Séminaire d'Equations Différentielles Rapport final

1. Partie A : Rapport de Réflexion sur le Cours

1.1. Introduction

Modélisation de la population Dans cette introduction aux EDOs et à la modélisation, nous avons appris à modéliser une population. Tout d'abord nous nous sommes focalisé sur un modèle simple de mortalité via la réalisation d'un lancé de pièce. La modélisation est la suivante : si la pièce tombe sur le côté face la personne vit et si elle tombe sur le côté pile, elle meurt.

Nous avons formulé une hypothèse quant à l'évolution de la population : " le modèle converge toujours vers 0. La convergence sera plus ou moins rapide selon la taille de la population au départ." A l'aide d'un simulateur de lancement de pièce, nous avons testé notre hypothèse qui s'est avérée juste.

Nous voulons trouvé une formulation mathématique à cette modélisation. Pour cela on cherche à savoir le nombre de pièce "vivante" a(n) au début de l'itération n, où a(0) représente la population au début de l'expérience .Sur la base de nos observations et hypothèses nous avons pensé que

$$a(n) = \left| \frac{1}{2^n} a(0) \right|$$

est une formulation raisonnable. Pour déterminer à quel point cette formule est capable de prédire l'expérience nous pouvons calculer l'intervalle de confiance. On peut aussi voir que a(n) converge vers 0, ce qui est en concordance avec notre expérience. Cette modélisation est très simple, nous pouvons tenter d'étudier quelque chose de plus réaliste, en introduisant par exemple la notion d'immigration.

De la modélisation du changement à l'équation différentielle Plus le modèle se complexifie plus il est difficile de trouver les équations mathématiques associées. Il peut être intéressant, de modéliser plutôt le changement d'état à chaque génération : comment passe-t-on d'une génération à une autre? On arrive alors à une équation de différence que l'on peut transformer en une équation différentielle en faisant tendre l'intervalle entre chaque génération vers 0.

Réflexion personnelle J'ai déjà vu dans un autre cours une approche similaire où est déjà vue l'équation de différence pour pouvoir introduire par la suite la notion d'équation différentielle. Néanmoins, cela n'était pas dans le cadre de modélisation de population.

1.2. Approche analytique.

1.2. Séparation des Variables.

A partir de la règle de la chaine, nous avons pu retrouver la méthode de séparation des variables. Pour une EDO de la forme $\frac{dx(t)}{dt}=f(x(t),t)$, il s'agit de mettre d'un côté de l'équation tout les termes dépendants de la variable x et de l'autre côté tout les termes dépendants de t. Puis on applique une intégrale par rapport à t des deux côtés de l'équation. Et après avoir utilisé le théorème fondamental du calcul intégral, on résout l'équation pour obtenir une expression de la forme : $x(t)=\dots$

En procédant ainsi, nous obtenons **une solution générale**. Elle représente toutes les fonctions possibles qui satisfont l'équation différentielle, et peut être utilisée pour trouver n'importe quelle solution particulière, à partir du moment où la condition initiale est connue. Nous avons alors un **problème de valeur initiale** : PVI.

Réflexion personnelle J'ai trouvé intéressant de pouvoir retrouver une méthode très utile à partir de la simple connaissance de la règle de la chaine et du calcul intégral.

1.2. Facteur d'Intégration.

Dans cette partie, nous avons un modèle PVI pour l'accumulation d'un polluant dans un réservoir. Le but de cette activité est de déterminer les équations de taux de changement pour ce problème et de les résoudre pour obtenir une solution explicite.

Description du problème : accumulation d'un polluant dans un réservoir Un réservoir contient de l'eau et une certaine quantité de substance polluante. Chaque minute, une certaine concentration c(t) de polluant entre dans le réservoir et une partie de l'eau polluée du réservoir s'écoule hors de celui-ci.

Problématique Sachant la quantité de polluant y(0) au début de l'expérience, et l'expression de la concentration de polluant entrant dans le réservoir à chaque temps t, combien de kilogrammes y(t) de polluant se trouvent dans le réservoir au moment t?

Un **taux de changement** est la proportion d'éléments qui subit un changement en une unité de temps, ici ce serait le volume de liquide qui transite en une minute.

