# Lecture 10: GAN2





$$\min_{G} \max_{D} V(G, D) = E_{\mathbf{x} \sim p_{\mathsf{data}}}[\log D(\mathbf{x})] + E_{\mathbf{x} \sim p_{G}}[\log(1 - D(\mathbf{x}))]$$

- Distribution Similarity Metric을 Two-Sample test statistic으로 둠 (작을 수록 두 분포가 같다는 가설 입증)
- 이 Two-Sample Test Statistic는 Discriminator에 의한 -(binary classification loss)값
- D와 G는 서로 다른 가설을 지지하여 Two-Sample Test Statistic를 각각 최대, 최소화하려는 방향 순차적으로 학습 ⇒ Min-Max
   Game
- 서로 목적이 다르기에 적대적 학습이라고도 함.
- 이러한 학습 방식은 관측 변수에 대한 likelihood 계산을 요하지 않음, 샘플 기반 분류 진행 및 분류 손실 계산하면됨⇒ Likelihood-Free Training
- 1) Discriminator가 optimal할 때 Generator에게 좋은 학습 metric(두 분포 이만큼 멀어!라는 정확한 척도)을 제공 ⇒ Scaled-Shifted
   JSD
- 2)이를 최소화하는 방향으로 Generator를 학습시키고
- 1), 2)의 과정을 반복하면 generator는 P\_data에 가까운 분포를 가지게됨

#### F-Divergence

- 지금까지 p\_model들은 p\_data와 p\_model간의 여러 종류의 두 분포의 간극을 계산하는 척도(여러 종류의 Divergence항)를 최소화하려는 방식으로 업데이트.
- 이러한 Divergence 항이 어떤 학습 지표로 이용됨.

eg)

AM, Flow model: KL Divergence

GAN generator (when D is optimal): (scaled and shifted) Jensen-Shannon Divergence

• 두 분포의 간극을 계산하는 다른 척도는 없을까? 조금 더 일반화된 방식으로 접근 ⇒ "F-divergence"

Given two densities p and q, the f-divergence is given by

$$D_f(p,q) = E_{\mathbf{x} \sim q} \left[ f\left(\frac{p(\mathbf{x})}{q(\mathbf{x})}\right) \right]$$

- 여기서 f는 다음 3가지를 만족한다면 뭐든 될 수 있음
  - o Convex: f Convexity로 인해 f-divergence는 non-negativity 성질을 가짐
  - Lower-Semicontinouos
  - ∘ f(1) = 0 : 이 성질로 인해 두 분포가 완전히 같다면 0의 값을 가짐
- 서로 다른 f들은 각각 density ratio가 얼마나 다르냐에 따라 penalize하는 정도가 상이함
- f가 아래와 같다면 f-div는 KL div와 같아짐

## Example: KL divergence with $f(u) = u \log u$

### F-divergences

Many more f-divergences! f의 종류에 따라 다양한 divergence를 가짐

Name	$D_f(P\ Q)$	Generator $f(u)$
Total variation	$\frac{1}{2}\int  p(x)-q(x) \mathrm{d}x$	$\frac{1}{2} u-1 $
Kullback-Leibler	$\int p(x) \log \frac{p(x)}{q(x)} dx$	$u \log u$
Reverse Kullback-Leibler	$\int q(x) \log \frac{\dot{q}(x)}{p(x)} dx$	$-\log u$
Pearson $\chi^2$	$\int \frac{(q(x)-p(x))^2}{p(x)} dx$	$(u-1)^2$
Neyman $\chi^2$	$\int \frac{(p(x)-q(x))^2}{q(x)}  \mathrm{d}x$	$\frac{(1-u)^2}{u}$
Squared Hellinger	$\int \left(\sqrt{p(x)} - \sqrt{q(x)}\right)^2 dx$	$(\sqrt{u}-1)^2$
Jeffrey	$\int (p(x) - q(x)) \log \left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) dx$	$(u-1)\log u$
Jensen-Shannon	$rac{1}{2}\int p(x)\lograc{2p(x)}{p(x)+q(x)}+q(x)\lograc{2q(x)}{p(x)+q(x)}\mathrm{d}x$	$-(u+1)\log\tfrac{1+u}{2}+u\log u$
Jensen-Shannon-weighted	$\int p(x)\pi \log rac{p(x)}{\pi p(x) + (1-\pi)q(x)} + (1-\pi)q(x) \log rac{q(x)}{\pi p(x) + (1-\pi)q(x)}  \mathrm{d}x$	$\pi u \log u - (1-\pi + \pi u) \log (1-\pi + \pi u)$
GAN	$\int p(x) \log \frac{2p(x)}{p(x)+q(x)} + q(x) \log \frac{2q(x)}{p(x)+q(x)} dx - \log(4)$	$u\log u - (u+1)\log(u+1)$
$\alpha\text{-divergence }(\alpha\notin\{0,1\})$	$\frac{1}{lpha(lpha-1)}\int \left(p(x)\left[\left(rac{q(x)}{p(x)} ight)^lpha-1 ight]-lpha(q(x)-p(x)) ight)\mathrm{d}x$	$rac{1}{lpha(lpha-1)}\left(u^lpha-1-lpha(u-1) ight)$

