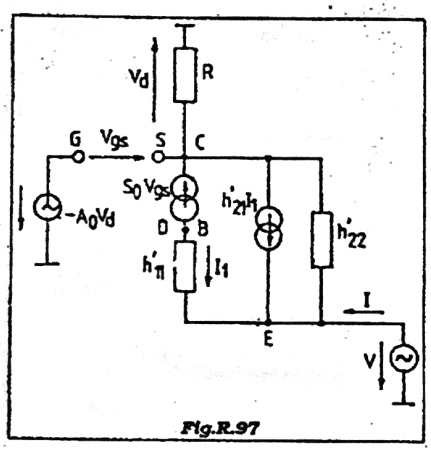

Fig.R.97

jează curentul absorbit de AO pe intrare, curentul I_s prin sarcină este identic cu curentul I_R ce circulă prin rezistența R, dat de relația:

$$I_s = I_R = \frac{E_1 - V_1 - V_d}{R}.$$

Scriind tensiunea la ieșirea AO, se obține:

$$-A_oV_d = V_{gs} + V_d + V_1,$$

de unde:

$$V_d = -(V_1 + V_{gs})/(A_o+1).$$

Expresia curentului devine:

$$I_s = \frac{E_1 - V_1A_o/(A_o+1)}{R} + \frac{V_{gs}}{R(A_o+1)}.$$

Ultimul termen fiind neglijabil datorită valorii mari a amplificării pe buclă deschisă, A_o, a AO, rezultă relația liniară între curentul prin sarcină și tensiunea de comandă. Se poate scrie, aproximativ:

$$I_s = (E_1 - V_1)/R.$$

Se constată și faptul că prin sarcină circulă un curent format, în principal, de curentul prin tranzistorul bipolar ce admite, de regulă, un curent maxim mult mai mare decât curentul maxim admis de tranzistorul cu efect de câmp.

Pentru determinarea impedanței de ieșire se va folosi schema echivalentă din fig.R.97, în care tranzistorul T_2, cu rezistența R_1 între bază și emitor, a fost înlocuit cu un tranzistor având parametrii:

$$h_{11}' = h_{11}\|R_1;\ h_{21}' = h_{21}h_{11}'/h_{11};\ h_{22}' = h_{22}.$$

Grupul format din cele două generatoare de curent și rezistența h_{11}' poate fi înlocuit cu un singur generator de curent conectat între punctele S și E, având curentul de forma: $S_o(h_{21}'+1)V_{gs}$ (grupul format din cele două tranzistoare și rezistența R_1 se folosește în mod curent pentru obținerea unei pante echivalente mărite, în condițiile unei impedanțe de intrare de valoare foarte mare). Curentul absorbit de la sursa V va fi:

$$I = S_o(h_{21}'+1)V_{gs} + (V - V_d)h_{22}'.$$

Dar:

$$-A_oV_d = V_{gs} + V_d, \text{ de unde: } V_{gs} = -(A_o+1)V_d.$$

Curentul prin rezistența R este chiar I, deci: $V_d = -RI$.

Înlocuind în prima relație, se obține:

$$I = \frac{h_{22}'V}{S_o(A_o+1)(h_{21}'+1)R + 1 + h_{22}'R}.$$

Valoarea aproximativă a impedanței de ieșire va fi:

$$Z_{ies} = (S_oh_{21}'A_oR)/h_{22}'.$$

Din expresia aproximativă a curentului se deduce:

$$R = (E_1 - V_{1min})/I_{smax} = 200\ \Omega.$$

Apreciind că: $I_{smax} \approx I_C$, rezultă un curent de bază:

$$I_B \approx I_C/\beta_o = 1\ \text{mA}.$$

Este necesar ca $I_B < I_{Bsat}$, ceea ce se verifică.

Rezistența R_1 se alege în așa fel încât să nu afecteze prea mult parametrii tranzistorului bipolar. Pentru aceasta, se alege curentul prin R_1 de 10 ori mai mare decât curentul de bază maxim și rezultă:

$$R_1 = \frac{V_{BE}}{I_{R1}} = \frac{V_{BE}}{I_B/10} = 6{,}5\ \text{k}\Omega.$$

În aceste condiții, apreciind că rezistența R_1 este mare în comparație cu h_{11}, rezistența de ieșire va fi:

$$R_{ies} = \frac{10^{-3}\cdot 50\cdot 10^4\cdot 200}{10^{-5}} = 10^{10}\ \Omega.$$

Cap.4. Circuite neliniare cu AO

Problema 98.

Pentru circuitul din fig.P.98 să se calculeze caracteristica de transfer $U_o(V)$ și să se particularizeze pentru cazul: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R$.

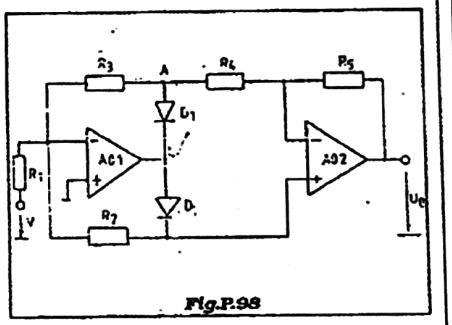

Fig.P.98

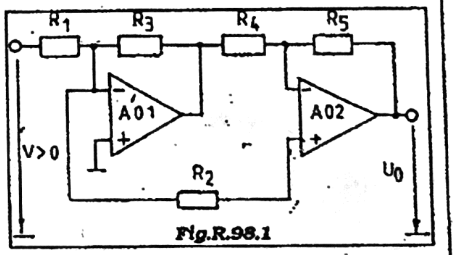

Fig.R.98.1

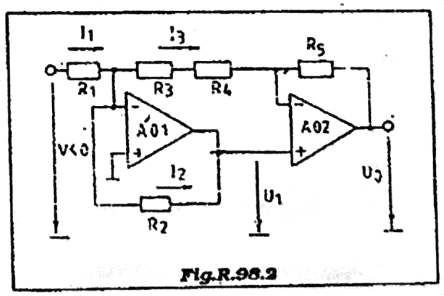

Fig.R.98.2

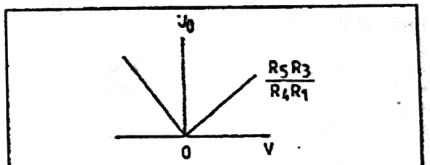

Fig.R.98.3

Soluție.

Diodele D_1 și D_2 vor conduce pe rând, în funcție de polaritatea tensiunii de intrare, astfel:

a) pentru tensiune de intrare pozitivă, $V > 0$, la ieșirea AO1 tensiunea va fi negativă, deoarece este comandat pe borna inversoare; dioda D_1 va fi deschisă și dioda D_2 blocată. Considerând tensiunea de ieșire în nodul A, parametrii diodei (tensiunea de deschidere și rezistența dinamică) nu mai contează (fiind incluși în bucla de reacție), astfel că este valabilă schema din fig.R.98.1.

AO2 are borna neinversoare legată la un punct virtual de masă prin rezistența R_2, astfel încât:

$$U_o = \left(-\frac{R_5}{R_4}\right)\left(-\frac{R_3}{R_1}\right)V = \frac{R_5R_3}{R_4R_1}V;$$

b) dacă $V < 0$, starea diodelor se schimbă și schema se transformă ca în fig.R.98.2.

Curentul debitat de sursa de tensiune de intrare, I_1, va circula atât prin R_2, cât și prin R_3 și R_4. Rezultă:

$$I_2 = -\frac{U_1}{R_2};\ I_3 = -\frac{U_1}{R_3+R_4};\ I_1 = \frac{V}{R_1}.$$

Dar: $I_1 = I_2 + I_3$, deci se obține:

$$U_1 = -\frac{R_2\|(R_3+R_4)}{R_1}V.$$

Această tensiune se aplică pe borna neinversoare a AO2, a cărui bornă inversoare este legată, prin rezistențele R_3 și R_4, la un punct virtual de masă. Deci:

$$U_o = \left(1 + \frac{R_5}{R_3+R_4}\right)U_1 = -\frac{R_2\|(R_3+R_4)}{R_1}\left(1+\frac{R_5}{R_3+R_4}\right)V$$

sau:

$$U_o = -\frac{R_2}{R_1}\frac{R_3+R_4+R_5}{R_2+R_3+R_4}\,V.$$

Din cele două expresii rezultă că circuitul îndeplineşte funcţia de redresare, cu caracteristica reprezentată în fig.R.98.3; pantele celor două drepte depinzând de valorile rezistenţelor. Pentru cazul particular în care rezistenţele sunt egale, adică $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = R_5$, rezultă $U_o = |V|$.

Se remarcă faptul că circuitul realizează modulul mărimii de intrare şi pentru cazul mai general în care $R_5 = R_2$ şi $R_4 = R_3$, când funcţia de transfer are expresia:

$$U_o = |V|R_2/R_1 .$$

Problema 99.

La intrarea circuitului din fig.P.99 se aplică un semnal sinusoidal de forma $e_i(t) = E\sin(\omega t)$. Să se determine componenta continuă a tensiunii obţinute la ieşirea celui de al doilea AO şi apoi să se determine valoarea rezistenţei R_x pentru ca circuitul să furnizeze la ieşire o tensiune proporţională cu valoarea absolută a tensiunii de intrare.

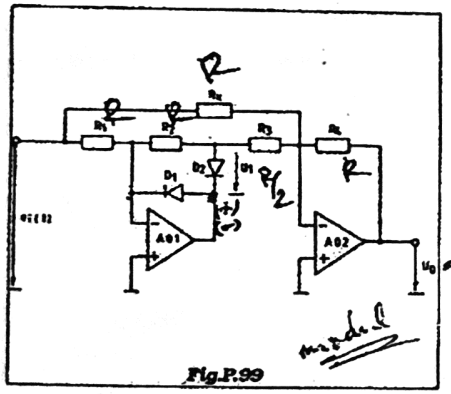

Fig.P.99

Soluţie.

În semialternanţa pozitivă a semnalului de intrare, adică pentru $e_i(t) > 0$, AO1 va avea tensiune negativă la ieşire, ce va duce la blocarea diodei D_1 şi la deschiderea diodei D_2.

Tensiunea U_1 va fi:

$$U_1(t) = -\frac{R_2}{R_1}e_i(t).$$

AO2 funcţionează ca sumator, aplicându-i-se tensiunea de intrare prin R_x şi tensiunea U_1 prin rezistenţa R_3. Rezultă:

$$U_o(t) = -\frac{R_4}{R_3}U_1(t) - \frac{R_4}{R_x}e_i(t) = \left(\frac{R_4R_2}{R_3R_1} - \frac{R_4}{R_x}\right)e_i(t).$$

Pentru semialternanţa negativă, dioda D_1 va conduce, anulând reacţia primului AO, iar dioda D_2 va fi blocată. Întrucât bornele inversoare ale celor două AO sunt puncte virtuale de masă, prin rezistenţele R_2 şi R_3 nu va circula curent, astfel încât tensiunea de ieşire va fi:

$$U_o = -\frac{R_4}{R_x}e_i(t).$$

Componenta continuă a tensiunii de ieşire, $U_c(+)$, produsă de semialternanţa pozitivă, va fi:

$$U_c(+) = \frac{1}{\pi}\left(\frac{R_4R_2}{R_3R_1} - \frac{R_4}{R_x}\right)E,$$

iar componenta continuă produsă de semialternanţa negativă va fi:

$$U_c(-) = -\frac{1}{\pi}\frac{R_4}{R_x}E$$

şi rezultă:

$$U_c = U_c(+) + U_c(-) = \frac{1}{\pi}\frac{R_4R_2}{R_3R_1}E,$$

adică independentă de rezistenţa R_x.

Rezultatul este normal, întrucât prin rezistenţa R_x pătrund, la ieşire, ambele semialternanţe cu aceeaşi pondere şi componentele lor continue se anulează, iar diodele D_1 şi D_2 asigură selectarea unei semialternanţe (în cazul problemei, cea pozitivă) care va impune componenta continuă a tensiunii de ieşire, dependentă numai de rezistenţele $R_1,\ldots, R_4$.

Pentru a obţine o tensiune proporţională cu valoarea absolută a tensiunii de intrare, ambele semialternanţe trebuie redate la fel, adică trebuie îndeplinită condiţia:

$$R_x = \frac{R_4R_2}{R_3R_1} - \frac{R_4}{R_x} = \frac{R_4}{R_x} \text{ sau } R_x = \frac{2R_3R_1}{R_2}.$$

Problema 100.

La ieşirea circuitului din fig.P.100 este conectat un instrument de curent continuu cu o rezistenţă internă $R_i = 1$ kΩ. Să se determine valoarea curentului prin instrument la aplicarea unei tensiuni sinusoidale de forma: $v_i(t) = U\sin(\omega t)$, cu $U = 5$ V. Rezistenţa R_2 are valoarea de 1 kΩ.

Soluţie.

Pentru tensiuni pozitive la intrarea circuitului, la ieşirea AO2 tensiunea devine pozitivă, blochează dioda D_3 şi deschide dioda D_4. AO2 funcţionează ca repetor de tensiune, indiferent de valoarea rezistenţei R_3, asigurând la ieşire tensiunea $U_o = v_i(t)$, deoarece

dioda D_2 este blocată.

Pentru tensiuni negative, prin deschiderea diodei D_3 se anulează efectul AO2, deoarece dioda D_4 se blochează şi prin sarcină va debita curent AO1, ce funcţionează ca inversor (dioda D_1 blocată şi dioda D_2 deschisă).

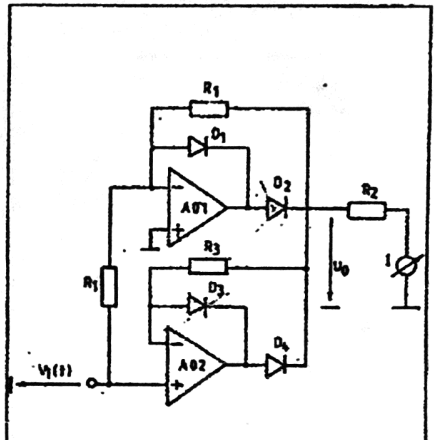

Fig.P.100

Însumând rezultatele, se obţine: $U_o = |v_i|$, adică circuitul realizează o redresare dublă alternanţă.

Curentul continuu prin instrument va fi:

$$I = \frac{2}{\pi}\frac{U}{R_2+R_i} = \frac{2}{\pi}\frac{5}{2} = 1{,}58 \text{ mA}.$$

Problema 101.

Să se arate că schema din fig.P.101 realizează modulul tensiunii de intrare.

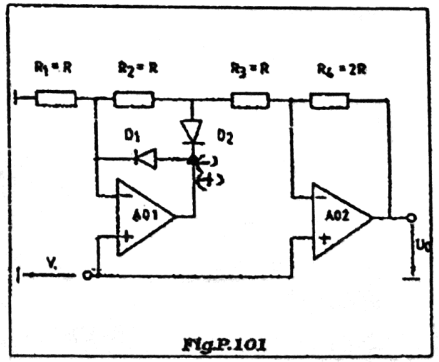

Fig.P.101

Soluţie.

Pentru tensiune pozitivă la intrare, tensiunea de la ieşirea primului AO va fi pozitivă, ceea ce duce la blocarea diodei D_2 şi la deschiderea diodei D_1, astfel că AO2 va fi acţionat pe borna neinversoare direct cu tensiunea de intrare, iar pe borna inversoare cu tensiunea de la borna inversoare a primului AO, care este egală chiar cu tensiunea de intrare. În consecinţă, pentru $v > 0$ se poate scrie:

$$U_o = v\left(1 + \frac{R_4}{R_3+R_2}\right) - v\frac{R_4}{R_3+R_2} = v.$$

Acelaşi rezultat se obţine şi dacă se observă că, datorită faptului că bornele neinversoare ale ambelor AO au acelaşi potenţial, v, curentul prin rezistenţele R_2 şi R_3 înseriate (D_2 este blocată) este nul şi, ca urmare, şi curentul prin rezistenţa R_4 este nul, impunând $U_o = v$.

