

# Motor de Carnot e os Limites Termodinâmicos da Eficiência

Alice Reis, João Guilherme, Lucas Jalles, Luíza Lee, Marcela Messala e Sophia Mayumi

CAP-UFRJ

Outubro 2025

## Resumo

No presente arquivo, buscamos apresentar e explicar o funcionamento do motor de Carnot. Tal ciclo termodinâmico foi teorizado por Sadi Carnot com o intuito de estabelecer a máxima eficiência dos motores térmicos operando entre dois reservatórios de temperatura, um de alta temperatura ( $T_a$ ), e outro de baixa ( $T_b$ ). Discutiremos as quatro etapas e derivaremos a equação fundamental da eficiência  $\eta = 1 - T_b/T_a$  para então explicar a impossibilidade teórica de realmente alcançar 100% de eficiência. Além disso, analisaremos as contradições às leis da termodinâmicas do motor.

## 1. Introdução

Sadi Carnot (1796-1832) foi um importante cientista francês, filho de um dos generais de Napoleão Bonaparte. Em sua obra de 1824, *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance* (Reflexões sobre a Potência Motriz do Fogo e Máquinas Próprias para Aumentar essa Potência), o físico discute a importância dos motores a vapor e apresenta seu motor reversível, cuja eficiência dependia apenas das temperaturas de fontes quentes e frias.

O modelo de Carnot foi importante, e é até hoje, pois foi ele o utilizado para fazer as máquinas do século XIX na Revolução Industrial. Além disso, até hoje ele é o modelo mais usado para fabricação de motores no geral.

A partir disso, foi possível mostrar que era impossível criar uma máquina com 100% de eficiência, devido principalmente a não se adequar à primeira lei da termodinâmica.

## 2. O Motor de Carnot

Carnot foi pioneiro na pesquisa de um modelo de motor 100% eficiente. Ele seria constitu-

ído por um cilindro cujo único orifício separando o meio interno do externo ficaria na parte inferior. Dentro, haveria um fluído ideal (fluído ideal ou perfeito; de viscosidade nula) e um pistão que comprimiria o fluido, exercendo nele pressão. O funcionamento seria baseado em um estômago de unicórnio, onde o mundo é perfeito. Não seria possível entrar ou sair calor em qualquer outro lugar dessa máquina, desprezando suas trocas de calor (seja por condução, convecção ou irradiação) e o atrito do sistema.

No modelo, existiria uma força externa empurrando o pistão, uma barra de alta temperatura e outra de baixa temperatura. Ambas as temperaturas não deveriam variar ao longo do experimento, mesmo sob calor. Tendo que ser suficientemente grandes para tal.

### 2.1. As quatro etapas do Ciclo de Carnot

No primeiro momento, se colocaria a barra quente no orifício que permite trocas de calor, ao mesmo tempo que se retiraria alguma pressão sob o pistão. O gás se expandiria, mas não esfriaria, visto que a barra quente transferiria  $Q_1$  para o gás, mantendo sua temperatura. O processo seguirá o de uma expansão isotérmica, ou seja, sem variação

na temperatura.

Em seguida, se tiraria mais pressão e, também, a barra quente. O gás continuaria a se expandir, mas agora, sem a barra quente, esfriaria. Com a variação, então, de temperatura, mas não de calor, o processo é nomeado de expansão adiabática.

Quando atingisse a mesma temperatura da barra fria, essa seria colocada na entrada de calor, e a força externa no pistão seria aumentada, comprimindo o gás. Ao ser comprimido, se esperaria aumento na temperatura, mas tal não se segue, pois o calor  $Q_2$  vai para a barra fria. Novamente, sem variação de temperatura, o terceiro processo é chamado de compressão isotérmica.

O quarto e último processo é a compressão adiabática. Similarmente ao segundo processo, a fonte de calor (que agora age como um ralo de calor) é retirada, mas inversamente a ele, adicionamos pressão para que haja, na verdade, compressão (note que a pressão total após essa última adição será igual à inicial). Sem o ralo de calor, o gás, comprimindo, esquentará até a temperatura inicial.

