CLASE 03

Def: Dados $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $\alpha \in \mathbb{R}$, el hiperplano
$H(p,\alpha) := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle p, x \rangle = \alpha\}$.

Prop: $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$. then, $\dim_{\mathbb{R}} H(p,0) = n-1$.

Def: Sea $p \in \mathbb{R}^n \setminus \{0\}$, $\alpha \in \mathbb{R}$.

$H(p,\alpha)^{\leq} := \{x \in \mathbb{R}^n : \langle p, x \rangle \geq \alpha\}$, $H(p,\alpha)^{\geq}$,
se define análogamente (semiespacios cerrados).

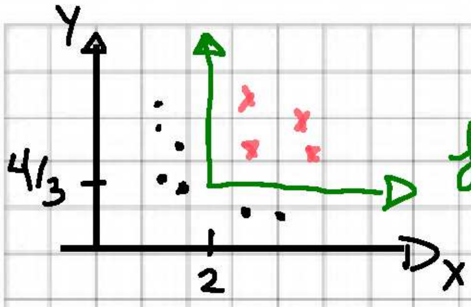
Asimismo, $H(p,\alpha)^{<}$, $H(p,\alpha)^{>}$, semiespacios abiertos.

Def: Una noción de hiperplano en $\mathbb{R}^n_+$ (Coord. ≥ 0)
Dado $p \in \mathbb{R}^n_+ \setminus \{0\}$ y $\alpha \geq 0$ real.

Define $l(x) = \min\limits_{\substack{1 \leq i \leq n \\ p_i \neq 0}} \{p_i x_i\}$ y le asociamos el "hiperplano" $\mathcal{H}(p,\alpha) = \{x \in \mathbb{R}^n_+ : l(x) = \alpha\}$.

Tarea: En $\mathbb{R}^2$, considerar máx en vez de mín para definir $l(\cdot)$, y mostrar un ejemplo de ese tipo de "hiperplano".

Por ejemplo, con $l(\cdot)$ usando mín:



$\mathcal{H}((2,3),4)$ Permite otro tipo de frontera de clasificación, que con el hiperplano usual.

Prop: Producto cartesiano finito de conjuntos convexos, es un conjunto convexo.

Prop: Sea T una aplicación lineal afín (lineal + traslación). Entonces imagen y preimagen de convexos, respecto a T, son conjuntos convexos.

Prop:

- Traslación de convexos es convexo.
- Suma de convexos es convexo.
- Sea $C \subseteq \mathbb{R}^n$. Si C es convexo $\underset{\not\Leftarrow}{\Rightarrow}$ sus n proyecciones son convexas
- en $\mathbb{R}$ (son intervalos).

Reescalamiento de convexo es convexo.

Prop: Interior y clausura de convexo es convexo.

Obs: Sea $C \subseteq \mathbb{R}^n$ convexo. Si $\mathrm{int}(C) \neq \emptyset$, entonces $\mathrm{aff}(C) = \mathbb{R}^n$.

Def: Dado C convexo, se dice que $x \in C$ es un punto interior relativo de C, si $\exists\, \delta > 0 : (\mathrm{aff}(C)) \cap B_\delta(x) \subseteq C$.

- $ri(C) :=$ interior relativo de C.
- $\overline{C} \setminus ri(C) :=$ frontera relativa de C.

Obs: Sea $C \neq \emptyset$. Si C convexo $\Rightarrow ri(C) \neq \emptyset$.

Def: $K \subseteq \mathbb{R}^n$ se denomina cono si se cumple $\forall \alpha > 0, x \in K : \alpha x \in K$.