Pentru tensiuni negative se blochează dioda D_1 şi se deschide dioda D_2, astfel încât:

$$U_o = v\left(1 + \frac{R_4}{R_3}\right) + v\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)\left(-\frac{R_4}{R_3}\right) = v\left(1 - \frac{R_2R_4}{R_1R_3}\right).$$

Pentru valorile particulare din schemă, rezultă:

$$U_o = -v.$$

Deci, pentru ambele polarităţi, $U_o = |v|$.

Problema 102.

Circuitul din fig.P.102 are la intrare un generator de semnal sinusoidal de forma $v_i = E\sin(\omega t + \phi)$. Comutatorul K este comandat de o formă de undă dreptunghiulară, aşa cum se vede în fig.R.102, de frecvenţă $f_r = f = 100$ Hz. Să se calculeze răspunsul circuitului dacă se dau: $R_1 = R_2 = R_3 = R_4 = 10$ kΩ; $C_4 = 1$ μF.

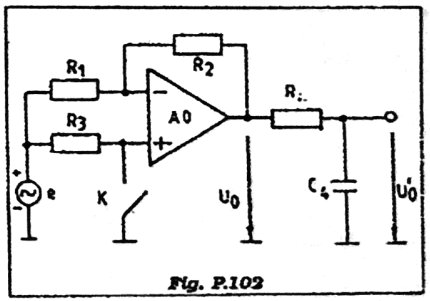

Fig. P.102

Soluţie.

Când comutatorul K este închis, tensiunea de intrare v_i se aplică numai pe borna inversoare şi deci:

$$U_o = (-R_2/R_1)v_i = -v_i.$$

Când comutatorul K este deschis, tensiunea de in-

trare se aplică simultan pe ambele borne ale AO şi se obţine:

$$U_o = (1 + R_2/R_1)v_i - (R_2/R_1)v_r.$$

Rezultă că circuitul realizează produsul dintre semnalul de intrare v_i şi un semnal dreptunghiular care ia valorile + 1, respectiv – 1, ambele având aceeaşi perioadă, dar defazate.

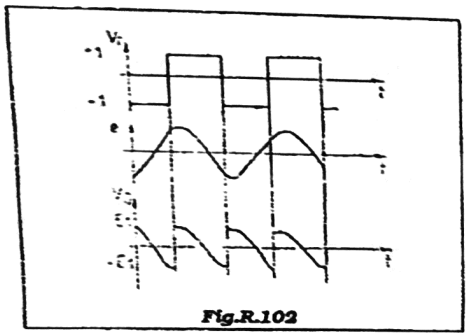

Fig.R.102

Descompunerea în serie Fourier a semnalului dreptunghiular de frecvenţă f_r (pulsaţia ω_r) este:

$$V_r = \frac{4}{\pi}[\sin(\omega_r t) + \frac{1}{3}\sin(3\omega_r t) + \frac{1}{5}\sin(5\omega_r t) + ...]$$

Se face produsul dintre v_i şi V_r:

$$v_i V_r = \frac{4E}{\pi}[\sin(\omega t+\phi)\sin(\omega_r t) +$$

$$+ \frac{1}{3}\sin(\omega t+\phi)\sin(3\omega_r t) + ...]$$

Dezvoltând produsele de sinusuri se obţine:

$$v_i V_r = \frac{2E}{\pi}\{\cos[(\omega-\omega_r)t+\phi] - \cos[(\omega+\omega_r)t+\phi] +$$

$$+ \frac{1}{3}\cos[(\omega-3\omega_r)t+\phi] - \frac{1}{3}\cos[(\omega+\omega_r)t+\phi] + ...\}.$$

Se observă că prin produsul celor două tensiuni se crează componente continue pentru frecvenţe ale semnalului care iau valorile: $f = f_r$; $f = 3f_r$; $f = 5f_r$; etc.

În condiţiile problemei, $f = f_r$ şi componenta continuă care se obţine este:

$$U_o = \frac{2}{\pi} E \cos\phi.$$

Rezultă că circuitul funcţionează ca detector sensibil la fază, tensiunea de ieşire în curent continuu depinzând atât de amplitudinea semnalului de intrare, cât şi de defazajul dintre tensiunea de intrare şi semnalul de referinţă. În fig.R.102 sunt reprezentate formele de undă ale tensiunii de intrare şi tensiunii de ieşire din circuit.

Grupul R_4C_4 formează un filtru trece-jos cu frecvenţa de tăiere:

$$f_o = \frac{1}{2\pi R_4 C_4} = 15{,}9 \text{ Hz},$$

care asigură atenuarea corespunzătoare a tuturor componentelor alternative ale produsului.

Circuitul poate fi folosit ca demodulator sincron pentru amplificatoare cu modulare-demodulare, având şi aventajul că sursa de semnal de intrare are un punct de masă.

Problema 103.

Să se determine caracteristica de transfer a circuitului comparator de tensiune din fig.P.103.1. Caracteristica de transfer a AO este prezentată în fig.P.103.2.

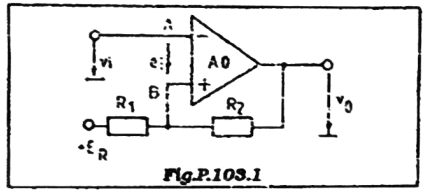

Fig.P.103.1

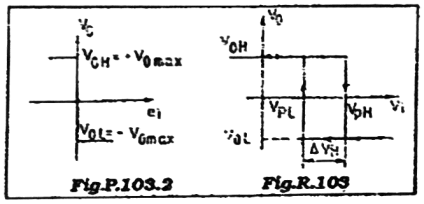

Fig.P.103.2 Fig.R.103

Soluţie.

Se constată că AO este folosit într-un circuit cu reacţie pozitivă şi, deoarece $A_o \to \infty$, zona liniară de funcţionare dispare, AO având două valori posibile pentru tensiunea de ieşire ($V_{oH} = +V_{omax}$ şi $V_{oL} = -V_{omax}$), limitate de tensiunile de alimentare, în funcţie de semnul tensiunii de intrare, e_i.

La tensiuni negative mari în valoare absolută, AO primeşte o tensiune negativă între bornele de intrare A şi B, ceea ce face ca la ieşire să se obţină tensiunea V_{oH}, aşa cum se vede din caracteristica de transfer a AO. Deci, pe borna neinversoare se stabileşte tensiunea de prag:

$$V_{pH} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R + \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{omax}.$$

Îndată ce tensiunea de intrare depăşeşte această valoare de prag, se schimbă semnul tensiunii aplicate între bornele de intrare ale AO şi acesta trece în starea cu V_{oL} la ieşire. Pe borna neinversoare se va stabili o nouă tensiune de prag:

$$V_{pL} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R - \frac{R_1}{R_1+R_2}V_{omax} < V_{pH}.$$

Rezultă o caracteristică de transfer cu histerezis, reprezentată în fig.R.103. Valoarea histerezisului va fi:

$$\Delta V_H = V_{pH} - V_{pL} =$$

$$= 2V_{omax}\frac{R_1}{R_1+R_2} = 2V_{omax}\frac{R_1/R_2}{1+R_1/R_2}.$$

Acest histerezis este axat pe tensiunea:

$$V_p = \frac{V_{pH}+V_{pL}}{2} = \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R = \frac{1}{1+R_1/R_2}E_R.$$

Practic, cu ajutorul raportului rezistenţelor R_1 şi R_2 se determină mărimea histerezisului, iar cu tensiunea de referinţă E_R se fixează tensiunea pe care este axat; dacă se precizează ΔV_H şi V_p, se pot determina:

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\Delta V_H}{2V_{omax}-\Delta V_H};\ E_R = V_p\frac{2V_{omax}}{2V_{omax}-\Delta V_H}.$$

Valorile rezistenţelor R_1 şi R_2 sunt limitate superior de necesitatea micşorării influenţelor curenţilor de intrare ai AO, iar inferior de disponibilităţile de curent ale AO şi ale sursei de referinţă.

Problema 104.

Considerând AO ideal, se cere să se determine caracteristica de transfer a circuitului comparator de tensiune din fig.P.104. Diodele Zener sunt caracterizate prin V_z (tensiunea stabilizată) şi prin V_D (tensiunea directă). Se va presupune că tensiunea de ieşire a AO, V_{omax}, este mai mare decât $V_z + V_D$.

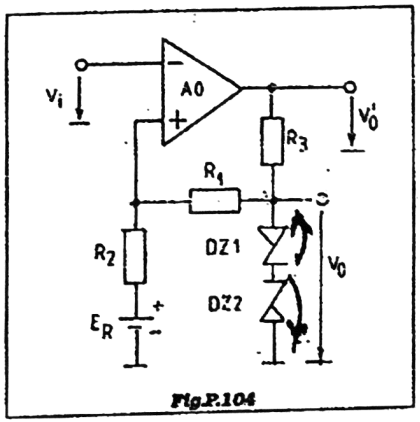

Fig.P.104

Soluţie.

Caracteristica de transfer a AO fiind idealizată, circuitul format din AO (circuitul său de ieşire), rezistenţa R_3 şi diodele DZ_1 şi DZ_2 formează un circuit de limitare ce fixează tensiunea de ieşire la valorile $V_{oH} = V_z + V_D$ (când la ieşirea AO este $+V_{omax}$), respectiv $V_{oL} = -(V_z + V_D)$ (când la ieşirea AO este $-V_{omax}$). Se poate considera că circuitul format din AO, rezistenţa R_3 şi diodele DZ_1 şi DZ_2 se comportă ca un AO echivalent ce are caracteristica de transfer din fig.R.104.

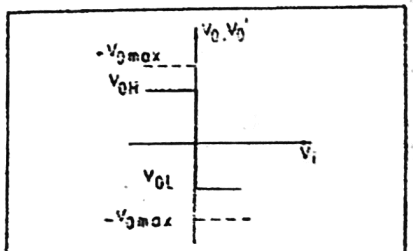

Fig.R.104

Rezistenţa R_3 trebuie să fie astfel dimensionată încât să asigure curentul necesar funcţionării corecte a diodelor Zener.

Procedând ca în problema precedentă, se obţine o caracteristică de transfer ca în fig.R.103, în care:

$$V_{pH} = \frac{R_1}{R_1+R_2}(V_z+V_D) + \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R;$$

$$V_{pL} = -\frac{R_1}{R_1+R_2}(V_z+V_D) + \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R;$$

$$V_p = \frac{R_2}{R_1+R_2}E_R;\ \Delta V_H = \frac{2R_1}{R_1+R_2}(V_D+V_z).$$

Cu acest circuit se realizează un comparator ale cărui tensiuni de ieşire sunt simetrice faţă de zero şi independente de tensiunea de alimentare a AO (dar cu condiţia $V_{CC} = V_{EE} > V_{omax} > V_{oH} = |V_{oL}|$), ceea ce asigură şi praguri stabile. V_{CC} şi V_{EE} sunt tensiunile de alimentare ale AO, nefigurate în schemă.

Problema 105.

În fig.P.105 este reprezentat un comparator cu histerezis în care rezistenţa R_3 are rolul de limitare a curentului. Se cere să se determine pragurile de basculare şi mărimea histerezisului. Tensiunea stabilizată de dioda Zener, V_z, este mai mare decât tensiunea de referinţă.

Soluţie.

Mărimile cerute rezultă din caracteristica de transfer a circuitului.

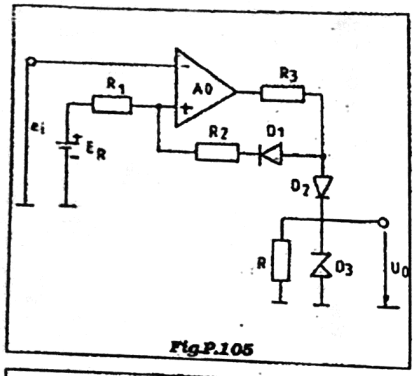

Fig.P.105

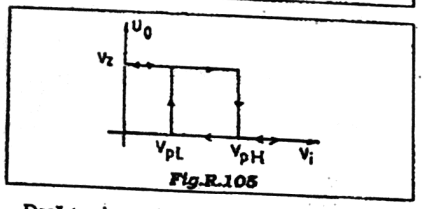

Fig.R.105

Dacă tensiunea de intrare, v_i, este negativă şi suficient de mare în valoare absolută, astfel încât să fie mai mică decât tensiunea de pe borna neinversoare a AO, oricât ar fi aceasta, tensiunea la ieşirea AO este pozitivă, ceea ce provoacă deschiderea diodelor D_1 şi D_2 în conducţie directă şi a diodei Zener D_3 în regim de limitare a tensiunii; rezultă că tensiunea de ieşire este $v_o = V_z$. Se presupune că tensiunea de ieşire a AO, limitată de tensiunea sa de alimentare, este suficientă pentru deschiderea diodei Zener.

Tensiunea echivalentă pe borna neinversoare a AO, care va fi şi pragul de basculare superior, se poate scrie:

$$V_{pH} = \frac{R_1 V_z}{R_1 + R_2} + \frac{R_2 E_r}{R_1 + R_2}$$

Dacă tensiunea de intrare v_i, în creşterea ei, depăşeşte valoarea tensiunii de prag, V_{pH}, AO îşi schimbă starea, obţinându-se la ieşire o tensiune negativă care blochează diodele D_1 şi D_2. Datorită rezistenţei R, tensiunea de ieşire devine nulă, rămânând la această valoare pentru orice tensiune de intrare mai mare decât V_{pH}.

Tensiunea care se stabileşte acum pe borna neinversoare este chiar E_r, valoare ce va constitui pragul de basculare inferior, V_{pL}, de revenire a circuitului în starea iniţială la scăderea tensiunii de intrare. Rezultă că $V_{pL} = E_r$ şi, pentru $v_i < V_{pL}$, tensiunea de ieşire este $v_o = V_z$.

Între cele două praguri de basculare, valoarea tensiunii de ieşire depinde şi de sensul de variaţie al tensiunii de intrare, aşa cum se vede şi din fig.R.106, în care este reprezentată caracteristica de transfer $v_o(v_i)$. Mărimea histerezisului va fi:

$$\Delta V_H = V_{pH} - V_{pL} =$$

$$= \frac{R_1 V_z}{R_1 + R_2} + \frac{R_2 E_r}{R_1 + R_2} - E_r = \frac{R_1 (V_z - E_r)}{R_1 + R_2}.$$

Problema 106.

Să se calculeze caracteristica de transfer a circuitelor din fig.P.106.1 şi P.106.2, în care AO şi dioda sunt considerate ideale.

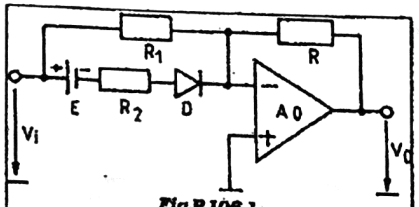

Fig.P.106.1

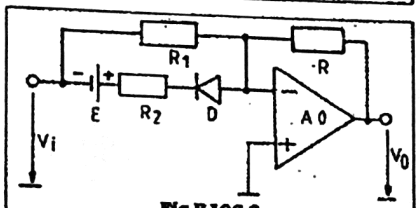

Fig.P.106.2

Soluţie.

