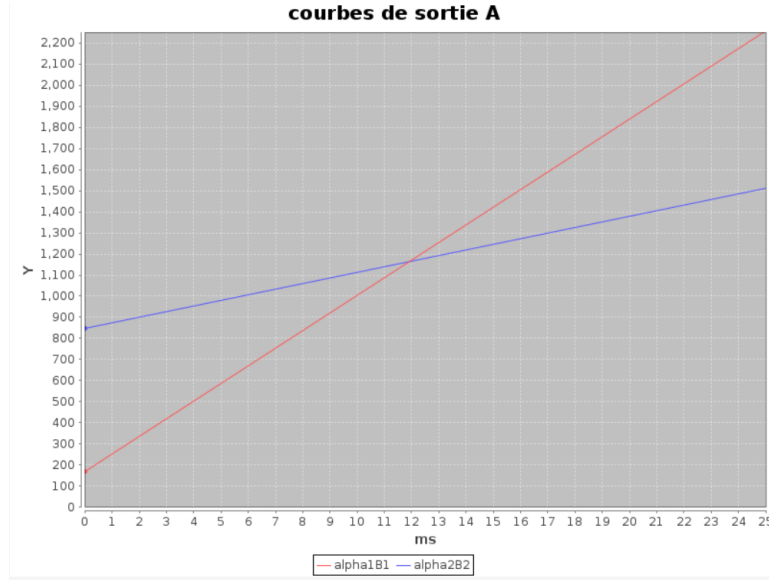


FIGURE 1.4 – Courbes de sortie du nœud A

Chapitre 2

Etude du réseau complet

Dans ce chapitre, nous allons étendre l'étude précédente à l'ensemble du réseau. Nous allons commencer par une étude générale du réseau puis, nous étudierons les pire temps de traversé (WCTT) et les pires différences des volumes de données du réseau (backlog). Pour fini, nous verrons comment améliorer le WCTT et le backlog du réseaux.

2.1 Analyse générale du réseau

Dans un premier temps, nous allons calculer les courbes d'arrivées de B et C, puis les courbes de service des ports de sorties de B et C.

2.1.1 Courbes d'arrivées de B et C

Nous avons calculé les courbes d'arrivées des flux v_3 , v_4 et v_5 , c'est-à-dire le volume de données qui arrive par intervalle de temps dans les entrées du bloc C et par la troisième entrée du bloc B. Respectivement :

- α_3^{C1} Qui est la même que α_1^{A1} , dans le chapitre précédent, figure 1.1, page 2. En effet v_1 et v_3 ont les mêmes caractéristiques (BAG et s_{max}). Elle est de type sceau percé.
- α_4^{C1} Qui est la même que α_2^{A1} , dans le chapitre précédent, figure 1.1, page 2. En effet v_2 et v_4 ont les mêmes caractéristiques (BAG et s_{max}). Elle est de type sceau percé.
- α_5^{B1} Qui doit répondre aux caractéristiques suivantes : BAG= 128ms et $s_{max} = 800$ octets. Elle est représentée figure 2.1. Elle est de type sceau percé.

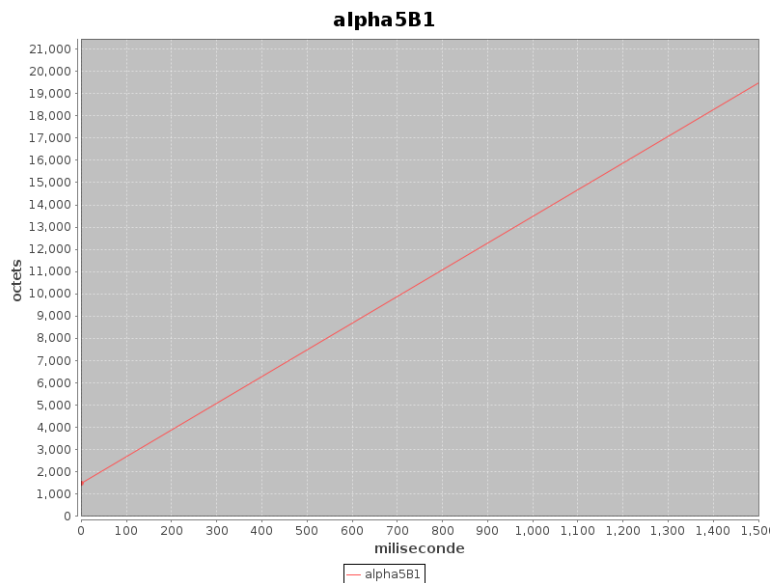


FIGURE 2.1 – Courbe d'arrivée α du flux v_5 (bleu)

