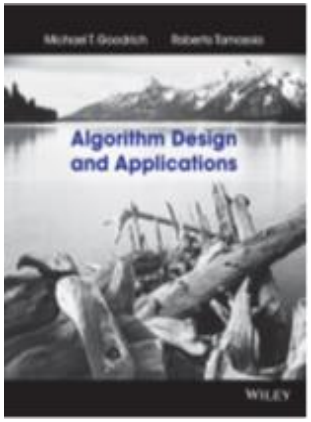
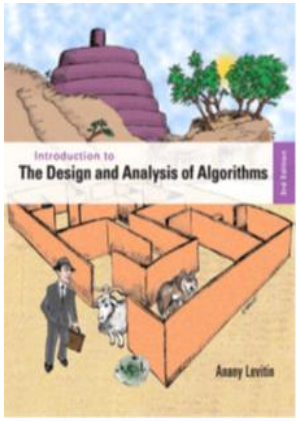
Unidade 10 – Análise de Algoritmos com Estruturas de Dados Lineares

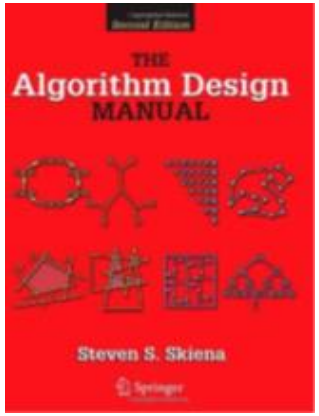
Parte 1

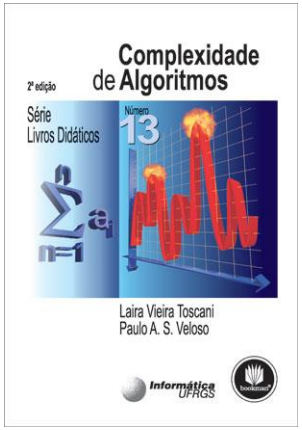
Bibliografia

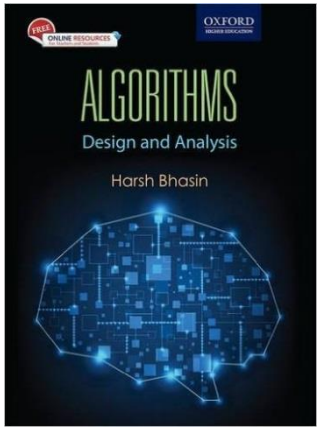
- Algorithm Design and Applications – Michael T. Goodrich, Roberto Tamassia, Wiley, 2015
- Introduction to the Design and Analysis of Algorithms – Anany Levitin, Pearson, 2012
- The Algorithm Design Manual – Steven S. Skiena, Springer, 2008
- Complexidade de Algoritmos – Série Livros Didáticos – UFRGS
- Algorithms – Design and Analysis – Harsh Bhasin – Oxford University Press - 2015





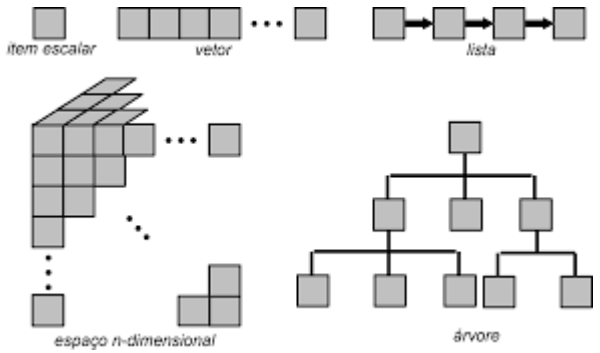






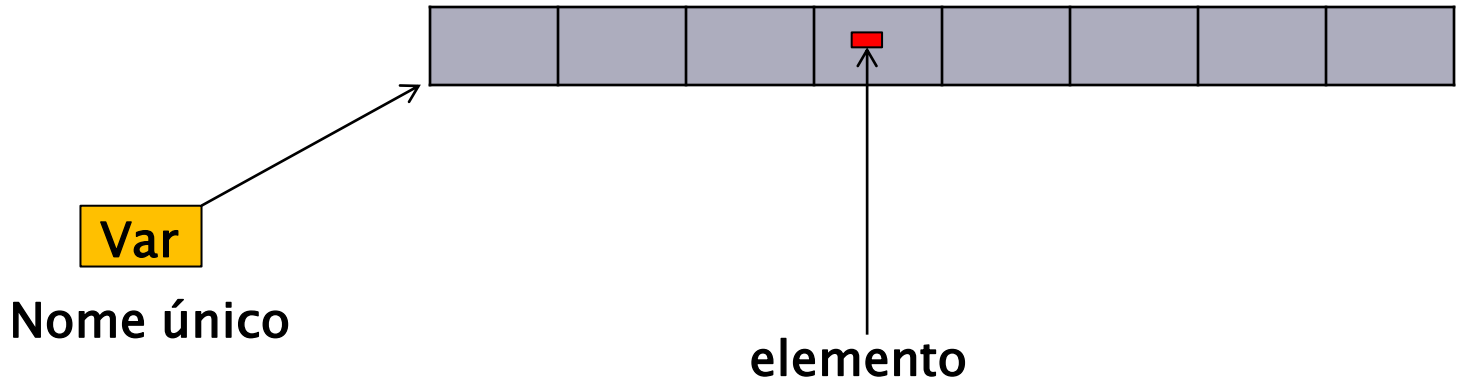
Introdução

- É essencial ser capaz de desenvolver algoritmos, analisá-los e implementá-los da forma mais eficiente possível;
- Esta eficiência pode ser obtida com o emprego de estruturas de dados convenientes para o problema a ser resolvido pelo algoritmo;
- Cada estrutura de dados é composta por um conjunto de operações tais como: create, delete, update e travessia (tipo abstrato de dados).