Pentru circuitul din fig.P.106.1, dioda este deschisă numai dacă $v_i > E$; rezultă:

- pentru $v_i < E$, direct: $v_o = -v_i R/R_1$;
- pentru $v_i > E$, se scrie: $\frac{v_o}{R} + \frac{v_i}{R_1} + \frac{v_i - E}{R_2} = 0$;

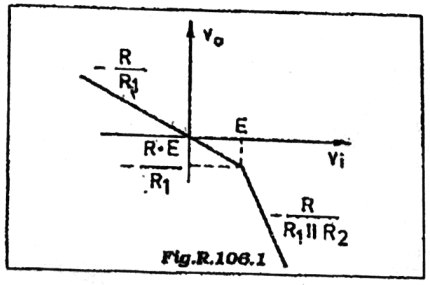

Fig.R.106.1

de unde se deduce: $v_o = -\frac{R}{R_1 \| R_2} v_i + \frac{R}{R_2} E$.

Caracteristica de transfer este dată în fig.R.106.1.

Pentru circuitul din fig.P.106.2, dioda este deschisă numai dacă $v_i < -E$, când este valabilă relaţia:

$$v_o = -\frac{R}{R_1 \| R_2} v_i - E \frac{R}{R_2}.$$

Pentru cazul $v_i > -E$, dioda este blocată şi se obţine direct: $v_o = -v_i R/R_1$.

Caracteristica de transfer este dată în fig.R.106.2.

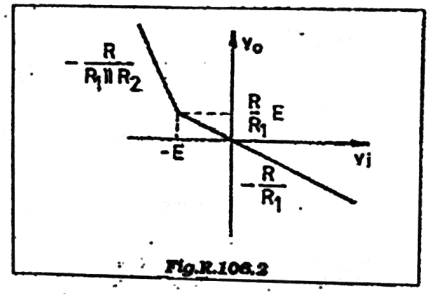

Fig.R.106.2

Problema 107.

Se cere caracteristica de transfer a limitatorului paralel din fig.P.107.

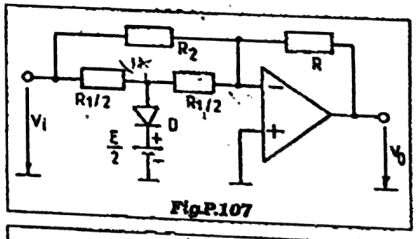

Fig.P.107

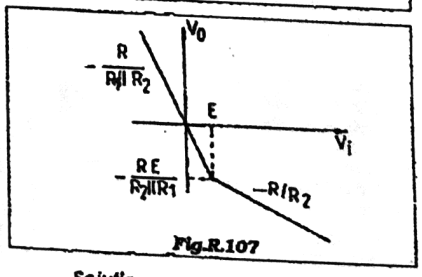

Fig.R.107

Soluţie.

Dioda D se deschide atunci când tensiunea pe ea este pozitivă, deci când:

$$u_D = \frac{R_1/2}{R_1/2 + R_1/2} v_i - \frac{E}{2} \geq 0.$$

Deci tensiunea la care se schimbă panta caracteristicii de transfer este E.

Pentru $v_i < E$, dioda este blocată şi:

$$v_o = -\frac{R}{R_1 \| R_2} v_i,$$

iar pentru $v_i > E$ se obţine: $v_o = -\frac{R}{R_1} E - \frac{R}{R_2} v_i$.

Caracteristica de transfer este reprezentată în fig.R.107.

Problema 108.

Să se compare caracteristicile de transfer ale circuitelor din fig.P.108.1 şi P.108.2, în care AO şi diodele sunt considerate ideale.

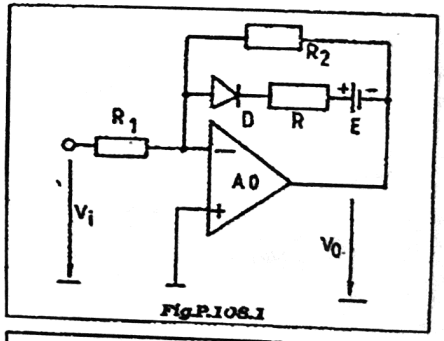

Fig.P.108.1

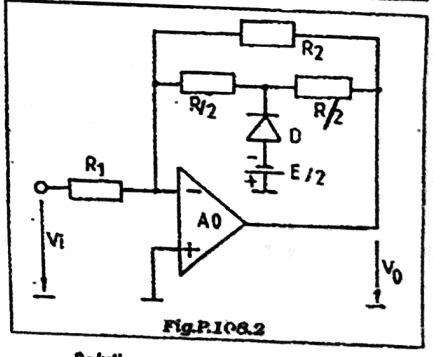

Fig.P.108.2

Soluţie.

Pentru circuitul din fig.P.108.1, dioda este deschisă numai dacă tensiunea la bornele ei este pozitivă, adică atunci când:

$$v_iR_2/R_1 - E \geq 0$$

Rezultă tensiunea la care se schimbă starea diodei: ER_1/R_2. În consecinţă:

- pentru $v_i < E\dfrac{R_1}{R_2}$ se obţine: $v_o = -\dfrac{R_2}{R_1}v_i$;

- pentru $v_i > E\dfrac{R_1}{R_2}$ se obţine:

$$v_o = -\frac{R_2 \| R}{R_1}v_i - \frac{R_2 \| R}{R}E.$$

Caracteristica este desenată în fig.R.108.1.

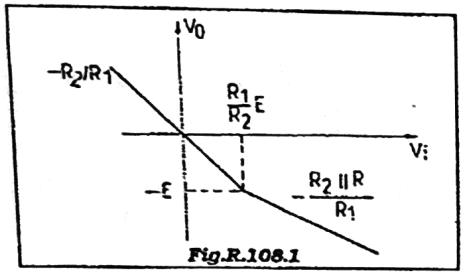

Fig.R.108.1

Pentru circuitul din fig.P.108.2, dioda se deschide numai dacă $v_i > \dfrac{ER_1}{R\|R_2}$, pentru care:

$$v_o = -\frac{R_2}{R_1}v_i + \frac{R_2}{R}E.$$

Când dioda este blocată: $v_o = -\dfrac{R_2\|R}{R_1}v_i$.

Caracteristica de transfer este prezentată în fig.R.108.2.

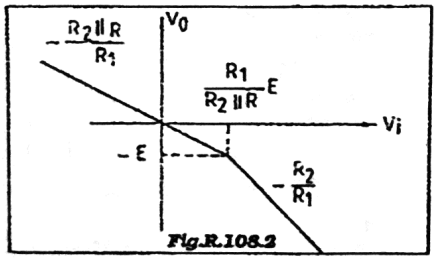

Fig.R.108.2

Problema 109.

Ştiind că, în circuitul din fig.P.109, $R_1 = R_2 = R_3 = 60$ kΩ şi $R = 30$ kΩ, să se determine pantele caracteristicii de transfer. Se dă $E_1 < E_2$.

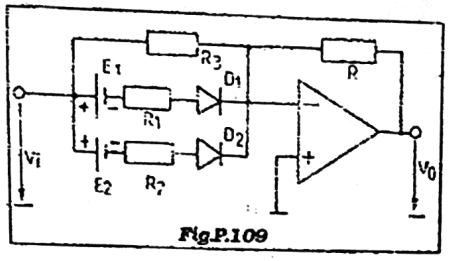

Fig.P.109

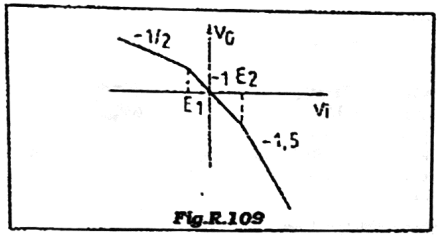

Fig.R.109

Soluţie.

Pentru $v_i < E_1$, ambele diode sunt blocate; panta caracteristicii este $-R/R_3$ şi $v_o = -v_i R/R_3$.

Pentru $E_1 < v_i < E_2$, dioda D_2 este blocată şi dioda D_1 este deschisă; panta caracteristicii este $-R/(R_3\|R_1)$ şi

$$v_o = -\frac{R}{R_3\|R_1}v_i + \frac{R}{R_1}E_1.$$

Pentru $v_i > E_2$, ambele diode sunt deschise; panta caracteristicii este $-R/(R_1\|R_2\|R_3)$ şi:

$$v_o = -\frac{R}{R_1\|R_2\|R_3}v_i + \frac{R}{R_1}E_1 + \frac{R}{R_2}E_2.$$

Caracteristica de transfer este reprezentată în fig.R.109, pantele având valorile: $-0{,}5$, -1 şi $-1{,}5$.

Problema 110.

Să se determine variaţia tensiunilor v_1 şi v_2 în funcţie de tensiunea de intrare v_i pentru circuitul din fig.P.110.1 şi să se determine caracteristica de transfer a circuitului din fig.P.110.2.

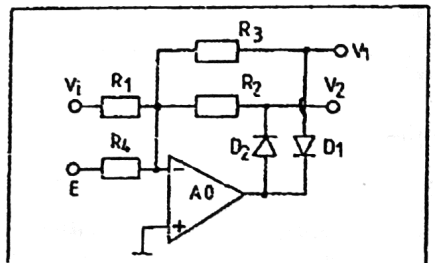

Fig.P.110.1

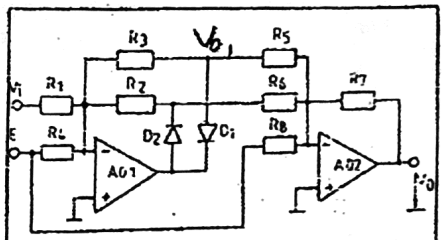

Fig.P.110.2

Soluţie.

Diodele D_1 şi D_2 funcţionează în contratimp, starea lor depinzând de sensul curentului pe care trebuie să-l debiteze AO în reţeaua de reacţie. Deci:

- pentru $\dfrac{E}{R_4} + \dfrac{v_i}{R_1} < 0$, adică pentru $v_i < -E\dfrac{R_1}{R_4}$, dioda D_1 este blocată şi dioda D_2 deschisă; rezultă:

$$v_1 = 0;\ v_2 = -\frac{R_2}{R_1}v_i - \frac{R_2}{R_4}E;$$

- pentru $\dfrac{E}{R_4} + \dfrac{v_i}{R_1} > 0$, adică pentru $v_i > -E\dfrac{R_1}{R_4}$, dioda D_2 este blocată şi dioda D_1 deschisă; rezultă:

$$v_2 = 0;\ v_1 = -\frac{R_3}{R_1}v_i - \frac{R_3}{R_4}E.$$

Cele două tensiuni de ieşire sunt reprezentate grafic în fig.R.110.1. Pantele caracteristicilor sunt diferite în măsura în care $R_2 \neq R_3$.

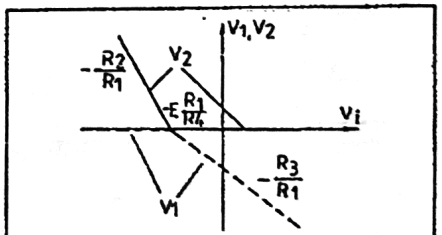

Fig.R.110.1

Pentru circuitul din fig.P.110.2 se constată că atunci când dioda D_1 este blocată, rezistenţele R_3 şi R_5 nu mai au importanţă, fiind cuplate între două puncte virtuale de masă; similar, când dioda D_2 este blocată, rezistenţele R_2 şi R_6 nu au importanţă.

Cel de al doilea AO este folosit ca sumator. Astfel, pentru $v_i < -ER_1/R_4$, dioda D_1 este blocată şi se obţine:

$$v_o = \left(-\frac{R_2}{R_1}v_i - \frac{R_2}{R_4}E\right)\left(-\frac{R_7}{R_6}\right) - \frac{R_7}{R_8}E =$$

$$= \frac{R_2R_7}{R_1R_6}v_i + \left(\frac{R_2R_7}{R_6R_4} - \frac{R_7}{R_8}\right)E;$$

- pentru $v_i > -ER_1/R_4$, dioda D_2 este blocată şi:

$$v_o = \left(-\frac{R_3}{R_1}v_i - \frac{R_3}{R_4}E\right)\left(-\frac{R_7}{R_5}\right) - \frac{R_7}{R_8}E =$$

$$= \frac{R_3R_7}{R_1R_5}v_i + \left(\frac{R_3R_7}{R_5R_4} - \frac{R_7}{R_8}\right)E.$$

Caracteristica este desenată în fig.R.110.2.

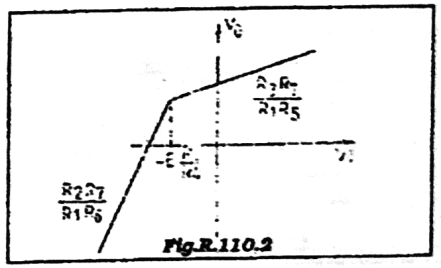

Fig.R.110.2

Problema 111.

Să se calculeze caracteristica de transfer a circuitului din fig.P.111.

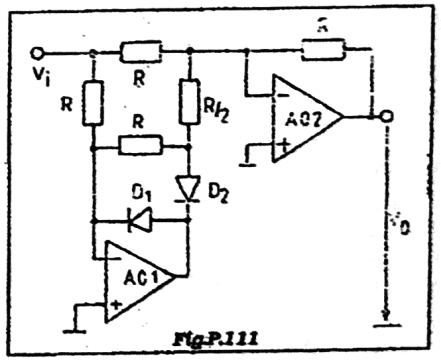

Fig.P.111

Soluţie.

Circuitul echivalent pentru tensiune de intrare pozitivă este desenat în fig.R.111.1; se observă că primul AO funcţionează ca inversor cu amplificare -1, iar cel de al doilea ca sumator şi se obţine imediat $v_o = v_i$. Pentru tensiune de intrare negativă se obţine circuitul echivalent din fig.R.111.2, în care cel de al doilea AO lucrează ca inversor cu amplificarea -1, efectul celorlalte elemente fiind anulat de primul AO, cu tensiune nulă pe intrări şi pe ieşire.

Deci circuitul realizează valoarea absolută a ten-

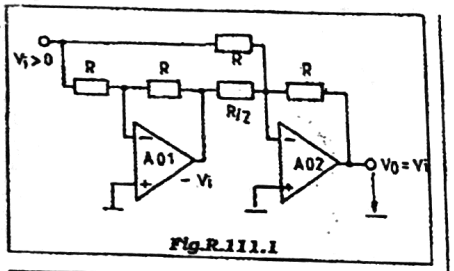

Fig.R.111.1

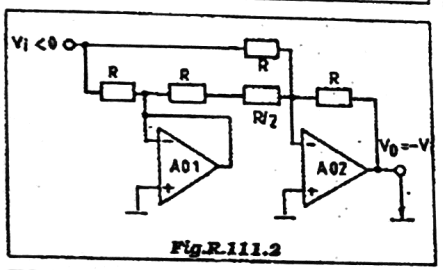

Fig.R.111.2

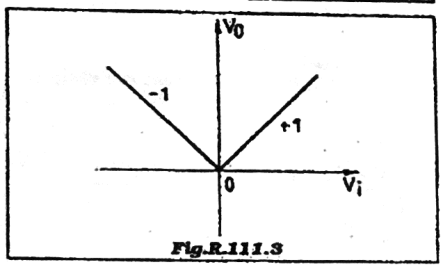

Fig.R.111.3

siunii de intrare, aşa cum se vede şi în fig.R.111.3.

Problema 112.

Să se calculeze caracteristica de transfer a circuitului din fig.P.112.

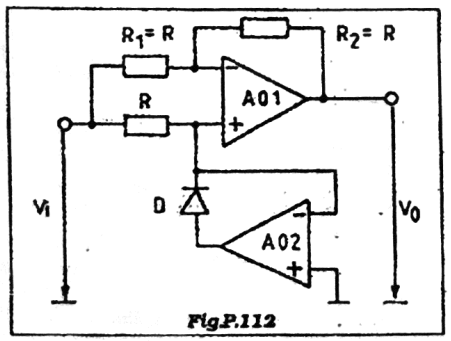

Fig.P.112

Soluţie.

