Variables aleatorias continuas

Lic. Lucio José Pantazis

30/3/2023

Motivación

Temperaturas (entero)

Supongamos que en un verano cualquiera, utilizamos un termómetro que redondea la temperatura al grado celsius **entero más próximo**.

Temperaturas (entero)

Supongamos que en un verano cualquiera, utilizamos un termómetro que redondea la temperatura al grado celsius **entero más próximo**.

Podemos considerar la siguiente variable discreta:

$T_0 =$ Temperatura registrada [ºC] en un día de verano elegido al azar (redondeado a un valor entero)

Distribución T0

Supongamos que la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades:

Distribución T0

Supongamos que la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades:

```
print(ps[1:5])
```

```
##      T0 = 25     T0 = 26     T0 = 27     T0 = 28     T0 = 29
## 0.001125926 0.007407407 0.018666667 0.033481481 0.050429630
```

```
print(ps[6:10])
```

```
##    T0 = 30    T0 = 31    T0 = 32    T0 = 33    T0 = 34
## 0.06808889 0.08503704 0.09985185 0.11111111 0.11739259
```

```
print(ps[11:15])
```

```
##    T0 = 35    T0 = 36    T0 = 37    T0 = 38    T0 = 39
## 0.11727407 0.10933333 0.09214815 0.06429630 0.02435556
```

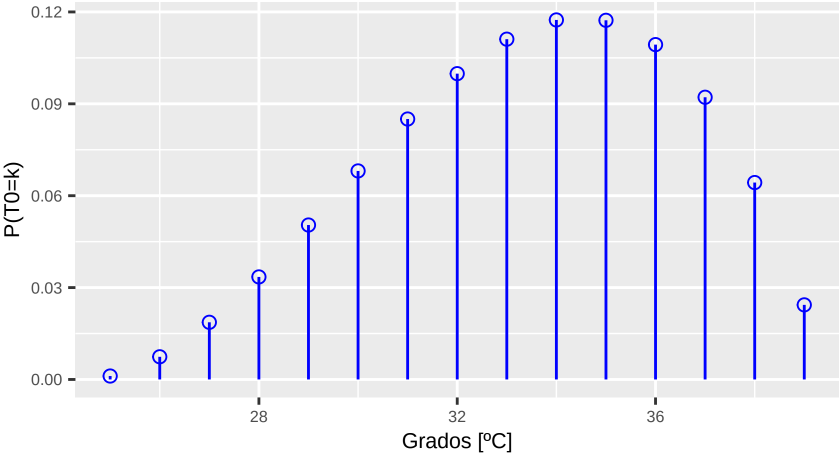
Gráfico distribución T0

Visualizamos la distribución:

Gráfico distribución T0

Visualizamos la distribución:

```
print(GG0)
```



Cálculo probabilidades puntuales T0

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

- $P(T_0 = 36)$:

Cálculo probabilidades puntuales T0

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

- $P(T_0 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##   T0 = 36
## 0.1093333
```

Cálculo probabilidades puntuales T0

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

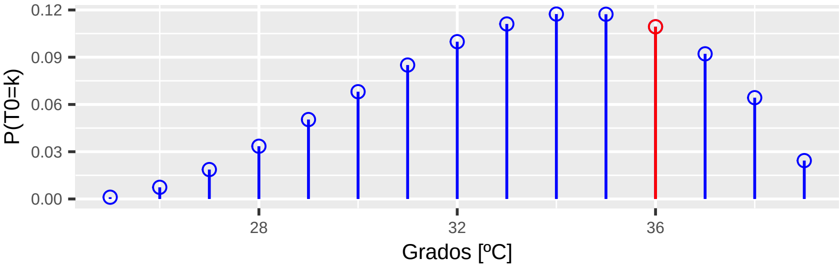
- $P(T_0 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##    T0 = 36
## 0.1093333
```

Gráficamente:

```
print(GG0)
```



Cálculo probabilidades en un rango de T0

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_0 \leq 37)$:

Cálculo probabilidades en un rango de T0

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_0 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR])
```

```
##    T0 = 35    T0 = 36    T0 = 37
## 0.11727407 0.10933333 0.09214815
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.3187556
```

Cálculo probabilidades en un rango de T0

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_0 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR])
```

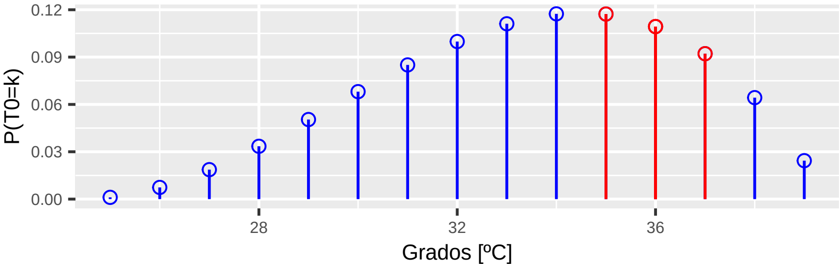
```
##    T0 = 35    T0 = 36    T0 = 37
## 0.11727407 0.10933333 0.09214815
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.3187556
```

Gráficamente:

```
print(GG0)
```



Temperaturas (décimas)

Supongamos que conseguimos un termómetro de mayor precisión, que ahora redondea a **décimas de grado celsius**.

Temperaturas (décimas)

Supongamos que conseguimos un termómetro de mayor precisión, que ahora redondea a **décimas de grado celsius**.

Podemos considerar la siguiente variable discreta:

$T_1 =$ Temperatura registrada [ºC] en un día de verano elegido al azar (redondeado a la décima)

Distribución T1

Supongamos que con estos cambios, la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades (sólo se muestran ciertos valores ya que son 150 probabilidades):

Distribución T1

Supongamos que con estos cambios, la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades (sólo se muestran ciertos valores ya que son 150 probabilidades):

```
print(ps[1:5])
```

```
##      T1 = 25    T1 = 25.1    T1 = 25.2    T1 = 25.3    T1 = 25.4
## 1.179259e-06 8.207407e-06 2.213333e-05 4.281481e-05 7.010963e-05
```

```
print(ps[6:10])
```

```
##    T1 = 25.5    T1 = 25.6    T1 = 25.7    T1 = 25.8    T1 = 25.9
## 0.0001038756 0.0001439704 0.0001902519 0.0002425778 0.0003008059
```

```
print(ps[11:15])
```

```
##      T1 = 26    T1 = 26.1    T1 = 26.2    T1 = 26.3    T1 = 26.4
## 0.0003647941 0.0004344000 0.0005094815 0.0005898963 0.0006755022
```

```
print(ps[16:20])
```

```
##    T1 = 26.5    T1 = 26.6    T1 = 26.7    T1 = 26.8    T1 = 26.9
## 0.0007661570 0.0008617185 0.0009620444 0.0010669926 0.0011764207
```

```
print(ps[21:25])
```

```
##     T1 = 27   T1 = 27.1   T1 = 27.2   T1 = 27.3   T1 = 27.4
## 0.001290187 0.001408148 0.001530163 0.001656089 0.001785784
```