Arrays

- Um **array** é um conjunto de variáveis do mesmo tipo a qual atribuímos um **nome único**.
- Cada informação (dado) no **array** é chamada de **elemento** do **array**.



Arrays

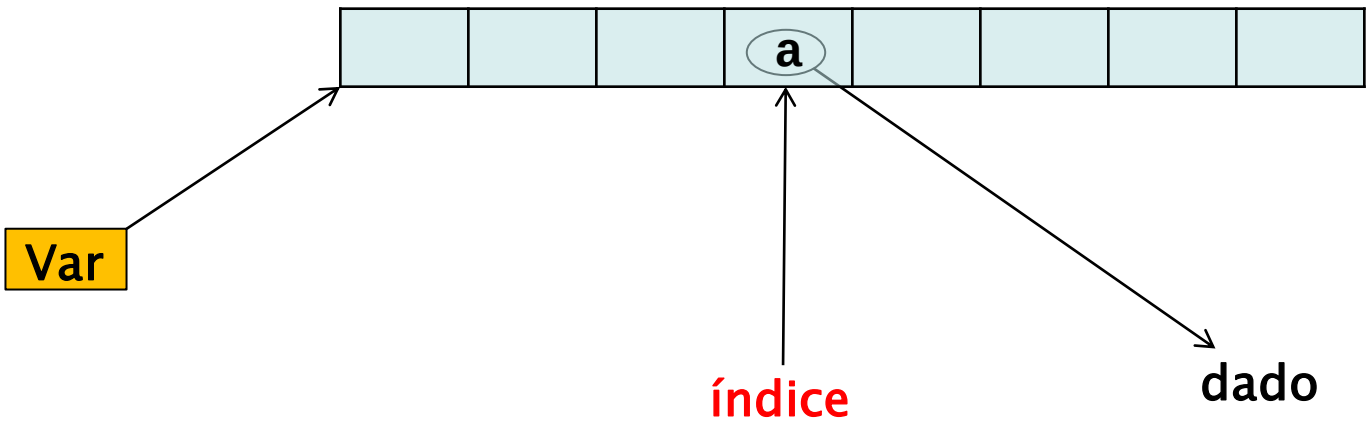
- Para fazermos referência à um um elemento de um array devemos usar o nome do array em conjunto com um número inteiro chamado **índice**.

- O primeiro elemento do array tem índice **0**, o segundo **1**, e assim por diante.

Índice é como o rótulo de uma caixa ...

Índice de um array

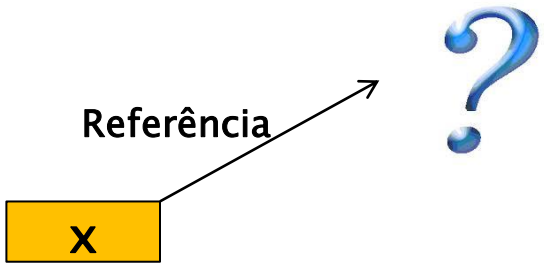
- Pode ser representado pela avaliação de uma expressão que deve resultar em um valor inteiro maior ou igual a zero.



Variáveis array

```
int [ ]  x;
```

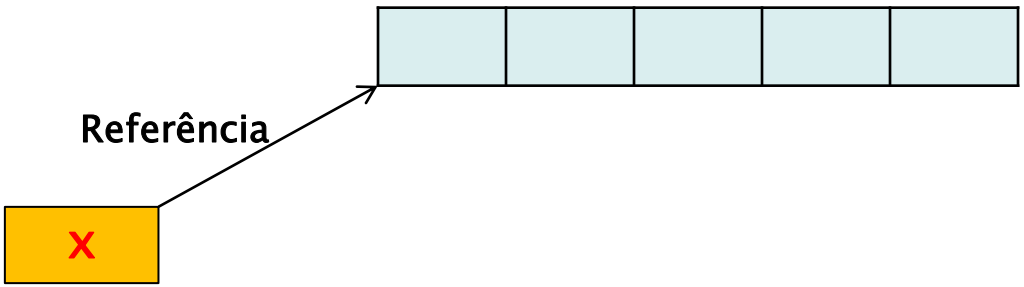
- A variável **x** corresponde a uma **referência** a um array de inteiros que ainda não foi criado.
- Portanto, neste ponto ainda não foi alocada memória para o array.