Source: Nowozin et al., 2016

• f가 무엇이냐에 따라 다양한 종류의 두 분포간의 유사도 척도가 도출됨 ⇒ 일반화된 접근

이렇게 계산된 다양한 척도는 Generator의 학습 objective로 이용될 수 있음!! 최소화하도록 generator를 훈련시키면 됨.

$$D_f(p_{ heta}, p_{ heta data}) = \underbrace{\mathcal{E}_{\mathbf{x} \sim p_{ heta data}}}_{ ext{approx w. samples}} \left[ f \underbrace{\left( \frac{p_{ heta}(\mathbf{x})}{p_{ heta data}(\mathbf{x})} \right)}_{ ext{uknown ratio}} \right]$$
 $D_f(p_{ heta data}, p_{ heta}) = \underbrace{\mathcal{E}_{\mathbf{x} \sim p_{ heta}}}_{ ext{approx w. samples}} \left[ f \underbrace{\left( \frac{p_{ heta data}(\mathbf{x})}{p_{ heta}(\mathbf{x})} \right)}_{ ext{uknown ratio}} \right]$ 

- 학습 척도인 F-divergence 값은 구하는 것부터 쉽지 않음 ㅠㅠ
- 앞의 기댓값은 Monte Carlo로 근사가능.
- 두 확률 분포 간의 ratio를 알기 위해서는 먼저 두 확률 분포에서의 x에 대한 probability density 값을 알아야함.
- p theta는 둘째 치고 p data를 구할 방법이 없음 (모집단을 모르니!)
- → Generator를 훈련시키기 위해 이 f-div를 구할 혹은 근사할 다른 방법이 필요함
- → GAN의 경우에도 D를 optimize하다 보니 Scaled-Shifted Divergence 측도가 나온 것이지 직접 likelihood를 구한 적은 없음!

### **Fenchel Conjugate For Change of Formulation**

$$f^*(t) = \sup_{u \in \text{dom}_f} (ut - f(u))$$

• 어떤 함수 f에 대한 conjugate를 다음과 같이 정의

$$f^{**}(u) = \sup_{t \in \text{dom}_{f^*}} (tu - f^*(t))$$

• Conjugate의 Conjugate는 위와 같음

Strong Duality:  $f^{**}=f$  when  $f(\cdot)$  is convex, lower semicontinous.

• F가 Convex할 때, f = f\*\* → f-div에서 f는 convex하므로 f div의 f 대신 f\*\*를 이용하여 아래의 식 전개

