Motor de Carnot e os Limites Termodinâmicos da Eficiência

Alice Reis, João Guilherme, Lucas Jalles, Luíza Lee, Marcela Messala e Sophia Mayumi

CAP-UFRJ

Outubro 2025

Resumo

No presente arquivo, buscamos apresentar e explicar o funcionamento do motor de Carnot. Tal ciclo termodinâmico foi teorizado por Sadi Carnot com o intuito de estabelecer a máxima eficiência dos motores térmicos operando entre dois reservatórios de temperatura, um de alta temperatura (T_a), e outro de baixa (T_b). Discutiremos as quatro etapas e derivaremos a equação fundamental da eficiência $\eta = 1 - T_b/T_a$ para então explicar a impossibilidade teórica de realmente alcançar 100% de eficiência. Além disso, analisaremos as contradições às leis da termodinâmicas do motor.

1. Introdução

Sadi Carnot (1796-1832) foi um importante cientista francês, filho de um dos generais de Napoleão Bonaparte. Em sua obra de 1824, Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance (Reflexões sobre a Potência Motriz do Fogo e Máquinas Próprias para Aumentar essa Potência), o físico discute a importância dos motores a vapor e apresenta seu motor reversível, cuja eficiência dependia apenas das temperaturas de fontes quentes e frias.

O modelo de Carnot foi importante, e é até hoje, pois foi ele o utilizado para fazer as máquinas do século XIX na Revolução Industrial. Além disso, até hoje ele é o modelo mais usado para fabricação de motores no geral.

A partir disso, foi possível mostrar que era impossível criar uma máquina com 100% de eficiência, devido principalmente a não se adequar à primeira lei da termodinâmica.

2. O Motor de Carnot

Carnot foi pioneiro na pesquisa de um modelo de motor 100% eficiente. Ele seria constituído por um cilindro cujo único orifício separando o meio interno do externo ficaria na parte inferior. Dentro, haveria um fluído ideal (fluido ideal ou perfeito; de viscosidade nula) e um pistão que comprimiria o fluido, exercendo nele pressão. O funcionamento seria baseado em um estômago de unicórnio, onde o mundo é perfeito: Não seria possível entrar ou sair calor em qualquer outro lugar dessa máquina, desprezando suas trocas de calor (seja por condução, convecção ou irradiação) e o atrito do sistema.

No modelo, existiria uma força externa empurrando o pistão, uma barra de alta temperatura e outra de baixa temperatura. Ambas as temperaturas não deveriam variar ao longo do experimento, mesmo sob calor. Tendo que ser suficientemente grandes para tal.

2.1. As quatro etapas do Ciclo de Carnot

No primeiro momento, se colocaria a barra quente no orifício que permite trocas de calor, ao mesmo tempo que se retiraria alguma pressão sob o pistão. O gás se expandiria, mas não esfriaria, visto que a barra quente transferiria Q_1 para o gás, mantendo sua temperatura. O processo seguirá o de uma expansão isotérmica, ou seja, sem variação na temperatura.

Em seguida, se tiraria mais pressão e, também, a barra quente. O gás continuaria a se expandir, mas agora, sem a barra quente, esfriaria. Com a variação, então, de temperatura, mas não de calor, o processo é nomeado de expansão adiabática.

Quando atingisse a mesma temperatura da barra fria, essa seria colocada na entrada de calor, e a força externa no pistão seria aumentada, comprimindo o gás. Ao ser comprimido, se esperaria aumento na temperatura, mas tal não se segue, pois o calor Q_2 vai para a barra fria. Novamente, sem variação de temperatura, o terceiro processo é chamado de compressão isotérmica.

O quarto e último processo é a compressão adiabática. Similarmente ao segundo processo, a fonte de calor (que agora age como um ralo de calor) é retirada, mas inversamente a ele, adicionamos pressão para que haja, na verdade, compressão (note que a pressão total após essa última adição será igual à inicial). Sem o ralo de calor, o gás, comprimindo, esquentará até a temperatura inicial.

No fim de todos os estágios, o sistema e todos os seus parâmetros voltam ao estado que se encontravam anteriormente ao processo um. Dizemos então que o experimento é um ciclo com todos os seus estágios sendo reversíveis. O Ciclo de Carnot é constituído por essas duas expansões iniciais e então duas compressões, alternando entre processos isotérmicos e adiabáticos. Durante os processos isotérmicos, há transferência de calor Q_1 e Q_2 para dentro e fora do fluido respectivamente.

A diferença entre os valores Q_1 e Q_2 é o coração da eficiência do motor. Usando da proporcionalidade, podemos dizer que a diferença entre a temperatura máxima e mínima é similarmente conectada à eficiência. E essa relação pode ser descrita por uma equação que nos ajudará a entender o porquê do motor ser impossível de ser recriado.