Trouver les équations de taux de changement Pour ce faire nous avons réfléchi à partir de la règle empirique et intuitive : **taux de changement = taux entrant - taux sortant.**

Nous trouvons une équation linéaire de premier ordre de la forme :

$$y'(t) + p(t)y = q(t)$$

où p(t) et q(t) sont des fonctions continues. Ici cette équation différentielle n'est pas séparable. Pour la résoudre nous utiliserons la règle du produit inverse.

La règle du produit inverse A partir de notre EDO, on essaye de faire apparaître la forme développée de la règle du produit à l'aide d'une fonction auxiliaire.

- On multiplie des deux côtés de l'équation par une fonction auxiliaire u.
- On définit u tel que : u' = up(t).
- On utilise la séparation des variables pour trouver la solution générale de u.
- Ainsi notre EDO est sous la forme développée de la règle du produit, avec une fonction u maintenant explicite.
- On réécrit l'équation sous la forme factorisée de la règle de produit.
- On applique une intégrale par rapport à t des deux côtés de l'équation.
- Après avoir utilisé le théorème fondamental du calcul intégral, on résout l'équation pour obtenir une expression de la forme : y(t) =

Ainsi, en utilisant une fonction auxiliaire, la méthode de séparation des variables, la règle du produit et le théorème fondamental du calcul intégral, nous avons trouvé une solution explicite et générale à l'équation linéaire de premier ordre.

Note Le point clé de cette méthode est la fonction auxiliaire qui est aussi désignée comme un " **facteur d'intégration** ". Cette fonction nous a permis de **rendre l'équation différentielle ordinaire intégrable**.

Analyse de la solution de l'EDO La solution de l'EDO représente la quantité de polluant dans le réservoir à un instant t. On remarque que le premier terme de la solution ne dépend que de la quantité initiale de polluant et que le second terme dépend seulement de la quantité de polluant entrant au temps t. Ainsi la solution de l'EDO peut être interprétée de la manière suivante : solution = solution initiale + solution durant l'écoulement.

Je trouve cette approche intéressante car cela m'a permis de comprendre précisément comment les changements dans la solution initiale ou durant l'écoulement, affectent la solution de l'EDO.

Ainsi dans le cas particulier où le membre de droite de l'EDO est nul, la solution obtenue est la solution générale du PVI homogène. Cela revient à ne pas avoir de polluant entrant, ce qui veut dire qu'à chaque instant, la quantité de polluant sera plus petite que durant les instants précédents, jusqu'à valoir 0. Par ailleurs, au regard de la solution générale du PVI homogène, la solution est bien égale à 0 pour t grand.

Réflexion personnelle Cette activité m'a permis de mieux comprendre et intégrer les différentes méthodes de résolution d'équation différentielle car on a pu les retrouver à partir d'exemples concrets et réalistes. Je pense que l'application à des exemples est encore le meilleur moyen de comprendre une méthode ou un concept abstrait.

1.3. Approches graphiques et numériques.

1.3. Champs de Pente.

Un champ de pente est une représentation graphique d'une équation différentielle dans le plan (t,y). Par définition de la dérivée, $\frac{dy}{dt}=f(t,y)$ représente la pente du vecteur tangent à la solution au point (t,y).

Réflexion personnelle J'ai appris à utiliser et interpréter un champs de pente. Je trouve que cette technique donne une solide intuition des tendances des fonctions qui satisfont une équation différentielle.

1.3. Méthodes Numériques.

Parfois, quand l'équation est trop difficile ou n'a pas solution analytique, il peut être utile de trouver une approximation numérique. Pour cela nous allons utiliser la notion de champs de pente.

Une équation différentielle pour des ressources limitées Pour trouver une méthode numérique nous nous baserons sur un exemple d'équation différentielle modélisant une espèce se reproduisant continuellement mais avec des ressources limités. Cette contrainte peut se visualiser par un champs de pente parallèle à l'axe de abscisse : c'est la solution stationnaire où la croissance de l'espèce n'est plus possible car toutes les ressources ont été utilisées.

Méthode "assemblage pointe à queue" Pour cette méthode, il s'agit de commencer en un point (t_0, y_0) et de suivre le vecteur de pente en ce point sur une certaine distance fixée; on arrive au point (t_1, y_1) . On suit alors le vecteur de pente de ce point sur la même distance pour arriver au point (t_2, y_2) . On répète la même procédure en ce point et les suivants.

Application On a utilisé cette méthode dans notre exemple pour prédire les futures populations de notre espèce.