# f-GAN: Variational Divergence Minimization

• We obtain a lower bound to an f-divergence via Fenchel conjugate

$$D_f(p,q) = E_{x\sim q} \left[ f\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \right] = E_{x\sim q} \left[ f^{**}\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \right] \text{ if convoity}$$

$$f^{**} \stackrel{\text{def}}{=} E_{x\sim q} \left[ \sup_{t\in \text{dom}_{f^*}} \left(t\frac{p(x)}{q(x)} - f^*(t)\right) \right] \text{ definition of } f^{**}$$

$$= E_{x\sim q} \left[ T^*(x) \frac{p(x)}{q(x)} - f^*(T^*(x)) \right] \text{ did put } x \text{ with or or primate the Complete tells}$$

$$= \int_{\mathcal{X}} q(x) \left[ T^*(x) \frac{p(x)}{q(x)} - f^*(T^*(x)) \right] dx \text{ did of capacitation}$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T^*(x) p(x) - f^*(T^*(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}} \left[ T(x) p(x) - f^*(T(x)) q(x) \right] dx$$

$$= \int_{\mathcal{X}}$$

where  $\mathcal{T}: \mathcal{X} \mapsto \mathbb{R}$  is an arbitrary class of functions

• Note: Lower bound is likelihood-free w.r.t. p and q

Stefano Ermon (Al Lab)

Deep Generative Models

Lecture 10

9/28

• We obtain a lower bound to an f-divergence via Fenchel conjugate  $D_f(p,q) = E_{x \sim q} \left[ f\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \right] = E_{x \sim q} \left[ f^{**}\left(\frac{p(x)}{q(x)}\right) \right]^{\frac{1}{2}} + \frac{1}{2} + \frac{1}$ 

• 최종적으로 아래와 같은, 실제 divergence에 대한 어떤 lower bound를 계산하고 싶음.

Lecture 10: GAN2

- 다시 한번 lower bound인 이유는 함수 T를 전체 함수 집합에 대해 sup을 만족하는 함수를 찾는 것이 아니라, Neural Network로 제한 된 집합에 대해 최대 또는 sup를 만족하는 함수를 찾는 것이기에 lower bound가 생김.
- 제한된 set내에서 optimal한 T를 찾을 수록, 실제 metric과의 간극이 줄어 들음.

#### Variational lower bound

$$D_f(p,q) \geq \sup_{T \in \mathcal{T}} \left( E_{\mathbf{x} \sim p} \left[ T(\mathbf{x}) \right] - E_{\mathbf{x} \sim q} \left[ f^*(T(\mathbf{x})) \right] \right)$$

#### Training Process with F-div objective training function

- 1. p를 p\_data라 하고, q를 p\_generator라 했을 때
- 2. T를 파라미터화(phi)한 neural network로 정의 G, generator network도 파라미터화(theta) 하여 정의

$$\min_{ heta} \max_{\phi} F( heta, \phi) = E_{\mathbf{x} \sim p_{\mathsf{data}}} \left[ T_{\phi}(\mathbf{x}) \right] - E_{\mathbf{x} \sim p_{G_{\theta}}} \left[ f^*(T_{\phi}(\mathbf{x})) \right]$$

- 3. max phi를 통해 f-divergence의 good approximation 도달(하한이니까) ⇒ GAN의 discriminator가 optimal하기 바꾸는 것과 같음 (Tφ tries to tighten the lower bound)
- 4. min theta를 통해 generator가 phi가 만들어낸 good approximation값(p data와 p generator)을 최소화 ⇒ 잘 근사한 데이터 분포와 모델 분포 사이의 metric을 최소화, GAN의 generator update과정과 같음 (Generator Gθ tries to minimize the divergence estimate)
- → 이외에도 다른 모든 "조건을 만족하는 f"를 이용하여 generative model을 훈련시킬 수 있음 : GAN도 그 특수한 경우중 하나
- → f를 어떤 것으로 하냐에 따라 generator가 최적화 해야할 divergence항(metric)이 달라짐

#### **Limitations of F-divergence?**

#### **Support in Probability Distribution**

In practice however, the support of a discrete random variable X is often defined as the set  $R_X=\{x\in\mathbb{R}:P(X=x)>0\}$  and the support of a continuous random variable X is defined as the set  $R_X=\{x\in\mathbb{R}:f_X(x)>0\}$  where  $f_X(x)$  is a probability density function of X (the set-theoretic support). [8]

Note that the word *support* can refer to the logarithm of the likelihood of a probability density function. [9]

⇒ probability density function f에 대해 0을 제외한 양의 density를 가지는 모든 variable들의 집합

Lecture 10: GAN2 4

The f-divergence is defined as

$$D_f(p,q) = E_{\mathbf{x} \sim q} \left[ f\left(\frac{p(\mathbf{x})}{q(\mathbf{x})}\right) \right]$$

 The support of q has to cover the support of p. Otherwise discontinuity arises in f-divergences.

