Serii: CA, CD 18 noiembrie 2017

Analiza Algoritmilor
Test 1

Timp de lucru: 1h30min.
Punctaj total: 18p.

Vă rugăm, citiți și rezolvați cu atenție exercițiile! Succes!

1. (2p) Fie mulțimile $A, B, C \subseteq \mathbb{N}$. Știind că:
   i. $A \cap B = B \cap C = A \cap C = \emptyset$, și
   ii. $A \cup B \cup C = \mathbb{N}$, și
   iii. A, B, C sunt mulțimi recursiv enumerabile,

demonstrați că A, B, C sunt recursive.

2. (4p) Rezolvați recurența de complexitate folosind una dintre metodele studiate, exceptând metoda substituției, și demonstrați complexitatea găsita, prin metoda substituției:

$$T(n) = 18\,T\left(\sqrt[18]{n}\right) + log_{11}^{2017} n$$

Obs: Este suficient să o încadrați într-o clasă de complexitate 'O' ('o' mare).

3. (4.5p) Stabiliți valoarea de adevăr pentru propozițiile de mai jos și demonstrați.
   a) $18^{n-11} \in \Omega(18^n)$
   b) $n^2\, log_2\, log_2\, n \in O(11^{log_2 \sqrt{n}})$
   c) Daca $f(n) \in \omega(n^{11})$ și $g(n) \in \Theta(log_2\, n)$, atunci $f(g(n)) \in \Omega(\sqrt{n})$

4. (3.5p) Fie problema BIN, care testează oprirea unui program pe inputuri binare astfel:

   BIN: "Se oprește un program arbitrar P', pe un input arbitrar w' de forma {0,1}* ?". Inputul w' e format numai din 1 si 0; e.g. 111, 10, 0, 0101 etc.

Demonstrați (ne)decidabilitatea problemei BIN, prin reducerea Turing a acesteia de la/la o problemă cunoscută.

5. (4p) Studiați posibilitatea aplicării teoremei Master în urmatoarele situații și rezolvați recurența, acolo unde este cazul:
   a) $T(n) = 2017\, T\left(\frac{n}{2017}\right) + \frac{n}{log_2 n}$
   b) $T(n) = 2016\, T\left(\frac{n}{2017}\right) + n$