Definindo um array

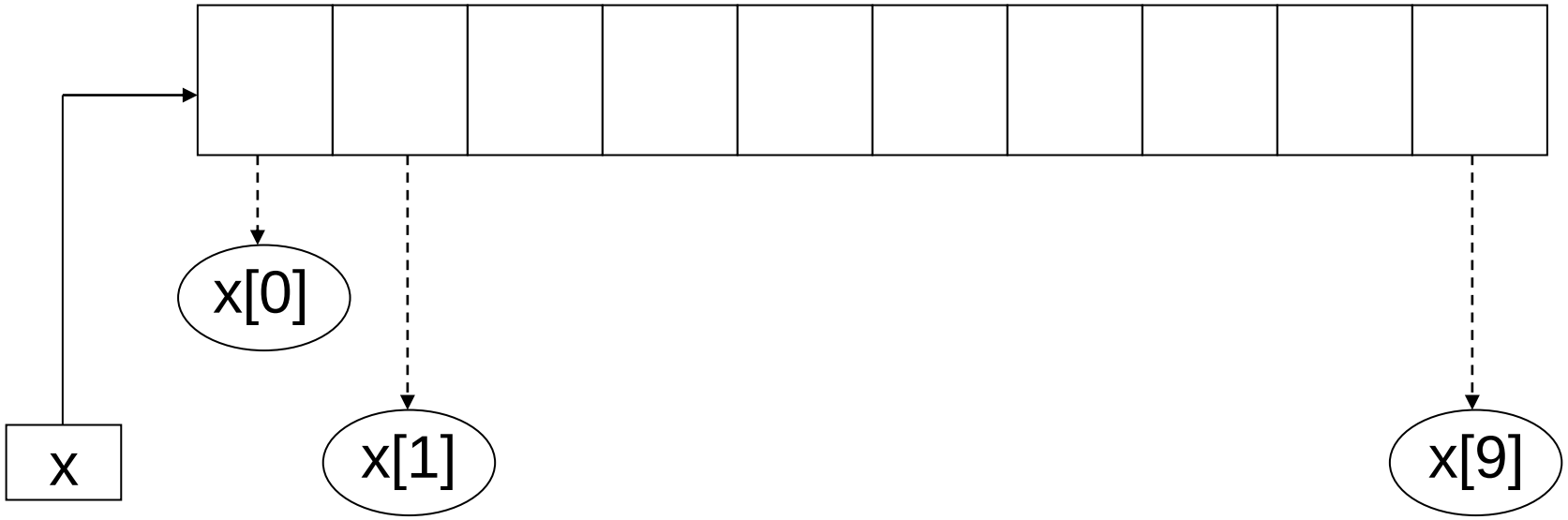
```
x = new int[5];
```

- O statement acima cria um array que irá armazenar 5 valores inteiros e grava uma referência ao array na variável x.
- A referência é simplesmente o endereço onde o array está na memória.



Acesso aos elementos do array

```
int[ ] x = new int[10];
```



Inicializando arrays

- Podemos inicializar um array explicitando os valores em tempo de declaração.
- Com este procedimento o tamanho do array e, consequente alocação de memória, é definido.

```
int [ ] x = {2,3,5,7,11,13,17 } ;
```

ou `int[ ] x = new int [ ] { 2,3,5,7,11,13,17 } ;`

O array acima tem 7 elementos inteiros.

Atribuição de arrays

```
int [ ] x = new int[100];

x[0] = 2;
x[1] = 3;
```

- Obs. Os demais itens do array são inicializados em **zero** (valor default)

Imprimindo os elementos do array

```
package maua;
public class ArrayPrint {

        public static void main(String[] args) {
                Integer[] x = new Integer[50];

                for (int i=0 ; i < x.length ; i++)
                x[i]=i;

                imprimeArray(x);
        }
        public static void imprimeArray (Integer[] array )  {

                Integer n = array.length;

                for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                        System.out.println(array[i]);

        }

}
```

```
public static void imprimeArray (Integer[] array )  {

                Integer n = array.length;

                for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                        System.out.println(array[i]);

        }
```

Qual o ordem de Complexidade da Função imprimeArray?

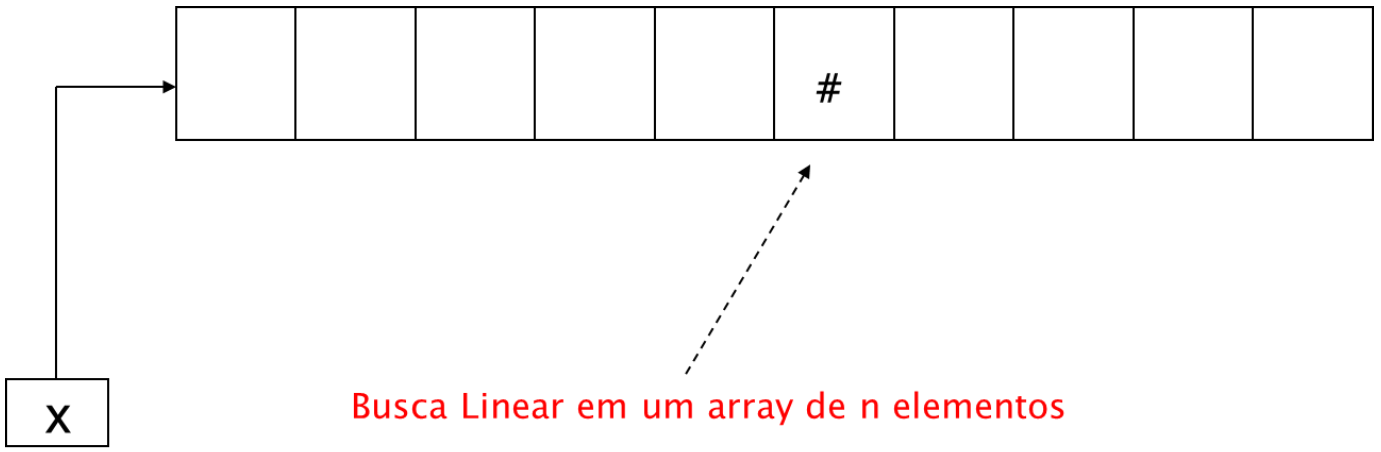
Qual o ordem de Complexidade da Função imprimeArray

```
public static void imprimeArray (Integer[] array )  {

                Integer n = array.length;

                for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                        System.out.println(array[i]);

        }
```

Ordem de Complexidade: **O(n)**

Pesquisa Linear

- Considerando um array com n elementos, a pesquisa linear corresponde a atravessar linearmente o array para encontrar um determinado elemento;



Busca Linear

```
package maua;

public class BuscaLinear {

        public static void main(String[] args) {
                Integer[] x = new Integer[50];

                for (int i=0 ; i < x.length ; i++)
                        x[i]=i+1;

                Integer argumento = 50;

                Integer n = (BuscaLinearArray(x,argumento) ) ;

                if ( n == -1)
                        System.out.println("Valor não existente no
                                array...");
                else
                        System.out.println("Valor " + argumento + "
                                encontrado na posição: " + n );
}
```

Busca Linear

```
public static Integer BuscaLinearArray (Integer[] array , Integer argumento ) {

        Integer n = array.length;

        for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                if (array[i] == argumento)
                        return i;
        return -1;

   }

}
```

Busca Linear

```
public static Integer BuscaLinearArray (Integer[] array , Integer argumento ) {

        Integer n = array.length;

        for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                if (array[i] == argumento)
                        return i;
        return -1;

   }

}
```

Qual o ordem de Complexidade da Função BuscaLinearArray?