No fim de todos os estágios, o sistema e todos os seus parâmetros voltam ao estado que se encontravam anteriormente ao processo um. Dizemos então que o experimento é um ciclo com todos os seus estágios sendo reversíveis. O Ciclo de Carnot é constituído por essas duas expansões iniciais e então duas compressões, alternando entre processos isotérmicos e adiabáticos. Durante os processos isotérmicos, há transferência de calor  $Q_1$  e  $Q_2$  para dentro e fora do fluido respectivamente.

A diferença entre os valores  $Q_1$  e  $Q_2$  é o coração da eficiência do motor. Usando da proporcionalidade, podemos dizer que a diferença entre a temperatura máxima e mínima é similarmente conectada à eficiência. E essa relação pode ser descrita por uma equação que nos ajudará a entender o porquê do motor ser impossível de ser recriado.

## 2.2. Derivação da equação de eficiência

Para chegar no cálculo da eficiência, precisamos antes entender o que essa significa e como

calculá-la. Para isso, pense em lucro, A diferença entre a arrecadação e o prejuízo. Similarmente, a eficiência representará quanto de energia útil (arrecadação), nesse caso, trabalho, o motor produzirá ao consumir energia que damos ao sistema, nesse caso,  $Q_1$  (prejuízo).

Calculamos então a razão entre os dois para obter o resultado como uma porcentagem. Claro que, diferentemente do caso do lucro, não podemos arrecadar mais energia do que investimos. Não se é possível criar energia. Por tanto, podemos apenas tentar se aproximar o máximo possível do 100%. Sendo essa a premissa do motor de Carnot.

Tendo isso em mente, descreveremos a eficiência como:

$$\text{Eficiência} = \frac{W_{\text{total}}}{Q_1} \quad (1)$$

Calcularemos então, o trabalho feito em cada estágio. Para os processos isotérmicos podemos estabelecer:

$$W_{\text{isot.}} = \int_{V_i}^{V_f} P \, dV \quad (2)$$

E considerando a lei dos gases ideais:

$$PV = nRT, \quad P = \frac{nRT}{V} \quad (3)$$

Substituímos:

$$W_{\text{isot.}} = \int_{V_i}^{V_f} \frac{nRT}{V} \, dV \quad (4)$$

Tirando as constantes da integração, resta apenas integrar  $1/V$ :

$$W_{\text{isot.}} = nRT \ln \left( \frac{V_f}{V_i} \right) \quad (5)$$

É possível concluir então, que para o processo de expansão isotérmica teremos:

$$W_{1 \rightarrow 2} = nRT_a \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) = Q_{1 \rightarrow 2} \quad (6)$$

Onde  $W = Q$ , já que não há diferença na temperatura. Para o processo de compressão isotérmica obteremos, similarmente:

$$W_{3 \rightarrow 4} = nRT_b \ln \left( \frac{V_4}{V_3} \right) = Q_{3 \rightarrow 4} \quad (7)$$

Partiremos então para um melhor entendimento da relação entre calor e trabalho para os processos adiabáticos. Para isso, recuperaremos a definição de capacidade térmica molar à volume constante:

$$C_v = \frac{1}{n} \left( \frac{\partial Q}{\partial T} \right)_V \quad (8)$$

Se o volume é constante, podemos inferir que  $W = 0$  e, por tanto, podemos igualar  $dU$  e  $dQ$ . Isolando  $dU$ , integramos de ambos os lados para obter:

$$dU_v = dQ_v = nC_v dT, \quad (9)$$

$$\int_{U_i}^{U_f} dU = \int_{T_i}^{T_f} nC_v dT \rightarrow \Delta U = nC_v \Delta T \quad (10)$$

Embora pareça contraintuitivo, podemos usar essa relação mesmo para gases em expansão e compressão, contanto que sejam ideais. Isso se dá pois, para esses gases, a energia interna é uma função da temperatura apenas. Sendo possível desprezar a diferença de volume.

