

N.º Nome

1. Considere o algoritmo seguinte, assumindo que as variáveis a , b e x guardam inteiros e que cada um dos valores lidos é um inteiro (positivo, negativo ou nulo).

```
 $a \leftarrow 0;$   
 $b \leftarrow 0;$   
ler( $x$ );  
Enquanto ( $x \neq 0$ ) fazer  
    se ( $x > b$ ) então  
        se ( $x > a$ ) então  
             $b \leftarrow a;$   
             $a \leftarrow x;$   
        senão  
             $b \leftarrow x;$   
    ler( $x$ );  
escrever( $a$ );  
escrever( $b$ );
```

a) Indique qual seria o *output* do algoritmo se a sequência que o utilizador pretendia dar fosse a seguinte, supondo que os valores são indicados um a um se solicitados.

-3 -7 5 2 3 8 -10 -3 -6 8 -12 0 4 10 0 -3 20 -10 -4 23 13 0 5 8

b) Escreva o enunciado de um problema que possa ser resolvido pelo algoritmo dado.

c) Mostre que o algoritmo resolve corretamente o problema enunciado. Para isso, designe por n o número de valores lidos e por d_1, d_2, \dots, d_n a sequência desses valores lidos, e:

1. caracterize o estado das variáveis quando a condição de ciclo é testada pela k -ésima vez, para $k \geq 1$;
2. mostre essa propriedade do algoritmo (por indução matemática);
3. indique o estado das variáveis quando o ciclo termina, e conclua.

d) Caracterize duas instâncias que determinem a complexidade temporal do algoritmo no pior caso e no melhor caso, se forem lidos n valores. Mostre que a complexidade temporal do algoritmo dado é $\Theta(n)$, sendo n o número de valores lidos.

2. “Os algoritmos de Prim e de Kruskal seguem estratégias *greedy* (ávidas, gulosas, gananciosas)”. Que significado tem essa afirmação? Em que passo se utiliza essa estratégia em cada um deles?

3. Dê exemplo de três problemas **simples** que envolvam um vetor de n inteiros, não ordenado, e que possam ser resolvidos em tempo $O(1)$, $\Omega(n)$ e $\Theta(\log n)$, respectivamente. Apresente em pseudocódigo os algoritmos que os resolvem e têm essas complexidades.

(CONTINUA, v.p.f.)

4. Considere um sistema de rega de irrigação de um terreno. O sistema é modelado por um grafo não dirigido em que os vértices identificam locais relevantes, os ramos representam tubos que ligam pares de locais, e as dimensões dos tubos são iguais. Um dos locais está ligado à rede de distribuição de água e tem uma torneira que se abrirá para fazer chegar a água aos restantes locais. Suponha que a informação sobre o sistema **já está guardada** convenientemente em memória. Pretende-se um algoritmo que imprima os locais por ordem não decrescente de chegada de água.

a) Contextualize o problema no âmbito da matéria dada e relacione-o com algum dos problemas propostos nas aulas práticas. Explique por que razão não se trata da determinação de uma ordenação topológica dos nós do grafo.

b) Apresente um algoritmo que resolva o problema em tempo $O(L + T)$ sendo L o número de locais e T o número de tubos (isto é, T é o número de pares de locais ligados diretamente por um tubo). Que estruturas de dados utiliza? De que modo essas estruturas são importantes para que o algoritmo tenha a complexidade pretendida?

(FIM)