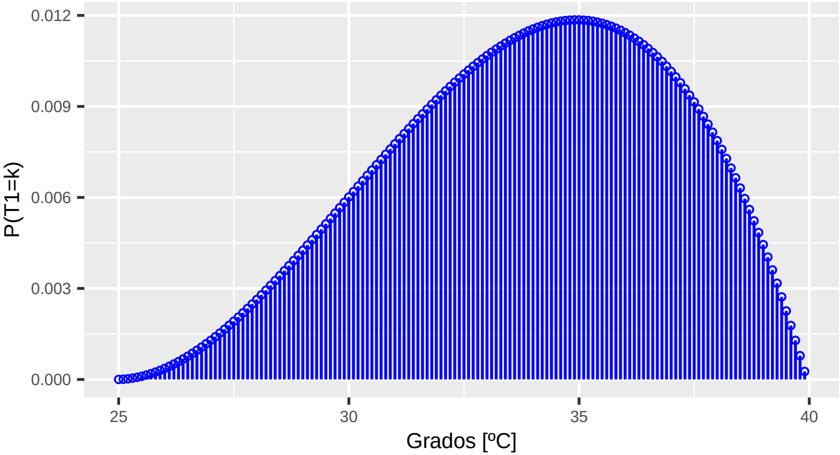
```
print(ps[26:30])
```

```
##   T1 = 27.5   T1 = 27.6   T1 = 27.7   T1 = 27.8   T1 = 27.9
## 0.001919105 0.002055911 0.002196059 0.002339407 0.002485813
```

Gráfico distribución T1

Graficamos la distribución:

```
print(GG1)
```



Cálculo probabilidades puntuales T1

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad puntual:

- $P(T_1 = 36)$:

Cálculo probabilidades puntuales T1

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad puntual:

- $P(T_1 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##    T1 = 36
## 0.01143205
```

Cálculo probabilidades puntuales T1

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad puntual:

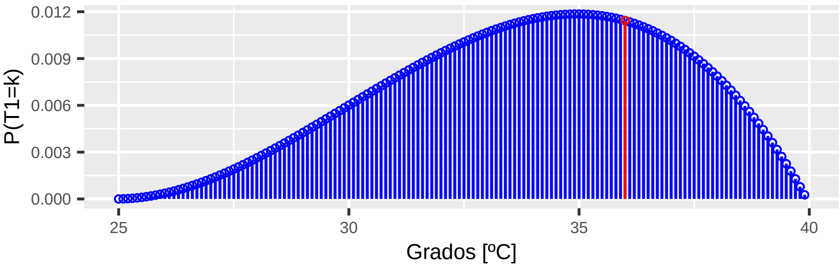
- $P(T_1 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##    T1 = 36
## 0.01143205
```

Gráficamente:

```
print(GG1)
```



Cálculo probabilidades en un rango de T1

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_1 \leq 37)$:

Cálculo probabilidades en un rango de T1

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_1 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR[1:5]])
```

```
##       T1 = 26    T1 = 26.1    T1 = 26.2          <NA>          <NA>
## 0.0003647941 0.0004344000 0.0005094815            NA            NA
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.001308676
```

Cálculo probabilidades en un rango de T1

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_1 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR[1:5]])
```

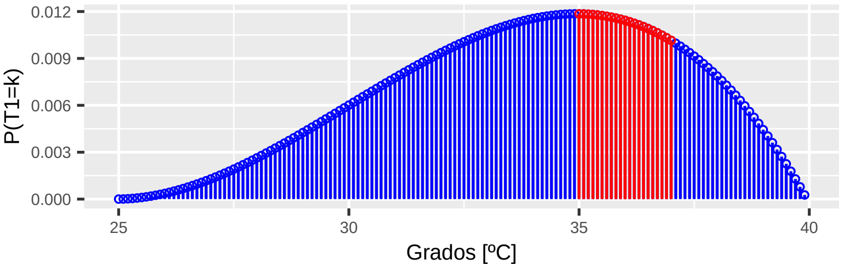
```
##       T1 = 26     T1 = 26.1     T1 = 26.2          <NA>          <NA>
## 0.0003647941 0.0004344000 0.0005094815            NA            NA
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.001308676
```

Gráficamente, se suman los siguientes valores:

```
print(GG1)
```



Temperaturas (centésimas)

Del mismo modo, podríamos conseguir un termómetro de mayor precisión, que ahora redondea a **centésimas de grado celsius**.

Temperaturas (centésimas)

Del mismo modo, podríamos conseguir un termómetro de mayor precisión, que ahora redondea a **centésimas de grado celsius**.

Podemos considerar la siguiente variable discreta:

$T_2 =$ Temperatura registrada [ºC] en un día de verano elegido al azar (redondeado a la centésima)

Distribución T2

Supongamos que la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades (sólo se muestran ciertos valores):

Distribución T2

Supongamos que la variable sigue la siguiente distribución de probabilidades (sólo se muestran ciertos valores):

```
print(ps[1:5])
```

```
##       T2 = 25   T2 = 25.01   T2 = 25.02   T2 = 25.03   T2 = 25.04
## 1.184593e-09 8.287407e-09 2.248000e-08 4.374815e-08 7.207763e-08
```

```
print(ps[6:10])
```

```
##    T2 = 25.05   T2 = 25.06   T2 = 25.07   T2 = 25.08   T2 = 25.09
## 1.074542e-07 1.498637e-07 1.992919e-07 2.557244e-07 3.191473e-07
```

```
print(ps[11:15])
```

```
##     T2 = 25.1   T2 = 25.11   T2 = 25.12   T2 = 25.13   T2 = 25.14
## 3.895461e-07 4.669067e-07 5.512148e-07 6.424563e-07 7.406169e-07
```

```
print(ps[16:20])
```

```
##    T2 = 25.15   T2 = 25.16   T2 = 25.17   T2 = 25.18   T2 = 25.19
## 8.456824e-07 9.576385e-07 1.076471e-06 1.202166e-06 1.334709e-06
```

```
print(ps[21:25])
```

```
##     T2 = 25.2   T2 = 25.21   T2 = 25.22   T2 = 25.23   T2 = 25.24
## 1.474085e-06 1.620281e-06 1.773283e-06 1.933076e-06 2.099645e-06
```