Considerando  $Q = 0$  para os processos adiabáticos, teremos que  $|W| = |\Delta U|$ . E como acabamos de demonstrar esse valor, basta substituir em:

$$W_{2 \rightarrow 3} = -nC_v(T_b - T_a) = -\Delta U_{2 \rightarrow 3}, \quad (11)$$

$$W_{4 \rightarrow 1} = -nC_v(T_a - T_b) = -\Delta U_{4 \rightarrow 1} \quad (12)$$

Note que na Eq. (11) o trabalho está sendo feito pelo gás, representando direta e exclusivamente a diminuição de sua energia interna. Mas então,  $W$  não deveriam ser positivo? Ele é! Perceba que  $(T_b - T_a) < 0$  e, por tanto, o termo inteiro é positivo!

Note também que o trabalho e variação de energia interna para os dois processos adiabáticos são um o inverso do outro. Essa relação será importante na hora de calcular a eficiência, já que não precisaremos representá-los.

Agora que definimos os parâmetros mais importantes das quatro etapas, voltaremos à Eq. (1), e substituiremos o  $W_{\text{total}}$  pela soma do trabalho feito pelo gás ao longo dos processos isotérmicos (lembrando que os processos adiabáticos se anulam), e representaremos  $Q_1$  por seu valor dado na Eq. (6):

$$\text{Eficiência} = \frac{nRT_a \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right) + nRT_b \ln \left( \frac{V_4}{V_3} \right)}{nRT_a \ln \left( \frac{V_2}{V_1} \right)} \quad (13)$$

Considerando que o processo geratriz dos termos foi de expansão adiabática, podemos escrever:

$$T_3 V_3^{\gamma-1} = T_4 V_4^{\gamma-1}, \text{ onde} \quad (14)$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_v} \quad (15)$$

Do termo de capacidade térmica molar à pressão constante  $C_p$  podemos descrever que:

$$Q_p = \Delta U_p + W_p = \Delta U_p + P\Delta V \quad (16)$$

Onde conhecemos sobre as relações dos gases ideais, e por motivos já discutidos, que:

$$PV = nRT, \quad (17)$$

$$\Delta U_p = \Delta U_v = nC_v\Delta T \quad (18)$$

Substituindo as equações Eq. (18) e Eq. (17) na Eq. (16), obtemos:

$$Q_p = nC_v\Delta T + nR\Delta T = n(C_v + R)\Delta T \quad (19)$$

E sabemos que  $Q_p = nC_p\Delta T$  (por derivação similar à que fizemos para  $C_v$ ), por tanto, podemos afirmar que  $C_p = C_v + R$ .

Finalmente, com esse resultado, podemos escrever, da Eq. (14) e Eq. (15):

$$\left(\frac{T_2}{T_3}\right)^{C_v/R} = \frac{V_3}{V_2} \quad (20)$$

$$\left(\frac{T_1}{T_4}\right)^{C_v/R} = \frac{V_4}{V_1} \quad (21)$$

A partir da natureza do Ciclo, adicionamos que  $T_1 = T_2$  e  $T_3 = T_4$ . Igualando então as equações e substituindo os termos, concluímos que:

$$\frac{V_3}{V_4} = \frac{V_2}{V_1} \quad (22)$$

Substituindo a Eq. (22) na Eq. (13) obtemos:

$$\text{Eficiência} = \frac{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right) + nRT_b \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)}{nRT_a \ln\left(\frac{V_2}{V_1}\right)} \quad (23)$$

Cancelando os termos semelhantes, chegamos a:

$$\text{Eficiência} = \frac{T_a - T_b}{T_a} \quad (24)$$

Ou ainda:

$$\eta = 1 - \frac{T_b}{T_a} \quad (25)$$

A partir da Eq. (25), observamos então que a eficiência só será 1 (100%), se  $T_b/T_a = 0$ . Ou seja, se  $T_b = 0$  ou  $T_a = \infty$ . Ou seja, se a temperatura do ferro mais frio for zero absoluto ou a temperatura do ferro mais quente for infinita.