Généralisation de la méthode En généralisant la méthode avec un algorithme qui permet d'obtenir une formule pour déterminer (t_{k+1},y_{k+1}) à partir de (t_k,y_k) , on obtient la méthode d'Euler :

$$y_{n+1} = y_n + hf(x_n, y_n)$$
 $n = 0, 1, 2, \dots$

où h > 0 est la taille du pas.

Les autres méthodes numériques Dans notre projet sur le télescope, nous avons eu l'occasion d'implémenter sur desmos et geogebra d'autres méthodes numériques telles que la méthode d'Euler améliorée :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{h}{2} [f(x_n, y_n) + f(x_n + h, y_n + hf(x_n, y_n))]$$

et la méthode Runge-Kutta du quatrième ordre :

$$y_{n+1} = y_n + \frac{1}{6}(k_1 + 2k_2 + 2k_3 + k_4)$$

$$k_1 = hf(x_n, y_n),$$

$$k_2 = hf(x_n + h/2, y_n + k_1/2),$$

$$k_3 = hf(x_n + h/2, y_n + k_2/2),$$

$$k_4 = hf(x_n + h, y_n + k_3).$$
(1)

Réflexion personnelle Ainsi à partir d'une application on a réussi à retrouver la méthode numérique d'Euler. C'est intéressant d'explorer cette méthode si connue à partir de la méthode " assemblage pointe à queue". On a une meilleure intuition de ce que fait réellement la machine quand on implémente ces méthodes numériques.

Dans un autre cours, j'ai eu l'occasion d'implémenter ces méthodes numériques dans le cadre de l'analyse de la dynamique d'un pendule double.

1.4. Unicité des solutions.

Nous avons étudié l'existence et l'unicité d'une solution à travers un exemple, puis nous avons vu le théorème associé.

Dans le cadre des équations différentielles, **l'unicité d'une solution** est le fait qu'aucune fonction de la solution n'ai de croisement ou d'intersection avec une autre fonction de la solution.

Description du problème de l'hélicoptère On cherche à prédire le taux de changement de la hauteur d'un hélicoptère à l'approche du sol. Ici deux équations différentielles nous sont proposées :

$$\frac{dh}{dt} = -h$$
 et $\frac{dh}{dt} = -h^{\frac{1}{3}}$

où h est la hauteur en pieds et t est le temps en minutes. Le but est de les examiner pour trouver la plus réaliste.

Condition pour avoir un modèle réaliste Pour que la modélisation d'un atterrissage soit réaliste il faudrait que :

- 1. L'atterrissage se fasse de manière relativement progressif, c'est-à-dire que le taux de variation de l'équation ne soit pas trop élevé.
- 2. L'équation permette à l'hélicoptère de toucher le sol, c'est-à-dire que $\frac{dh}{dt}=0$ ai une solution pour $h\neq 0$
- 3. Si au début de l'expériment l'hélicoptère se trouve au sol, i.e. h(0) = 0, alors durant toute la durée de l'expérience il va y rester, donc il ne changera pas de hauteur i.e. $h(t) = 0 \quad \forall t$ doit être une solution à chaque équation différentielle sous cette condition initiale.

Analyse et comparaison du taux de variation des équations La première équation a un taux de convergence linéaire. Quand on compare la deuxième équation à la première pour $h \in [0,1]$, on obtient :

$$-h^{\frac{1}{3}} < -h$$

Ainsi, le taux variation est plus élevé dans la première équation. Cela implique que si l'hélicoptère suit le premier modèle il devrait atterrir plus rapidement que s'il suit le deuxième modèle. On a la confirmation de cette interprétation en comparant, sur geogebra, les champs de pente à l'approche de 0. Les flèches du premier champs de pente sont plus raides que celles du deuxième champs de pente. Néanmoins, on peut affirmer que, qu'il soit linéaire ou sous-linéaire, le taux de variation est réaliste; donc la condition 1 est remplie pour les deux équations.

Calcul des solutions avec condition initiale Dans la première équation, en résolvant avec la condition initiale h(0)=0, on obtient comme unique solution : $h(t)=0 \quad \forall t$. Pour la deuxième équation on obtient deux solutions, dont une étant $h(t)=0 \quad \forall t$. Ainsi la condition 3 est vérifiée pour les deux équations.