Gráfico distribución T2

Graficamos la distribución

Gráfico distribución T2

Graficamos la distribución

```
print(GG2)
```

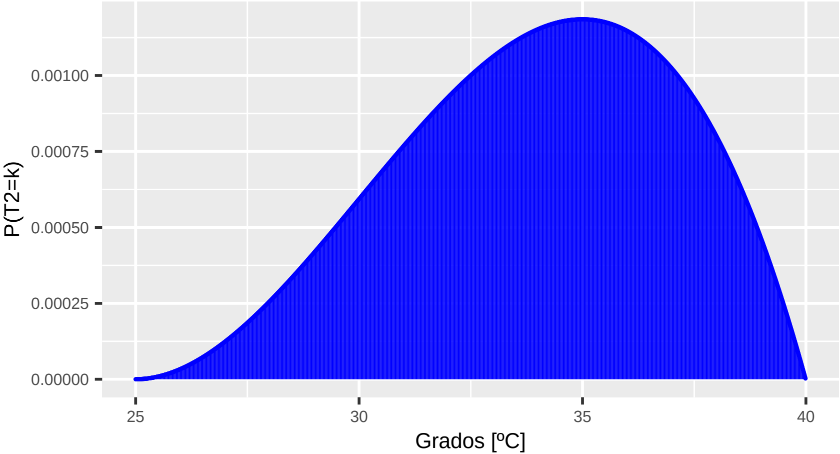
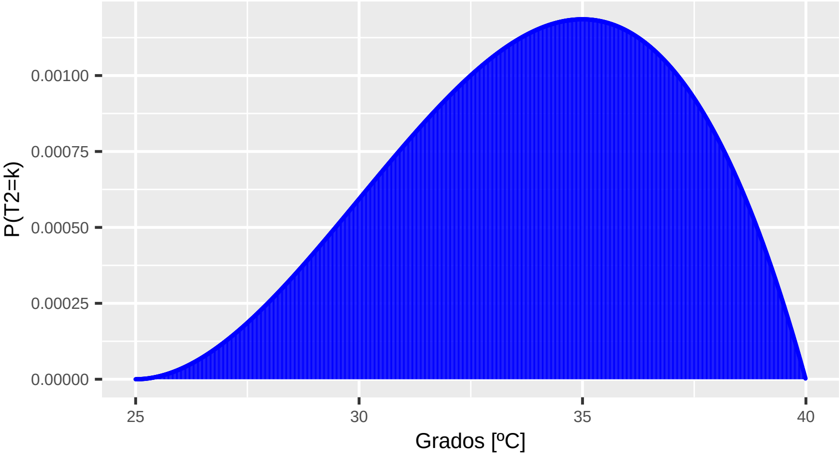


Gráfico distribución T2

Graficamos la distribución

```
print(GG2)
```



Parece no ser una variable discreta porque los datos están muy apiñados.

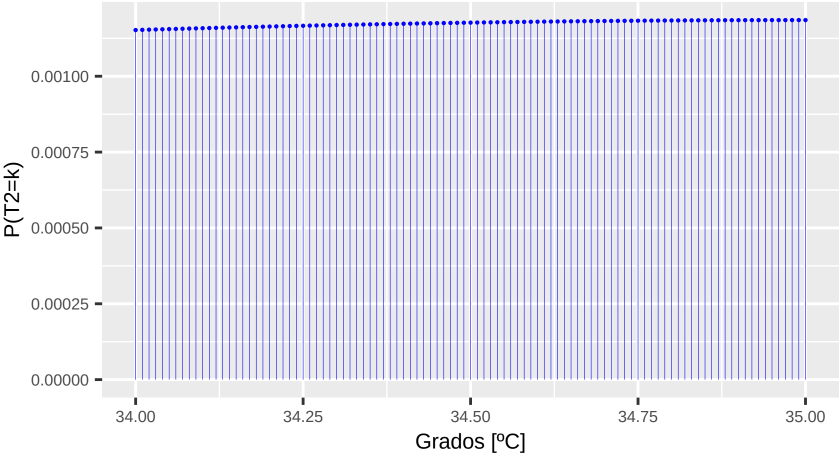
Zoom gráfico distribución T2

Sin embargo, si “hacemos zoom” a los valores entre 34 y 35, vemos que sigue siendo discreta.

Zoom gráfico distribución T2

Sin embargo, si “hacemos zoom” a los valores entre 34 y 35, vemos que sigue siendo discreta.

```
print(GG2+xlim(c(34,35)))
```



Cálculo probabilidades puntuales T2

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

- $P(T_2 = 36)$:

Cálculo probabilidades puntuales T2

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

- $P(T_2 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##     T2 = 36
## 0.001146867
```

Cálculo probabilidades puntuales T2

Con esta distribución, podríamos calcular por ejemplo, la siguiente probabilidad:

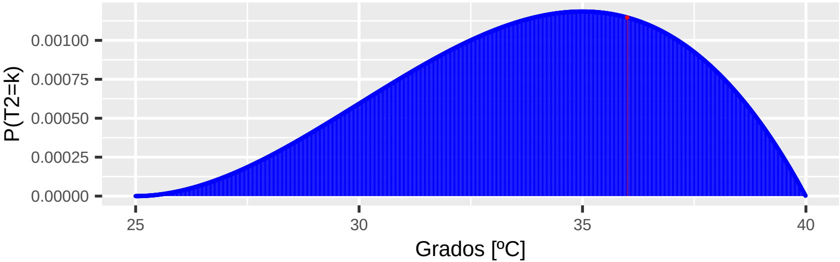
- $P(T_2 = 36)$:

```
print(ps[IndP])
```

```
##     T2 = 36
## 0.001146867
```

Gráficamente:

```
print(GG2)
```



Cálculo probabilidades en un rango de T2

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_2 \leq 37)$:

Cálculo probabilidades en un rango de T2

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_2 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR[1:5]])
```

```
##     T2 = 35  T2 = 35.01  T2 = 35.02  T2 = 35.03  T2 = 35.04
## 0.001185184 0.001185177 0.001185163 0.001185141 0.001185113
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.2276306
```

Cálculo probabilidades en un rango de T2

A su vez, podríamos calcular la probabilidad de estar en cierto rango de valores:

- $P(35 \leq T_2 \leq 37)$:

```
print(ps[IndR[1:5]])
```

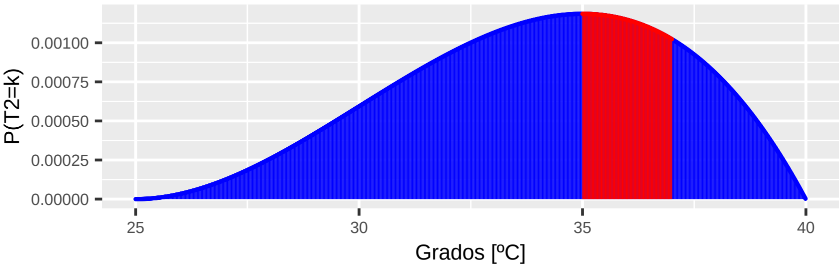
```
##      T2 = 35  T2 = 35.01  T2 = 35.02  T2 = 35.03  T2 = 35.04
## 0.001185184 0.001185177 0.001185163 0.001185141 0.001185113
```

```
print(sum(ps[IndR]))
```

```
## [1] 0.2276306
```

Gráficamente

```
print(GG2)
```



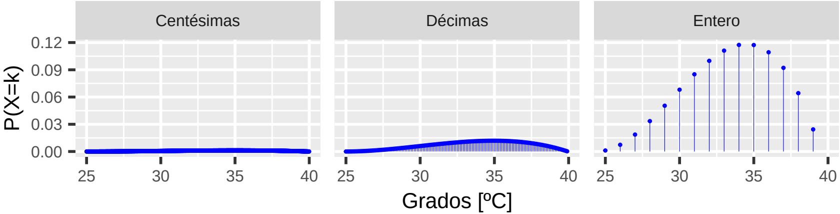
Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