Ordem de Complexidade da Função BuscaLinearArray

```
public static Integer BuscaLinearArray (Integer[] array , Integer argumento ) {

        Integer n = array.length;

        for (int i = 0 ; i < n ; i++)
                if (array[i] == argumento)
                        return i;
        return -1;

   }

}
```

- Se o elemento estiver presente logo na primeira posição do array, então a ordem de complexidade seria **O(1)**;

- No caso extremo, quando o elemento não estiver presente no array, todos os n elementos do array deverão ser visitados, o que corresponde a complexidade **O(n)**.

Revertendo a ordem dos elementos de um array

```
package maua;

import java.util.Arrays;

        public class RevertArray {

                public static void main(String[] args) {
                        Integer[] x = new Integer[9];

                        for (int i=0 ; i < x.length ; i++)
                                x[i]=i+1;

                        System.out.println(Arrays.toString(x));

                        System.out.println("\n");

                        System.out.println(Arrays.toString(Reorder(x)));

}
```

Revertendo a ordem dos elementos de um array

```
public static Integer[]  Reorder (Integer[] array )  {

      Integer n = array.length;

      Integer j = (n/2), temp;

      for (int i = 0; i < j ; i++) {
            temp = array[i];
            array[i] = array[n-1-i];
            array[n-1-i] = temp;
      }
      return array;
   }
}
```

Revertendo a ordem dos elementos de um array

```
public static Integer[]  Reorder (Integer[] array )  {

      Integer n = array.length;

      Integer j = (n/2), temp;

      for (int i = 0; i < j ; i++) {
            temp = array[i];
            array[i] = array[n-1-i];
            array[n-1-i] = temp;
      }
      return array;
   }
}
```

Qual o ordem de Complexidade da Função Reorder?

Ordem de Complexidade da Função Reorder

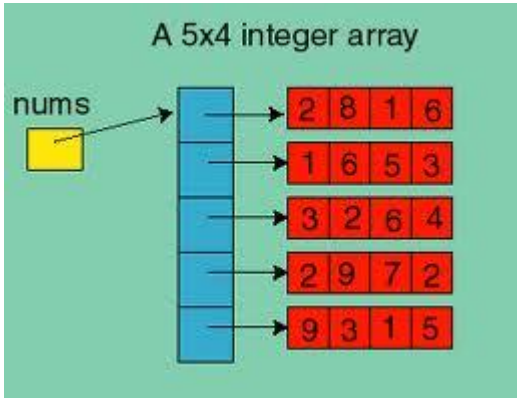
```
public static Integer[]  Reorder (Integer[] array )  {

      Integer n = array.length;

      Integer j = (n/2), temp;

      for (int i = 0; i < j ; i++) {
            temp = array[i];
            array[i] = array[n-1-i];
            array[n-1-i] = temp;
      }
      return array;
   }
}
```

- Todas as operações internas loop são executadas n/2 vezes;
- Assim, a ordem de complexidade da função Reorder é **O(n)**.

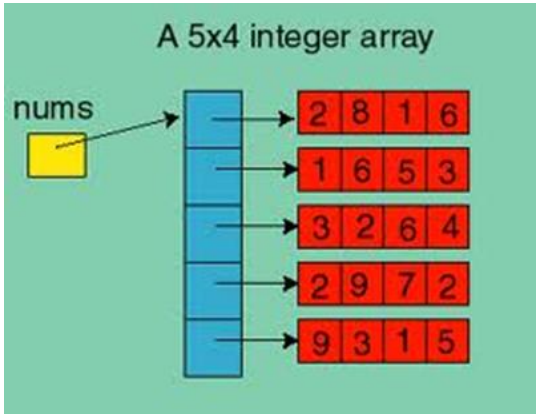
Array de arrays

- Usam mais de um índice para acessar os elementos do array.
- São usados para tabelas e outros arranjos mais complexos.
- São também chamados de arrays bidimensionais, uma vez que têm duas dimensões.
- No exemplo, o primeiro índice se refere à quantidade de linhas e o segundo índice corresponde à quantidade de colunas da tabela.

```
int [ ] [ ]    nums = new int [5][4];
```

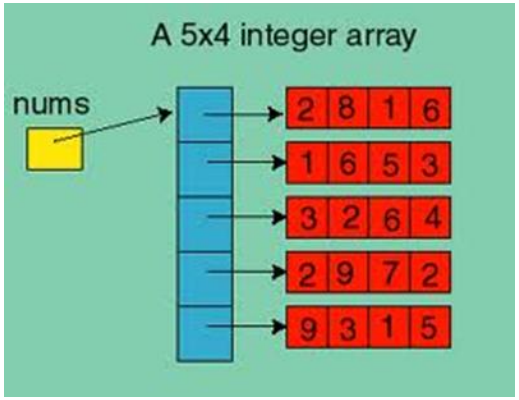


Carga de Array de arrays



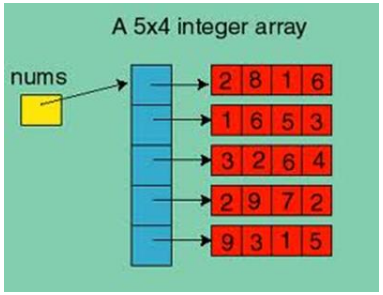

```
package maua;

public class ArrayArray {

        public static void main(String[] args) {

                int[][] nums  = new int[5][4];

                for (int r=0; r < nums.length; r++) {

                        for (int c=0; c < nums[r].length; c++) {
                                nums [r][c] = (int) (Math.random() * 10);
                                System.out.print(" " + nums[r][c]);
                        }
                        System.out.println("");
                }
        }
}
```