2.2. Derivação da equação de eficiência

Para chegar no cálculo da eficiência, precisamos antes entender o que essa significa e como calculá-la. Para isso, pense em lucro, A diferença entre a arrecadação e o prejuízo. Similarmente, a eficiência representará quanto de energia útil (arrecadação), nesse caso, trabalho, o motor produzirá ao consumir energia que damos ao sistema, nesse caso, Q_1 (prejuízo).

Calculamos então a razão entre os dois para obter o resultado como uma porcentagem. Claro que, diferentemente do caso do lucro, não poderemos arrecadar mais energia do que investimos. Não se é possível criar energia. Por tanto, podemos apenas tentar se aproximar o máximo possível do 100%. Sendo essa a premissa do motor de Carnot.

Tendo isso em mente, descreveremos a eficiência como:

$$\text{Eficiência} = \frac{W_{\text{total}}}{Q_1} \tag{1}$$

Calcularemos então, o trabalho feito em cada estágio. Para os processos isotérmicos podemos estabelecer:

$$W_{\text{isot.}} = \int_{V_i}^{V_f} P\, dV \tag{2}$$

E considerando a lei dos gases ideias:

$$PV = nRT, \quad P = \frac{nRT}{V} \tag{3}$$

Substituímos:

$$W_{\text{isot.}} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V}\, dV \tag{4}$$

Tirando as constantes da integração, resta apenas integrar 1/V:

$$W_{\text{isot.}} = nRT \ln\left(\frac{V_f}{V_i}\right) \tag{5}$$

É possível concluir então, que para o processo de expansão isotérmica teremos:

$$W_{1\to 2} = nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) = Q_{1\to 2} \tag{6}$$

Onde $W = Q$, já que não há diferença na temperatura. Para o processo de compressão isotérmica obteremos, similarmente:

$$W_{3\to 4} = nRT_b \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right) = Q_{3\to 4} \tag{7}$$

Partiremos então para um melhor entendimento da relação entre calor e trabalho para os processos adiabáticos. Para isso, recuperaremos a definição de capacidade térmica molar à volume constante:

$$C_v = \frac{1}{n}\left(\frac{\partial Q}{\partial T}\right)_V \tag{8}$$

Se o volume é constante, podemos inferir que $W = 0$ e, por tanto, podemos igualar dU e dQ. Isolando dU, integramos de ambos os lados para obter:

$$dU_v = dQ_v = nC_v dT, \tag{9}$$

$$\int_{U_i}^{U_f} dU = \int_{Ti}^{Tf} nC_v\, dT \to \Delta U = nC_v \Delta T \tag{10}$$

Embora pareça contraintuitivo, podemos usar essa relação mesmo para gases em expansão e compressão, contanto que sejam ideais. Isso se dá pois, para esses gases, a energia interna é uma função da temperatura apenas. Sendo possível desprezar a diferença de volume.

Considerando $Q = 0$ para os processos adiabáticos, teremos que $|W| = |\Delta U|$. E como acabamos de demonstrar esse valor, basta substituir em:

$$W_{2\to 3} = -nC_v(T_b - T_a) = -\Delta U_{2\to 3}, \tag{11}$$

$$W_{4\to 1} = -nC_v(T_a - T_b) = -\Delta U_{4\to 1} \tag{12}$$

Note que na Eq. (11) o trabalho está sendo feito pelo gás, representando direta e exclusivamente a diminuição de sua energia interna. Mas então, W não deveriam ser positivo? Ele é! Perceba que $(T_b - T_a) < 0$ e, por tanto, o termo inteiro é positivo!

Note também que o trabalho e variação de energia interna para os dois processos adiabáticos são um o inverso do outro. Essa relação será importante na hora de calcular a eficiência, já que não precisaremos representá-los.

Agora que definimos os parâmetros mais importantes das quatro etapas, voltaremos à Eq. (1), e substituiremos o W_{total} pela soma do trabalho feito pelo gás ao longo dos processos isotérmicos (lembrando que os processos adiabáticos se anulam), e representaremos Q_1 por seu valor dado na Eq. (6):

$$\text{Eficiência} = \frac{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + nRT_b \ln\left(\frac{V_4}{V_3}\right)}{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \tag{13}$$

Considerando que o processo geratriz dos termos foi de expansão adiabática, podemos escrever:

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}, \text{ onde} \tag{14}$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \tag{15}$$

Do termo de capacidade térmica molar à pressão constante C_p podemos descrever que:

$$Q_p = \Delta U_p + W_p = \Delta U_p + P\Delta V \quad (16)$$

Onde conhecemos sobre as relações dos gases ideais, e por motivos já discutidos, que:

$$PV = nRT, \quad (17)$$

$$\Delta U_p = \Delta U_v = nC_v\Delta T \quad (18)$$

Substituindo as equações Eq. (18) e Eq. (17) na Eq. (16), obtemos:

$$Q_p = nC_v\Delta T + nR\Delta T = n(C_v + R)\Delta T \quad (19)$$

E sabemos que $Q_p = nC_p\Delta T$ (por derivação similar à que fizemos para C_v), por tanto, podemos afirmar que $C_p = C_v + R$.