2.1.2 Courbes de service de B et C

Nous allons voir ici, par la même méthode que celle utilisé dans le chapitre précédent, les courbes de services des deux sorties de B et la sortie de C. Voici, en commençant par la courbe de service du nœud C :

β^{C1} Qui est la même que β^A , dans le chapitre précédent, figure 1.2, page 3. En effet les nœuds A et C ont les mêmes caractéristiques, la courbe de service est donc identique.

β^{B1} et β^{B2} Les courbes de services de B sont identiques à celle de C car les nœuds ont tous les mêmes propriétés.

2.1.3 Étude de l'ensemble du réseau

Pour réaliser une étude entière du réseau, nous allons établir les courbes d'arrivées α' de tous les ports de sortie du réseau. Nous souhaitons dans un premier temps récapituler chaque sorties des blocs dans laquelle nous allons séparer chaque flux. Pour les sorties de A, nous avons déjà calculer les données maximales disponibles sur ces ports de sorties (1.5) :

- $\alpha_1^A = \alpha_1^{A1} \oslash \beta$
- $\alpha_2^A = \alpha_2^{A1} \oslash \beta$

Pour le nœud C, nous pouvons identifier les mêmes fonctions que pour A avec les courbes d'arrivées et de services établis respectivement en (2.1.1) et (2.1.2) :

- $\alpha_1^C = \alpha_1^{C1} \oslash \beta$
- $\alpha_2^C = \alpha_2^{C1} \oslash \beta$

Enfin, pour le nœud B, nous allons réutiliser les valeurs des ports de sortie de A et C ainsi que la valeur du port 3 de B de pour établir les données maximales susceptibles de parvenir sur les ports de sorties de B. Pour le port 1 de B :

- $\alpha_1^{B1} = \alpha_1^A \oslash \beta$
- $\alpha_2^{B1} = \emptyset$
- $\alpha_3^{B1} = \alpha_1^C \oslash \beta$
- $\alpha_4^{B1} = \alpha_2^C \oslash \beta$
- $\alpha_5^{B1} = \alpha_5^{B1} \oslash \beta$

Et pour le port 2, nous obtenons :

- $\alpha_1^{B2} = \alpha_3^{B2} = \alpha_4^{B2} = \alpha_5^{B2} = \emptyset$
- $\alpha_2^{B2} = \alpha_2^A \oslash \beta$

Nous avons noté ici les courbes de service avec β car nous avons déterminé qu'elles étaient toutes identiques. Sur les figures 2.2, 2.3, 2.4 et 2.5 sont tracées les courbes de sortie de la première sortie de B.

La figure 2.6 contient le tracé la courbe de sortie de la seconde sortie de B.

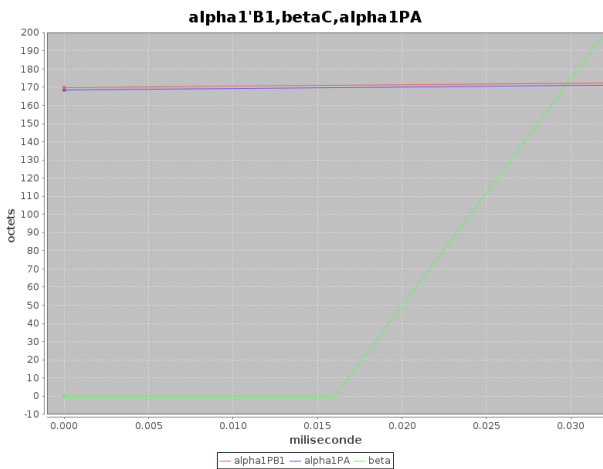


FIGURE 2.2 – Courbe de sortie α_1^{B1} (bleu), α_1^A (vert) et la courbe de service β_B (rouge) de B.