Imprimindo array de arrays




```
package maua;

public class PrintArray {

  public static void main(String[] args) {
        int[][] nums  = new int[5][4];

        for (int r=0; r < nums.length; r++)
        for (int c=0; c < nums[r].length; c++)
        nums [r][c] = (int) ( Math.random() * 10);

        printArray2D(nums);
}
```

Imprimindo array de arrays

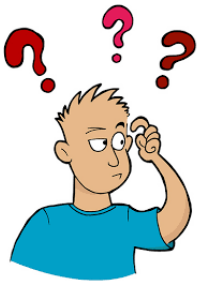



```
public static void printArray2D (int[][] array) {

        for (int r=0; r < array.length; r++)  {
                for (int c=0; c < array[r].length; c++)
                        System.out.print ( array[r][c] + " " );
                System.out.print("\n");
        }
    }
}
```

Imprimindo Array de Array

```
public static void printArray2D (int[][] array) {

      for (int r=0; r < array.length; r++)  {
            for (int c=0; c < array[r].length; c++)
                  System.out.print ( array[r][c] + " " );
            System.out.print("\n");
      }
  }
}
```

Qual o ordem de Complexidade da Função printArray2D?



Ordem de Complexidade da Função printArray2D

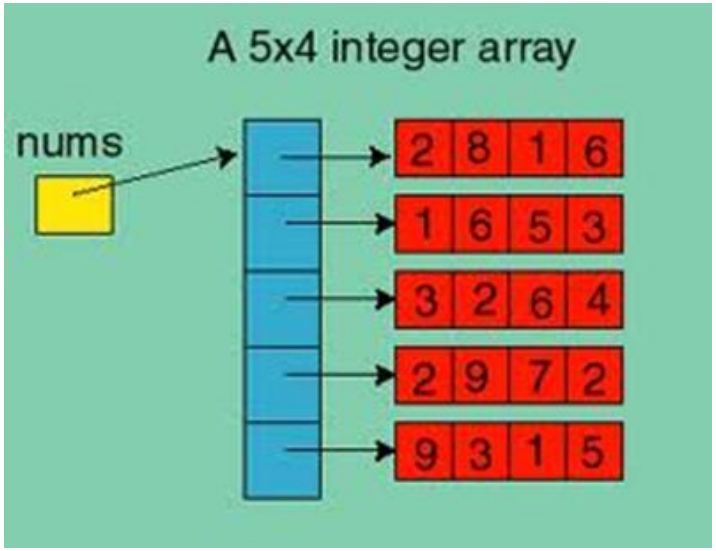
```
public static void printArray2D (int[][] array) {

        for (int r=0; r < array.length; r++)  {
                for (int c=0; c < array[r].length; c++)
                        System.out.print ( array[r][c] + " " );
                System.out.print("\n");
        }
  }
}
```

- Admitindo-se uma matriz de n linhas e n colunas, as operações executadas internamente ao loop serão: **n** x **n** (loop dentro de loop);

- Assim, a ordem de complexidade do algoritmo será O($\mathbf{n}^2$).

Atenção

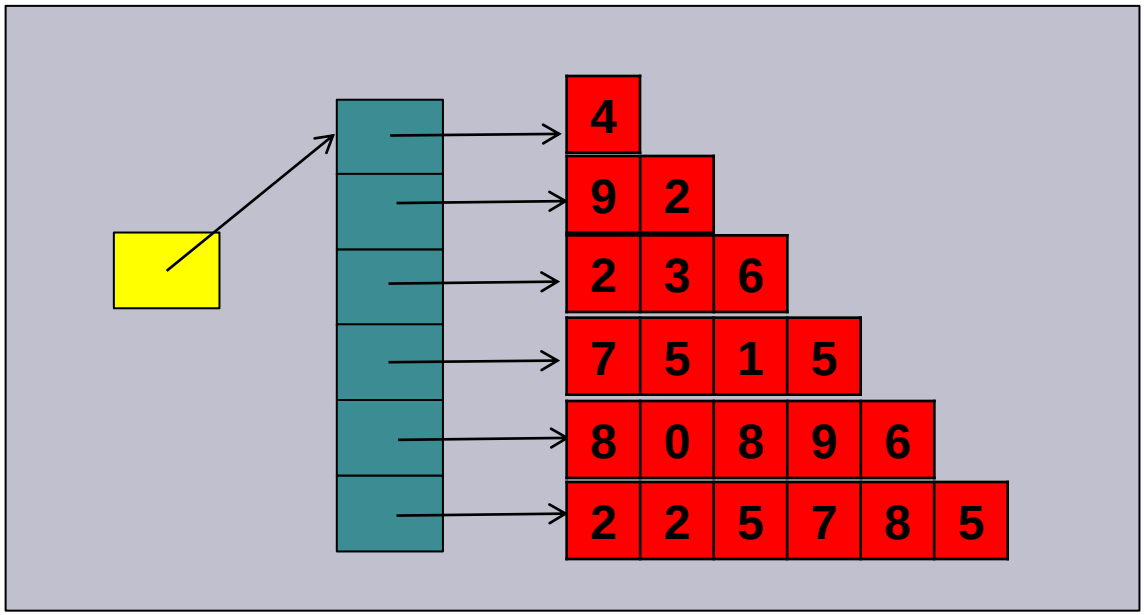
- Na verdade, Java não tem arrays multidimensionais.
- Todos os arrays em Java são uni-dimensionais.
- A expressão nums[i] refere-se ao ith sub-array da tabela.



