

Extensiile ale M. Turing

- 1° Permite ca banda de intrare să fie nelimitată stg/dr.
- 2° Permite m. multe scrieri
- 3° Permite m. multe capete pe bandă
- 4° Banda poate fi bidimensională

Banda nelimitată stg/dr.

$$M = (K, Z, \delta, s)$$

O config. (q, w, a, u) , $q \in K$, $w, u \in Z^*$, $a \in Z$

unde w nu începe cu #

u nu se termină #

$$(q, w, a, u) \stackrel{\text{Not}}{=} (q, wau)$$

\vdash_M este similară celei pt M.T. Standard

O dif. este că dc $\delta(q, a) = (p, L) \Rightarrow (q, \underline{au}) \vdash_M (p, \underline{\#au})$

$$\delta(p, a) = (p, R), \quad (q, \# au) \vdash_M (p, \underline{au})$$

Lema

Fie $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \delta_1, s_1)$ o M.T. cu funcția nelimitată stg/dr . Atunci există o M.T. Standard $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \delta_2, s_2)$ aș. $\forall w \in (\Sigma_1 \setminus \{\#\})^*$ există rel:

a) Dacă M_1 se oprește pe w ,

$$(s_1, w\#) \xrightarrow{*}_{M_1} (h, \underline{uau}), \quad u, a \in \Sigma_1^*, a \in \Sigma_1$$

atunci M_2 se oprește pe w ,

$$(s_2, \#w\#) \xrightarrow{*}_{M_2} (h, \# \underline{uau})$$

b) Dacă M_1 nu se oprește, nici M_2 nu se oprește pe w .

Def.

Spre exemplu că o M.T. $M = (K, \Sigma, \delta, s)$ cu funcția nelim. stg/dr . calculează o funcție $f: \Sigma_0^* \rightarrow \Sigma_1^*$, $\Sigma_0, \Sigma_1 \neq \#$, de s. nu mai de. $\forall w \in \Sigma_0^*$

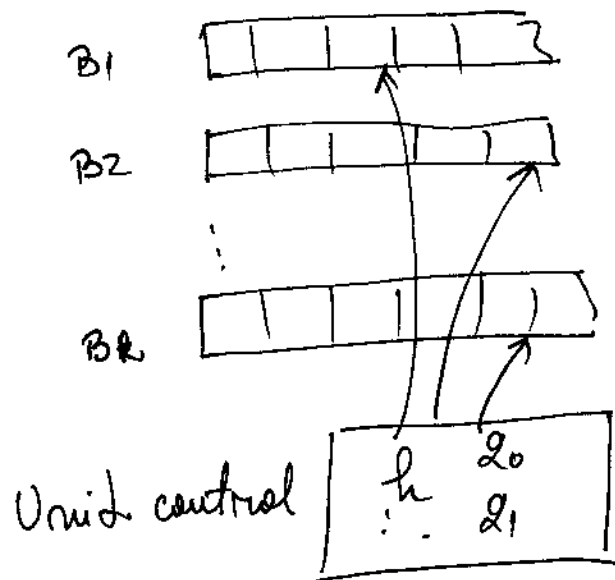
$$f(w) = u \Rightarrow (s, \#w\#) \xrightarrow{*}_M (h, \underline{u\#})$$

Teorema

Orice funcție calculabilă, înțaj care este acceptat sau decis de o M.T. cu bandă nelimitată stg/dr este calc. respectiv înțajul este acceptat sau decis de o M.T. standard.

Mai multe fuzi

Pentru $k \geq 0$ fixat, o M.T. are k fuzi conectate către o unit. de control și k fuzi (limitate stg.). Fiecare bandă este conectată la unit. de control printr-un cap de citire/scriere.



Convenții:

- 1) Simbol de intrare este plasat pe 1ma bandă, aliniat la stg, cu capul ptr. pe # care delim. dreapta simbol.
- 2) Altele fuzi sunt inițial vide
- 3) La sf. scrierilor \rightarrow rezultatul 1ma bandă

? M.T. cu K fuzi

$\#w\# \rightarrow \#w\#w\#$, w nu conține #.

La început:

1ma Bandă : $\#w\#$
2a Bandă : $\#$

Dupa (1)

1ma Bandă : $\#w\#$
2a Bandă : $\#$

Dupa (2)