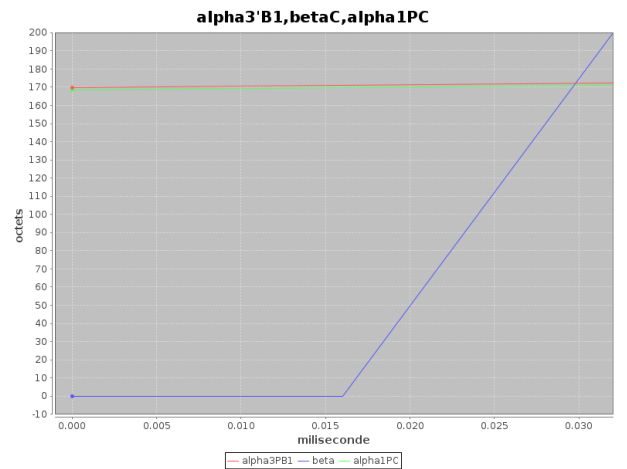


FIGURE 2.3 – Courbe de sortie α_3^{B1} (bleu), α_1^C (vert) et la courbe de service β_B (rouge) de B.

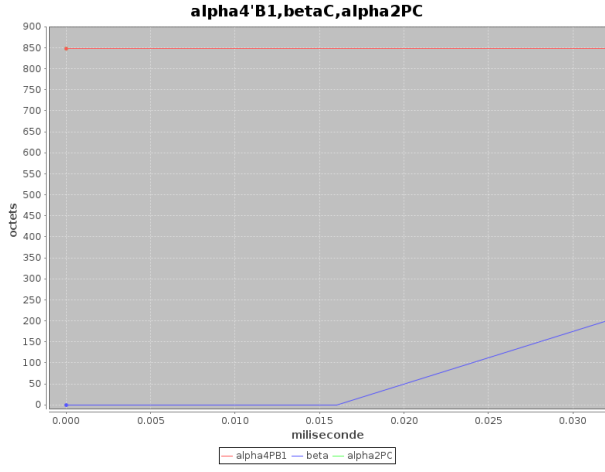


FIGURE 2.4 – Courbe de sortie $\alpha_4'^{B1}$ (bleu), $\alpha_2'^C$ (vert) et la courbe de service β_B (rouge) de C.

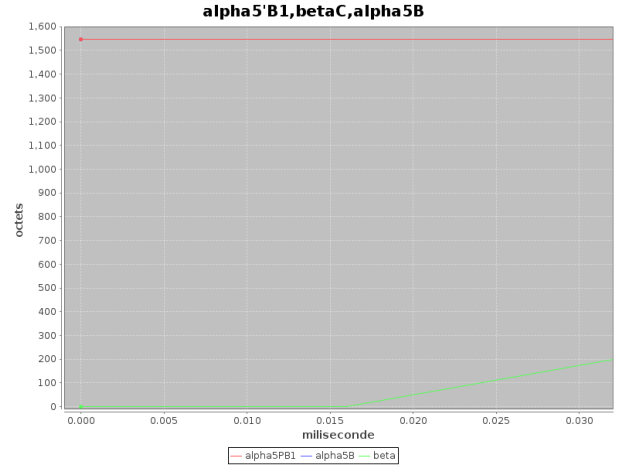


FIGURE 2.5 – Courbe de sortie $\alpha_5'^{B1}$ (bleu), α_5^B (vert) et la courbe de service β_B (rouge) de C.

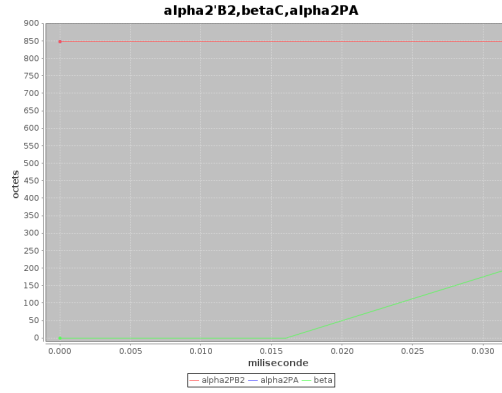


FIGURE 2.6 – Courbe de sortie $\alpha_2'^{B2}$ (bleu), $\alpha_2'^A$ (vert) et la courbe de service β_B (rouge) de C.