Arrays irregulares

- Em Java, é possível criar-se arrays no qual diferentes linhas têm diferentes colunas.

```
4
9 2
2 3 6
7 5 1 5
8 0 8 9 6
2 2 5 7 8 5
```



Arrays irregulares

```
package maua;

public class ArrayRagged {
        public static void main(String[] args) {

                int NMAX = 5;
                int [][] matriz_triangular = new int[NMAX + 1] [];

                for (int n=0; n <= NMAX ; n++ )
                        matriz_triangular[n] = new int[n+1];

                for (int n=0; n<matriz_triangular.length; n++) {
                        for (int k=0; k < matriz_triangular[n].length; k++) {
                                matriz_triangular[n][k] =
                                        (int) (10* Math.random());
                                System.out.print(" " + matriz_triangular[n][k]);
                        }
                        System.out.println("");
                }
        }
}
```

- Ordem de complexidade: O(n^2).

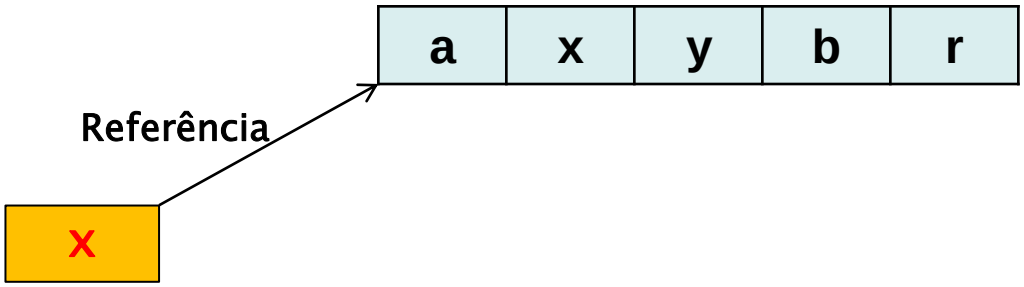
Estruturas do Tipo Lista

- Uma lista ou sequência é uma estrutura de dados abstrata que implementa uma **coleção ordenada de valores**, onde o mesmo valor pode ocorrer mais de uma vez.

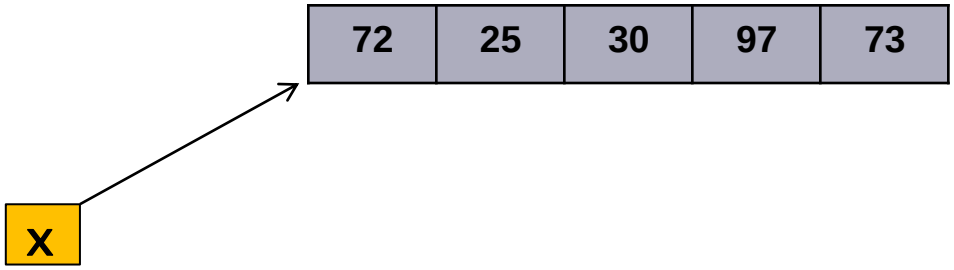
- Uma lista é um **tipo abstrato de dados** (especificação de um conjunto de dados e operações que podem ser executadas sobre esses dados) .

Listas podem ser implementadas por meio de arrays?

Implementando listas com arrays...

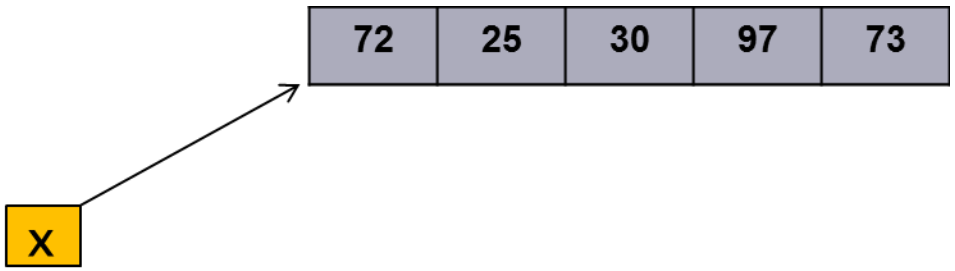


Exemplo: lista de 5 valores aleatórios entre 0 e 100



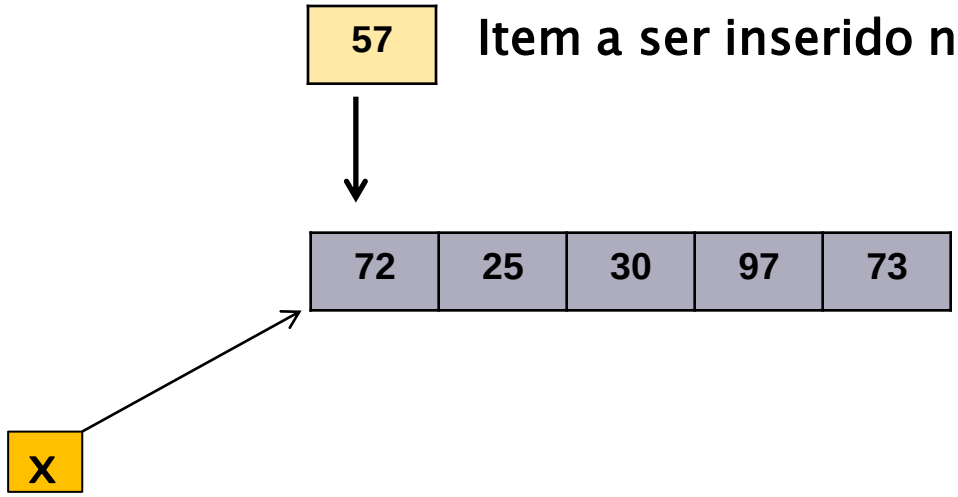
Lista de 5 valores aleatórios entre 0 e 100

```
package maua;

public class Lista_Aleatoria {

        public static void main(String[] args) {

                int[] x = new int[5];
                for (int i=0; i<x.length ; i++) {
                        x[i] = (int)(100.0 * Math.random());
                        System.out.print(" " + x[i]);
                }
        }

}
```

