

CLASE 03

Def: Dados $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, el hiperplano
 $H(p, \alpha) := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle p, x \rangle = \alpha\}$.

Prop: $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. then, $\dim_{\mathbb{R}} H(p, \alpha) = n-1$.

Def: Sea $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

$H(p, \alpha)^{\leq} := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle p, x \rangle \geq \alpha\}$, $H(p, \alpha)^{\geq}$,
se define análogamente (semiespacios cerrados).

Asimismo, $H(p, \alpha)^{<}$, $H(p, \alpha)^{>}$, semiespacios abiertos.

Def: Una noción de hiperplano en \mathbb{R}_+^n (Coord ≥ 0)

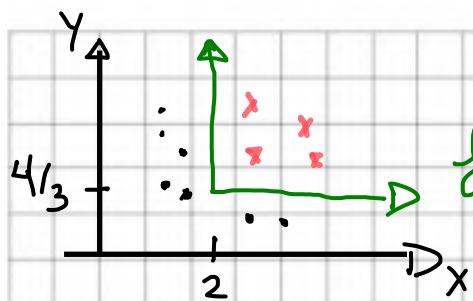
Dado $p \in \mathbb{R}_+^n \setminus \{0\}$ y $\alpha \geq 0$ real

Defina $l(x) = \min_{\substack{1 \leq i \leq n \\ p_i \neq 0}} \{p_i x_i\}$ y le asocia

mos el "hiperplano" $h(p, \alpha) = \{x \in \mathbb{R}_+^n : l(x) = \alpha\}$.

Tarea: En \mathbb{R}^2 , considerar máx en vez de mín para definir $l()$, y mostrar un ejemplo de ese Tipo de "hiperplano".

Por ejemplo, con $l(\cdot)$ usando mín :



$h((2,3), 4)$

Permite otro Tipo de frontera de clasificación, que con el hiperplano usual.

Prop: Producto cartesiano finito de conjuntos convexos, es un conjunto convexo.

Prop: Sea T una aplicación lineal afín (lineal + Traslación). Entonces imagen y preimagen de convexos, respecto a T , son conjuntos convexos.

Prop:

- Traslación de convexos es convexo.
- Suma de convexos es convexo.

- Sea $C \subseteq \mathbb{R}^n$. Si C es convexo \implies sus n proyecciones son convexas \iff en \mathbb{R} (son intervalos).

Reescalamiento de convexo es convexo.

Prop: Interior y clausura de convexo es convexo.

Obs: Sea $C \subseteq \mathbb{R}^n$ convexo. Si $\text{int}(C) \neq \emptyset$,
entonces $\text{aff}(C) = \mathbb{R}^n$.

Def: Dado C convexo, se dice que $x \in C$
es un **punto interior relativo** de C ,
si $\exists \delta > 0 : (\text{aff}(C)) \cap B_\delta(x) \subseteq C$.

- $\text{ri}(C) :=$ interior relativo de C .
- $\bar{C} \setminus \text{ri}(C) :=$ frontera relativa de C .

Obs: Sea $C \neq \emptyset$. Si C convexo $\Rightarrow \text{ri}(C) \neq \emptyset$.

Def: $K \subseteq \mathbb{R}^n$ se denomina **cono** si se cumple
 $\forall \alpha > 0, x \in K : \alpha x \in K$.

