Expresii Regulate (E.R.)

Def.

E.R. peste un alfabet Σ sunt şiruri peste $\Sigma \cup \{(,), \emptyset, \cup, *\}$ a.î.

1° $\emptyset$, $a \in \Sigma \rightarrow$ E.R.

2° α, β E.R $\rightarrow (\alpha\beta)$ E.R.

3° α, β E.R. $\rightarrow (\alpha \cup \beta)$ E.R.

4° α E.R $\rightarrow \alpha^*$ E.R.

5° Nimic altceva nu este o E.R.

Obs.

O E.R. reprezintă un limbaj, dacă $\cup \rightarrow$ reuniunea, $*$ – Kleene Star

Formal, relația E.R. $\rightarrow$ limbaje, $L : \Sigma^* \rightarrow 2^{\Sigma^*}$

Def. L

1° $L(\emptyset) = \emptyset$, $\forall a \in \Sigma$, $L(a) = \{a\}$

2° α, β E.R, $L((\alpha\beta)) = L(\alpha)L(\beta)$

3° α, β E.R, $L((\alpha \cup \beta)) = L(\alpha) \cup L(\beta)$

4° ... $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$

ex:

? $L(((a \cup b)^*a))$

$$L(((a \cup b)^*a)) = L((a \cup b)^*)\,L(a) \qquad (2)$$
$$= L((a \cup b)^*)\,\{a\} \qquad (1)$$
$$= L((a \cup b))^*\,\{a\} \qquad (4)$$
$$= (L(a) \cup L(b))^*\,\{a\} \qquad (3)$$
$$= (\{a\} \cup \{b\})^*\,\{a\} \qquad (1)$$
$$\overset{\text{Not}}{=} \{a, b\}^*\{a\} \longrightarrow \left[\begin{array}{l} a \\ aa \\ abba \end{array}\right.$$
$$= \{w \in \{a, b\}^* \mid w \text{ se termină cu } a\}$$

Obs:
Orice lbaj care poate fi reprezentat printr-o E.R, poate fi reprezentat printr-o infinitate de E.R.

ex:
α, $(\alpha \cup \emptyset)$ repr. ac. lbj.

$((\alpha \cup \beta) \cup \gamma)$ și $(\alpha \cup (\beta \cup \gamma))$

$((\alpha\beta)\gamma)$ și $(\alpha(\beta\gamma))$

Def Clasa limbajelor regulate ($\mathcal{R}$)

Clasa limbajelor regulate peste un alfabet Σ este mulțimea minimă de limbaje ce conține mulțimile $\{a\}, a \in \Sigma$ și care este închisă în raport cu opțiile de reuniune, concatenare, Kleene Star.

Proprietăți $\mathcal{R}$:

1° $\emptyset \in \mathcal{R}$, $\forall a \in \Sigma$, $\{a\} \in \mathcal{R}$

2° $A, B \in \mathcal{R}$, $A \cup B$, $A \circ B$, $A^* \in \mathcal{R}$

3° Dc. S este o mulțime de limbaje care conține $\emptyset$, $\forall a \in \Sigma$, $\{a\} \in S$ și este închisă în raport cu opțiile de $\cup$, $\bullet$, Kleene Star, at. $\mathcal{R} \subseteq S$.