• Let 
$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = 0 \\ 0, & \mathbf{x} \neq 0 \end{cases}$$
 and  $q_{\theta}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = \theta \\ 0, & \mathbf{x} \neq \theta \end{cases}$   
•  $D_{KL}(p, q_{\theta}) = \begin{cases} 0, & \theta = 0 \\ \infty, & \theta \neq 0 \end{cases}$   
•  $D_{JS}(p, q_{\theta}) = \begin{cases} 0, & \theta = 0 \\ \log 2, & \theta \neq 0 \end{cases}$ 

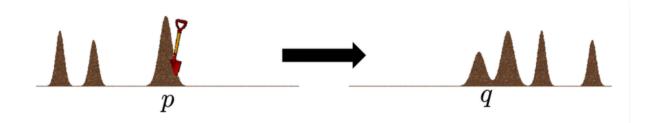
<확률 분포 P와 Q의 support가 disjoint, 두 분포의 support 교집합이 공집합이라면>

학습 신호로 사용되는 KL, JSD와 같은 divergence항들을 사용했을 때 두 확률 분포가 완전히 같지 않은 이상 발산하거나 두 분포가 얼마나 다르던 간에 항상 일정한 값을 내놓는 등 모델이 잘 학습을 할 수 있게 하지 않음.

→ 전자의 경우 무한대 값에 대해 gradient를 구할 수 없고, 후자의 경우 상수값에 대한 gradient는 0이니 학습 불가

#### **Wasserstein GAN**

⇒ 분포 간의 density ratio 기반이 아닌 분포 안의 샘플들 간의 거리를 기반의 Probability Similarity Metric을 이용하여 P\_data와 P\_Generator간의 간극을 줄이는 방향으로 generator를 학습



Wasserstein distance

$$D_w(p,q) = \inf_{\gamma \in \Pi(p,q)} E_{(\mathbf{x},\mathbf{y}) \sim \gamma}[\|\mathbf{x} - \mathbf{y}\|_1],$$

where  $\Pi(p, q)$  contains all joint distributions of  $(\mathbf{x}, \mathbf{y})$  where the marginal of  $\mathbf{x}$  is  $p(\mathbf{x}) = \int \gamma(\mathbf{x}, \mathbf{y}) d\mathbf{y}$ , and the marginal of  $\mathbf{y}$  is  $q(\mathbf{y})$ .

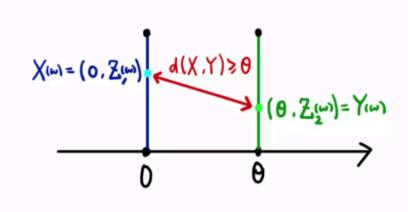
- Cost for transporting p to q (한 분포를 다른 분포로 이동시키는데에 드는 최소한의 비용)
- 두 분포의 확률 변수 X,Y에 대해 최적의 X, Y coupling(쌍)을 찾아(최적의 X, Y joint distribution r. 이때 r joint distribution은 marginalize x of r = q(y), marginalize y of r = p(x)를 만족해야함) 나타낸 최소한의 거리 이동 비용을 나타낸다. 다시 말해 r분포에 대해 x y 백터의 L1 norm의 기댓값을 최소화하는 r을 찾고, 그때의 기댓값을 Wasserstein Distance라고 함

Let 
$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = 0 \\ 0, & \mathbf{x} \neq 0 \end{cases}$$
 and  $q_{\theta}(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1, & \mathbf{x} = \theta \\ 0, & \mathbf{x} \neq \theta \end{cases}$ .  $D_w(p, q_{\theta}) = |\theta|$ .

