

## Analiza Algoritmilor - Test 2

Seria CA - 16.01.2016

1. (2.5p) Scrieți aserțiunea de intrare (0.1p), apoi găsiți un invariant care explică funcționarea următorului algoritm (0.4p) și demonstrați corectitudinea acestuia (2p).

```
Lin-Search(x, a, n){ //x vector ordonat crescator
    for (int i = 0; i < n; i++){
        if (x[i] == a){
            return i;
        }
        else if (x[i] > a){
            return -1;
        }
    }
    return -1;
}
```

2. (3p) Fie tipul de date BinTree definit prin constructorii de bază:

*empty* : -> BinTree //arborele binar vid

*node* : BinTree \* Elem \* BinTree -> BinTree //subarbore stâng, rădăcină, subarbore drept

Se consideră operatorii:

*size* : BinTree ->  $\mathbb{N}$  // numărul de elemente din arbore

*all* : (Elem -> Bool) \* BinTree -> Bool //all(p, tree) întoarce True dacă p(x) este True pentru  
// toate elementele x din tree, False altfel

(All1): all(p, empty) = True

(All2): all(p, node(left, root, right)) = p(root) && all(p, left) && all(p, right)

*countif* : (Elem -> Bool) \* BinTree ->  $\mathbb{N}$  //countif(p, tree) = câte elemente din tree satisfac  
// predicatul p (adică pentru câte elemente x din tree p(x) este True)

Scrieți axiomele pentru operatorii *size* și *countif* (0.5p), apoi demonstrați următoarea proprietate prin inducție structurală (2.5p):

$$all(p, t) \rightarrow countif(p, t) == size(t)$$

3. (2.5p) Demonstrați că problema *Sudoku* face parte din clasa NP. *Sudoku*: se considera un pătrat de dimensiune  $n^2 \times n^2$ . Se poate completa acest pătrat cu numere de la 1 la  $n^2$ , astfel încât acestea să nu se repete pe aceeași linie, pe aceeași coloană și în cele  $n^2$  regiuni de dimensiune  $n \times n$  din interior? Patrutul va avea completate inițial o parte din celule.
4. (3p) Să se arate că problema *Sudoku* se reduce polinomial la problema *k-colorare*.  
*k-colorare*: Fie un graf neorientat  $G=(V,E)$  și  $k$  culori  $\{1, 2, \dots, k\}$ . Există o mapare între nodurile din  $V$  și mulțimea culorilor, astfel încât oricare 2 noduri adiacente să nu aibă aceeași culoare?