# CLASE 01

**Notación:** Variables independientes $\Rightarrow$ Var. dependientes.

Var. inde $x_1, \dots, x_m \Rightarrow$ Var depen.

$$y_1 = f_1(x_1, \dots, x_m), \dots, y_n = f_n(x_1, \dots, x_m)$$

Rango de valores de una var. inde. : $C \subseteq \mathbb{R}$, que puede ser $\mathbb{Z}$, $[a;b]$, $(0, \infty[$, etc

Para el caso de varias var. indep, trataremos el caso en que se relacionen por una o varias relaciones funcionales del tipo $g(x_1, \dots, x_m) = (\geq \leq) L$.

Tales conjuntos $C$ se denominan "conjuntos de factibilidad para la toma de decisiones".

Para funciones de valor real, $y = f(x_1, \dots, x_m)$, se dice $L \in \mathbb{R}$ es un nivel alcanzado en $C$ si existe $\tilde{x} \in C$ con $f(\tilde{x}) = L$.

**Def:** Conjunto de nivel $m$ para $f$ en $C$

$$L_m(f) = \{ x \in C : f(x) = m \}.$$

**Caso general:** $A, B$ conjuntos, $f : A \to B$

función. Dado $m \in B$, el contorno de $f$ de nivel $m$ está dado por

$$L_m(f) := \{ x \in A : f(x) = m \} = f^{-1}(\{m\})$$

<u>Notación</u>: Sean $A, B$ conjuntos no vacíos.

$$A^B := \{ f : B \to A \,,\; f \text{ función} \}.$$

Por ejemplo, $\mathbb{R}^{[0,1]}$ es un espacio vectorial.

Por ahora, trabajaremos con espacios vectoriales sobre $\mathbb{R}$, de dimensión finita.

<u>Def:</u> Sea $V$ un espacio vectorial normado, $x \in V$, $r > 0$; se definen:

- Bola abierta de centro $x$ y radio $r$: $B_r(x)$
- Bola cerrada de centro $x$ y radio $r$: $\overline{B}_r(x)$
- Esfera de centro $x$ y radio $r$: $S_r(x)$

# CLASE 02

# Conjuntos convexos

Sea $E$ un espacio vectorial

**Def:** Segmentos de extremos $x$ e $y$.

$x, y \in E$ $\quad [x, y] := \{x + t(y-x) : t \in [0,1]\}$,

$[x, y[ := \{x + t(y-x) : t \in [0, 1[\}$.

**Def:** Conjunto estrellado en $\bar{x}$

Sean $\bar{x} \in C \subseteq E$. $C$ se denomina estrellado en $\bar{x}$ si se cumple $[\bar{x}, y] \subseteq C$, $\forall y \in C$.

**Def:** Un conjunto se denomina estrellado si es estrellado en alguno de sus puntos.

**Def:** $C$ es convexo si $\forall x, y \in C : [x, y] \subseteq C$.

**Prop:** $C$ convexo $\Rightarrow$ $C$ estrellado en $x$, $\forall x \in C$.

**Def:** $C$ es afín si $\forall x, y \in C$, $\forall t \in \mathbb{R}$, se cumple $tx + (1-t)y \in C$.

**Prop:** • $E$ y $\phi$ son convexos y afines.

• $\{C_i\}_{i\in L}$, convexos en $E \Rightarrow \bigcap_{i\in L} C_i$ convexo.

• $\{C_i\}_{i\in L}$, afines en $E \Rightarrow \bigcap_{i\in L} C_i$ afín.

**Def:** Sea $C \subseteq E$, se dice que $z \in E$ es una combinación convexa (afín) si existen $m \in \mathbb{N}$, $\{x_i\}_1^m \subseteq C$, $\{t_i\}_1^m \subset [0,1]$ $(\mathbb{R})$ tales que

$$\sum_{i=1}^{m} t_i x_i = z \quad \text{y} \quad \sum_{i=1}^{m} t_i = 1$$

**Prop:** $C \subseteq E$ es convexo (afín) $\Leftrightarrow$ $C$ contiene cualquier combinación convexa (afín) de sus propios elementos.

**Prop:** Sea $A \subseteq \mathbb{R}^n$, afín, se cumple $\forall \alpha \in A$ que $V_\alpha := A - \{\alpha\}$ es subespacio vectorial de $\mathbb{R}^n$.

Se define la dimensión de $A$, como $\dim V_\alpha$.