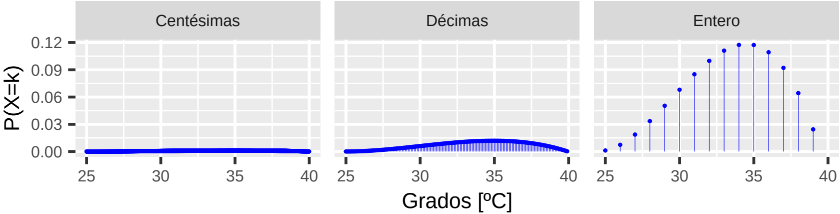
```
print(GG)
```



Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```

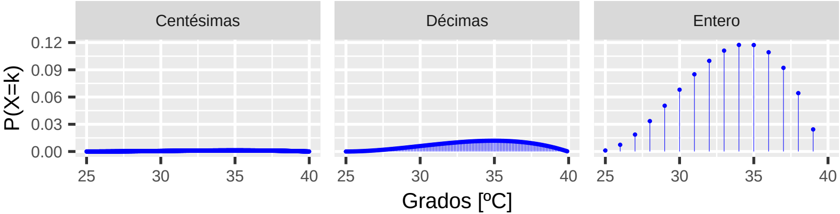


Comentarios:

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



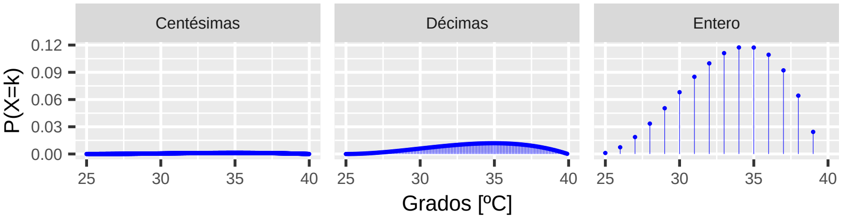
Comentarios:

- Se ve notablemente que a medida que a medida que aumentan los valores posibles, baja la probabilidad de que la variable tome alguno de esos valores en específico.

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



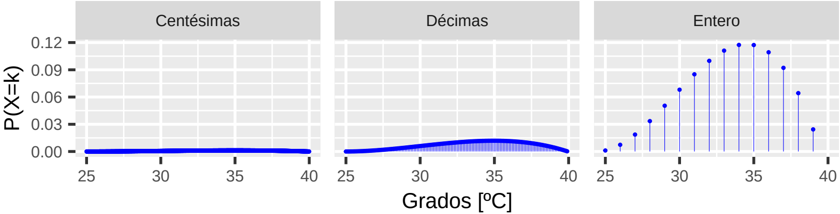
Comentarios:

- Se ve notablemente que a medida que a medida que aumentan los valores posibles, baja la probabilidad de que la variable tome alguno de esos valores en específico.Esto tiene sentido dado que la suma total siempre debe dar 1. Mientras más deba repartirse esa probabilidad máxima, menores serán los valores de cada resultado.

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



Comentarios:

- Se ve notablemente que a medida que a medida que aumentan los valores posibles, baja la probabilidad de que la variable tome alguno de esos valores en específico.Esto tiene sentido dado que la suma total siempre debe dar 1. Mientras más deba repartirse esa probabilidad máxima, menores serán los valores de cada resultado. Veamos qué sucedió con $P(X = 36)$:

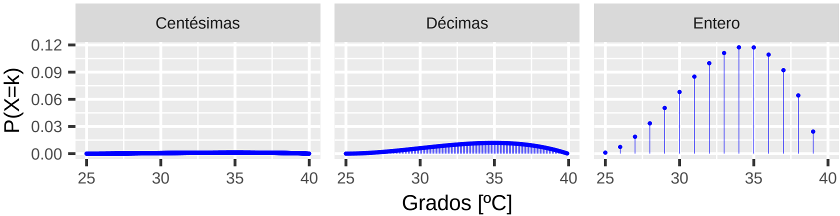
```
print(p36)
```

```
##  P(T0 = 36)  P(T1 = 36)  P(T2 = 36)
## 0.109333333 0.011432053 0.001146867
```

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



Comentarios:

- Se ve notablemente que a medida que a medida que aumentan los valores posibles, baja la probabilidad de que la variable tome alguno de esos valores en específico.Esto tiene sentido dado que la suma total siempre debe dar 1. Mientras más deba repartirse esa probabilidad máxima, menores serán los valores de cada resultado. Veamos qué sucedió con $P(X = 36)$:

```
print(p36)
```

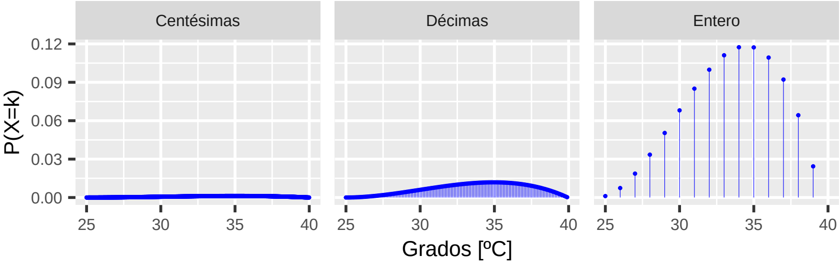
```
##  P(T0 = 36)  P(T1 = 36)  P(T2 = 36)
## 0.109333333 0.011432053 0.001146867
```

- Más aún, podríamos hipotetizar que a medida que se vuelve más preciso el instrumento de precisión, la probabilidad de que la temperatura sea **exactamente** 36ºC, tiende a 0.

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



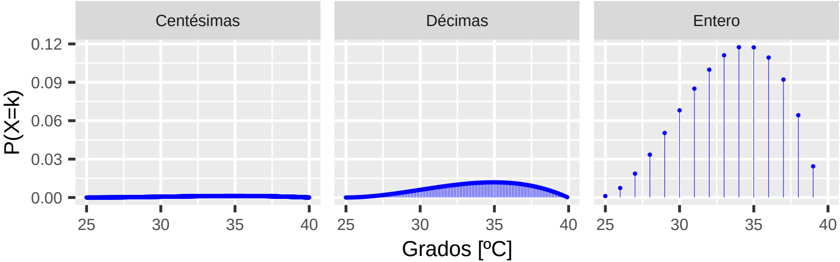
Comentarios:

- Además, vemos que no se modifica sustancialmente la probabilidad de que la variable tome **un rango de valores**, o que al menos, converge a cierto valor.

Comparación distribuciones

Comparemos las distribuciones, a medida que va aumentando la precisión

```
print(GG)
```



Comentarios:

- Además, vemos que no se modifica sustancialmente la probabilidad de que la variable tome **un rango de valores**, o que al menos, converge a cierto valor. Veamos qué sucedió con $P(35 \leq X \leq 37)$:

```
print(pR)
```

```
## P(35<= T0<=37) P(35<= T1<=37) P(35<= T2<=37)
##      0.3187556      0.2367604      0.2276306
```

Variables aleatorias continuas

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.Por lo tanto, si tenemos que contemplar **todos** los valores del intervalo, la probabilidad de que la variable T tome **exactamente** un valor t es cero.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.Por lo tanto, si tenemos que contemplar **todos** los valores del intervalo, la probabilidad de que la variable T tome **exactamente** un valor t es cero.Es decir,

$$P(T = t) = 0, \forall t \in [25, 40]$$

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.Por lo tanto, si tenemos que contemplar **todos** los valores del intervalo, la probabilidad de que la variable T tome **exactamente** un valor t es cero.Es decir,

$$P(T = t) = 0, \forall t \in [25, 40]$$

Comentario:

- Que la probabilidad $P(T = t)$ sea 0, no significa que sea imposible que T tome el valor t.