Finalmente, com esse resultado, podemos escrever, da Eq. (14) e Eq. (15):

$$\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{C_v/R} = \frac{V_3}{V_2} \quad (20)$$

$$\left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{C_v/R} = \frac{V_4}{V_1} \quad (21)$$

A partir da natureza do Ciclo, adicionamos que $T_1 = T_2$ e $T_3 = T_4$. Igualando então as equações e substituindo os termos, concluímos que:

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad (22)$$

Substituindo a Eq. (22) na Eq. (13) obtemos:

$$\text{Eficiência} = \frac{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + nRT_b \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \quad (23)$$

Cancelando os termos semelhantes, chegamos a:

$$\text{Eficiência} = \frac{T_a - T_b}{T_a} \quad (24)$$

Ou ainda:

$$\eta = 1 - \frac{T_b}{T_a} \quad (25)$$

A partir da Eq. (25), observamos então que a eficiência só será 1 (100%), se $T_b/T_a = 0$. Ou seja, se $T_b = 0$ ou $T_a = \infty$. Ou seja, se a temperatura do ferro mais frio for zero absoluto ou a temperatura do ferro mais quente for infinita.

3. Porque um Motor não pode ter 100% de eficiência

Um motor nunca pode chegar a 100% de eficiência pois para isso seria necessário contraditar 2 leis da termodinâmica.

A: O universo tende ao caos e à entropia, ou seja, a energia sempre quer se dispersar. E quando ela se dispersa não pode mais ser usada para gerar trabalho.

B: Energia tem que vir de algum lugar e deve ir a algum lugar, ou seja, não é possível criar energia do nada ou mantê-la no mesmo sistema para sempre.

Para que um motor tivesse 100% de eficiência, seria necessário que a fonte de calor tivesse um valor infinitamente alto ou que a fonte fria tivesse o valor igual a 0 (e um lugar infinitamente grande para o gás expandir). Isso pode ser observado na Eq. (25)

Se $T_b = 0$, então $0/\text{qualquer coisa} = 0$ e $1 - 0 = 100\%$. Se $T_a = \infty$, qualquer coisa/∞ tende a 0 e , portanto, Eficiência= 100%.

Não existe uma fonte de calor infinita, pois seria necessário algo que vai contra a lei de que a energia tem que vir de algum lugar e não energia infinita no universo.

E não existe uma forma de atingir 0 graus Kelvin até onde nós sabemos. Nós conseguimos chegar bem próximo em um sistema fechado, mas quanto mais próximo mais difícil. Também é impossível criar um recipiente infinitamente longo para que o gás se expanda até 0 Kelvin.

Terceiramente: As condições para chegar a 100% de eficiência também ignoram muitas leis do nosso mundo. Como por exemplo a troca de calor entre o gás e o recipiente, o atrito entre as moléculas ou irradiação através do recipiente, e o uso de um gás ideal. Portanto, um motor 100% eficiente no mundo em que vivemos não passa de um sonho.

4. Como seria um motor 100% eficiente?

Um motor 100% precisaria de um sistema que não interage com o mundo fora dele em nenhuma forma.

Depois disso temos dois caminhos:

A: Fonte de calor infinita: Se tivermos algo que gera calor infinito, a quantidade de calor que escapa do sistema seria irrelevante pois ele é infinito e sua eficiência seria de 100%.

B: Fonte de frio capaz de fazer o sistema chegar a 0 Kelvin (precisamos também de um recipiente infinitamente grande): Se formos capazes de chegar a 0 Kelvin, não perderíamos energia para realizar nenhuma parte do ciclo, pois a pressão comprimiria o gás sozinha. Portanto, Eficiência = 100%.

5. Conclusões

O ciclo de Carnot estabelece a eficiência máxima teórica para qualquer motor térmico operando entre dois reservatórios de temperatura. Nossa análise demonstra que alcançar 100% de eficiência requer condições fisicamente impossíveis: ou uma fonte de calor com temperatura infinita ou um sumidouro frio a zero absoluto. Estes requisitos violam princípios termodinâmicos fundamentais, particularmente a primeira e segunda leis. Embora o motor de Carnot permaneça uma construção teórica inestimável para entender os limites da eficiência termodinâmica, motores práticos devem sempre operar abaixo deste máximo ideal devido à inevitável dissipação de energia e aumento de entropia.

Referências

[1] Carnot, S. (1824). *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*. Bachelier.

[2] Callen, H. B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons.

[3] Atkins, P., & de Paula, J. (2010). *Physical Chemistry*. Oxford University Press.

[4] Santos, F. C. (1999). *Termodinâmica*. Editora da Universidade de São Paulo.