Pentru $v_i > 0$, dioda D este blocată, circuitul format cu AO2 nu contează şi se obţine:

$$v_o = -v_i + (1+1)v_i = v_i$$

(dacă rezistenţele R_1 şi R_2 sunt strict egale).

Pentru $v_i < 0$, dioda D se deschide, borna neinversoare a AO1 va fi conectată la un punct de masă şi tensiunea de ieşire va fi: $v_o = -v_i$ (în aceleaşi condiţii).

Circuitul realizează funcţia de modul. Trebuie remarcat şi faptul că al doilea AO poate fi alimentat numai de la o sursă de alimentare pozitivă pentru a diminua efectul valorii finite a vitezei de variaţie a tensiunii la ieşire (SR) în cazul unor scheme cu semnale rapid variabile.

Problema 113.

Să se determine caracteristica de transfer pentru circuitul din fig.P.113, în care AO şi diodele sunt ideale, iar $R_3/R_4 < R_5/R_6$.

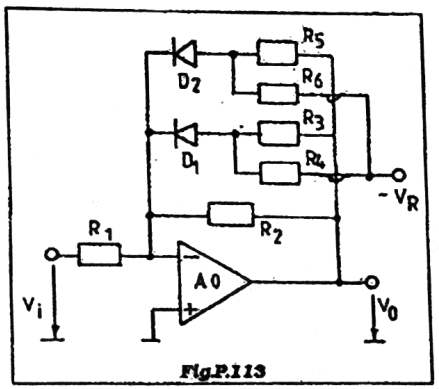

Fig.P.113

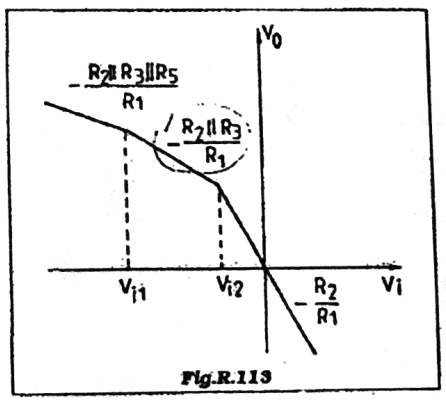

Fig.R.113

Soluţie.

Circuitul are o reacţie negativă permanentă, ceea ce face ca borna inversoare să fie un punct virtual de masă.

Pentru tensiune negativă suficient de mare în valoare absolută, ambele diode sunt deschise, deoarece tensiunea de la ieşirea AO este pozitivă. Deci panta caracteristicii de transfer va fi: $-R_2\|R_3\|R_5/R_1$.

Deoarece $R_3/R_4 < R_5/R_6$, la creşterea tensiunii de intrare se va bloca întâi dioda D_2 şi panta caracteristicii de transfer va fi: $-R_2\|R_3/R_1$; schimbarea pantei se face pentru tensiunea de intrare:

$$V_{i1} = -V_R\left[\frac{R_1R_5}{R_6R_2\|R_3} - \frac{R_1}{R_4}\right].$$

În continuare, la creşterea tensiunii de intrare, se va bloca şi dioda D_1, astfel încât, pentru tensiuni de intrare superioare valorii: $V_{i2} = -V_R$, panta caracteristicii de transfer va fi: $-R_2/R_1$.

Caracteristica de transfer este reprezentată în fig.R.113.

Observaţie. Dacă este necesară o caracteristică de transfer cu mai multe segmente, se introduc şi alte grupuri de diode cu rezistenţe în mod corespunzător.

Problema 114.

Să se calculeze caracteristica de transfer pentru circuitul din fig.P.114, presupunând AO şi diodele ideale.

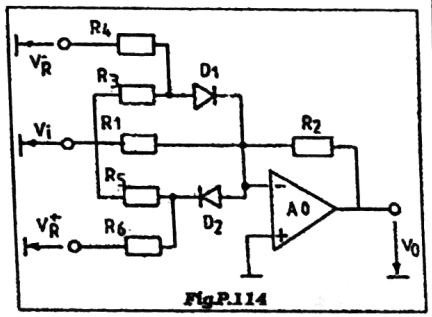

Fig.P.114

Soluţie.

Pentru tensiuni de intrare negative (dar mari în valoare absolută), dioda D_1 este blocată, iar dioda D_2 este deschisă; panta caracteristicii de transfer este: $-R_2/(R_1\|R_5)$.

La creşterea tensiunii de intrare, dioda D_2 se blochează pentru tensiune superioară valorii:

$$V_{i1} = -V_R^+ \cdot R_5/R_6.$$

Din acest moment, panta caracteristicii devine $-R_2/R_1$.

În continuare, crescând tensiunea de intrare, se va deschide dioda D_1 (cu D_2 blocată). Pentru tensiune

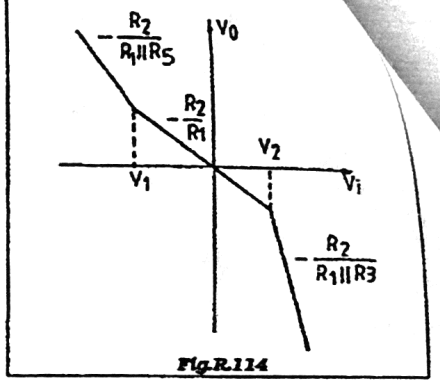

Fig.R.114

de intrare superioară valorii $V_{i2} = -V_RR_2/(R_1\|R_3)$, panta caracteristicii de transfer devine $-R_2/R_1\|R_3$.

Se pot introduce mai multe grupuri de diode de tipul D_1 sau de tipul D_2 pentru a se obţine o caracteristică de transfer cu mai multe segmente.

Problema 115.

Să se calculeze caracteristica de transfer a circuitului din fig.P.115. Diodele sunt identice şi sunt caracterizate prin tensiunea de deschidere V_D, celelalţi parametri fiind neglijabili.

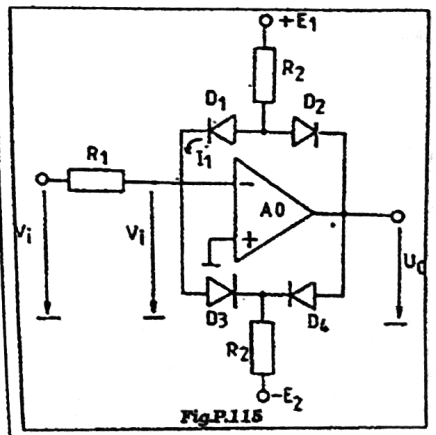

Fig.P.115

Soluţie.

Când tensiunea de intrare este puternic negativă, potenţialul bornei inversoare faţă de masă va fi negativ, ceea ce face ca tensiunea de ieşire să fie pozitivă, U_1, determinată de tensiunea pozitivă de alimentare a AO. Această tensiune va bloca dioda D_2, impunând deschiderea diodei D_1 şi va deschide

dioda D_4, care va determina blocarea diodei D_3, ceea ce înseamnă că AO rămâne fără reacție negativă externă.

Curentul debitat de bateria E_1 va fi:

$$I_1 = \frac{E_1 - V_D - v_i}{R_1 + R_2}$$

și tensiunea pe borna inversoare se va scrie:

$$V_i = R_1 I_1 + v_i = \frac{R_1(E_1 - V_D)}{R_1 + R_2} + \frac{R_2 v_i}{R_1 + R_2}.$$

Această situație poate exista până când tensiunea de pe borna inversoare se anulează, adică până când tensiunea de intrare atinge valoarea de prag V_{p1}, calculabilă cu relația:

$$V_{p1} = -(E_1 - V_D)R_1/R_2.$$

Când tensiunea de intrare depășește această valoare, tensiunea de ieșire tinde să-și schimbe sensul, curentul debitat de bateria E_1 nu se mai închide în totalitate spre sursa de semnal, diferența trecând prin dioda D_3, care se deschide; dioda D_1 rămâne deschisă pentru a se asigura o cale de scurgere pentru curentul debitat de sursa E_2. Rezultă:

$$v_o = V_{D4} - V_{D3} = 0.$$

Pentru $v_i = V_{p2}$, tot curentul debitat de sursa E_2 va circula prin sursa de semnal, dioda D_4 blocându-se; dioda D_1 se blochează și se deschide dioda D_2. Deci:

$$\frac{V_{p2}}{R_1} = \frac{E_2 + V_D}{R_2}, \text{ de unde } V_{p2} = \frac{R_1}{R_2}(V_D + E_2).$$

Dacă tensiunea de intrare este mai mare decât V_{p2}, tensiunea de ieșire va fi negativă, la o valoare determinată de tensiunea de alimentare negativă a circuitului, $-U_2$.

Caracteristica este desenată în fig.R.115 și reprezintă funcția de transfer a unui comparator cu fereastră, cu semnale de valori diferite când tensiunea este în afara ferestrei.

Prin adăugarea unei tensiuni de referință pe borna neinversoare a AO (sau pe borna inversoare, printr-o rezistență R_o), fereastra comparatorului poate fi mutată oriunde pe caracteristica de transfer.

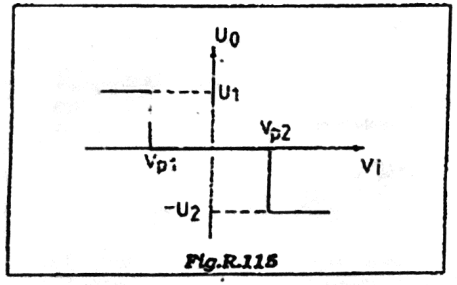

Fig.R.115

Problema 116.

În circuitul din fig.P.116, tranzistorul este caracterizat, în conducție, prin $V_{BE} = 0{,}6$ V (independent de curent) și $\beta_o \to \infty$. Se cere:

a) să se calculeze și să se reprezinte grafic caracteristica de transfer, $v_o(e)$;

b) să se precizeze cum se modifică această caracteristică dacă rezistența R_2 este scoasă din circuit.

Se dau tensiunile de ieșire ale AO ($\pm V_{omax}$), valorile rezistențelor: $R_1 = R_2 = 10$ kΩ; $R_3 = R_4 = 1$ kΩ și $E = 1$ V.

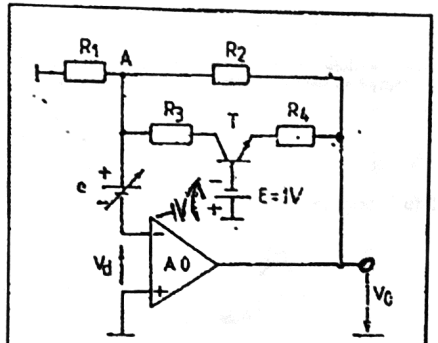

Fig.P.116

Soluție.

a) Tensiunea pe baza tranzistorului fiind -1 V, pentru ca acesta să fie deschis este necesar ca tensiunea de ieșire a AO să fie mai mică decât valoarea: $-(E + V_{BE}) = -1{,}6$ V.

a1) Când tranzistorul este blocat, curentul său de colector este zero, iar prin rezistența R_2 se închide o buclă de reacție negativă; se poate scrie ecuația Kirchhoff I în nodul A:

$$\frac{e}{R_1} = \frac{v_o - e}{R_2}, \text{ de unde: } v_o = e\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) = 2e;$$

(această ultimă relație se putea scrie și direct, observând că sursa de tensiune acționează ca și cum ar fi pe borna neinversoare a AO, deci ca amplificare pentru un amplificator neinversor cu AO).

Punând condiția: $v_o > -(E + V_{BE})$, rezultă:

$$e \geq V_1 = -\frac{E + V_{BE}}{2} = -0{,}8 \text{ V};$$

a2) Când tranzistorul este în conducție în regiunea activă normală, există egalitatea: $i_C = i_E$ ($\beta_o \to \infty$).

Curentul de emitor rezultă direct din ecuația Kirchhoff II, scrisă pe ochiul ce conține joncțiunea emitor-bază a tranzistorului:

$$E + V_{BE} + R_4 i_E + v_o = 0$$

de unde:

$$i_E = -\frac{E + V_{BE} + v_o}{R_4}.$$

Ecuația Kirchhoff I în nodul A permite determinarea tensiunii v_o:

$$\frac{e}{R_1} + i_e = \frac{v_o - e}{R_2},$$

de unde, pentru $i_E \approx i_C$, rezultă:

$$v_o = R_2 \| R_4\left(\frac{e}{R_1 \| R_2} - \frac{E + V_{BE}}{R_4}\right) = 0{,}181e - 1{,}45;$$

(relația asigură continuitatea pentru $e = V_1 = -0{,}8$ V).

Potențialul colectorului tranzistorului va fi:

$$V_c = e - R_3 i_C = e + R_3 \frac{E + V_{BE} + v_o}{R_4} \text{ sau:}$$

$$V_c = e\left(1 + \frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_4}\frac{R_3}{R_1}\right) + (E + V_{BE})\frac{R_3}{R_2 + R_4}.$$

Potențialul emitorului este fix, la valoarea:

$$V_e = -(E + V_{BE}) = -1{,}6 \text{ V}.$$

Când e scade, V_c se modifică și tranzistorul se saturează.

Condiția de saturare va fi:

$$e\left(1 + \frac{R_3}{R_1}\frac{R_1 + R_2}{R_2 + R_4}\right) = -(E + V_{BE})\left(1 + \frac{R_3}{R_2 + R_4}\right).$$

De aici se obține: $e = V_2 = -1{,}76$ V.

a3) Pentru tranzistor saturat, se scrie ecuația Kirchhoff I în nodul A:

$$\frac{e}{R_1} + \frac{e + (E + V_{BE})}{R_3} + \frac{e - v_o}{R_2} = 0, \text{ de unde:}$$

$$v_o = \left(1 + \frac{R_2}{R_1 \| R_3}\right)e + \frac{R_2}{R_3}(E + V_{BE}) = 12e + 16;$$

(funcția este continuă și în punctul $e = V_2 = -1{,}476$ V).

Observație. Relația anterioară dedusă pentru v_o se putea obține și direct, observând, prin superpoziție, că AO este excitat în montaj neinversor, având reacția prin R_2 și $R_1 \| R_3$ spre masă, de către sursa e și în montaj inversor de sursa $-(E + V_{BE})$ prin R_3, rezistența de intrare și R_2 în reacție.

Caracteristica este reprezentată în fig.R.116.1.

b) Dacă rezistența R_2 lipsește, când tranzistorul este blocat, AO lucrează în buclă deschisă, adică $v_o = -A_o V_d$.

Dar $-V_d - e + R_1 i_{R1} = 0$ și rezultă, pentru $i_{R1} = 0$, $V_d = -e$. Aceasta înseamnă că, pentru $e > 0$, la ieșire va fi tensiunea $v_o = +V_{omax}$, iar dacă $e < 0$, tensiunea de ieșire tinde să ia valori negative mari și, deci, provoacă deschiderea tranzistorului. Deschiderea acestuia are loc pentru o tensiune de ieșire $v_o = V_o = -1{,}6$ V.

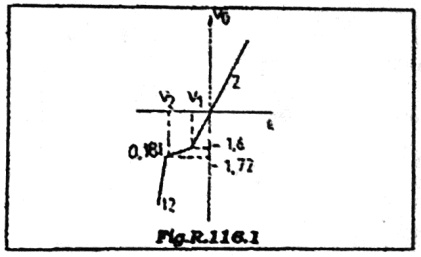

Fig.R.116.1

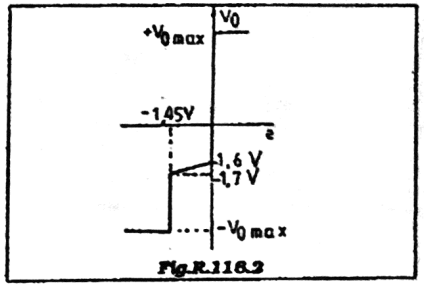

Fig.R.116.2

Când tranzistorul este în regiunea activă normală, se închide o buclă de reacție negativă și, folosind relația determinată pentru acest caz la punctul precedent, se obține, pentru $R_2 \to \infty$:

$$v_o = R_4\left(\frac{e}{R_1} - \frac{E + V_{BE}}{R_4}\right) = 0{,}1e - 1{,}6.$$

Condiția de saturație a tranzistorului este aceeași, dar cu $R_2 \to \infty$, adică:

$$v_o = V_3 = -\frac{E + V_{BE}}{1 + R_4/R_1} = -1{,}45 \text{ V}.$$

Când tranzistorul este în saturație, pentru $e < V_3$, potențialul fix dintre rezistențele R_3 și R_4 ($-E - V_{BE}$) întrerupe bucla de reacție negativă și tensiunea de ieșire se va duce spre valoarea $-V_{omax}$.

