

Analiza Algoritmilor - Test 1

Seria CA, CD - 21.11.2016

1. (1p) Fie A o submultime infinita din $\mathbb{N} \times \mathbb{N}$. Se cunoaste programul generator $Q_A \in P_{0,1}$ pentru A , care la fiecare apel returneaza un element din A . Aratati ca exista programul P astfel incat

$$P(x) = \begin{cases} 1, & \text{pentru } x \in A \\ \perp, & \text{pentru } x \notin A \end{cases}$$

2. (1p) Justificati daca urmatoarea problema (varianta pentru PCP) este decidabila sau nedecidabila?

Se dau ca intrare 2 liste formate fiecare din n cuvinte cu caractere din acelasi alfabet Σ ($|\Sigma| > 1$), $X = \langle x_1, x_2, \dots, x_n \rangle$ si $W = \langle w_1, w_2, \dots, w_n \rangle$, astfel incat $|x_i| = |w_i|$ pentru $1 \leq i \leq n$ si $|y|$ semnifica lungimea cuvintului y . Exista o secventa nevida de indici i_1, i_2, \dots, i_k astfel incat $x_{i_1}x_{i_2}\dots x_{i_k} = w_{i_1}w_{i_2}\dots w_{i_k}$ (secventa nu trebuie sa fie de k intregi diferiti intre ei, ci acelasi indice poate fi folosit de oricate ori)?

3. (2.5p) Calculati limite asymptotice cat mai stranse pentru:

- a) $o(\sqrt{n}) + \theta(\log_{10} n) = ?$
- b) $\log_7 n + \theta(n) = ?$
- c) $1 + k + k^2 + \dots + k^n = ?$, $k \in \mathbb{R}_+^*$

4. (2.5p) Stabiliti valoarea de adevar pentru:

- a) $5^{\sqrt[3]{n^4}} = 11^{O(n)}$
- b) $11^{\log_2 \log_2 n} = \Omega(n^2 \sqrt{n})$
- c) ω este simetrica

5. (3p) Dati un exemplu pentru fiecare din urmatoarele cazuri si justificati pe scurt alegerea facuta:

- a) algoritm de sortare cu complexitatea in cazul cel mai defavorabil $O(n^2)$.
- b) algoritm pentru care relatia de recurenta de complexitate este:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{4}\right) + \theta(1)$$

c) algoritm pentru care relatia de recurenta de complexitate este:

$$T(n) = 2T(n-1) + 4T(n-2) + \theta(\log_5 n * \log_{11} n * \left(\frac{n}{7} + \sqrt{n}\right))$$

Observatie: nu are importanta ce rezultat calculeaza algoritmi la punctele b) si c), la acest exercitiu conteaza doar daca algoritmi pe care ii veti scrie respecta relatiile de recurenta de complexitate specificate.

6. (1p) Rezolvati recurenta de complexitate folosind metoda iteratiei: $T(n) = 7T\left(\frac{n}{7}\right) + n \log_{11} n$

7. (1p) Rezolvati recurenta de complexitate prin ce metoda doriti: $T(n) = T(\sqrt{n}) + \log_2 \log_2 n$