Nous avons ensuite calculé les délais pire-cas (τ) ainsi que les backlogs(μ) pire cas de chaque flux pour chaque nœuds qu'ils traversent. Nous obtenons les valeurs suivantes. Le calcul a été effectué à partir de la même méthode évoqué dans la partie 1.11.

Virtual Link	$\tau(\text{ms})$	$\mu(\text{octets})$
α^{C1}	0.029	168.3
α^{C2}	0.084	847.4
α_1^{B1}	0.029	169.6
α_3^{B1}	0.029	169.6
α_4^{B1}	0.084	847.4
α_5^{B1}	0.139	157.2
α_2^{B2}	0.084	847.4

Maintenant, nous allons effectuer la même étude mais cette fois ci en sérialisant les *Virtual Links* qui peuvent être sérialisé. Nous observons que $v3$ et $v4$ sont tous les deux liés par C et ne sont plus séparés ensuite. Nous pouvons donc réécrire la sortie de C comme étant :

$$\alpha_s'^C = (\alpha_1^C + \alpha_2^C) \wedge \lambda$$

$$\alpha_{34s}'^{B1} = \alpha_s'^C \oslash \beta$$

où λ est le débit des ports de sortie, i.e la pente de la courbe de service. Nous obtenons alors une estimation maximale des données sur le port de sortie de C qui change les délais et backlog pire cas des sorties de B et C en :

α'^C qui découle de $\alpha'_1{}^C$ et $\alpha'_2{}^C$: Délai pire cas : $\tau = 0.097$ ms

Backlog pire cas : $\mu = 1015.76$ octets

α'^B_{34} qui découle de α'^{B1}_3 et α'^{B1}_4 : Délai pire cas : $\tau = 0.016$ ms

Backlog pire cas : $\mu = 200$ octets

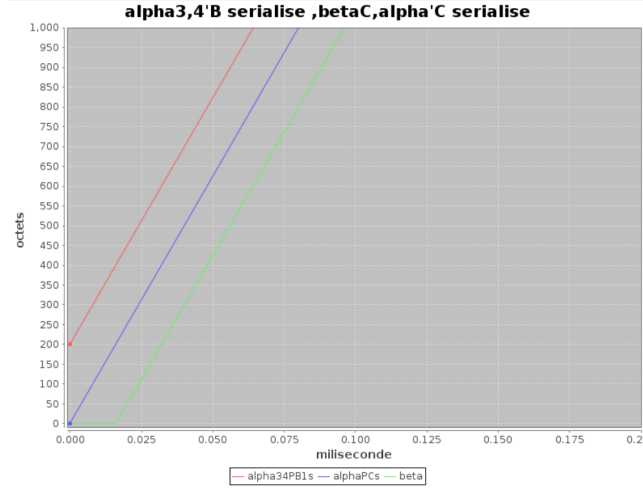


FIGURE 2.7 – Courbe de sortie α'^{B1}_{34s} (rouge), α'^C_s (vert) et la courbe de service β_B (vert)

2.2 Borne sur les pires temps de traversée et sur le pire backlog

2.2.1 Pire délai de traversée de bout-en-bout

Le pire délai de traversée de bout-en-bout est la somme pour chaque flux de tous les pires temps de traversé du port initial à la sortie. Nous avons donc pour chaque *virtual link* $v_i, i \in \{1, 2, 3, 4, 5\}$, calculé le pire temps de traversée $WCTT_i$:

$$\begin{aligned} WCTT_1 &= \tau_{A1} + \tau_{B11} = 58,8269 \quad \mu s \\ WCTT_2 &= \tau_{A2} + \tau_{B22} = 167,5539 \quad \mu s \\ WCTT_3 &= \tau_{C1} + \tau_{B31} = 58,8269 \quad \mu s \\ WCTT_4 &= \tau_{C2} + \tau_{B41} = 167,554 \quad \mu s \\ WCTT_5 &= \tau_{B51} = 139,76 \quad \mu s \end{aligned} \tag{2.1}$$

Tous les temps de traversée sont supérieurs à deux fois la latence technologique, qui, pour v_1, v_2, v_3 et v_4 est le temps minimal de transit technologique.

Le pire temps de traversé est donc le maximum de ces valeurs et vaut $167,554 \mu s$ et il correspond au temps de traversé d'un octet sur le *virtual link* v_4 .