### 3. Porque um Motor não pode ter 100% de eficiência

Um motor nunca pode chegar a 100% de eficiência pois para isso seria necessário contraditar 2 leis da termodinâmica.

- A: O universo tende ao caos e à entropia, ou seja, a energia sempre quer se dispersar. E quando ela se dispersa não pode mais ser usada para gerar trabalho.
- B: Energia tem que vir de algum lugar e deve ir a algum lugar, ou seja, não é possível criar energia do nada ou mantê-la no mesmo sistema para sempre.

Para que um motor tivesse 100% de eficiência, seria necessário que a fonte de calor tivesse um valor infinitamente alto ou que a fonte fria tivesse o valor igual a 0 (e um lugar infinitamente grande para o gás expandir). Isso pode ser observado na Eq. (25)

Se  $T_b = 0$ , então  $0/\text{qualquer coisa} = 0$  e  $1 - 0 = 100\%$ . Se  $T_a = \infty$ , qualquer coisa/ $\infty$  tende a 0 e, portanto, Eficiência= 100%.

Não existe uma fonte de calor infinita, pois seria necessário algo que vai contra a lei de que a energia tem que vir de algum lugar e não energia infinita no universo.

E não existe uma forma de atingir 0 graus Kelvin até onde nós sabemos. Nós conseguimos chegar bem próximo em um sistema fechado, mas quanto mais próximo mais difícil. Também é impossível criar um recipiente infinitamente longo para que o gás se expanda até 0 Kelvin.

Terceiramente: As condições para chegar a 100% de eficiência também ignoram muitas leis do nosso mundo. Como por exemplo a troca de calor entre o gás e o recipiente, o atrito entre as moléculas ou irradiação através do recipiente, e o uso de um gás ideal. Portanto, um motor 100% eficiente no mundo em que vivemos não passa de um sonho.

## 4. Como seria um motor 100% eficiente?

Um motor 100% precisaria de um sistema que não interage com o mundo fora dele em nenhuma forma.

Depois disso temos dois caminhos:

A: Fonte de calor infinita: Se tivermos algo que gera calor infinito, a quantidade de calor que escapa do sistema seria irrelevante pois ele é infinito e sua eficiência seria de 100%.

B: Fonte de frio capaz de fazer o sistema chegar a 0 Kelvin (precisamos também de um recipiente infinitamente grande): Se formos capazes de chegar a 0 Kelvin, não perderíamos energia para realizar nenhuma parte do ciclo, pois a pressão comprimiria o gás sozinha. Portanto, Eficiência = 100%.

## 5. Conclusões

O ciclo de Carnot estabelece a eficiência máxima teórica para qualquer motor térmico operando entre dois reservatórios de temperatura. Nossa análise demonstra que alcançar 100% de eficiência requer condições fisicamente impossíveis: ou uma fonte de calor com temperatura infinita ou um sumidouro frio a zero absoluto. Estes requisitos violam princípios termodinâmicos fundamentais,

particularmente a primeira e segunda leis. Embora o motor de Carnot permaneça uma construção teórica inestimável para entender os limites da eficiência termodinâmica, motores práticos devem sempre operar abaixo deste máximo ideal devido à inevitável dissipação de energia e aumento de entropia.

## Referências

- [1] Carnot, S. (1824). *Réflexions sur la puissance motrice du feu et sur les machines propres à développer cette puissance*. Bachelier.
- [2] Callen, H. B. (1985). *Thermodynamics and an Introduction to Thermostatistics*. John Wiley & Sons.
- [3] Atkins, P., & de Paula, J. (2010). *Physical Chemistry*. Oxford University Press.
- [4] Santos, F. C. (1999). *Termodinâmica*. Editora da Universidade de São Paulo.