

## Complexitate

Def.

Dacă  $M$  este o M. Turing,  $t \in \mathbb{N}$ , def. relația  $\vdash_M^t$  între config. lui  $M$ , astfel:

$$c \vdash_M^0 c' \Leftrightarrow c = c'$$

$$c \vdash_M^{t+1} c' \Leftrightarrow$$

$$\exists c'' \text{ aș. } c \vdash_M^t c'' \wedge c'' \vdash_M^1 c'$$

Adică

$$c \vdash_M^t c'$$

$$\Leftrightarrow c \vdash_M^* c' \text{ punctu-m calcul (operații) în } \underline{\text{exact}} \ t \text{ pași.}$$

Def.

Fie  $T: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $L \subseteq \Sigma_0^*$  un limbaj,  $M = (K, \Sigma, \delta, \Delta)$  o M.T. cu  $K$  finxi și  $\Sigma_0 \subseteq \Sigma$ . Spunem că  $M$  decide  $L$  în timpul  $T$ , dacă

$$\forall w \in L, (\Delta, \#w\#, \#, \dots, \#) \xrightarrow[M]{t} (\#, \# \textcircled{N} \#, \#, \dots, \#), t \leq T(|w|)$$

și  $w \notin L$

$$(\Delta, \#w\#, \#, \dots, \#) \not\xrightarrow[M]{t} (\#, \# \textcircled{N} \#, \#, \dots, \#), t \leq T(|w|)$$

Spunem că  $L$  este decidabil în timpul  $T$ , dc.  $\exists K > 0$  și o M.T. univ. cu  $K$  finxi, care decide  $L$  în timpul  $T$ .

Notatie

$\text{TIME}(T)$  - clasa limbajelor decidabile în timpul  $T$ .

## Simulări limitate în timp

### Teorema

Fie  $L$  un limbaj decis de o M.T.  $M$  cu funcție nelimitată  $sg/dr$  în timpul  $T_1$ . Atunci  $L$  este decis de o M.T. standard  $M_2$  în timpul  $T_2$ ,  $\forall m \in \mathbb{N}$ ,  $T_2(m) = 6T_1(m) + 3m + 8$ .

### Teorema

Fie  $L$  un limbaj decis în timpul  $T_1$  de o M.T. cu  $K > 0$  fix,  $M_1 = (K_1, \Sigma_1, \delta_1, \Delta_1)$ . Atunci  $L$  este decis de o M.T. S.  $M_2 = (K_2, \Sigma_2, \delta_2, \Delta_2)$  în timpul  $T_2$ ,  $\forall m \in \mathbb{N}$ ,  $T_2(m) = 4T_1(m)^2 + (4m + 4K + 3)T_1(m) + 5m + 15$ .

### Corolar

Dacă  $L$  este un limbaj decis în timpul  $T$  de o M.T. cu  $K > 0$  fix,  $L$  este decis în  $T' = O(T^2)$  de o M.T. cu 1 funcție.

Def.

Def.  $P$  {decidabil în timp polinomial},

$$P = \bigcup_{d \geq 0} \text{TIME}(n^d)$$

unde  $\text{TIME}(n^d)$  conține toate limbajele decise de o au. M. Turing într-o limită de timp care este un polinom de grad  $d$ !

Considerând reuniunea peste toate gradele  $\rightarrow$  clasa limbajelor decise de M.T. în limite polinomiale.

Def.

Fie  $T: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$ ,  $L \subseteq \Sigma_0^*$  un limbaj,  $M = (K, \Sigma, \Delta, \delta) \in \text{M.T.N.}$

$M$  acceptă  $L$  mediu în timpul  $T$ , dacă

$$\forall w \in \Sigma_0^*, w \in L \Leftrightarrow (\Delta, \#w\#) \vdash_M^T (h, v \sqsubseteq u)$$

