

1. $A \leq_p B$ și $B \leq_p C$

a. $C \in NP$ și $B \leq_p C \Rightarrow B \in NP$

b. $A \in NPC \Rightarrow B \in NPD$. Cum $B \in NP \Rightarrow B \in NPC$
 $B \in NPC \Rightarrow C \in NPD$ (nu știm dacă este și în NP)

c. $C \in P$ și $B \leq_p C \Rightarrow B \in P$

Cum $B \in NPD$, înseamnă că toate problemele din NP se reduc la C, o problemă care se poate rezolva în timp polinomial \Rightarrow toate problemele din NP se pot rezolva în timp polinomial $\Rightarrow P = NP$

3. a. Cum orice muchie crește gradele a două noduri \Rightarrow suma tuturor gradelor este un număr par. Nu putem avea un număr impar de numere impare care să dea suma pară.

b. Folosim reducerea din figură. Adăugăm la graful G 3 noduri legate între ele. Pe unul dintre noduri (A) îl legăm de toate nodurile din G cu grad impar. Gradul acestor noduri devine par, iar gradul nodului nou adăugat este tot par - are legături cu un nr par de noduri din G (conform a.) + încă 2 noduri nou adăugate (B și C) \Rightarrow toate nodurile din G' au grad par.

$K' = K + 2$ (pentru a acoperi muchiile dintre cele 3 noduri adăugate trebuie selectate cel puțin 2 noduri)

„ \Rightarrow ” Fie S soluția pentru Acoperire \Rightarrow nodurile din S acoperă toate nodurile din G. Dacă adăugăm nodul A și B/C în soluție vor fi acoperite și muchiile nou adăugate \Rightarrow există o $K+2$ – Acoperire-Pară în G'

„ \Leftarrow ” Fie S' o $(K+2)$ – Acoperire pentru $G' \Rightarrow$ Cel puțin 2 noduri din $\{A, B, C\}$ fac parte din $S' \Rightarrow$ există $k-1$ sau k noduri în S' care fac parte din G și acoperă toate muchiile din G. Dacă există o $(k-1)$ acoperire într-un graf, trebuie să existe și o k -acoperire.

În cazul adăugării unui singur nod la graful G, legat de toate nodurile de grad impar, transformarea nu ar mai fi fost corectă din cauza celei de-a doua implicații. Dacă avem o $K+1$ acoperire în S' , nu este obligatoriu ca nodul extra să fie în acea acoperire, ceea ce ar fi însemnat ca avem o $K+1$ acoperire a lui G. De aici nu rezultă că există și o K -acoperire.

4. $\forall i, j \leq n, (i, j) \notin E \rightarrow (\overline{x_i} \vee \overline{x_j})$: Dacă 2 noduri nu au muchie între ele, nu pot fi alese amândouă în soluție

$$\forall \{i_1, i_2, \dots, i_{n-k}\} \text{ o submulțime a lui } V \rightarrow (x_{i_1} \vee x_{i_2} \vee \dots \vee x_{i_{n-k}})$$

Este echivalent cu a spune că suma tuturor variabilelor este $\geq k+1$

$$\forall \{i_1, i_2, \dots, i_{k+1}\} \text{ o submulțime a lui } V \rightarrow (\overline{x_{i_1}} \vee \overline{x_{i_2}} \vee \dots \vee \overline{x_{i_{k+1}}})$$

Este echivalent cu a spune că suma tuturor variabilelor este $\leq k$

Pentru a obține exact suma k ar fi trebuit să avem submulțimi de $n-k+1$ elemente în a doua formulă.

De asemenea, numărul total de clauze este combinări($n, n-k$), respectiv combinări($n, k+1$), deci transformarea nu este polinomială.