Dans quel cas l'hélicoptère peut toucher le sol? Par exemple, avec une condition initiale valant 2,

$$\frac{dh}{dt} = 0, \quad \forall h \neq 0$$

n'a pas de solution pour la première équation différentielle, bien qu'il existe une solution pour la deuxième équation différentielle.

Unicité des solutions Graphiquement, on observe que les solutions de la deuxième équation différentielle se croisent, mais pas celles de la première équation. Donc selon la définition que nous avons donnée précédemment, les solutions de $\frac{dh}{dt}=-h$ sont uniques, et celles de $\frac{dh}{dt}=-h^{\frac{1}{3}}$ ne le sont pas.

Réflexion personnelle Dans de nombreux cours nous avons abordé la notion importante d'unicité. Cependant l'approche a toujours été très théorique, l'accent n'était pas mis sur l'utilisation et la praticité de ce résultat. Ici, encore une fois en partant d'une problématique concrète et issue de la vie de tout les jours, on comprend rapidement l'utilité intrinsèque du théorème.

1.5. Equations Différentielles du Deuxième Ordre.

Dans cette partie, nous avons vu les équations différentielles du deuxième ordre homogène et non homogène.

1.5. Homogène

Deviner et tester La première approche a été d'essayer de deviner une ou plusieurs solutions. Pour cela faire, nous avons tenté de donner du sens aux EDO, en déclarant par exemple : "x(t) est une fonction pour laquelle sa dérivée seconde ...". Cette méthode marche bien pour des EDO simples et peut même être utilisée pour des équations différentielles homogènes linéaires, jusqu'à une certaine mesure.

Une approche plus systématique Une deuxième approche est de résoudre l'équation quadratique associée à l'EDO. On trouve alors deux solutions particulières différentes. La solution générale est la combinaison linéaire de ces dernières.

Réflexion personnelle L'approche systémique nous a été introduite dans la continuité d'une approche intuitive et toujours sous forme d'exemple. Cela m'a permis de bien comprendre pourquoi on arrive à cette méthode. De plus, je suis désormais capable de deviner des solutions d'EDO relativement simple, et d'avoir une intuition quant à leur sens.

Le mouvement d'une masse attachée à un ressort Nous avons vu une application à la physique avec le mouvement d'une masse attachée à un ressort. En utilisant la loi de Hooke et la deuxième loi de Newton, nous obtenons l'équation différentielle du deuxième ordre suivante : $m\frac{d^2x}{dt^2} = -kx$. En résolvant cette équation, grâce à sa forme quadratique associée, on obtient des solutions particulières avec des nombres complexes. Néanmoins, en utilisant la formule d'Euler et les propriétés des nombres complexes, la solution générale peut s'écrire uniquement avec des nombres réelles. Cela est cohérent avec le problème pratique.

Réflexion personnelle Cette application m'a permis d'explorer le lien entre EDO et nombres complexes, dans un exemple issue de la physique. J'ai réalisé que même dans un exemple réaliste, des nombres complexes peuvent intervenir.

1.5. Non homogène

Méthode des coefficients indéterminés Pour résoudre des EDO de second ordre non homogène nous avons vu la méthode des coefficients indéterminés. Elle est constituée de 3 étapes :

- 1. Trouver la solution générale à l'équation homogène.
- 2. Trouver la solution particulière à l'équation non homogène.
- 3. Ajouter les résultats précédents.

Cette somme est bien une solution de l'équation différentielle non homogène par linéarité de la dérivée.

Trouver des solutions particulières Nous avons exploré ensuite différentes formes de solutions particulières en essayant de comprendre dans quelle mesures elles seraient raisonnables ou non. Par exemple, si le terme non homogène est une fonction trigonométrique, la solution particulière devra contenir une fonction trigonométrique.

Réflexion personnelle Trouver des solutions particulières peut parfois s'avérer être difficile. Cette activité m'a donné les clés pour appréhender ces calculs, et a été très utile pour me donner une intuition quant à la forme des solutions particulières dépendamment du terme non homogène.

1.6. Systèmes d'équations linéaires.

1.6. Méthode de la "pente d'abord"

La méthode Cette méthode permet de trouver les solutions d'une système d'équation linéaire à partir de "ses solutions en ligne droite". Tout d'abord on détermine la pente de la solution en ligne droite. Pour cela faire il suffit de calculer $\frac{y}{x}$ (par définition du coefficient directeur d'une droite) en utilisant le système d'équation différentielle. Puis on calcule l'exposant de ces solutions (x(t) et y(t) ont le même exposant le long de toutes solutions en ligne droite, ce qui facilite les calculs). Une combinaison linéaire des solutions permet de trouver la solution générale.