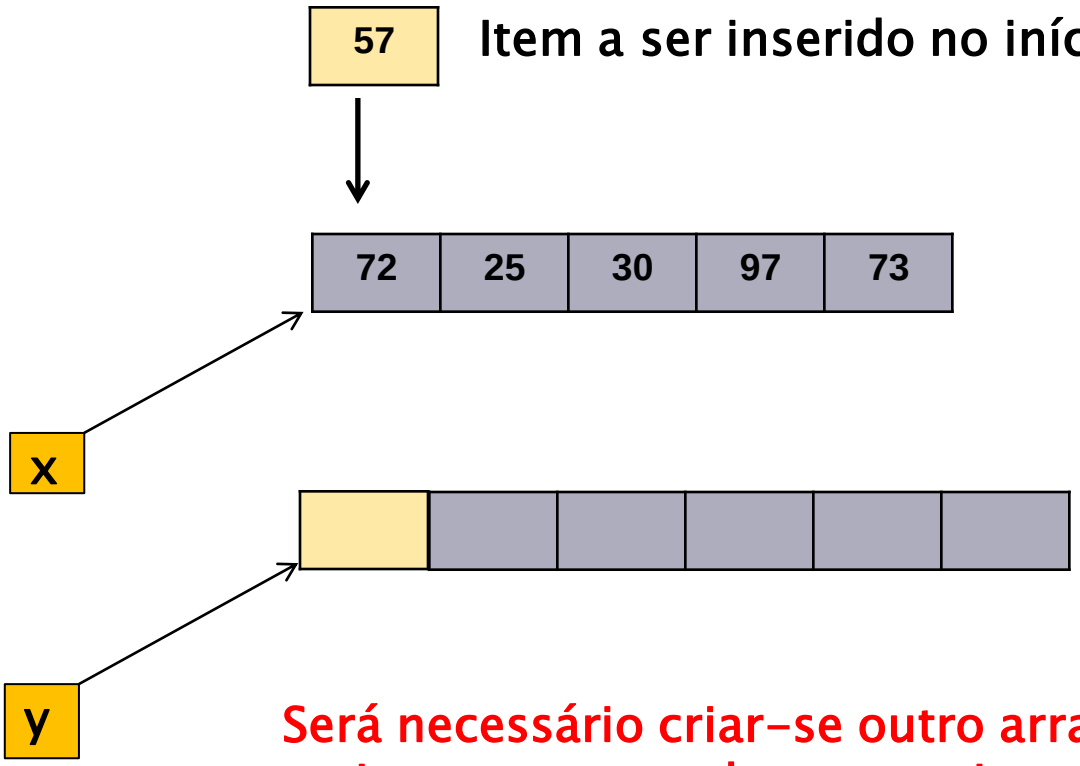


Mas, há alguns inconvenientes em se implementar listas com arrays...

Considere a necessidade de se inserir um item no início ou metade da lista ...