$$u, v \in \Sigma^*, \forall \in \Sigma, t \in T(|w|)$$

$$\Sigma_0 \subseteq \Sigma$$

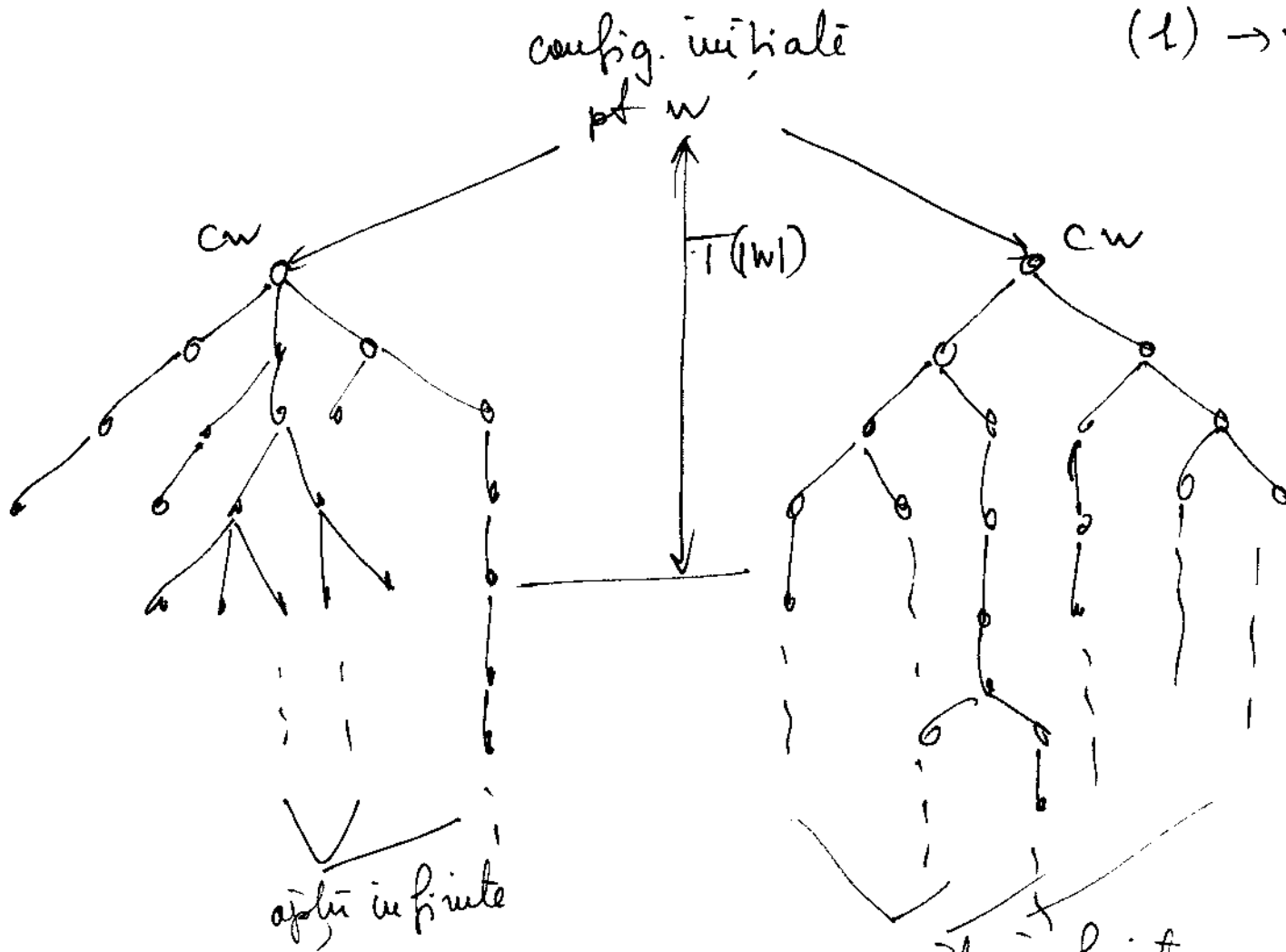
## Notatie

$\text{NTIME}(T) \rightarrow$  clasa limbajelor acceptate nedet. în timpul  $T$

$\text{P} = \bigcup \text{NTIME}(n^d) : d > 0$

$(a) \rightarrow$  ~~W~~ este acceptat

$(t) \rightarrow$  ~~W~~ nu este accept.



Lema

Dacă  $L$  este acceptat în timpul  $T_1$  de o M.T.N. cu  $K$  funcții  $M_1$ ,  
atunci există o M.T.N. cu 1 funcție  $M_2$  care acceptă  $L$  în  $T_2 = O(T_1^2)$ .