Caracteristica de transfer este desenată în fig.R.116.2.

Problema 117.

Să se determine caracteristica de transfer a circuitului din fig.P.117, în care tranzistorul este caracterizat prin parametrul V_{BE}.

Se dau: $R_2 = R_3 = R_4 = R_5 = R_6 = R_7 = R$ și $R_1 = R/2$.

Soluție.

Cele două AO sunt cuplate într-o buclă de reacție totală negativă, deci punctul A este un punct virtual

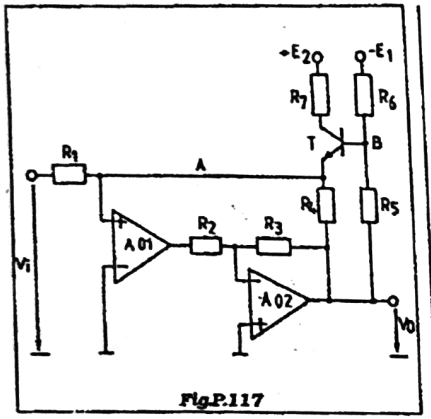

Fig.P.117

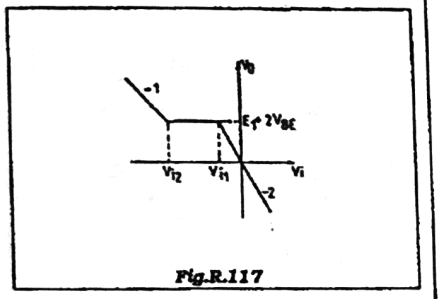

Fig.R.117

de masă (cel de al doilea AO este conectat ca inversor de tensiune).

Starea de blocare sau de conducţie a tranzistorului T depinde de tensiunea de ieşire v_o, de tensiunea $-E_1$ şi de divizorul format cu rezistenţele R_5 şi R_6.

Când tranzistorul T este blocat, tensiunea v_o va fi:

$$v_o = -v_iR_4/R_1 = -2v_i.$$

Dacă $v_i > 0$, atunci $v_o < 0$ şi tranzistorul este blocat. Dacă $v_i < 0$ şi dacă tranzistorul este încă blocat:

$$v_o = -2v_i > 0.$$

Tranzistorul se deschide pentru o tensiune de intrare V_{i1}, dedusă din condiţia: $v_B - v_A = V_{BE}$, unde:

$$v_B = \frac{R_6}{R_5+R_6}v_o + \frac{R_5}{R_5+R_6}(-E_1) = \frac{v_o - E_1}{2} \text{ şi}$$

$$v_A = 0.$$

Deci:

$$v_o = 2V_{BE} + E_1 \text{ şi } V_{i1} = -v_o/2 = -E_1/2 - V_{BE};$$

Pentru $v_i < V_{i1}$, tranzistorul este în regiunea activă normală şi tensiunea pe baza lui (deci şi la ieşire) se menţine constantă.

La scăderea în continuare a tensiunii, tranzistorul intră în saturaţie pentru $v_i = V_{i2}$.

Apreciind că, la saturaţie incipientă, prin tranzistor circulă curenţii: $i_{Csat} \approx i_{Esat} = E_2/R_7$, ecuaţia Kirchhoff I în nodul A se poate scrie în forma:

$$\frac{E_2}{R_7} + \frac{v_o}{R_4} + \frac{v_{i2}}{R_1} = 0, \text{ de unde:}$$

$$V_{i2} = -R_1\left(\frac{E_2}{R_7} + \frac{v_o}{R_4}\right) = -\frac{E_2 + 2V_{BE} + E_1}{2}.$$

Pentru domeniul în care tranzistorul este saturat, adică pentru $v_i < V_{i2}$, se scrie ecuaţia Kirchhoff I pentru nodul A:

$$\frac{v_i}{R_1} + \frac{E_2}{R_7} + \frac{v_o - V_{BE}}{R_5} + \frac{-E_1 - V_{BE}}{R_6} + \frac{v_o}{R_4} = 0;$$

de unde:

$$v_o = -v_i - \frac{E_2 - E_1 - 2V_{BE}}{2}.$$

Caracteristica este desenată în fig.R.117. Se constată că se poate regla lungimea paliernlui cu tensiunea E_2.

Problema 118.

Se dă circuitul din fig.P.118. Să se determine tensiunea de ieşire.

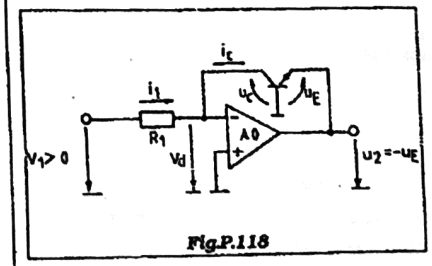

Fig.P.118

Soluţie.

Conform ecuaţiilor Ebers-Moll, curentul de colector al tranzistorului are expresia:

$$i_C = \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\left(\exp\frac{qu_B}{kT} - 1\right) - \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\left(\exp\frac{qu_C}{kT} - 1\right).$$

Deoarece AO este considerat ideal, tensiunea diferenţială de excitaţie tinde către zero (amplificarea de tensiune este infinită şi tensiunea de ieşire este finită). Pentru $V_d = 0$, tensiunea de polarizare a joncţiunii colector-bază este nulă, astfel încât al doilea termen din expresia curentului de colector se anulează.

Pentru polarizarea în sens direct a joncţiunii emitor-bază a tranzistorului, rezultă:

$$i_C = I_s\left(\exp\frac{qu_B}{kT} - 1\right) = I_s\exp\frac{qu_B}{kT}$$

unde: $I_s = \dfrac{\alpha_o i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}$.

Curentul de intrare, i_1, are expresia:

$$i_1 = \frac{V_1 - V_d}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}.$$

Deoarece AO are impedanţa de intrare infinită, acest curent se închide numai prin tranzistor, rezultând:

$$i_1 = \frac{V_1}{R_1} = i_C = I_s\exp\frac{qu_B}{kT}; \exp\frac{qu_B}{kT} = \frac{V_1}{R_1I_s}.$$

Prin logaritmare se deduce:

$$\frac{q}{kT}u_B = \ln\frac{V_1}{R_1I_s}; \quad u_B = \frac{kT}{q}\ln\frac{V_1}{R_1I_s};$$

$$u_2 = -\frac{kT}{q}\ln\frac{V_1}{R_1I_s}.$$

Tensiunea de ieşire în valoare absolută este proporţională cu logaritmul (natural) al tensiunii de intrare.

Problema 119.

Se dă circuitul din fig.P.119. Să se determine tensiunea de ieşire.

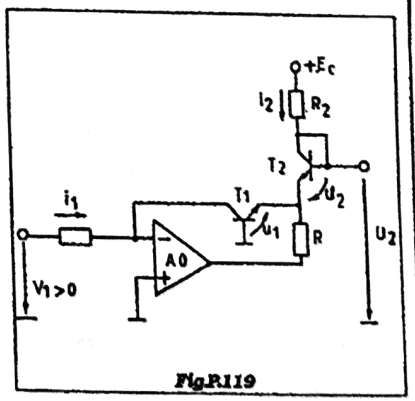

Fig.P.119

Soluţie.

După cum rezultă din figură, $U_2 = u_2 - u_1$. Fiind egală cu diferenţa tensiunilor de polarizare ale celor două joncţiuni emitor-bază, această tensiune este neglijabilă în comparaţie cu bateria de polarizare E_c.

Rezultă, atunci:

$$E_c = R_2i_2 + U_2 = R_2i_2; \; i_2 = E_c/R_2.$$

Pe baza raţionamentelor din problema precedentă se deduce:

$$i_1 = I_s\exp\frac{qu_1}{kT} = \frac{V_1}{R_1}; \; i_2 = I_s\exp\frac{qu_2}{kT} = \frac{E_c}{R_2} \text{ şi:}$$

$$\frac{i_2}{i_1} = \exp\frac{q(u_2-u_1)}{kT} = \frac{E_c}{R_2}\frac{R_1}{V_1}, \text{ de unde:}$$

$$U_2 = u_2 - u_1 = -\frac{kT}{q}\ln\frac{R_1}{R_1}\frac{V_1}{E_c}.$$

Tensiunea de ieşire este negativă şi de valoare absolută proporţională cu logaritmul tensiunii de intrare. Circuitul îndeplineşte funcţia de logaritmare. Spre deosebire de circuitul din problema precedentă, tensiunea de ieşire din acest circuit este independentă de curentul de saturaţie, I_s. Prin urmare, rolul tranzistorului T_2 este acela de a compensa variaţiile tensiunii de ieşire provocate de variaţia curentului de saturaţie, I_s, cu temperatura. Cele două tranzistoare trebuie să fie identice.

Problema 120.

Să se determine tensiunea de ieşire din circuitul din fig.P.120.

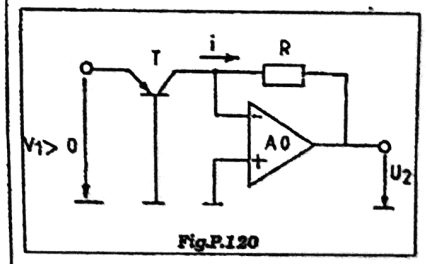

Fig.P.120

Soluţie.

Din circuit rezultă imediat:

$$i = i_C = I_s\exp\frac{qV_1}{kT}; \; U_2 = -Ri = -RI_s\exp\frac{qV_1}{kT}.$$

Circuitul reprezintă un convertor antilogaritmic pentru tensiuni pozitive de intrare. Semnalele negative pot fi prelucrate cu ajutorul unui tranzistor npn.

Problema 121.

Se consideră circuitul din fig.P.121, în care tranzistoarele sunt caracterizate prin parametrii: factorul de curent în conexiune normală, α_o; factorul de curent în conexiune inversă, α_i; curentul rezidual al joncţiunii colector-bază, i_{co}; curentul rezidual al

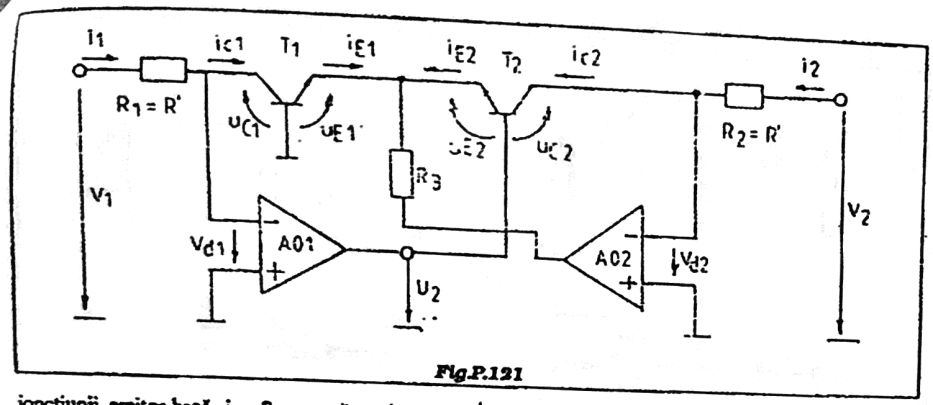

Fig.P.121

joncțiunii emitor-bază, i_{co}. Se cere să se determine tensiunea de ieșire U_2 în funcție de tensiunile de intrare V_1 și V_2.

Soluție.

Curenții de emitor și de colector ai celor două tranzistoare satisfac ecuațiile Ebers-Moll:

(121.1) $i_E = \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_E}{kT}-1) - \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_C}{kT}-1)$;

(121.2) $i_C = \frac{\alpha_o i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_E}{kT}-1) - \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_C}{kT}-1)$;

(121.3) $\alpha_o i_{co} = \alpha_i i_{co}$.

Deoarece AO sunt ideale, tensiunile dintre intrările lor sunt nule, adică: $V_{d1} = 0$ și $V_{d2} = 0$ și rezultă:

(121.4) $u_{C1} = -V_{d1} = 0$; (121.5) $U_2 = u_{C2}$;

(121.6) $u_{E1} - u_{E2} + u_{C2} = 0$; $u_{C2} = U_2 = u_{E2} - u_{E1}$.

Din relațiile (121.2), (121.3) și (121.4) se deduce:

(121.7) $i_{C1} = \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1)$;

(121.8) $\exp\frac{qu_{E1}}{kT} = \frac{1-\alpha_o\alpha_i}{\alpha_i}\frac{i_{C1}}{i_{co}}+1$.

Expresia (121.2) a curentului de colector se poate scrie:

(121.9) $i_C =$

$$= \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qu_E}{kT} - \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qu_C}{kT} + \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}.$$

Având în vedere egalitățile evidente:

$u_{C2} = U_2$ și $u_{E2} = u_{E1} + U_2$, rezultă:

$$i_{C2} = \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{q(u_{E1}+U_2)}{kT} -$$

$$-\frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qU_2}{kT} + \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co} =$$

$$= \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\alpha_i\exp\frac{qU_{E1}}{kT}-1)\exp\frac{qU_2}{kT} + \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co} =$$

$$= \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}[\alpha_i(\frac{1-\alpha_i\alpha_o}{\alpha_i}\frac{i_{C1}}{i_{co}}+1)-1]\exp\frac{qU_2}{kT} +$$

$$+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co} =$$

$$= \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}[(1-\alpha_o\alpha_i)\frac{i_{C1}}{i_{co}} - (1-\alpha_i)]\exp\frac{qU_2}{kT} +$$

$$+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co} =$$

$$= (i_{C1} - \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co})\exp\frac{qU_2}{kT} + \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}$$

Introducând notația: (121.10) $i^*_{co} = \frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}$, se deduce:

(121.11) $\frac{i_{C2}-i^*_{co}}{i_{C1}-i^*_{co}} = \exp\frac{qU_2}{kT}$.

Deoarece $\alpha_o = 1$, din relația (121.10), rezultă:

$$i^*_{co} = i_{co}.$$

În aceste condiții, expresia (121.11) devine:

(121.12) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_{C2}-i_{co}}{i_{C1}-i_{co}}$. Din figură rezultă:

(121.13) $i_{C1} = i_1 = V_1/R_1$; $i_{C2} = i_2 = V_2/R_2$.

Ținând seama de aceste egalități, din (121.12) se deduce:

(121.14) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_2-i_{co}}{i_1-i_{co}}$.

Pentru: $i_{C1} = i_1 >> i_{co}$ și $i_{C2} = i_2 >> i_{co}$, se obține:

(121.15) $\exp\frac{qU_2}{kT} \approx \frac{i_2}{i_1} = \frac{V_2}{R_2}\frac{R_1}{V_1} = \frac{R_1}{R_2}\frac{V_2}{V_1}$.

(121.16) $U_2 = -\frac{kT}{q}\ln\frac{V_1R_2}{V_2R_1}$.

Dacă $R_1 = R_2 = R'$, tensiunea U_2 este dată de expresia:

(121.17) $U_2 = -\frac{kT}{q}\ln\frac{V_1}{V_2}$.

Problema 122.

Se consideră circuitul din fig.P.122, în care tranzistorul T_1 este conectat cu joncțiunea colector-bază în scurtcircuit. Să se determine tensiunea de ieșire U_2.