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.Por lo tanto, si tenemos que contemplar **todos** los valores del intervalo, la probabilidad de que la variable T tome **exactamente** un valor t es cero.Es decir,

$$P(T = t) = 0, \forall t \in [25, 40]$$

Comentario:

- Que la probabilidad $P(T = t)$ sea 0, no significa que sea imposible que T tome el valor t.Significa que no podemos incluir a **todos** los valores con probabilidad positiva sin pasar el valor máximo para una probabilidad (1).

Generalización

Podríamos decir en este punto que las variables consideradas hasta el momento, eran redondeos de una variable que no tiene porqué tener un número fijo de decimales.

Es decir, la temperatura toma valores **continuos** pero el instrumento de medición en algún decimal debe redondearlo.

De todos modos, se puede tomar la siguiente variable aleatoria

$$T = \text{Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar}$$

es una variable que toma todos sus valores en un intervalo **continuo**. (Asumamos que ese intervalo es [25,40]).Decimos en estos casos, que se trata de una **variable aleatoria continua (o v.a.c.)**.

Por lo que vimos anteriormente, a medida que se toman más valores, las probabilidades **puntuales** tienden a 0.Por lo tanto, si tenemos que contemplar **todos** los valores del intervalo, la probabilidad de que la variable T tome **exactamente** un valor t es cero.Es decir,

$$P(T = t) = 0, \forall t \in [25, 40]$$

Comentario:

- Que la probabilidad $P(T = t)$ sea 0, no significa que sea imposible que T tome el valor t.Significa que no podemos incluir a **todos** los valores con probabilidad positiva sin pasar el valor máximo para una probabilidad (1).

Es decir, se considera que cada valor t es *improbable*, pero no es *imposible*.

Probabilidad en un rango

Podríamos preguntarnos: ¿Cómo calculamos por ejemplo, la probabilidad de que la variable T tome valores entre 35 y 37?

Probabilidad en un rango

Podríamos preguntarnos: ¿Cómo calculamos por ejemplo, la probabilidad de que la variable T tome valores entre 35 y 37?

Hasta ahora veníamos sumando las probabilidades de cada valor que cae dentro del rango.

Probabilidad en un rango

Podríamos preguntarnos: ¿Cómo calculamos por ejemplo, la probabilidad de que la variable T tome valores entre 35 y 37?

Hasta ahora veníamos sumando las probabilidades de cada valor que cae dentro del rango.Es decir:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \sum_{\substack{t \in \mathcal{R}_T \\ 35 \leq t \leq 37}} P(T = t)$$

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.De este modo,

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} P(T = t)\, dt$$

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.De este modo,

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} P(T = t)\, dt$$

Sin embargo, por lo que vimos anteriormente, la probabilidad de que una variable continua tome un valor puntual es 0.

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.De este modo,

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} P(T = t)\, dt$$

Sin embargo, por lo que vimos anteriormente, la probabilidad de que una variable continua tome un valor puntual es 0.Por lo tanto, esa integral (o cualquier integral) daría 0 bajo esa expresión.

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.De este modo,

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} P(T = t)\, dt$$

Sin embargo, por lo que vimos anteriormente, la probabilidad de que una variable continua tome un valor puntual es 0.Por lo tanto, esa integral (o cualquier integral) daría 0 bajo esa expresión.Esto no tiene mucho sentido, dado que **cualquier** probabilidad daría 0 como resultado.

Además, todas las variables que observamos no tienen una probabilidad constante para los distintos valores.

Probabilidad en un rango

El problema es que en este momento debemos hacer una suma sobre todos los valores de un intervalo, contemplando alguna noción de probabilidad de que la variable tome cada valor.La extensión matemática para una suma ponderada en un intervalo continuo, es la integral definida.De este modo,

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} P(T = t)\, dt$$

Sin embargo, por lo que vimos anteriormente, la probabilidad de que una variable continua tome un valor puntual es 0.Por lo tanto, esa integral (o cualquier integral) daría 0 bajo esa expresión.Esto no tiene mucho sentido, dado que **cualquier** probabilidad daría 0 como resultado.

Además, todas las variables que observamos no tienen una probabilidad constante para los distintos valores.Por lo tanto, debemos añadir una forma de que existan **rangos de valores más probables**.

Densidad de probabilidad

Para ello, se define una **función de densidad de probabilidad**, notada $f_T(t)$ que sí pueda tomar valores positivos y que por lo tanto, dicha integral pueda dar un resultado positivo.

Densidad de probabilidad

Para ello, se define una **función de densidad de probabilidad**, notada $f_T(t)$ que sí pueda tomar valores positivos y que por lo tanto, dicha integral pueda dar un resultado positivo.Con esta definición, se calcula la probabilidad pedida del siguiente modo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} f_T(t)\, dt$$

Densidad de probabilidad

Para ello, se define una **función de densidad de probabilidad**, notada $f_T(t)$ que sí pueda tomar valores positivos y que por lo tanto, dicha integral pueda dar un resultado positivo.Con esta definición, se calcula la probabilidad pedida del siguiente modo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} f_T(t)\, dt$$

Antes de dar una densidad de probabilidad para el ejemplo de las temperaturas, vamos a hablar de algunas propiedades que debe cumplir una función de densidad.

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

Una vez definida esta función, para cualquier valor $a \leq b$, se calcula cualquier probabilidad del siguiente modo:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)\, dx$$

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

Una vez definida esta función, para cualquier valor $a \leq b$, se calcula cualquier probabilidad del siguiente modo:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)\, dx$$

Es decir, la probabilidad de que X esté en cierto intervalo es igual al área bajo la curva de su densidad $f_X(x)$

Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \ \forall x \in \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

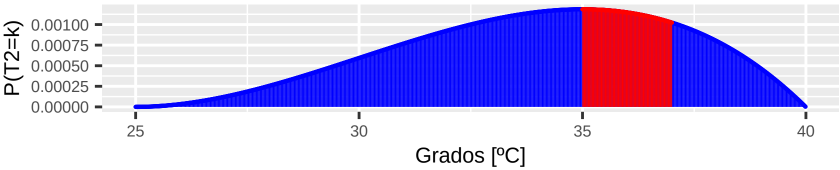
Una vez definida esta función, para cualquier valor $a \leq b$, se calcula cualquier probabilidad del siguiente modo:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)\, dx$$

Es decir, la probabilidad de que X esté en cierto intervalo es igual al área bajo la curva de su densidad $f_X(x)$

Volviendo un segundo al ejemplo, recordemos cómo calculamos $P(35 \leq T_2 \leq 37)$ en el caso de las centésimas:

```
print(GG2)
```



Densidad de probabilidad

Dada una variable aleatoria continua X, una función de densidad $f_X : \mathbb{R} \mapsto \mathbb{R}_0^+$ debe cumplir las siguientes condiciones:

- $f_X(x) \geq 0, \;\; \forall x \in \mathbb{R}$
- $\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

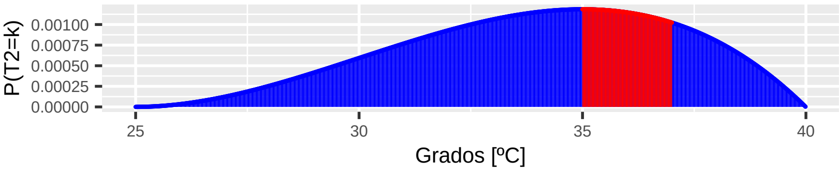
Una vez definida esta función, para cualquier valor $a \leq b$, se calcula cualquier probabilidad del siguiente modo:

$$P(a \leq X \leq b) = \int_a^b f_X(x)\, dx$$

Es decir, la probabilidad de que X esté en cierto intervalo es igual al área bajo la curva de su densidad $f_X(x)$

Volviendo un segundo al ejemplo, recordemos cómo calculamos $P(35 \leq T_2 \leq 37)$ en el caso de las centésimas:

```
print(GG2)
```



Vemos que se asemeja bastante al gráfico del área bajo una curva.