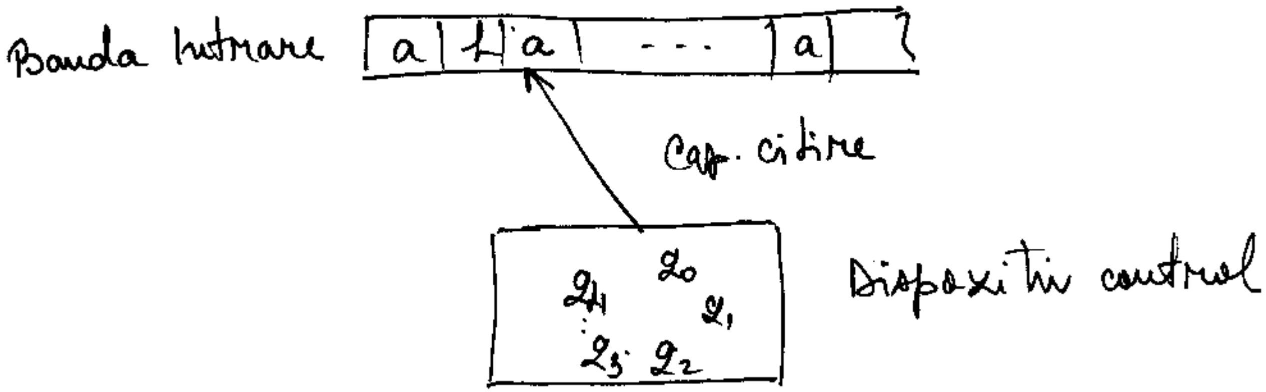
Cum $\mathcal{R} \to$ definită prin proprietăți de închidere $\to$ unică clasă

Un limbaj este regulat dacă și numai dacă este descris printr-o E.R. !

Automate finite deterministe (AFD)

Un A.F. → model restrictiv al unui calc (UC, mem, i/o)

Teoria A.F. → simplă și elegantă
→ aplicabilitate în proiectarea unor tipuri clasice de alg și programe: an. lexicale, alg. de regăsire a unui subșir într-un șir



Def.

Un AFD este un tuplu $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

K → mulțimea finită a stărilor, $\quad \delta : K \times \Sigma \to K$ funcția de tranziție

Σ → alf. de intrare,

$s \in K$ → st. inițială,

$F \subseteq K$ → mulțimea st. finale,

Dc. M, în starea $q \in K$, citește $\sigma \in \Sigma$, a.î. $\delta(q, \sigma) \in K$ este starea unic determinată în care ajunge automatul.

Def.

Configurația unui AFD $(K, \Sigma, \delta, s, F)$ este un element din $K \times \Sigma^*$.

Def.

Trecerea între configurații

$$\vdash_M : K \times \Sigma^* \to K \times \Sigma^*$$

$(q, w) \vdash_M (q', w')$, (q, w), (q', w') config. posibile

$\Leftrightarrow$ $w = \sigma w'$, $\sigma \in \Sigma$,

$\delta(q, \sigma) = q'$

$(q, e) \to$ semnifică faptul că M a citit toate simbolurile din intrare.

Notație

$\vdash_M^*$ închiderea reflexivă și tranzitivă a $\vdash_M$

$(q, w) \vdash_M^* (q, w')$ trece în 0 sau m. mulți pași

Def.

Un şir $w \in \Sigma^*$ este acceptat de $M \Leftrightarrow \exists\, q \in F$ a.î. $(s, w) \vdash_M^* (q, e)$.

Def.

Limbajul $L(M)$ acceptat de M este mulţimea şirurilor acceptate de M.

ex:

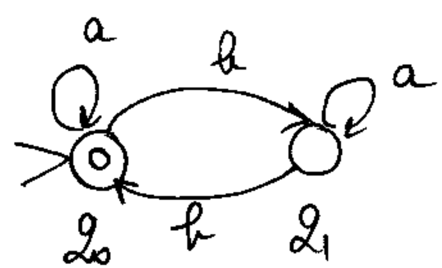
AFD, $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

$K = \{q_0, q_1\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$s = q_0$

$F = \{q_0\}$



reprezentare prin diagrame de tranziţie

δ:

q	σ	$\delta(q,\sigma)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1

ex:

? M a.î. $L(M) = \{w \mid w \in \{a, b\}^*, w$ nu conține 3 b-uri consecutive$\}$.

$M = \{K, \Sigma, \delta, s, F\}$

$K = \{q_0, q_1, q_2, q_3\}$

$\Sigma = \{a, b\}$

$s = q_0$

$F = \{q_0, q_1, q_2\}$