Soluție.

Deoarece $u_{C1} = 0$, relația (121.11) din problema precedentă rămâne valabilă și pentru acest caz, astfel încât:

(122.1) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_{C2}-i^*_{co}}{i_{C1}-i^*_{co}}$.

Pentru $u_{C1} = 0$, din relațiile Ebers-Moll se deduce:

(122.2) $i_{C1} = \alpha_o i_{E1}$.

Pe baza acestei egalități, din relația (122.1) rezultă:

(122.3) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_{C2}-i^*_{co}}{\alpha_o i_{E1}-i_{co}}$.

Ținând seama de egalitățile evidente:

$i_1 = i_{E1}$ și $i_2 = i_{C2}$,

relația (122.3) devine:

(122.4) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_2-i^*_{co}}{\alpha_o i_1-i^*_{co}}$,

care, pentru $\alpha_o = 1$, devine:

(122.5) $\exp\frac{qU_2}{kT} = \frac{i_2-i_{co}}{i_1-i_{co}}$.

Având în vedere identitatea dintre această relație și relația (121.14) din problema precedentă, rezultă că ambele circuite îndeplinesc aceeași funcție.

Problema 123.

Se consideră circuitul din fig.P.123. Se cere să se determine tensiunea de la ieșire, U_{ies}, în funcție de tensiunile V_3 și U_2. Tranzistoarele sunt caracterizate prin parametrii: α_o; α_i; i_{co}; i_{co}.

Soluție.

Procedând ca în problema 121, se obține:

$u_{C4} + V_{d4} = 0$; $u_{C4} = -V_{d4} = 0$;

$$i_{C4} = \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E4}}{kT}-1);$$

$$\exp\frac{qu_{E4}}{kT} = \frac{1-\alpha_o\alpha_i}{\alpha_i}\frac{i_{C4}}{i_{co}}+1;$$

$u_{C3} = U_2$; $U_2 = u_{E3} - u_{E4}$; $u_{E3} = u_{E4} + U_2$;

$$i_{C3} = \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qu_{E3}}{kT} - \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qu_{C3}}{kT} +$$

$$+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co} =$$

$$= \frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{q(u_{E4}+u_2)}{kT} - \frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\exp\frac{qU_2}{kT} +$$

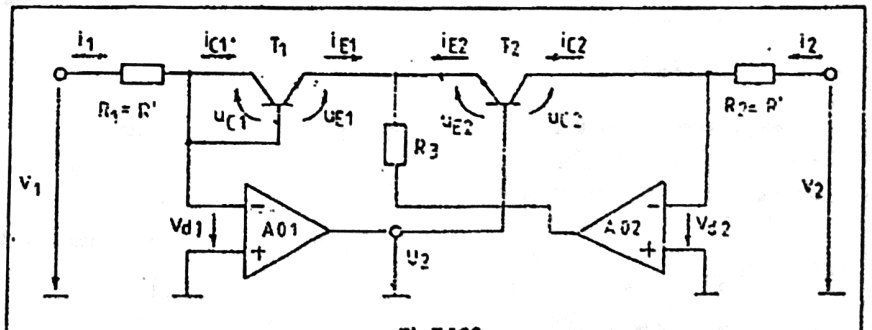

Fig.P.122

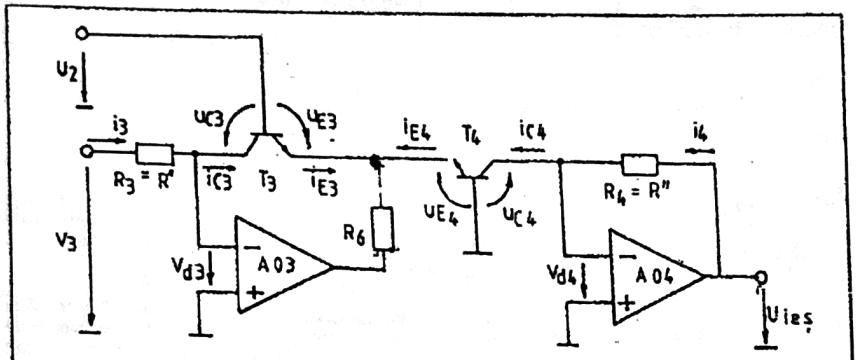

Fig. P.123

$$+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}=$$

$$=\frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\left[\alpha_i\left(\frac{1-\alpha_o\alpha_i}{\alpha_i}\frac{i_{C4}}{i_{co}}+1\right)-1\right]\exp\frac{qU_2}{kT}+$$

$$+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}=$$

$$=\left(i_{C4}-\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}\right)\exp\frac{qU_2}{kT}+\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}=$$

$$=(i_{C4}-i^*_{co})\exp\frac{qU_2}{kT},\text{ de unde:}$$

(123.1) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{i_{C3}-i^*_{co}}{i_{C4}-i^*_{co}}.$$

Observaţie: la acest rezultat se putea ajunge direct, utilizând relaţia (121.11) din problema 121, pe baza analogiei dintre acest circuit şi circuitul din fig.P.121.

Deoarece $i_{C3}=i_3$ şi $i_{C4}=i_4$, rezultă:

(123.2) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{i_3-i^*_{co}}{i_4-i^*_{co}}.$$

Din figură se deduc curenţii i_3 şi i_4:

(123.3) $$i_3=V_3/R_3;\ i_4=U_{ies}/R_4.$$

Făcând aproximaţia $i^*_{co}\approx i_{co}$ şi presupunând că $i_3 \gg i_{co}$ şi $i_4 \gg i_{co}$, rezultă:

(123.4) $$\exp\frac{qU_2}{kT}\approx\frac{i_3-i_{co}}{i_4-i_{co}}\approx\frac{i_3}{i_4}=\frac{V_3}{R_3}\frac{R_4}{U_{ies}}$$

(123.5) $$U_{ies}=\frac{R_4}{R_3}V_3\exp\frac{-qU_2}{kT}.$$

Pentru cazul în care $R_3=R_4=R''$, se obţine:

(123.6) $$U_{ies}=V_3\exp\frac{-qU_2}{kT}.$$

Observaţie: expresia exactă a tensiunii U_{ies} rezultă din relaţia (123.2), înlocuind curenţii i_3 şi i_4 prin valorile exacte date de relaţiile (123.3).

Problema 124.

Se consideră circuitul din fig.P.124. Tranzistoarele sunt identice şi sunt caracterizate prin parametrii α_o, α_i, i_{co}, i^*_{co}. Se cere să se determine tensiunea de ieşire U_{ies} în funcţie de tensiunile de intrare V_1, V_2 şi V_3.

Soluţie.

Conform relaţiei (121.10), rezultă:

(124.1) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{i_{C2}-i^*_{co}}{i_{C1}-i^*_{co}}.$$

De asemenea, tensiunea U_2 satisface relaţia (123.1):

(124.2) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{i_{C3}-i^*_{co}}{i_{C4}-i^*_{co}}.$$

Din relaţiile precedente se deduce:

$$\frac{i_{C2}-i^*_{co}}{i_{C1}-i^*_{co}}=\frac{i_{C3}-i^*_{co}}{i_{C4}-i^*_{co}}$$

Aproximând pe i^*_{co} prin i_{co} relaţia obţinută se scrie:

(124.3) $$\frac{i_{C2}-i_{co}}{i_{C1}-i_{co}}=\frac{i_{C3}-i_{co}}{i_{C4}-i_{co}}.$$

Ţinând seama de egalităţile evidente:

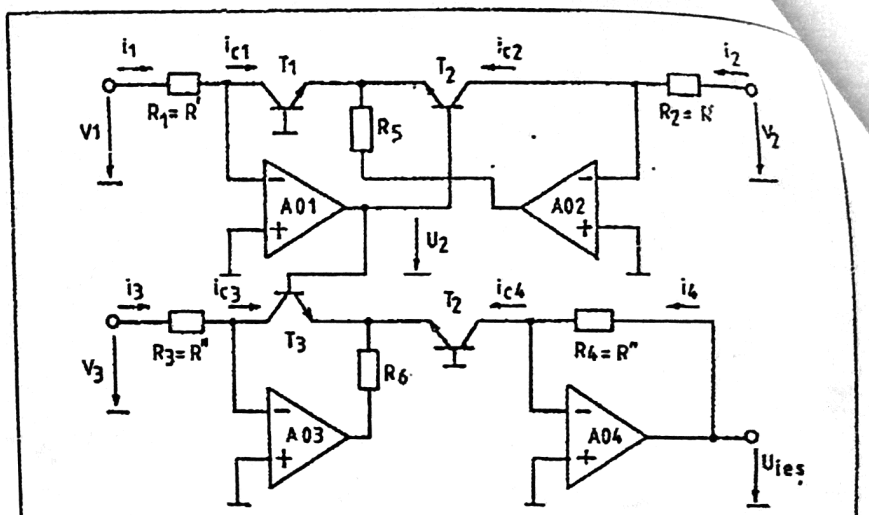

Fig. P.124

(124.4) $i_{C1}=i_1$; $i_{C2}=i_2$; $i_{C3}=i_3$; $i_{C4}=i_4$, rezultă:

(124.5) $$\frac{i_2-i_{co}}{i_1-i_{co}}=\frac{i_3-i_{co}}{i_4-i_{co}}.$$

Curenţii i_1, i_2, i_3 şi i_4 rezultă în funcţie de tensiunile V_1, V_2, V_3 şi U_{ies}:

(124.6) $$i_1=V_1/R_1;\ i_2=V_2/R_2;\ i_3=V_3/R_3;$$
$$i_4=U_{ies}/R_4.$$

Din relaţia (124.5), utilizând relaţiile (124.6) ale curenţilor, se deduce expresia exactă a tensiunii de ieşire, U_{ies}, în funcţie de tensiunile de intrare V_1, V_2 şi V_3.

Se menţionează că, acceptând aproximaţia $i^*_{co}\approx i_{co}$, se comite o eroare cu totul neglijabilă, după cum rezultă din cele ce urmează:

(124.7) $$\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}=\frac{1-\alpha_o\alpha_i+\alpha_o\alpha_i-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}=$$
$$=1-\frac{\alpha_i(1-\alpha_o)}{1-\alpha_o\alpha_i}=1-\varepsilon\approx 1.$$

Deoarece $\alpha_i<1$ iar $\alpha_o\to 1$, rezultă $\varepsilon\to 0$, deci:

(124.8) $$i^*_{co}=\frac{1-\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}=(1-\varepsilon)i_{co}\approx i_{co}.$$

În sfârşit, dacă sunt satisfăcute relaţiile:

(124.9) $i_1=i_{C1}\gg i_{co}$; $i_2=i_{C2}\gg i_{co}$; $i_3=i_{C3}\gg i_{co}$; $i_4=i_{C4}\gg i_{co}$, din expresiile (124.5) şi (124.6) rezultă:

(124.10) $$\frac{i_2}{i_1}\approx\frac{i_3}{i_4};\quad \frac{V_2}{R_2}\frac{R_1}{V_1}=\frac{V_3}{R_3}\frac{R_4}{U_{ies}}$$

(124.11) $$U_{ies}=\frac{R_2R_4}{R_1R_3}\frac{V_1V_3}{V_2}.$$

Pentru $R_1=R_2=R'$ şi $R_3=R_4=R''$, se deduce:

(124.12) $$U_{ies}=\frac{V_1V_3}{V_2}.$$

Problema 125.

Se consideră circuitul din fig.P.125, în care tranzistoarele sunt caracterizate prin parametrii specifici modelului Ebers-Moll. Să se determine tensiunea de ieşire U_2 în funcţie de tensiunea de intrare V_i.

Soluţie.

Din figură rezultă direct:

$$u_{C1}+V_d=0;\ u_{C1}=-V_d=0.$$

Pentru $u_{C1}=0$, curentul de colector i_C este dat de expresia:

(125.1) $$i_C=\frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}\left(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1\right).$$

Introducând notaţia:

(125.2) $$i_o'=\frac{\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co}.$$

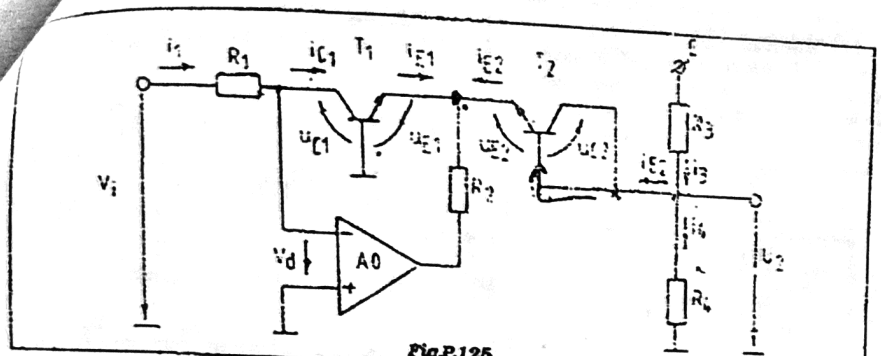

Fig.P.125

din relaţia (125.1) se deduce:

(125.3) $$\exp\frac{qu_{E1}}{kT}=\frac{i_{C1}}{i_o'}+1.$$

De asemenea, din figură rezultă:

(125.4) $$u_{E1}-u_{E2}+U_2=0;\ u_{E2}=u_{E1}+U_2;$$
$$U_2=u_{E2}-u_{E1}.$$

Deoarece $u_{C2}=0$, curentul de emitor i_{E2} este dat de expresia:

$$i_{E2}=\frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E2}}{kT}-1)=$$
$$=\frac{1}{\alpha_o}\frac{\alpha_o i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}[\exp\frac{q(u_{E1}+U_2)}{kT}-1]=$$
$$=\frac{\alpha_i i_{co}}{\alpha_o(1-\alpha_o\alpha_i)}[\exp\frac{q(u_{E1}+U_2)}{kT}-1]=$$
$$=\frac{i_o'}{\alpha_o}[\exp\frac{q(u_{E1}+U_2)}{kT}-1]$$

Din această relaţie se deduce:

$$\frac{\alpha_o i_{E2}}{i_o'}+1=\exp\frac{qu_{E1}}{kT}\exp\frac{qU_2}{kT}=(\frac{i_{C1}}{i_o'}+1)\exp\frac{qU_2}{kT}$$

sau:

(125.5) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{\alpha_o i_{E2}+i_o'}{i_{C1}+i_o'}.$$

Din nodul de la ieşire rezultă:

(125.6) $$i_{E2}=i_3-i_4=\frac{E-U_2}{R_3}-\frac{U_2}{R_4}=$$
$$=\frac{E}{R_3}-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})U_2$$

Deoarece AO este ideal, se deduce:

(125.7) $$i_1=V_i/R_1=i_{C1}.$$

Relaţiile (125.6) şi (125.7), din relaţia (125.5) rezultă:

(125.8) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{\alpha_o[\frac{E}{R_3}-(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})U_2]+i_o'}{\frac{V_i}{R_1}+i_o'}.$$

Relaţia (125.8) reprezintă legătura căutată între tensiunile U_2 şi V_i. Dacă este îndeplinită condiţia:

(125.9) $$\frac{E}{R_3}>>(\frac{1}{R_3}+\frac{1}{R_4})|U_2|,$$

ţinând seama şi de faptul că $\alpha_o\approx 1$, relaţia (125.8) capătă forma:

(125.10) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{\frac{E}{R_3}+i_o'}{\frac{V_i}{R_1}+i_o'}$$

din care, prin logaritmare, rezultă tensiunea U_2.

Deoarece tensiunea U_2 reprezintă diferenţa dintre tensiunile de polarizare în sens direct ale joncţiunilor emitor-bază ale celor două tranzistoare, valoarea sa este redusă, astfel încât condiţia (125.9) - prin alegerea convenabilă a rezistenţelor R_3 şi R_4 - poate fi îndeplinită cu uşurinţă.