1ma Bandă : $\#w\#$
2a Bandă : $\#w\#$

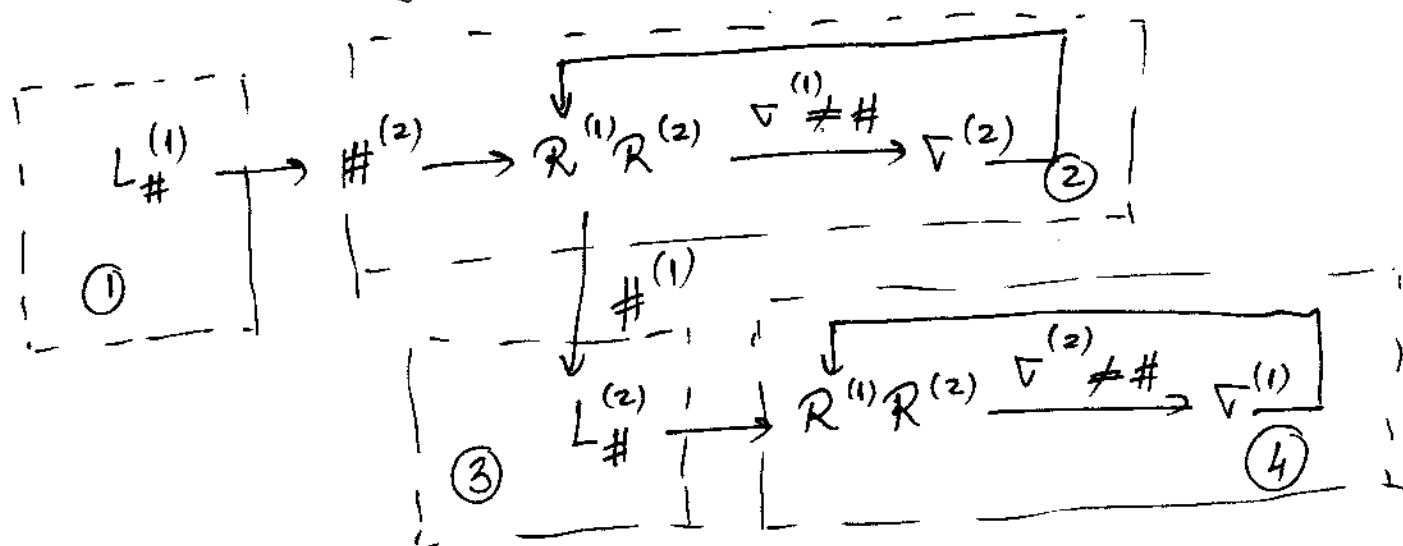
Dupa (3)

1ma Bandă : $\#w\#$
2a Bandă : $\#w\#$

După (4):

1ma fauză : $\#w\#w\#$

2a fauză : $\#w\#$



Def.

Configurația unei M.T. cu $k > 0$ leuzi este $(q, w_1 \underline{a}_1 u_1, w_2 \underline{a}_2 u_2, \dots, w_k \underline{a}_k u_k)$.

Lema

Fie $k > 0$ și M_1 o M.T. cu k -leuzi, cu alf. Σ_1 și st. iniț. s_1 . Atunci există o M.T.S. $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \delta_2, s_2)$ cu $\Sigma_1 \subseteq \Sigma_2$ și $\forall w \in (\Sigma_1 - 3\#4)^*$,

a) Dacă M_1 se oprește pe w ,

$$(s_1, \#w\#, \#, \dots, \#) \vdash_{M_1}^* (h, w_1 a_1 u_1, \dots, w_k a_k u_k)$$

pe anumite $w_1, \dots, w_k, u_1, \dots, u_k, a_1, \dots, a_k$, atunci M_2 se oprește pe w

$$(s_2, \#w\#) \vdash_{M_2}^* (h, w_1 a_1 u_1)$$

f) Dacă M_1 se agită pe w , atunci M_2 se agită pe w .

c) Dacă M_1 nu se oprește pe w , nici M_2 nu se oprește.

Teorema

Orice funcție care este calculată, orice limbaj acceptat / decis de o M.T. cu k baze, este calculată respectiv limbaj acceptat / decis de o M.T. standard.

Mai multe capete pe bandă

Introducem pas, pot citi / scrie, muta indep. pe bandă.

Convenție \rightarrow de 2 capete înseamnă să scrie lucruri diferite pe ac. pătrat.

Teorema

M.T. cu mulți capete este echivalentă cu M.T. standard.

Bandă cu 2 dimensiuni:

Se extrind aflii M.T. \rightarrow suprafașie suil. din per. ort.
 \rightarrow deplaseze L, R, U, D

Teoreme

M.T. cu bandă cu 2 dimensiuni poate fi simulată de o M.T. standard.

M.T. Nedeterministă

Def.

O M.T. Nedeterministă este un tuple $M = (K, \Sigma, \Delta, \delta)$, $K, \Sigma, \Delta \rightarrow$ ac. semi f.c.
ca în cazul M.T. Standard, $\Delta \subseteq (K \times \Sigma) \times ((K \cup \{q\}) \times (\Sigma \cup \{L, R\}))$.

Def.

Config, \vdash_M , $\vdash_M^\circ \rightarrow$ def. similar cu M.T.S.

Obs:

$\vdash_M \Rightarrow$ o relație

Cum o MTN poate avea 2 rezultate dif. pt ac. intrare \Rightarrow ? rezultat.