2.2.2 Pire backlog du réseau

Le pire backlog du réseau est le noeud pour lequel la somme des backlog est la plus grande. Nous avons calculé le backlog de chaque signaux et avons trouvé que c'était le noeud B qui présente le pire backlog :

$$\mu_B = \mu_{B11} + \mu_{B31} + \mu_{B41} + \mu_{B51} + \mu_{B22} = 3582,2323 \text{ octets} \tag{2.2}$$

2.3 Amélioration du pire délai de traversée de bout-en bout

2.3.1 Dépendance des flux et tracé des nouvelles courbes

Les flux sortant de C, $\alpha'_1{}^C$ et $\alpha'_2{}^C$ sortent tous deux dans la sortie 1 de B $\alpha'_1{}^B$. Ils peuvent donc être traité comme un seul flux et être sérialisé. Les courbes de services des nœuds ne varient pas. Les courbes d'arrivées et

de sorties de A non plus. Voici les nouvelles courbes pour B et C :

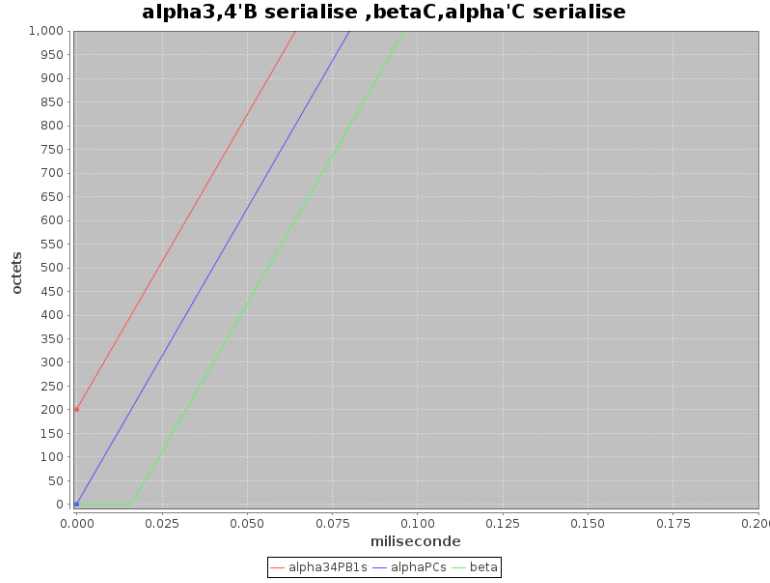


FIGURE 2.8 – Courbe de sortie $\alpha_{3,4}^{B1}$ (rouge), α^C (bleu) et la courbe de service β_B (vert) de C.

2.3.2 Re-calcul des délais pire cas et conclusion

Ce changement d'approche a modifié certains temps de transferts de bout-en-bout.

$$\begin{aligned}
 WCTT_1 &= \tau_{A1} + \tau_{B11} &= 58,8269 &\mu s \\
 WCTT_2 &= \tau_{A2} + \tau_{B22} &= 167,5539 &\mu s \\
 WCTT_3 &= \tau_C + \tau_{B(3,4)1} &= 113,12 &\mu s \\
 WCTT_4 &= \tau_C + \tau_{B(3,4)1} &= 113,12 &\mu s \\
 WCTT_5 &= \tau_{B51} &= 139,76 &\mu s
 \end{aligned} \tag{2.3}$$

Le pire backlog est toujours sur le nœud B, avec une valeur 2595,0403 octets. On remarque que la sérialisation permet un gain de 38% sur le backlog.

Chapitre 3

Modifications de quelques caractéristiques du réseau

Dans cette partie, nous allons nous consacrer à une dernière étude dans laquelle le *BAG* de *v4* va être modifié. Nous allons dans un premier temps analyser l'impact de cette modification sur le flux *v4* et sur les ports d'entrée et de sortie de ce flux. Puis nous recalculerons le nouveau WCTT pour mesurer l'impact de cette modification.