Densidad de probabilidad

Comentarios:

Densidad de probabilidad

Comentarios:

- Como f_X es una función que puede tomar cualquier valor real x, pareciera que se asume que cualquier x se asume como *posible*.

Densidad de probabilidad

Comentarios:

- Como f_X es una función que puede tomar cualquier valor real x, pareciera que se asume que cualquier x se asume como *posible*.Sin embargo, se pueden restringir los valores posibles de X, dando valor cero a la densidad en dichos puntos. El conjunto de densidad positiva se denomina **soporte**.

Densidad de probabilidad

Comentarios:

- Como f_X es una función que puede tomar cualquier valor real x, pareciera que se asume que cualquier x se asume como *posible*.Sin embargo, se pueden restringir los valores posibles de X, dando valor cero a la densidad en dichos puntos. El conjunto de densidad positiva se denomina **soporte**.

En el ejemplo de la temperatura, para que T tome valores entre 25 y 40, se puede tomar $f_T(t) = 0$ si $t \notin [25, 40]$.

Densidad de probabilidad

Comentarios:

- Como f_X es una función que puede tomar cualquier valor real x, pareciera que se asume que cualquier x se asume como *posible*.Sin embargo, se pueden restringir los valores posibles de X, dando valor cero a la densidad en dichos puntos. El conjunto de densidad positiva se denomina **soporte**.

En el ejemplo de la temperatura, para que T tome valores entre 25 y 40, se puede tomar $f_T(t) = 0$ si $t \notin [25, 40]$.

- Considerando que las probabilidades se calculan mediante una integral, se sustenta que $P(X = a) = \int_a^a f_X(x)\, dx = 0$ para cualquier valor de a.

Densidad de probabilidad

Comentarios:

- Como f_X es una función que puede tomar cualquier valor real x, pareciera que se asume que cualquier x se asume como *posible*.Sin embargo, se pueden restringir los valores posibles de X, dando valor cero a la densidad en dichos puntos. El conjunto de densidad positiva se denomina **soporte**.

En el ejemplo de la temperatura, para que T tome valores entre 25 y 40, se puede tomar $f_T(t) = 0$ si $t \notin [25, 40]$.

- Considerando que las probabilidades se calculan mediante una integral, se sustenta que $P(X = a) = \int_a^a f_X(x)\,dx = 0$ para cualquier valor de a.
- Además, la función de densidad de probabilidad **puede ser mayor que 1**, lo importante es que no integre más que 1 en ningún intervalo.

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0,1],\ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\,dx$$

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0,1],\ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0, 1],\ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

- $0 \leq F_X(t) \leq 1$

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0,1], \; F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

- $0 \leq F_X(t) \leq 1$
- F_X es creciente: Si $a \leq b \Rightarrow F_X(a) \leq F_X(b)$

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0, 1], \ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

- $0 \leq F_X(t) \leq 1$
- F_X es creciente: Si $a \leq b \Rightarrow F_X(a) \leq F_X(b)$
- $\lim_{t \to -\infty} F_X(t) = 0$

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0,1],\ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\,dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

- $0 \leq F_X(t) \leq 1$
- F_X es creciente: Si $a \leq b \Rightarrow F_X(a) \leq F_X(b)$
- $\lim_{t \to -\infty} F_X(t) = 0$
- $\lim_{t \to +\infty} F_X(t) = 1$

Distribución acumulada

Al igual que con las variables discretas, para una variable aleatoria continua X, se puede definir entonces la función de distribución acumulada:

$$F_X : \mathbb{R} \mapsto [0, 1],\ F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$

Al igual que lo definido para variables aleatorias discretas, la función de distribución acumulada cumple las siguientes propiedades:

- $0 \leq F_X(t) \leq 1$
- F_X es creciente: Si $a \leq b \Rightarrow F_X(a) \leq F_X(b)$
- $\lim_{t \to -\infty} F_X(t) = 0$
- $\lim_{t \to +\infty} F_X(t) = 1$
- F_X es continua a derecha: $F_X(a) = \lim_{t \to a^+} F_X(t)$

Distribución acumulada

Al ser X continua, se agregan algunas propiedades extra:

Distribución acumulada

Al ser X continua, se agregan algunas propiedades extra:

- F_X es continua : $F_X(a) = \lim_{t \to a} F_X(t)$

Distribución acumulada

Al ser X continua, se agregan algunas propiedades extra:

- F_X es continua : $F_X(a) = \lim_{t \to a} F_X(t)$
- La densidad se obtiene derivando la distribución (Por el teorema fundamental del cálculo):

$$\frac{dF_X(t)}{dt} = \frac{d[\int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx]}{dt} = f_X(t)$$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	**Variables Aleatorias Continuas**

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$$\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$$\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$$	$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$$
$$F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$$	$$F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$$
$$E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$E(X) = \displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$E(X) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$\displaystyle F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$\displaystyle F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$\displaystyle E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$\displaystyle E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
g cualquier función, $\displaystyle E(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \displaystyle\int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$E(X) = \displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$E(X) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
g cualquier función, $E(g(X)) = \displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	g cualquier función, $E(g(X)) = \displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\, dx$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	**Variables Aleatorias Continuas**
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\displaystyle\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\displaystyle\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$\displaystyle F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$\displaystyle F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$\displaystyle E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$\displaystyle E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
$\displaystyle g \text{ cualquier función},\ E(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	$\displaystyle g \text{ cualquier función},\ E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\, dx$
$\displaystyle E(X^2) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x^2 \cdot p_X(x)$	

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
g cualquier función, $E(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	g cualquier función, $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\, dx$
$E(X^2) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x^2 \cdot p_X(x)$	$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x)\, dx$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
g cualquier función, $E(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	g cualquier función, $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\, dx$
$E(X^2) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x^2 \cdot p_X(x)$	$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x)\, dx$

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X) \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