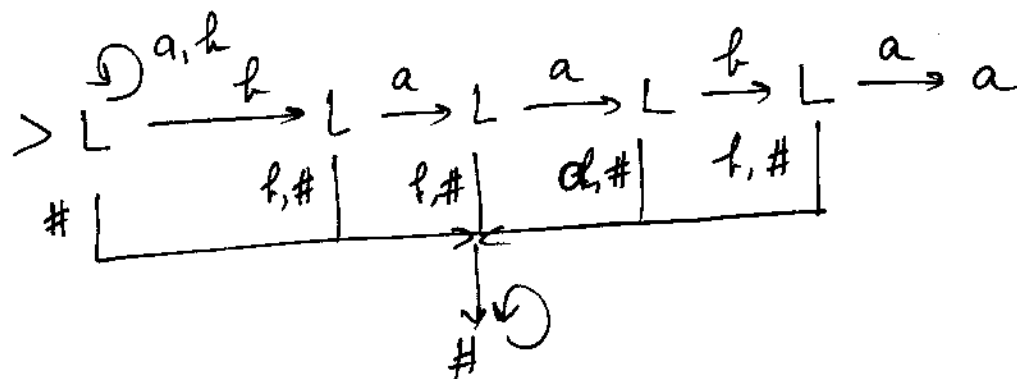
Soluție 1. \Rightarrow MTN. ca acceptor (doar dc se oprește, nu ce rămâne pe bandă)

Soluție 2 \Rightarrow la calculul unei fcti \rightarrow același rezultat pe toate căile

ex:

$L = \{ w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ conține cel puțin o apariție a subșirului } abaaab \}$.

Introduce M.T. $\Rightarrow \#w\#$, scanează din stg. și alege medel. un post. în care
 ← verifică $baaba$



ex:

Un număr compus \rightarrow produsul a 2 nr. naturale, fiecare mai mari > 1 .

4, 6, 8, 9, 10 \rightarrow nr. comp.

1, 3, 5, 7, 11 \rightarrow nr. simpl.

$L = \{ I^n \mid n \text{ nr. compus} \}$

- 1° Alege medel. 2 nr. $p, q > 1$, transformă $\#I^m\# \rightarrow \#I^m\#I^p\#I^q\#$
- 2° Util. m.t. multiplicativă $\rightarrow \#I^m\#I^p\#I^q\# \rightarrow \#I^m\#I^{p \cdot q}\#$
- 3° Verifică $I^m = I^{p \cdot q}$

Notăm

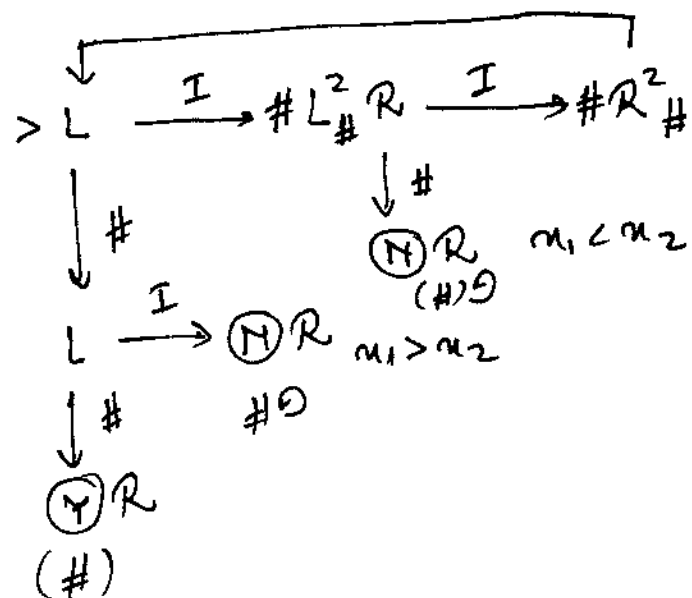
- $G \rightarrow$ m.t. care generează un sir I
 $P \rightarrow$ m.t. multiplicare
 $E \rightarrow$ m.t. care test egalit.

$$M = GGP E$$

G generează I^p , $p \geq 2$

$$>RIR \rightarrow IR \xrightarrow[\#]{\#} \#$$

Machine E.



I

I I # I I

I I # I I

I # I #

I # # # --

--

Y

M.T. multiplicare

$> a L \# L \xrightarrow{I} \# \xrightarrow{\#} L \xrightarrow{I} a R_a \# C a L a \#$ copia \bar{a}

$\downarrow \# a R_a \# \rightarrow L \bar{I} \xrightarrow{\#} I R_{\#} L \#$ shift \bar{a}
 $\downarrow a$
 $\# R_{\#}$

$\downarrow \#$
 $R a \rightarrow R \xrightarrow{I} \#$
 $\downarrow a$
 $\# L a \#$

$\# \# I \#$
 $c \curvearrowright a$
 $a \# \# \#$
 $\#$

$\# I I \# I \#$
 $\# I I \# I a$
 $c \curvearrowright$
 $\# I \# \# I a$
 \curvearrowright
 $\# a \# \# I \# a$
 \curvearrowright
 $\# a \# \# I \# I a$
 \curvearrowright
 $\# \# \# \# I \# I a$
 \curvearrowright
 $\# \# \# \# I \# I a$

Teorema

Pentru orice N.T.M. M_1 putem construi o N.T. standard echivalentă.