• 위와 같이 두 확률 분포 사이의 거리가 멀어질 수록 (선형적으로) 더 멀다(다르다)라는 신호를 줌. ⇒ 이만큼 달라요! 라는 학습신호를 줌 (앞의 KL, JSD와 같이 발산 하거나 상수값을 내놓지 않음)

Detail

$$d(X,Y)=\left(| heta-0|^2+|Z_1(\omega)-Z_2(\omega)|
ight)^{1/2}\geq | heta|$$



• 다음과 같이 disjoint support를 가지는 두 확률분포에 대해 (각 확률 분포에서의 샘플은 2-dim vector이고 각각 확률 변수를 X, Y)

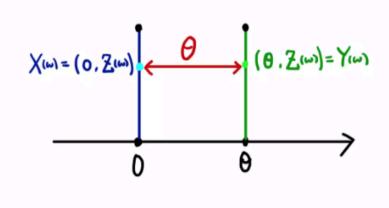
즉 d(X,Y) 의 기대값은 어떤 결합확률분포  $\gamma$  를 사용하든 항상  $|\theta|$  보다 크거나 같습니다

$$\mathbb{E}^{\gamma}[d(X,Y)] \geq \mathbb{E}^{\gamma}[| heta|] = | heta|$$

• 어떤 두 임의의 (X, Y)쌍에 대해 D(X,Y)는 무조건 │ theta │ 이상의 값을 가짐

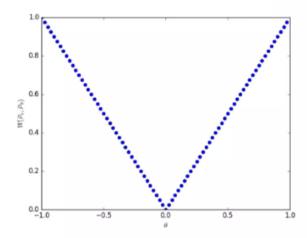
네 있습니다! 항상  $Z_1=Z_2$  인 분포를 따른다면요 😜

$$d(\pmb{X},\pmb{Y}) = \left(| heta-0|^2 + |Z(\omega)-Z(\omega)|
ight)^{1/2} = | heta|$$



- 이 거리의 기댓 값을 최소로하는 Coupling은 모든 q에 대해 {(0,q),(theta,q)}를 만족하는 Coupling을 맺는 r joint distribution이고 그때의 거리는 모두 | theta | 이고 기댓값도 역시 | theta |
- 그리고 이 때의 기댓값을 Wasserstein Distance라고 함

$$W(\mathbb{P}_0,\mathbb{P}_{\theta}) = |\theta|$$



- 이 Wasserstein Distance는 두 분포의 거리가 멀어짐에 따라 최소 이동 비용 또한 증가함으로 선형적 증가
- 두 분포가 멀어질 수록 더 큰 신호를 줌

### **Optimization Problem in Wasserstein Distance**

- 그러나 이런 최적의 joint distribution을 찾는 것은 연속하는 X, Y에 대해 모든 매칭 경우의 수를 판단하는 것과 같아 매우 어려움.
  - ⇒ 최적화 문제의 어려움 (= 최소화할 대상인 Wasserstein Distance 자체를 구하는 것이 어려움)
    - Kantorovich-Rubinstein duality

$$D_w(p,q) = \sup_{\|f\|_L \le 1} E_{\mathbf{x} \sim p}[f(\mathbf{x})] - E_{\mathbf{x} \sim q}[f(\mathbf{x})]$$

 $||f||_L \le 1$  means the Lipschitz constant of  $f(\mathbf{x})$  is 1. Technically,

$$\forall \mathbf{x}, \mathbf{y} : |f(\mathbf{x}) - f(\mathbf{y})| \leq ||\mathbf{x} - \mathbf{y}||_1$$

Intuitively, f cannot change too rapidly.

- r 분포에 대한 제약사항 r(x,y)에서 x marginalization은 q(y) & vice versa임을 이용하여 lagrangian multiplier를 사용하여
   Kantorovich-Rubinstein duality 유도하여 Wassetstein 식을 다른 최적화 문제로 바꿈 (GAN training objective와 동일한 형태의 식을 띔)
- 그래서 Kantorovich-Rubinstein duality를 이용하여 더욱 최적화 하기 쉬운 식으로 변환 (f에 대한 제약이 있음 -> Lipscitz constant 가 1이어야한다. => 너무 급격히 변하는 함수가 아니어야 한다)