Nous allons étudier ce type de système à travers l'exemple du mouvement d'une masse attachée à un ressort.

Cas du système linéaire sur-amorti Un système linéaire est dit sur-amorti lorsque la valeur du paramètre de friction est telle qu'il y a des solutions en ligne droite dans le plan de phase. Ici, l'application de la méthode de la "pente d'abord" est directe.

Cas du système linéaire amorti Nous avons aussi étudié les systèmes amortis, où les équations différentielles prédisent que la masse oscillera autour de la position 0, c'est-à-dire qu'il n'y a pas de solutions en ligne droite dans le plan de phase i.e. les solutions sont en spirales. Ici la pente de ces solutions est un nombre complexe. La résolution se fait alors en utilisant la méthode vu précédemment ainsi que les propriétés des nombres complexes.

Solution d'équilibre pour les systèmes linéaires Par la suite nous avons vu les solutions d'équilibre et développé des critères qui nous renseignent sur leur nombre.

L'approche de la méthode de la "pente d'abord" est limitée à un système de deux équations. Voyons une approche plus systématique.

1.6. Méthode de la "valeur propre d'abord"

La méthode Nous devons commencer par écrire le système sous forme de matricielle. Puis, il convient de trouver les valeurs propres λ_i , i=1,2... et vecteurs propres associés v_i , i=1,2... de la matrice. Alors,

 $k_i v_i e^{\lambda_i t}$, k_i une constante, est une solution du système d'équation. La combinaison linéaire de toutes ces solutions nous donne une solution générale.

Réflexion personnelle Cette activité m'a permis de mieux comprendre le lien entre les systèmes d'équation et les valeurs propres à travers des exemples concrets. Je me suis aussi rendu compte que la méthode "valeur propre d'abord" est algébriquement très efficace. De plus, on s'apercoit que le fait de connaître les valeurs propres est suffisant pour avoir une idée globale des solutions dans le plan de phase.

1.7. Système d'équations non linéaires

Système prédateurs-proies Les systèmes d'équations de taux de changement sont très utiles pour décrire l'évolution de populations interdépendantes. Dans cette activité nous avons étudié l'évolution d'un système prédateurs - proies.

Tout d'abord nous avons exploré l'évolution des deux équations représentant ce système, selon différentes conditions initiales grâce à geogebra. Puis on a interprété la signification de chaque terme du système. Par la suite, il a été étudié la différence entre des systèmes d'équation représentant des espèces compétitives i.e. les deux espèces sont affectées par l'interaction, et coopératives i.e. les deux espèces bénéficient de l'interaction.

COVID-19 Nous avons construit un modèle d'équations différentielles sur l'évolution de la pandémie de COVID-19, en définissant trois catégories de personne : sensibles, infectieux et supprimés (toutes personnes ayant déjà eu la maladie). Puis, nous avons étudié son évolution, ainsi que le champs vectoriel associé au système à l'aide d'une visualisation graphique sur geogebra.

Réflexion personnelle Changer les paramètres du modèle, et voir les modifications d'évolution est très instructif. Cela permet de mieux visualiser les implications de tel ou tel facteur.

1.8. Equations différentielles du deuxième ordre avec des coefficients non constants

1.8. Solution série à proximité d'un point ordinaire

La méthode Nous allons maintenant considérer des méthodes de résolution d'équations linéaires du second ordre homogènes à coefficients non constant. Pour cela faire nous chercherons des solutions sous la forme de série :

$$\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x - x_0)^n$$

Donc au lieu de chercher une formule pour y, il convient de trouver la valeur des coefficients : a_n , n=1,2,... Cette méthode propose de réécrire l'équation différentielle avec y(x), y'(x) et y''(x) sous forme d'une série puis de regrouper tout les termes dans la même somme infinie. On obtient alors une équation de la forme :

$$\sum_{n=0}^{\infty} b_n (x - x_0)^n = 0$$

Il ne reste plus qu'à résoudre cette équation par identification des puissances de x. Il en résultera une relation qui nous permettra de trouver une expression pour les a_n .

