Expresii Regulate (E.R.)

Def.

E.R. peste un alfabet Σ sunt șiruri peste $\Sigma \cup \{(,), \emptyset, \cup, *\}$ a.î.

1° $\emptyset$, $a \in \Sigma \rightarrow$ E.R.

2° α, β E.R $\rightarrow (\alpha\beta)$ E.R.

3° α, β E.R. $\rightarrow (\alpha \cup \beta)$ E.R.

4° α E.R $\rightarrow \alpha^*$ E.R.

5° Nimic altceva nu este o E.R.

Obs.

O E.R. reprezintă un limbaj, dacă $\cup \rightarrow$ reuniunea, $*$ – Kleene Star

Formal, relația E.R. $\rightarrow$ limbaje, $L : \Sigma^* \rightarrow 2^{\Sigma^*}$

Def. L

1° $L(\emptyset) = \emptyset$, $\forall a \in \Sigma$, $L(a) = \{a\}$

2° α, β E.R, $L((\alpha\beta)) = L(\alpha)\,L(\beta)$

3° α, β E.R, $L((\alpha \cup \beta)) = L(\alpha) \cup L(\beta)$

4° α E.R, $L(\alpha^*) = L(\alpha)^*$

ex:

? $L(((a \cup b)^* a))$

$$L(((a\cup b)^* a)) = L((a \cup b)^*) L(a) \quad (2)$$

$$= L((a\cup b)^*)\{a\} \quad (1)$$

$$= L((a\cup b))^* \{a\} \quad (4)$$

$$= (L(a) \cup L(b))^* \{a\} \quad (3)$$

$$= (\{a\} \cup \{b\})^* \{a\} \quad (1)$$

$$\overset{\text{Not}}{=} \{a, b\}^* \{a\} \longrightarrow \begin{cases} a \\ aa \\ abba \end{cases}$$

$$= \{w \in \{a,b\}^* \mid w \text{ se termină cu } a\}$$

Obs:
Orice lbaj care poate fi reprezentat printr-o E.R, poate fi reprezentat printr-o infinitate de E.R.

ex:
α, $(\alpha \cup \emptyset)$ repres. ac lbaj

$((\alpha\cup\beta)\cup\gamma)$ și $(\alpha\cup(\beta\cup\gamma))$

$((\alpha\beta)\gamma)$ și $(\alpha(\beta\gamma))$

Def Clasa limbajelor regulate ($\mathcal{R}$)

Clasa limbajelor regulate peste un alfabet Σ este mulțimea minimă de limbaje ce conține mulțimile $\{a\}, a \in \Sigma$ și care este închisă în raport cu operațiile de reuniune, concatenare, Kleene Star.

Proprietăți $\mathcal{R}$:

1° $\emptyset \in \mathcal{R}$, $\forall a \in \Sigma$, $\{a\} \in \mathcal{R}$

2° $A, B \in \mathcal{R}$, $A \cup B$, $A \circ B$, $A^* \in \mathcal{R}$

3° Dc. S este o mulțime de limbaje care conține $\emptyset$, $\forall a \in \Sigma$, $\{a\} \in S$ și este închisă în raport cu operațiile de $\cup$, $\circ$, Kleene Star, at. $\mathcal{R} \subseteq S$.