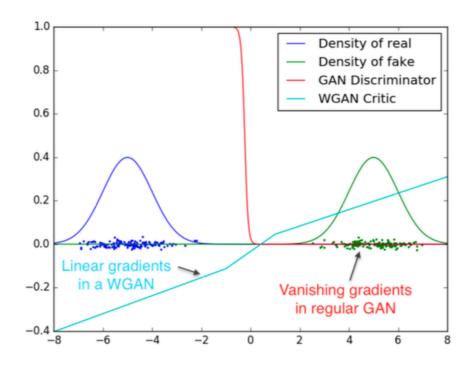
Wasserstein GAN with discriminator  $D_{\phi}(\mathbf{x})$  and generator  $G_{\theta}(\mathbf{z})$ :

$$\min_{ heta} \max_{\phi} E_{\mathbf{x} \sim p_{\mathsf{data}}} [D_{\phi}(\mathbf{x})] - E_{\mathbf{z} \sim p(\mathbf{z})} [D_{\phi}(\mathit{G}_{ heta}(\mathbf{z}))]$$

- 해당 제약을 만족하면서 식을 최대화 시키는 f(discriminator)를 찾기
- 실제로 training 시킬 때는 discriminator에 대한 이론적인 제약을 weight clipping이나 gradient penalty를 줌으로써 실현한다
- 똑같은 방식으로 최적의 f를 구해 식의 최댓값을 구하여 Similarity Metric인 Wasserstein Distance를 구하고
- 해당 metric에 대해 최소화하는 방향으로 generator를 훈련하여 generator가 실제 분포를 따라가도록함

⇒ 이렇게 f에 대해 최적화를 하여 p generator와 p data간의 wasserstein distance를 구하고, 이 metric에 대해 generator를 최소화하 도록 업데이트 함으로써 generator가 만들어내는 분포가 실제 분포와 match하도록 한다.

### **Advantage of W-GAN: Stable Training**



$$\min_{ heta} \max_{\phi} E_{\mathbf{x} \sim p_{\mathsf{data}}} [D_{\phi}(\mathbf{x})] - E_{\mathbf{z} \sim p(\mathbf{z})} [D_{\phi}(G_{\theta}(\mathbf{z}))]$$

- 일반 GAN의 Discriminator는 분포가 겹치지 않으면 gradient가 사라져 generator 학습이 어려움.
- W-GAN은 GAN에 비해 discriminator(critic)가 generator에게 유의미한 gradient를 제공하여 training objective가 쉽게 최적화되도록 함. ⇒ 학습의 안정성

#### Inferring Latent Representations with GAN: BiGAN

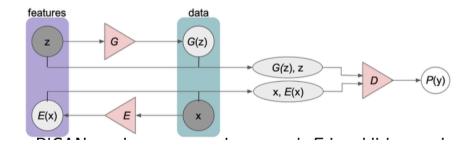
"Unsupervised representation learning"

- ⇒ GAN에서는 어떻게 X에 대한 latent feature를 뽑아낼 수 있을까?
- x→z mapping: Flow model과 같이 generator를 역변환할 수도 없고, VAE와 같이 인코더도 없음

#### 두가지 solution

- 1. discriminator를 활용하여 x에 대한 representation을 뽑기 : x가 fake/true 인지 구별하는 과정에서, x에 대해 좋은 representation을 뽑아냈을 것이다.
- 2. x를 만들어낸 z latent가 무엇인지를 direct하게 inference하는 방법 : generator가 생성한 x에 대한 z는 알 수 있으나, p\_data로부터 나온 관측값 x에 대한 z는 알 수 없음 관측값 x를 z로 mapping 시킬 모델 구조가 필요함 => "BiGAN의 encoder"

## **Training BiGAN**



- Discriminator D는 1) p data의 x와 그에 대응되는, encoder가 뽑아낸 latent 쌍과, p generator의 x와 그에 대응되는 prior로부터 나온 latent variable z쌍이 서로 다른 분포에서 나온 것을 구분하도록 학습 (maximize the two-sample test objective)
- 쌍 안의 데이터가 concat되어 Discriminator로 들어간다고 함
- 학습이 완료된 후에는 1) Generator부터 새로운 데이터 X를 생성할 수 있고, 2) Encoder로부터 X에 대한 direct latent representation을 추출할 수 있다고 함(어떤 z로부터 추출된 x지?를 유추)

Lecture 10: GAN2