Paralelismo con variables discretas

Variables Aleatorias Discretas	Variables Aleatorias Continuas
Probabilidad puntual: $p_X(x) \geq 0$	**Densidad de probabilidad:** $f_X(x) \geq 0$
Recorrido: $\mathcal{R}_X$ (valores de probabilidad positiva)	**Soporte:** $\mathcal{S}_X$ (valores de densidad positiva)
$\sum_{x \in \mathcal{R}_X} p_X(x) = 1$	$\int_{-\infty}^{+\infty} f_X(x)\, dx = 1$
$F_X(t) = P(X \leq t) = \sum_{\substack{x \in \mathcal{R}_X \\ x \leq t}} p_X(x)$	$F_X(t) = P(X \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_X(x)\, dx$
$E(X) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x \cdot p_X(x)$	$E(X) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_X(x)\, dx$
g cualquier función, $E(g(X)) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} g(x) \cdot p_X(x)$	g cualquier función, $E(g(X)) = \int_{-\infty}^{+\infty} g(x) \cdot f_X(x)\, dx$
$E(X^2) = \sum_{x \in \mathcal{R}_X} x^2 \cdot p_X(x)$	$E(X^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 \cdot f_X(x)\, dx$
$V(X) = E(X^2) - E^2(X) \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$	$V(X) = E(X^2) - E^2(X) \Rightarrow \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

Ejercitación

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable $T =$ Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

d) Calcular la función de distribución $F_T(t)$

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

d) Calcular la función de distribución $F_T(t)$

e) Calcular el valor esperado de T

Ejemplo de temperatura

Consideremos la variable T = Temperatura [ºC] en un día de verano elegido al azar, y supongamos que tiene densidad de probabilidad dada por

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

d) Calcular la función de distribución $F_T(t)$

e) Calcular el valor esperado de T

f) Calcular la varianza de T

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25,40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25,40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1$$

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1$$

Resolvemos la integral

$$\int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(t)}_{0} dt + \int_{25}^{40} \underbrace{f_T(t)}_{k\cdot(t-25)^2\cdot(40-t)} dt + \int_{40}^{+\infty} \underbrace{f_T(t)}_{0} dt$$

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\,dt = 1$$

Resolvemos la integral

$$\int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(t)}_{0}\,dt + \int_{25}^{40} \underbrace{f_T(t)}_{k\cdot(t-25)^2\cdot(40-t)}\,dt + \int_{40}^{+\infty} \underbrace{f_T(t)}_{0}\,dt$$

$$\int_{25}^{40} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\,dt = k \cdot \int_{25}^{40} -t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\,dt$$

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1$$

Resolvemos la integral

$$\int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt + \int_{25}^{40} \underbrace{f_T(t)}_{k\cdot(t-25)^2\cdot(40-t)}\, dt + \int_{40}^{+\infty} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt$$

$$\int_{25}^{40} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = k \cdot \int_{25}^{40} -t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\, dt$$

Con la primitiva aplico barrow

$$k \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t\right)\Bigg|_{25}^{40} = k \cdot \frac{16875}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1 \Rightarrow k = \frac{4}{16875}$$

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1$$

Resolvemos la integral

$$\int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt + \int_{25}^{40} \underbrace{f_T(t)}_{k\cdot(t-25)^2\cdot(40-t)}\, dt + \int_{40}^{+\infty} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt$$

$$\int_{25}^{40} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = k \cdot \int_{25}^{40} -t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\, dt$$

Con la primitiva aplico barrow

$$k \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t\right)\Bigg|_{25}^{40} = k \cdot \frac{16875}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1 \Rightarrow k = \frac{4}{16875}$$

Es decir, k debe valer $\dfrac{4}{16875}$

Ejemplo de temperatura

$$f_T(t) = \begin{cases} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t) & \text{si } t \in [25, 40] \\ 0 & \text{si } t \notin [25, 40] \end{cases}$$

a) Calcular el valor de k:

Sabemos que la densidad tiene que integrar 1. Es decir,

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1$$

Resolvemos la integral

$$\int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt + \int_{25}^{40} \underbrace{f_T(t)}_{k\cdot(t-25)^2\cdot(40-t)}\, dt + \int_{40}^{+\infty} \underbrace{f_T(t)}_{0}\, dt$$

$$\int_{25}^{40} k \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = k \cdot \int_{25}^{40} -t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\, dt$$

Con la primitiva aplico barrow

$$k \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t\right)\Bigg|_{25}^{40} = k \cdot \frac{16875}{4} \int_{-\infty}^{+\infty} f_T(t)\, dt = 1 \Rightarrow k = \frac{4}{16875}$$

Es decir, k debe valer $\frac{4}{16875}$ (Sí, los números de **este ejercicio** no van a dar lindos, pero en general son más benevolentes)

Ejemplo de temperatura

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Ejemplo de temperatura

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Para calcular dicha probabilidad, ahora que tenemos el valor de k, es simplemente integrar en el intervalo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt$$

Ejemplo de temperatura

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Para calcular dicha probabilidad, ahora que tenemos el valor de k, es simplemente integrar en el intervalo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt$$

Como la primitiva es la misma:

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t \right) \Bigg|_{35}^{37} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot 956 = \frac{3824}{16875} \approx 0.2266$$

Ejemplo de temperatura

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Para calcular dicha probabilidad, ahora que tenemos el valor de k, es simplemente integrar en el intervalo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt$$

Como la primitiva es la misma:

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t \right) \Big|_{35}^{37} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot 956 = \frac{3824}{16875} \approx 0.2266$$

Notar que da como resultado es similar a los que se obtuvieron cuando consideramos la variable como discreta:

```
print(pR)
```

```
## P(35<= T0<=37) P(35<= T1<=37) P(35<= T2<=37)
##      0.3187556      0.2367604      0.2276306
```

Ejemplo de temperatura

b) Calcular $P(35 \leq T \leq 37)$

Para calcular dicha probabilidad, ahora que tenemos el valor de k, es simplemente integrar en el intervalo:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt$$

Como la primitiva es la misma:

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t \right) \Bigg|_{35}^{37} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot 956 = \frac{3824}{16875} \approx 0.2266$$

Notar que da como resultado es similar a los que se obtuvieron cuando consideramos la variable como discreta:

```
print(pR)
```

```
## P(35<= T0<=37) P(35<= T1<=37) P(35<= T2<=37)
##      0.3187556      0.2367604      0.2276306
```

Es decir, a medida que se obtiene más precisión en la medición, las probabilidades discretas convergen a las probabilidades continuas.

Ejemplo de temperatura

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Ejemplo de temperatura

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Numéricamente, se calcula del mismo modo que la probabilidad anterior, ya que se mantienen los mismos límites de integración. Es decir,

$$P(35 < T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = \frac{3824}{16875}$$

Ejemplo de temperatura

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Numéricamente, se calcula del mismo modo que la probabilidad anterior, ya que se mantienen los mismos límites de integración. Es decir,

$$P(35 < T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = \frac{3824}{16875}$$

Otra forma de verlo es la siguiente:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \underbrace{P(T = 35)}_{0} + P(35 < T \leq 37) = \frac{3824}{16875}$$

Ejemplo de temperatura

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Numéricamente, se calcula del mismo modo que la probabilidad anterior, ya que se mantienen los mismos límites de integración. Es decir,

$$P(35 < T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = \frac{3824}{16875}$$

Otra forma de verlo es la siguiente:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \underbrace{P(T = 35)}_{0} + P(35 < T \leq 37) = \frac{3824}{16875}$$

esto se debe a que para cualquier variable aleatoria continua, la probabilidad en un único punto es siempre 0.