Application Nous avons d'abord appliqué cette méthode à une équation différentielle dont nous savions déjà la réponse, puis nous avons considéré l'équation d'Airy.

Réflexion personnelle Je trouve que l'idée de choisir de mettre y sous la forme d'une série est astucieuse et permet de résoudre de manière méthodique des problèmes à première vue complexes.

1.8. Solution série à proximité d'un point singulier

Si x_0 est un point singulier de l'équation différentielle, le théorème d'existence et d'unicité ne s'applique plus et la méthode vu précédemment ne fonctionne plus car la solution ne peut pas être écrite sous forme de série de Taylor en x_0 .

Cas de l'équation de Cauchy-Euler Voyons en guise d'exemple l'équation de Cauchy-Euler qui a un point singulier en 0. On devine que la solution est de la forme : $y=x^r$. Le problème revient alors à étudier les racines du polynome quadratique associé à l'équation différentielle.

Réflexion personnelle L'exemple de l'équation de Cauchy- Euler m'a fait prendre conscience que si on avait pas eu l'idée de la forme de la solution, il n'y a pas de moyen simple de résoudre analytiquement ce genre d'équation. Cela m'a aidé à comprendre la signification de point singulier.

2. Partie B : Réflexion Écrite sur votre Apprentissage et les Techniques d'Enseignement.

2.1. Ce que m'a apporté le projet

Le projet que nous avions à faire portait sur le cas concret du téléscope. J'ai bien aimé avoir pu faire cette recherche guidée où l'on a abordé plusieurs aspects du cours sous un angle différent. Je trouve que l'application de nos connaissances sur les équations différentielles dans une problématique pratique est intéressant d'un point de vu de l'apprentissage et de la compréhension de la matière. Nous avons été capable de découvrir comment modéliser la problématique de la forme des mirroirs d'un téléscope amateur, et de la résoudre, selon les cas, avec une approche théorique, ou numérique. L'approche théorique nous a permis la manipulation de la fonction de Lambert et l'usage du théorème d'unicité. Cela a été enrichissant de mettre en pratique des outils formels. En ce qui concerne les méthodes numériques, leur formules ne sont, en général,pas intuitives et il peut être difficile de comprendre comment les implémenter. Nous avons pu avoir par le biais de ce projet une approche moins théorique de ces méthodes numériques. Nous les avons implémentées sur excel et desmos et comparées entre elles. J'ai aussi apprécié pouvoir avoir un apercu graphique de ce que l'on faisait. Cet exercice m'a réellement permi de mieux réaliser le lien entre la théorie vue en première année (ou en deuxième et troisième année dans le cas des méthodes numériques), et les applications plus pratiques.

2.2. Comparaison de ce séminaire avec d'autres

Dans les autres séminaires auquels j'ai assisté, l'approche était complètement différente. Le format préparation et présentation de son projet puis écoute simple des autres projets était souvent d'usage. On devient expert juste sur le sujet de notre présentation, et le reste du savoir est acquis passivement, sans être questionné lors d'une mise en pratique par exemple. L'approche complémentaire de ce séminaire où l'accent est mis à la fois sur les projets et le travail personnel régulier permet d'aquérir plus de compétences que si l'étude avait été passive.

2.3. Avantages de l'approche de ce cours

L'approche complètement pratique où l'on donne à l'étudiant toutes les méthodes et on le guide pour le faire avancer par lui-même est quelque chose de très prisé d'un point de vu d'acquisition des connaissances. En effet quoi de mieux que de faire par soi-même quand il est question de compétence? La confrontation aux problèmes et la recherche de solution permet d'acquérir une connaissance plus profonde et complète du thème.

2.4. Comparaison de l'approche de l'étude des équations différentielles

L'étude des équations différentielles est en générale très théorique, comme la plupart des autres cours de mathématiques : présentations de définitions puis propositions et théorèmes qui seront démontrés. Néanmoins, les équations différentielles, contrairement à d'autres thèmes des mathématiques, ont des applications dans diveses autres matières. Je trouve que dans un cours normal d'équation différentielle, cette connaissance pratique manque cruellement et de fait ce séminaire vient parfaitement compléter nos compétences.

En mot de fin, je voudrais dire que j'ai bien aimé cette façon d'apprendre, où l'on a l'impression d'être créateur de son propre apprentissage. On comprend finalement pleinement les motivations derrière les concepts et méthodes abordés .