Cum $\mathcal{R} \to$ definită prin proprietăți de închidere $\to$ unică clasă

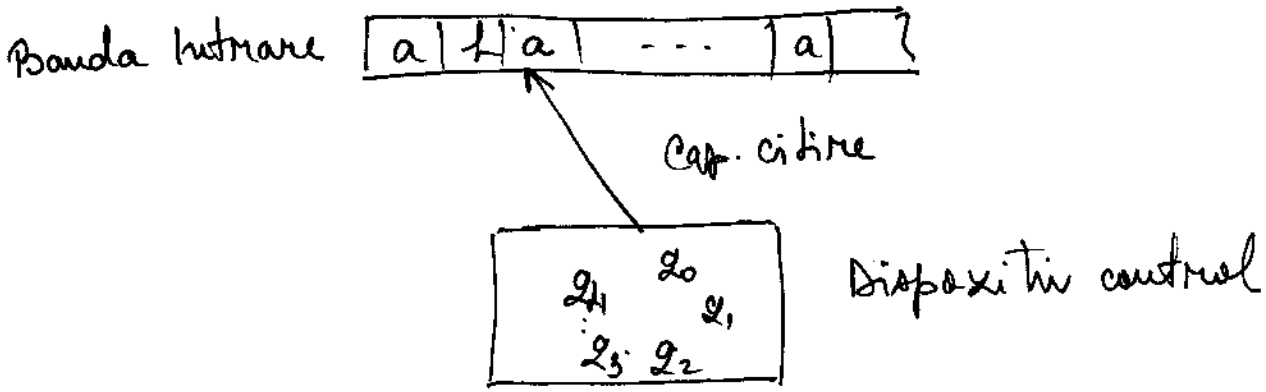
Un limbaj este regulat ~~dacă~~ dacă și numai dacă este descris printr-o E.R.

Automate finite deterministe (AFD)

Un A.F. → model restrictiv al unui calc (UC, mem, IO)

Teoria A.F. → complexă și elegantă

→ aplicabilitate în proiectarea unor tipuri clasice de alg și programe: an. lexicale, alg. de regăsire a unui subșir într-un șir



Def.

Un AFD este un tuplu $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

K → mulțimea finită a stărilor, , $\delta : K \times \Sigma \to K$ funcția de tranziție

Σ → alf. de intrare,

$s \in K$ → st. inițială,

$F \subseteq K$ → mulțimea st. finale,

Dc. M, în starea $q \in K$, citește $\sigma \in \Sigma$, at. $\delta(q, \sigma) \in K$ este starea unic determinată în care ajunge automatul.

__Def.__

Configurația unui AFD $(K, \Sigma, \delta, s, F)$ este un element din $K \times \Sigma^*$.

__Def.__

Trecerea între configurații

$\vdash_M : K \times \Sigma^* \to K \times \Sigma^*$

$(q, w) \vdash_M (q', w')$, (q, w), (q', w') config. posibile

$\Leftrightarrow w = \sigma w'$, $\sigma \in \Sigma$,

$\delta(q, \sigma) = q'$

$(q, e) \to$ semnifică faptul că M a citit toate simbolurile din intrare.

__Notație__

$\vdash_M^*$ închiderea reflexivă și tranzitivă a $\vdash_M$

$(q, w) \vdash_M^* (q, w')$ trece în 0 sau m. mulți pași

Def.

Un şir $w \in \Sigma^*$ este acceptat de $M \iff \exists\, q \in F$ a.î. $(s, w) \vdash_M^* (q, e)$.

Def.

Limbajul $L(M)$ acceptat de M este mulţimea şirurilor acceptate de M.

ex:

AFD, $M = (K, \Sigma, \delta, s, F)$

$K = \{q_0, q_1\}$

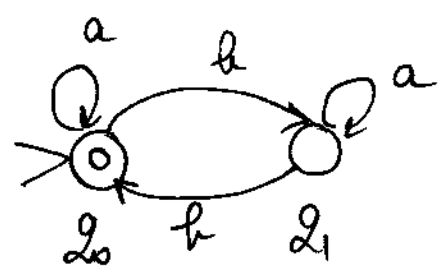
$\Sigma = \{a, b\}$

$s = q_0$

$F = \{q_0\}$

δ:

q	σ	$\delta(q, \sigma)$
q_0	a	q_0
q_0	b	q_1
q_1	a	q_1
[illegible]	[illegible]	[illegible]



reprezentare prin diagrame de tranziţie

ex:

? M a.î. $L(M) = \{ w \mid w \in \{a, b\}^*,\ w$ nu conține 3 b-uri consecutive $\}$.

$M = \{ K, \Sigma, \delta, s, F \}$

$K = \{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}$

$\Sigma = \{ a, b \}$

$s = q_0$

$F = \{ q_0, q_1, q_2 \}$