Ejemplo de temperatura

c) Calcular $P(35 < T \leq 37)$

Numéricamente, se calcula del mismo modo que la probabilidad anterior, ya que se mantienen los mismos límites de integración. Es decir,

$$P(35 < T \leq 37) = \int_{35}^{37} \frac{4}{16875} \cdot (t-25)^2 \cdot (40-t)\, dt = \frac{3824}{16875}$$

Otra forma de verlo es la siguiente:

$$P(35 \leq T \leq 37) = \underbrace{P(T = 35)}_{0} + P(35 < T \leq 37) = \frac{3824}{16875}$$

esto se debe a que para cualquier variable aleatoria continua, la probabilidad en un único punto es siempre 0.

Comentario: En general, para cualquier variable aleatoria **continua** X:

$$P(a \leq X \leq b) = P(a < X \leq b) = P(a \leq X < b) = P(a < X < b)$$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$
- Si $25 \leq t \leq 40$:

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$
- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$
- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{s^4}{4} + 30s^3 - \frac{2625 \cdot s^2}{2} + 25000 \cdot s \right) \Big|_{t}^{25} =$$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$
- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{s^4}{4} + 30s^3 - \frac{2625 \cdot s^2}{2} + 25000 \cdot s \right) \Big|_{t}^{25} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t - \frac{703125}{4} \right)$$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$

- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{s^4}{4} + 30s^3 - \frac{2625 \cdot s^2}{2} + 25000 \cdot s \right) \Bigg|_t^{25} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t - \frac{703125}{4} \right)$$

- Si $t > 40$:

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$

- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{s^4}{4} + 30s^3 - \frac{2625 \cdot s^2}{2} + 25000 \cdot s \right) \Big|_{t}^{25} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t - \frac{703125}{4} \right)$$

- Si $t > 40$:$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \underbrace{\int_{25}^{40} f_T(s)\, ds}_{1} + \int_{40}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 1$

Ejemplo de temperatura

d) Calcular la función de distribución de T

$$F_T(t) = P(T \leq t) = \int_{-\infty}^{t} f_T(s)\, ds$$

Sin embargo, hay que recordar que $f_T(t)$ es una función por tramos. Por lo tanto, dividimos en 3 casos:

- Si $t < 25$: $F_T(t) = \int_{-\infty}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 0$
- Si $25 \leq t \leq 40$:

$$F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \int_{25}^{t} f_T(s)\, ds$$

$$\frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{s^4}{4} + 30s^3 - \frac{2625 \cdot s^2}{2} + 25000 \cdot s\right) \Big|_{t}^{25} =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \left(-\frac{t^4}{4} + 30t^3 - \frac{2625 \cdot t^2}{2} + 25000 \cdot t - \frac{703125}{4}\right)$$

- Si $t > 40$: $F_T(t) = \int_{-\infty}^{25} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds + \underbrace{\int_{25}^{40} f_T(s)\, ds}_{1} + \int_{40}^{t} \underbrace{f_T(s)}_{0}\, ds = 1$

Por lo tanto:

$$F_T(t) = \begin{cases} 0 & \text{si } t < 25 \\ -\frac{t^4}{16875} + \frac{8t^3}{1125} - \frac{14 \cdot t^2}{45} + \frac{160 \cdot t}{27} - \frac{125}{3} & \text{si } 25 \leq t \leq 40 \\ 1 & \text{si } t > 40 \end{cases}$$

Ejemplo de temperatura

e) Calcular el valor esperado de T

Ejemplo de temperatura

e) Calcular el valor esperado de T

Como fue visto, para el valor esperado de T hay que ponderar los valores de la variable con su respectiva densidad:

Ejemplo de temperatura

e) Calcular el valor esperado de T

Como fue visto, para el valor esperado de T hay que ponderar los valores de la variable con su respectiva densidad:

$$E(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_T(t)\, dt = \int_{-\infty}^{25} t \cdot 0\, dt + \int_{25}^{40} t \cdot f_T(t)\, dt + \int_{40}^{+\infty} t \cdot 0\, dt =$$

Ejemplo de temperatura

e) Calcular el valor esperado de T

Como fue visto, para el valor esperado de T hay que ponderar los valores de la variable con su respectiva densidad:

$$E(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_T(t)\, dt = \int_{-\infty}^{25} t \cdot 0\, dt + \int_{25}^{40} t \cdot f_T(t)\, dt + \int_{40}^{+\infty} t \cdot 0\, dt =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \int_{25}^{40} t \cdot \left(-t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\right)\, dt =$$

Ejemplo de temperatura

e) Calcular el valor esperado de T

Como fue visto, para el valor esperado de T hay que ponderar los valores de la variable con su respectiva densidad:

$$E(T) = \int_{-\infty}^{+\infty} t \cdot f_T(t)\,dt = \int_{-\infty}^{25} t \cdot 0\,dt + \int_{25}^{40} t \cdot f_T(t)\,dt + \int_{40}^{+\infty} t \cdot 0\,dt =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \int_{25}^{40} t \cdot \left(-t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\right)\,dt =$$

$$= \left(-\frac{4t^5}{84375} + \frac{2t^4}{375} - \frac{28t^3}{135} + \frac{80t^2}{27}\right)\Big|_{25}^{40} = 34$$

Ejemplo de temperatura

f) Calcular la varianza de T

Ejemplo de temperatura

f) Calcular la varianza de T

Para calcular la varianza, podemos calcular primero $E(T^2)$:

$$E(T^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot f_T(t)\, dt = \int_{25}^{40} t^2 \cdot f_T(t)\, dt =$$

Ejemplo de temperatura

f) Calcular la varianza de T

Para calcular la varianza, podemos calcular primero $E(T^2)$:

$$E(T^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot f_T(t)\, dt = \int_{25}^{40} t^2 \cdot f_T(t)\, dt =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \int_{25}^{40} t^2 \cdot \left(-t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\right)\, dt =$$

Ejemplo de temperatura

f) Calcular la varianza de T

Para calcular la varianza, podemos calcular primero $E(T^2)$:

$$E(T^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot f_T(t)\,dt = \int_{25}^{40} t^2 \cdot f_T(t)\,dt =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \int_{25}^{40} t^2 \cdot \left(-t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\right)\,dt =$$

$$= \left(-\frac{2t^6}{50625} + \frac{8t^5}{1875} - \frac{7t^4}{45} + \frac{160t^3}{81}\right)\Bigg|_{25}^{40} = 1165$$

Ejemplo de temperatura

f) Calcular la varianza de T

Para calcular la varianza, podemos calcular primero $E(T^2)$:

$$E(T^2) = \int_{-\infty}^{+\infty} t^2 \cdot f_T(t)\, dt = \int_{25}^{40} t^2 \cdot f_T(t)\, dt =$$

$$= \frac{4}{16875} \cdot \int_{25}^{40} t^2 \cdot \left(-t^3 + 90t^2 - 2625t + 25000\right)\, dt =$$

$$= \left(-\frac{2t^6}{50625} + \frac{8t^5}{1875} - \frac{7t^4}{45} + \frac{160t^3}{81}\right)\Bigg|_{25}^{40} = 1165$$

Por lo tanto, la varianza es:

$$V(X) = E(X^2) - E^2(X) = 1165 - 34^2 = 9$$