3.1 Conséquences de la modification

Les courbes de services ne seront pas affectés par cette modification du *BAG* de *v4*. Nous pouvons observer avec le nouveau $BAG_4 = 16ms$. Les pentes des courbes de données maximales d'arrivées dans les nœud dépendent de ce *BAG*, plus celui ci diminue, plus la courbe est penché donc les données maximales possibles dans un VL augmentent avec le temps. Cela revient donc dire que le *Virtual Link* sera plus encombré par l'entrée qui lui est lié, *e4*. La nouvelle pente de la courbe d'arrivée est :

$$a_4 = \frac{847}{16} = 52.937 \quad (3.1)$$

La courbe d'arrivé dans le nœud *B* du *Virtual link* sera toujours lié avec *v3* comme nous l'avons vu auparavant, et nous pourrions observé une pente plus importante comme dans la courbe d'arrivé dans *C*.

En conclusion, la diminution du BAG_4 va entrainer une augmentation de l'utilisation du *Virtual Link 4*. Nous devons analyser le délai pire cas et le backlog pire cas pour connaître les influences de cette modification.

3.2 Nouvelle analyse du réseau complet et conclusion

Le délai pire cas est alors modifié pour le flux *v4*. Ces modifications sont disponibles dans le tableau que nous vous fournissons dans l'annexe 3.2 , avec les cases de couleur marron. Nous notons alors un WCTT pour le flux *v4* pour :

$$WCT_4 = 167.58\mu s \quad (3.2)$$

Annexes

Annexe 1 - Tableau de données

VL	BAG(ms)	smax(octets)	Ljmax	Coef Courbes d'arrivée :	a	b
			.=MAX(smax;17)+47		.=Ljmax/BAG	.=BAG
e1	2	120	167		83,5	167
e2	32	800	847		26,46875	847
e3	2	120	167		83,5	167
e4	32	800	847		26,46875	847
e5	128	1500	1547		12,0859375	1547

Flux Séparés

Flux	tau (ms)	tau (us)	mu (octet)
A1	0,02936	29,36	168,336
A2	0,08376	83,76	847,42336
C1	0,02936	29,36	168,336
C2	0,08376	83,76	847,424
B11	0,02946688	29,46688	169,672
B31	0,02946688	29,46688	169,672
B41	0,08379392	83,79392	847,848
B51	0,13976	139,76	1547,1936
B22	0,083793869	83,7938688	847,84672
max	0,13976	139,76	1547,1936

vl	WCTT (ms)	WCTT (us)
v1	0,05882688	58,82688
v2	0,167553869	167,5538688
v3	0,05882688	58,82688
v4	0,16755392	167,55392
v5	0,13976	139,76
max	0,16755392	167,55392

Flux sérialisés

Flux	tau (ms)	tau (us)	mu (octet)
A1	0,02936	29,36	168,336
A2	0,08376	83,76	847,42336
Cs	0,09712	97,12	1015,76
B11	0,02946688	29,46688	169,672
B34s	0,016	16	200
B51	0,13976	139,76	1547,1936
B22	0,083793869	83,7938688	847,84672
max	0,13976	139,76	1547,1936

vl	WCTT (ms)	WCTT (us)
v1	0,05882688	58,82688
v2	0,167553869	167,5538688
v3	0,11312	113,12
v4	0,11312	113,12
v5	0,13976	139,76
max	0,167553869	167,5538688

Annexe 2 - Tableau de données modifié

VL	BAG(ms)	smax(octets)	Ljmax	Coef Courbes d'arrivée :	a	b
e1	2	120	167		83,5	167
e2	32	800	847		26,46875	847
e3	2	120	167		83,5	167
e4	16	800	847		52,9375	847
e5	128	1500	1547		12,0859375	1547

Flux Séparés

Flux	tau (ms)	tau (us)	mu (octet)	nœuds	mu (octets)
A1	0,02936	29,36	168,336	A	1015,75936
A2	0,08376	83,76	847,42336		
C1	0,02936	29,36	168,336	C	1016,1824
C2	0,08376	83,76	847,8464		
B11	0,02946688	29,46688	169,672	B	3583,07712
B31	0,02946688	29,46688	169,672		
B41	0,083827712	83,827712	848,6928		
B51	0,13976	139,76	1547,1936		
B22	0,083793869	83,7938688	847,84672		
max	0,13976	139,76	1547,1936	max	3583,07712

vl	WCTT (ms)	WCTT (us)
v1	0,05882688	58,82688
v2	0,167553869	167,5538688
v3	0,05882688	58,82688
v4	0,167587712	167,587712
v5	0,13976	139,76
max	0,167587712	167,587712