Condiţia (125.9) poate fi scrisă sub forma:

(125.11) $$\frac{R_4}{R_3+R_4}E>>|U_2|,$$

din care rezultă modul de dimensionare a rezistenţelor R_3 şi R_4 pentru o tensiune E dată şi o anumită excursie maximă a tensiunii de ieşire U_2.

În sfârşit, dacă sunt îndeplinite şi condiţiile:

(125.12) $$E/R_3>i_o';\ V_i/R_1>i_o',$$

relaţia (125.10) devine:

(125.13) $$\exp\frac{qU_2}{kT}\approx\frac{R_4}{R_3}\frac{E}{V_i}.$$

Din această relaţie se deduce:

(125.14) $$U_2=-\frac{kT}{q}\ln(\frac{R_3}{R_4}\frac{V_i}{E}).$$

Rezultatul obţinut coincide cu cel din problema 119. În cadrul acestei probleme apar evidente condiţiile care trebuie îndeplinite pentru ca un circuit cu AO să realizeze funcţia de logaritmare şi erorile care se introduc.

Problema 126.

Se consideră circuitul din fig.P.126, în care tranzistoarele sunt caracterizate prin parametrii α_o, α_i, i_{co} şi i_{co}. Să se determine tensiunea de ieşire, U_{ies}, în funcţie de tensiunea de intrare, V_1.

Soluţie.

Procedând ca în problemele precedente, se pot scrie, succesiv, următoarele relaţii:

$$V_{d1}=0;\ V'=V_1;$$

(126.1) $$i_{E1}=i_1-i_2=\frac{E-V'}{R_1}-\frac{V'}{R_2}=$$
$$=\frac{E}{R_1}-(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})V_1$$
$$i_{E1}=\frac{i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1)=$$
$$\frac{1}{\alpha_o}\frac{\alpha_o i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1)=$$
$$=\frac{1}{\alpha_o}\frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1);$$

$$i_o'=\frac{\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{co};\ i_{E1}=\frac{1}{\alpha_o}i_o'(\exp\frac{qu_{E1}}{kT}-1);$$

(126.2) $$\exp\frac{qu_{E1}}{kT}=\frac{\alpha_o i_{E1}}{i_o'}+1=$$
$$=\frac{\alpha_o}{i_o'}[\frac{E}{R_1}-(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})V_1]+1;$$

(126.3) $$V'=u_{E1}-u_{E2};\ u_{E2}=u_{E1}-V_1;$$
$$i_{C2}=\frac{\alpha_i i_{co}}{1-\alpha_o\alpha_i}(\exp\frac{qu_{E2}}{kT}-1)=$$
$$=i_o'[\exp\frac{q(u_{E1}-V_1)}{kT}-1];$$
$$(\frac{i_{C2}}{i_o'}+1)\exp\frac{qV_1}{kT}=\exp\frac{qu_{E1}}{kT};\ i_{C2}=\frac{U_{ies}}{R_4}$$

(126.4) $$\exp\frac{qu_{E1}}{kT}=(\frac{U_{ies}}{R_4}\frac{1}{i_o'}+1)\exp\frac{qV_1}{kT}.$$

Din relaţiile (126.2) şi (126.4) rezultă:

$$\frac{\alpha_o}{i_o'}[\frac{E}{R_1}-(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})V_1]+1=(\frac{U_{ies}}{R_4}\frac{1}{i_o'}+1)\exp\frac{qV_1}{kT}.$$

(126.5) $$\exp\frac{qV_1}{kT}=\frac{\alpha_o[\frac{E}{R_1}-(\frac{1}{R_1}+\frac{1}{R_2})V_1]+i_o'}{\frac{U_{ies}}{R_4}+i_o'}.$$

Relaţia (126.5) reprezintă legătura căutată între tensiunile U_{ies} şi V_1.

Dacă este îndeplinită condiţia:

(126.6) $$\frac{R_2}{R_1+R_2}E>>|V_1|,$$

ţinând seama şi de faptul că $\alpha_o\approx 1$, relaţia (126.5) devine:

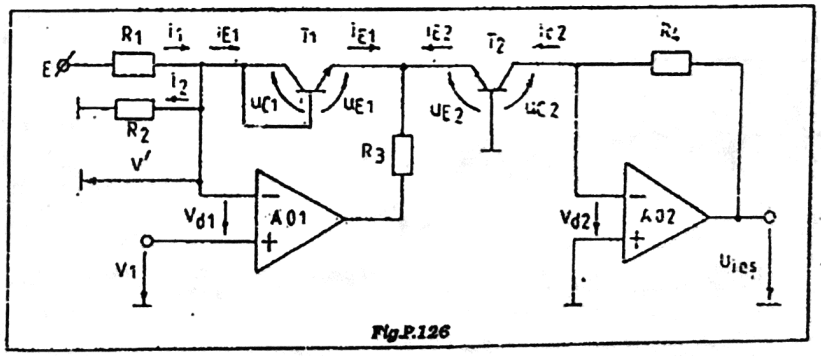

Fig.P.126

(126.7) $$\exp\frac{qV_1}{kT}=\frac{E/R_1+i_o'}{U_{ies}/R_4+i_o''}$$

din care rezultă U_{ies}.

Dacă sunt îndeplinite condițiile:

(126.8) $E/R_1 \gg i_o'$ și $U_{ies}/R_4 \gg i_o''$,

relația (126.7) devine:

(126.9) $$\exp\frac{qV_1}{kT}=\frac{R_4}{R_1}\frac{E}{U_{ies}},$$

de unde rezultă:

(126.10) $$U_{ies}=\frac{R_4}{R_1}E\exp\left(-\frac{qV_1}{kT}\right).$$

Problema 127.

Se consideră circuitul din fig.P.127, în care tranzistoarele sunt caracterizate prin parametrii corespunzători modelului Ebers-Moll. Să se determine tensiunea de ieșire, U_{ies}, în funcție de tensiunea de intrare, V_{int}. Se presupune că sunt îndeplinite condițiile:

(127.1) $$\alpha_o=1;\ \frac{R_4}{R_3+R_4}E \gg |U_2|;\ \frac{E}{R_3} \gg i_o';$$

$$\frac{V_{int}}{R_1} \gg i_o'$$

(127.2) $$\frac{R_2'}{R_1'+R_2'}E \gg |V_1|;\ \frac{E}{R_1'} \gg i_o';\ \frac{U_{ies}}{R_4'} \gg i_o'$$

$$i_o'=\frac{\alpha_i}{1-\alpha_o\alpha_i}i_{ocr}$$

Se dau: $E=15$ V; $R_1=R_4'=10$ kΩ; $R_2=1$ kΩ; $R_3'=1$ kΩ; $R_3=R_1'=150$ kΩ; $R_5=R_6=20$ kΩ; $R_2'=20$ kΩ.

Soluție.

Fiind îndeplinite condițiile (127.2), tensiunea U_{ies} depinde de tensiunea V_1, conform relației (126.9) din problema 126, care, în cazul de față, devine:

(127.3) $$\exp\frac{qV_1}{kT}=\frac{R_4'}{R_1'}\frac{E}{U_{ies}}.$$

Îndeplinind condițiile (127.2), tensiunea U_2 depinde de V_{int} conform relației (125.13) din problema 125, respectiv:

(127.4) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{R_1}{R_3}\frac{E}{V_{int}},$$

iar din fig.P.127 rezultă:

(127.5) $$V_1=\frac{R_6}{R_5+R_6}U_2=0{,}5U_2.$$

Egalitatea (127.5), relația (127.3) devine:

(127.6) $$\exp\frac{qU_2}{kT}=\frac{R_4'}{R_1'}\frac{E}{U_{ies}}.$$

Din relațiile (127.4) și (127.6) rezultă:

$$\sqrt{\frac{R_1}{R_3}\frac{E}{V_{int}}}=\frac{R_4'}{R_1'}\frac{E}{U_{ies}} \text{ sau:}$$

$$U_{ies}=\frac{R_4'}{R_1'}E\sqrt{\frac{R_3}{R_1}\frac{V_{int}}{E}}=\frac{R_4'}{R_1'}\sqrt{\frac{R_3}{R_1}E}\sqrt{V_{int}}.$$

Pentru $R_4'=R_1$ și $R_1'=R_3$, se deduce:

$$U_{ies}=\sqrt{\frac{R_1}{R_3}E}\sqrt{V_{int}}.$$

Cu valorile numerice menționate se obține:

$$U_{ies}=\sqrt{\frac{10}{150}15}\sqrt{V_{int}}=\sqrt{V_{int}}.$$

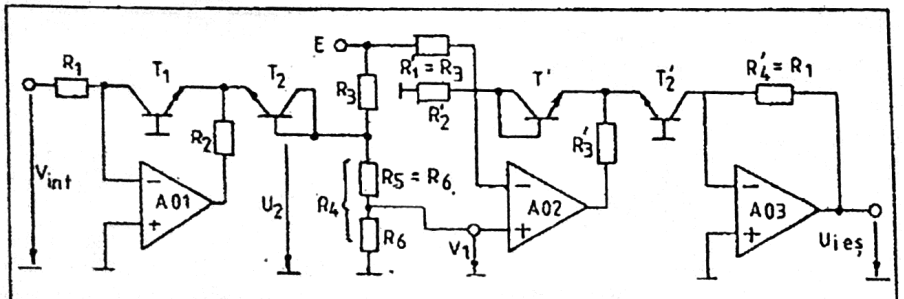

Fig. P.127

Problema 128.

Să se deducă tensiunea de ieșire din circuitul prezentat în fig.P.128, în care AO ideal este conectat în buclă închisă prin intermediul unui cuadripol de reacție cu funcția de transfer logaritmică.

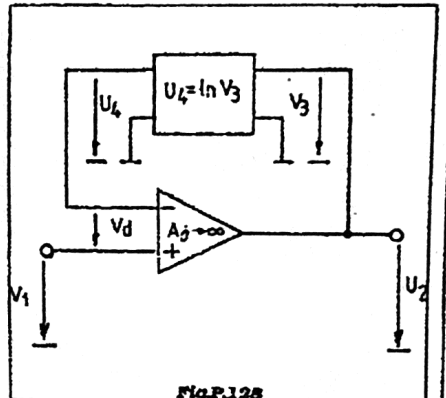

Fig.P.128

Soluție.

Din figură rezultă:

$V_3=U_2$; $U_4=V_d+V_1=V_1-U_2/A_o \approx V_1$.

Introducând aceste relații în funcția de transfer dată pentru cuadripolul de reacție se obține:

$V_1=\ln U_2$, de unde: $U_2=\exp V_1$.

Problema 129.

Circuitul din fig.P.129 este echipat cu un AO și cu un cuadripol în "π" prin care se închide bucla de reacție negativă a AO. Cuadripolul π se bucură de proprietatea de a face produsul tensiunilor de intrare, adică $U_w=U_yU_z$. Să se deducă tensiunea de ieșire.

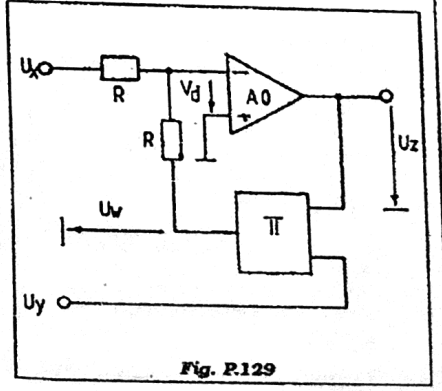

Fig. P.129

Soluție.

Ținând seama de figură și de precizările din text, se deduce:

$$U_z=-A_oV_d=-A_o\left(\frac{R}{R+R}U_x+\frac{R}{R+R}U_w\right)=$$

$$=-\frac{1}{2}A_o(U_x+U_yU_z),$$

de unde:

$$U_z\left(1+\frac{1}{2}A_oU_y\right)=-\frac{1}{2}A_oU_x \text{ sau:}$$

$$U_z=-\frac{1}{2}A_o\frac{U_x}{1+A_oU_y/2}=-\frac{U_x}{U_y+2/A_o}=-\frac{U_x}{U_y}.$$

Rezultă că schema prezentată efectuează împărțirea semnalelor analogice (tensiunilor aplicate pe cele două intrări).

Problema 130.

Se dă schema electrică din fig.P.130. Să se determine tensiunile de ieșire ale circuitului, $u_2(t)$, $u_3(t)$, și componentele continue ale curenților prin cele două tranzistoare atunci când tensiunea de intrare variază sinusoidal, $u_1(t)=U_1\sin\omega t$, $U_1=1$ V.

Componentele utilizate au următorii parametri:

- tranzistoarele T', T": $\beta=\beta_o=100$; $S=33\ I_C$; $h_{12}=0$; $h_{22}=0$; $U_{BE}=0{,}6$ V;
- amplificatoare operaționale AO1 și AO2 ideale;
- dioda Zener: $U_z=5{,}6$ V; $r_z=0$;
- dioda D: $U_D=0$; $r_d=0$; (diodă ideală);
- condensatoare ideale.

Soluție.

Fie $i_1(t)$ curentul variabil debitat de către sursa de semnal. Acest curent se distribuie între tranzistoarele T' și T" și rezistența R_4. Deoarece rezistențele care se văd spre tranzistoare (1/S' și 1/S" - în paralel) sunt foarte mici, se poate considera că $i_1(t)$ se închide prin T' și T". Fie i'(t) fracțiunea din $i_1(t)$ care se închide prin T'. Acest curent, în colectorul lui T', se distribuie între R_3 și impedanța R_{int}, care se vede spre AO. AO, fiind ideale, prezintă impedanța $R_{int}=0$ (dată de raportul dintre R_7 și $(1+A_o)$, unde $A_o\to\infty$). În aceste condiții, curentul i'(t) se închide prin rezistența R_7 în întregime. Notând $i'(t)=\delta i_1(t)$, se deduce:

$$u_2(t)=-R_7i'(t)=-R_7\delta i_1(t)=-R_7\frac{u_1(t)}{R_2}=$$

$$=-\delta\frac{R_7}{R_2}U_1\sin\omega t;$$

$$u_2(t)=-U_2\sin\omega t;\ U_2=\delta\frac{R_7}{R_2}U_1.$$

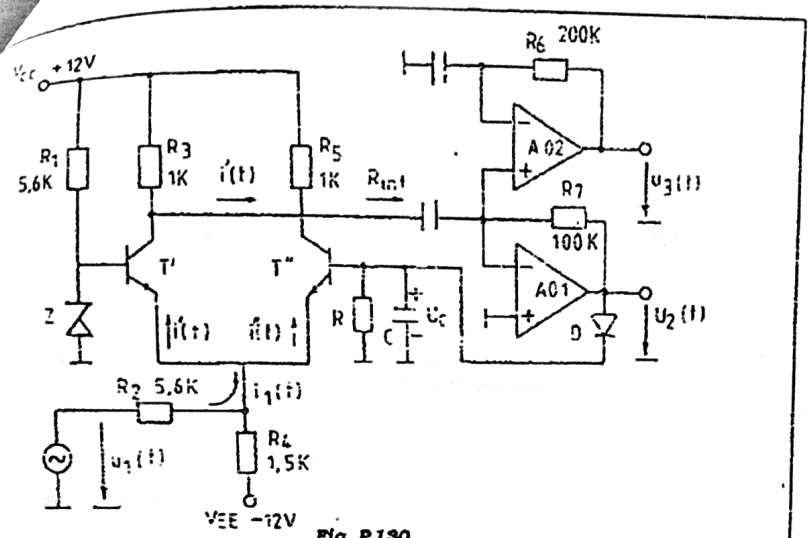

Fig. P.130

Dioda D, împreună cu condensatorul C şi rezistenţa R (în paralel cu rezistenţa care se vede spre ") constituie un detector de vârf. Atunci, rezultă că $U_c = U_2$.

În funcţionare normală a tranzistoarelor, tensiunile de cele două baze sunt practic egale, adică: $U_z \approx U_c$ se deduce:

$$U_2 = U_c \approx U_z = 5{,}6 \text{ V}.$$

AO sunt identice şi excitate în opoziţie de către aceeaşi tensiune, ceea ce înseamnă: $u_3(t) = -u_2(t)$. În consecinţă:

$$u_2(t) = -U_2 \sin\omega t = -5{,}6 \sin\omega t;$$

$$u_3(t) = -u_2(t) = U_2 \sin\omega t = 5{,}6 \sin\omega t.$$

Pentru determinarea componentelor continue ale curenţilor care circulă prin tranzistoare, se are în vedere faptul că tensiunea continuă din emitoarele acestora este constantă şi egală cu $(U_z - U_{BE})$. Deci:

$$U_E = U_z - U_{BE} = 5{,}6 - 0{,}6 = 5 \text{ V}.$$

În aceste condiţii, se deduce suma celor doi curenţi:

$$I_C' + I_C'' = I = I_{R2} + I_{R4} = \frac{U_E}{R_2} + \frac{U_E + V_{EE}}{R_4} =$$

$$= 2 \text{ mA};$$

$$i'(t) = \frac{1/S''}{1/S' + 1/S''} i_1(t) = \frac{S'}{S' + S''} i_1(t) =$$

$$= \frac{33 I_C'}{33 I_C' + 33 I_C''} i_1(t) =$$

$$= \frac{I_C'}{I_C' + I_C''} i_1(t) = \frac{I_C'}{I} i_1(t) = \delta\, i_1(t).$$

Deci: $\delta = I_C'/I$; $I_C' = \delta I$; $I_C'' = I - I_C'$.

Pe de altă parte: $\delta = \frac{R_2}{R_7}\frac{U_2}{U_1} = \frac{5{,}6}{100}\frac{5{,}6}{1} = 0{,}314$;

$$I_C' = 0{,}314 \cdot 2 = 0{,}628 \approx 0{,}63 \text{ mA};$$

$$I_C'' = 2 - 0{,}628 = 1{,}372 \approx 1{,}37 \text{ mA}.$$

Când amplitudinea tensiunii de intrare, U_1, variază, amplitudinea tensiunii de ieşire rămâne constantă şi, prin urmare, circuitul poate fi utilizat pentru menţinerea constantă a unei tensiuni de ieşire (control automat al amplificării).

Problema 131.

Se dă schema electrică din fig.P.131. Componentele utilizate au parametrii:

- tranzistoarele T_1, T_2 şi T_3: $\beta_o = 100$; $\beta = 120$; $S = 33 I_C$; $h_{12} = 0$; $h_{22} = 0$; $U_{BE} = 0{,}6$ V;
- amplificatoarele operaţionale, AO1 şi AO2, ideale;
- diodele D_1 şi D_2, idealizate ($U_D = 0$; $r_d = 0$);
- condensatoare ideale.

Să se determine tensiunea de ieşire, $u_2(t)$, şi componentele continue ale curenţilor prin cele două tranzistoare atunci când tensiunea de intrare variază sinusoidal, $u_1(t) = U_1 \sin\omega t$, cu amplitudinea $U_1 = 1$ V.

Soluţie.

Fie δ fracţiunea din curentul de intrare care se închide prin tranzistorul T_2, $i''(t) = \delta i_1(t)$. Curentul $i''(t)$

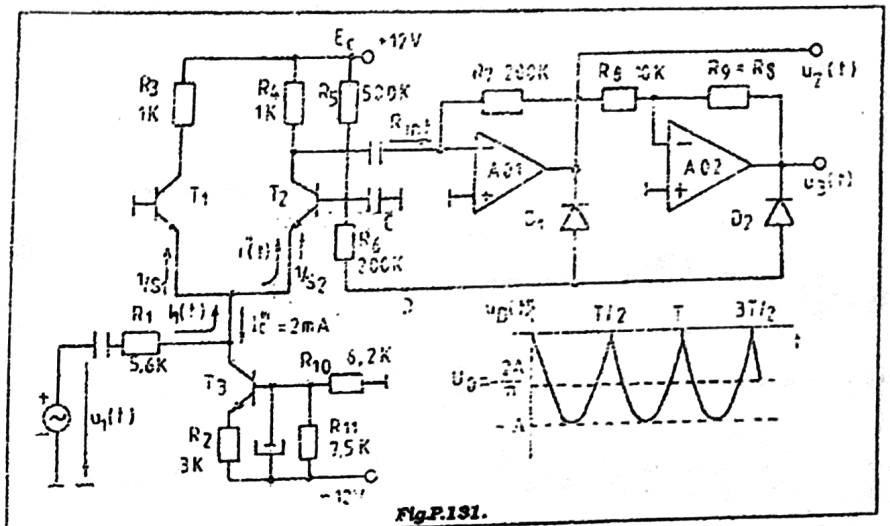

Fig.P.131.

din colectorul tranzistorului T_2 se distribuie între rezistenţa R_4 şi rezistenţa de intrare în AO1 ideal. Rezistenţa de intrare fiind nulă, curentul va prefera această cale, închizându-se prin rezistenţa R_7 de reacţie. Se deduce:

$$u_2(t) = -R_7 i''(t) = -\delta R_7 i_1(t) =$$

$$= -\delta \frac{R_7}{R_1} u_1(t) = -\delta \frac{R_7}{R_1} U_1 \sin\omega t;$$

$$u_2(t) = -A \sin\omega t = -U_2 \sin\omega t;\ U_2 = A = \delta \frac{R_7}{R_1} U_1.$$

AO2 este conectat ca inversor şi, deoarece $R_8 = R_9$, tensiunea $u_3(t)$ este în antifază cu tensiunea $u_2(t)$. Deci:

$$u_3(t) = A \sin\omega t.$$

Datorită diodelor ideale D_1 şi D_2, tensiunea $u_D(t)$ din punctul D variază ca în figură şi are o valoare medie:

$$U_D = -2A/\pi.$$

Tensiunea U_D, împreună cu bateria de alimentare E_c şi cu rezistenţele R_5 şi R_6 constituie un circuit electric de polarizare în curent continuu a bazei tranzistorului T_2. Acest circuit este constituit dintr-o baterie echivalentă E_B în serie cu o rezistenţă echivalentă R_B, ale căror expresii sunt:

$$E_B = \frac{R_6}{R_5 + R_6} E_c + \frac{R_5}{R_5 + R_6} U_D;\ R_B = R_5 \| R_6 =$$

$$= \frac{R_5 R_6}{R_5 + R_6}.$$

Scriind ecuaţia lui Kirchhoff pentru ochiul care conţine această baterie, rezistenţa R_B şi joncţiunile emitor-baza ale celor două tranzistoare - ochi prin care circulă curentul continuu din baza lui T_2 -, se deduce:

$$E_B = R_B I_B'' + U_{BE2} - U_{BE1} =$$

$$= R_B I_B'' + 0{,}6 - 0{,}6 = R_B I_B'' = R_B \frac{I_C''}{\beta_o}.$$

Dar:

$$i''(t) = \frac{1/S'}{1/S' + 1/S''} i_1(t) = \frac{S''}{S' + S''} i_1(t) =$$

$$= \frac{33 I_C''}{33 I_C' + 33 I_C''} i_1(t) = \frac{I_C''}{I_C'''} i_1(t) = \delta\, i_1(t).$$

Rezultă: $\delta = \frac{I_C''}{I_C'''}$; $I_C'' = \delta I_C'''$; $I_C'' = I_C''' - I_C'$;

$$E_B = R_B \frac{1}{\beta_o} \delta I_C''' - \frac{R_6}{R_5 + R_6} E_C + \frac{R_5}{R_5 + R_6} U_D =$$

$$= \frac{R_6}{R_5 + R_6} E_C - \frac{R_5}{R_5 + R_6} \frac{2}{\pi} \delta \frac{R_7}{R_1} U_1;$$

$$\delta \left(\frac{R_B}{\beta_o} I_C''' + \frac{R_5}{R_5 + R_6} \frac{2}{\pi} \frac{R_7}{R_1} U_1 \right) = \frac{R_6}{R_5 + R_6} E_C;$$

$$\delta\left(\frac{R_B}{\beta_o}I_C''' \frac{R_5+R_6}{R_5}\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{1}{U_1}+1\right)=\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_5}{R_5}\frac{E_C}{U_1};$$

$$\delta=\frac{\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{E_C}{U_1}}{1+\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}\frac{R_5 I_C'''}{U_1}};$$

$$U_2=\delta\frac{R_7}{R_1}U_1=\frac{\frac{\pi}{2}\frac{R_6}{R_5}E_C}{1+\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}\frac{R_5 I_C'''}{U_1}}$$

Ţinând seama de valorile numerice din text, se deduce:

$$I_C''' = 2\ \text{mA};$$

$$\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}=17{,}6\cdot10^{-3};\ \frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}\frac{R_5 I_C'''}{U_1}=0{,}176;$$

$$\delta=0{,}18;\ I_C''=\delta I_C'''=0{,}36\ \text{mA};$$

$$I_C'=I_C'''-I_C''=1{,}64\ \text{mA}.$$

Amplitudinea tensiunii de ieşire va fi:

$$U_2=6{,}4\ \text{V};\ u_2(t)=-6{,}4\sin\omega t.$$

Se constată că, practic, U_2 nu depinde de U_1, deci circuitul realizează un foarte bun control de amplificare.

Este interesant de stabilit pragul tensiunii U_1 la care intră în funcţiune acest control. Se impune condiţia ca tranzistorul T_2 să conducă la maxim, iar T_1 să fie aproape de tăiere, deci $\delta = 1$. Din expresia factorului δ se deduce:

$$\delta\left(1+\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}\frac{R_5 I_C'''}{U_1}\right)=\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{E_C}{U_1};$$

$$U_{1min}=\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}E_C-\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}R_5 I_C'''=$$

$$=\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\left(1-\frac{1}{\beta_o}\frac{R_5 I_C'''}{E_C}\right)E_C.$$

În cadrul valorilor numerice date, se deduce:

$$U_{1min}=35{,}2\ \text{mV}$$

şi

$$U_2(U_{1min})=\delta\frac{R_7}{R_1}U_{1min}=1{,}26\ \text{V}.$$

Rezultă că atunci când tensiunea de intrare variază între 35,2 mV şi 1 V (raport 28,4), tensiunea de ieşire variază între 1,26 V şi 6,4 V (raport 5,09).

Valoarea maximă a tensiunii de ieşire este:

$$U_{2max}=\frac{\pi}{2}\frac{R_6}{R_5}E_C;\ U_{2max}=7{,}54\ \text{V}.$$

Tensiunea de intrare (U_1^*) pentru care tensiunea de ieşire U_2 atinge 90% din valoarea maximă se deduce din expresia:

$$U_2(90\%)=0{,}9\,U_{2max}=0{,}9\frac{\pi}{2}\frac{R_6}{R_5}E_C=$$

$$=\frac{\frac{\pi R_6}{2R_5}E_C}{1+\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{R_5 I_C'''}{\beta_o U_1^*}};$$

Rezultă: $U_1^*=9\frac{\pi}{2}\frac{R_1}{R_7}\frac{R_6}{R_5}\frac{1}{\beta_o}R_5 I_C'''=1{,}58$ V.

Prin urmare, de îndată ce tensiunea de intrare depăşeşte 1,58 V, tensiunea de ieşire se menţine în limitele a cel puţin 10% din valoarea maximă.

Dacă rezistenţele de polarizare din bază se reduc, spre exemplu, de 10 ori, $R_5 = 50$ kΩ şi $R_6 = 20$ kΩ, atunci:

$$U_1^*=0{,}158\ \text{V}=158\ \text{mV}.$$

Deci, pentru $U_1 > 158$ mV, tensiunea de ieşire se modifică cu cel mult 10% din valoarea maximă.

Se desprinde concluzia că circuitul este mai eficace pentru rezistenţe de polarizare a bazei tranzistorului T_2 de valoare redusă, precum şi pentru tranzistoare cu β_o mare. Nu se recomandă curenţi de valoare mare prin tranzistoare.

Cap.5. Filtre active cu AO

Problema 132.

Să se determine impedanţa de intrare a circuitului din fig.P.132.

Soluţie.

Notând cu v_1 şi v_2 tensiunile de la ieşirile celor două AO, pentru o tensiune de intrare v_i se absoarbe curentul i_i şi impedanţa de intrare va fi: $Z_{int} = v_i/i_i$.

Bornele de intrare ale celor două AO au aceeaşi tensiune faţă de masă, adică v_i. Rezultă succesiv:

$$i_i=\frac{v_i-v_2}{Z_1}.$$

Dar: $v_1=\frac{Z_5}{Z_4+Z_5}v_i$, de unde: $v_1=\frac{Z_4+Z_5}{Z_5}v_i$

Tensiunea de pe bornele de intrare inversoare ale AO se poate scrie prin superpoziţie:

$$v_i=\frac{Z_2}{Z_2+Z_3}v_1+\frac{Z_3}{Z_2+Z_3}v_2=\frac{Z_2(Z_4+Z_5)}{Z_5(Z_2+Z_3)}v_i+\frac{Z_3}{Z_2+Z_3}v_2.$$

Se calculează v_2:

$$v_2=\left[1-\frac{Z_2(Z_4+Z_5)}{Z_5(Z_2+Z_3)}\right]\frac{Z_2+Z_3}{Z_3}v_i=\frac{Z_2Z_3-Z_2Z_4}{Z_3Z_5}v_i.$$

Se poate calcula impedanţa de intrare:

$$Z_{int}=\frac{v_i}{v_i-v_2}Z_1=\frac{v_i}{v_i-\frac{Z_2Z_3-Z_2Z_4}{Z_3Z_5}v_i}Z_1=\frac{Z_1Z_3Z_5}{Z_2Z_4}.$$

Circuitul se poate folosi ca un girator. De exemplu, dacă Z_4 este o capacitate C, iar celelalte elemente sunt rezistenţe, se obţine o impedanţă de intrare inductivă:

$$L_{int}=kC\ \text{unde:}\ k=R_1R_3R_5/R_2.$$

Problema 133.

Să se determine impedanţa de intrare în circuitul din fig.P.133.

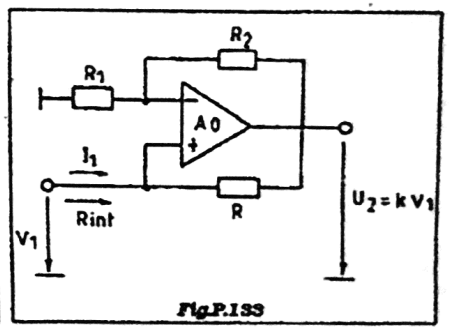

Fig.P.133

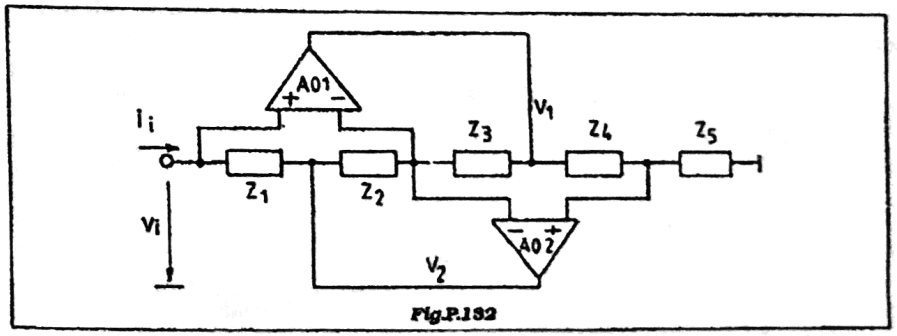

Fig.P.132