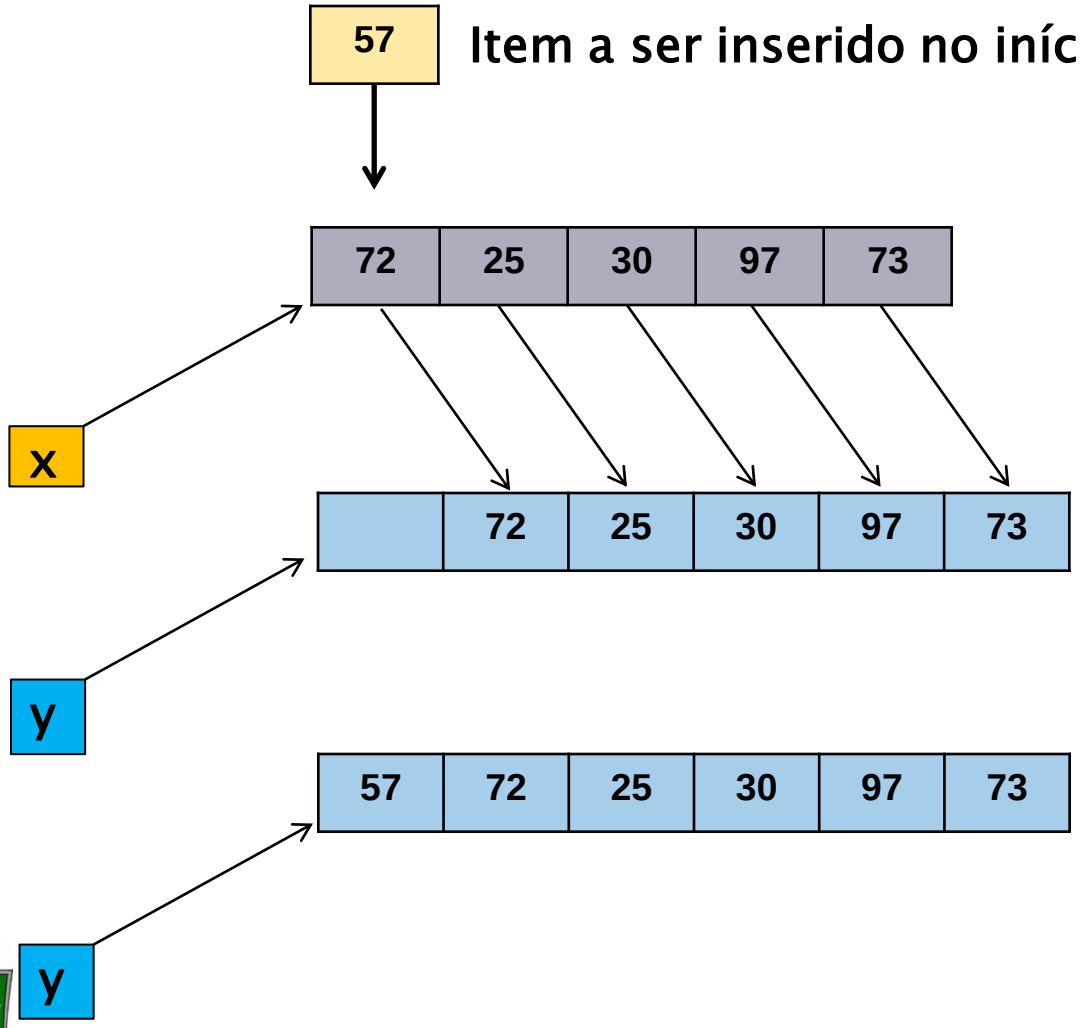


Primeiro, arrays têm tamanho fixo...



Será necessário criar-se outro array com tamanho maior para acomodar o novo item...

Segundo, o esforço computacional terá tempo proporcional ao tamanho do array...



Tipo Abstrato de Dados: List_Array

```
int[] lista;
int ultimo_item;
```

dados

```
List_Array()
List_Array(n)
imprime_Lista()
imprime_Primeiro()
imprime_Ultimo()
Imprime_Item(localizacao)
insereItem_Inicio(novoitem)
insereItem_Fim(novoitem)
insereItem(novo_item,localizacao)
insereItem_MetadeLista(novoitem)
altera_Ultimo(item)
altera_Primeiro(item)
alteraItem(item,localizacao)
Deleta_Ultimo()
Deleta_Primeiro()
Deleta_Item(localizacao)
```

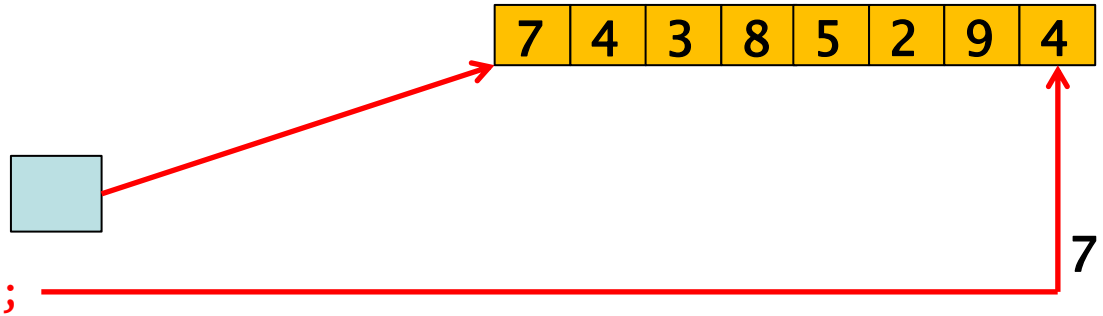
operações

Implementação

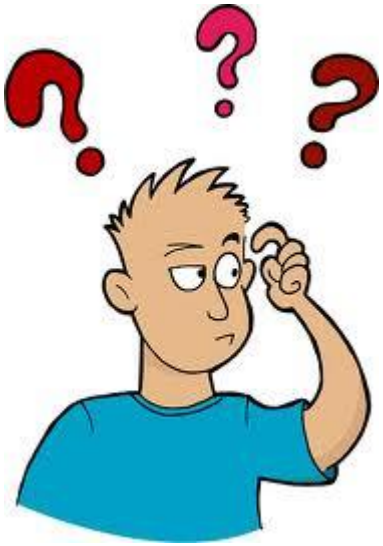
```
package maua;

public class List_Array {
        int[] lista;
        int ultimo_item;

        public List_Array() {
                lista = new int[0];
                ultimo_item = -1;
        }

        public List_Array(int n) {
                lista = new int[n];
                ultimo_item = -1;
        }
```

Implementação

```
package maua;

public class List_Array {

        int[] lista;

        int ultimo_item;


        public List_Array() {
                lista = new int[0];
                ultimo_item = -1;
        }

        public List_Array(int n) {
                lista = new int[n];
                ultimo_item = -1;
        }
```



Como imprimir os elementos da lista ?

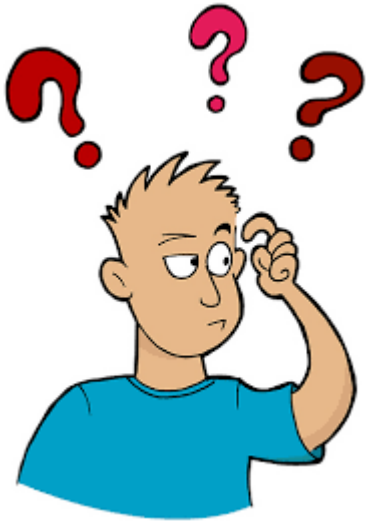


Imprimindo os elementos da lista

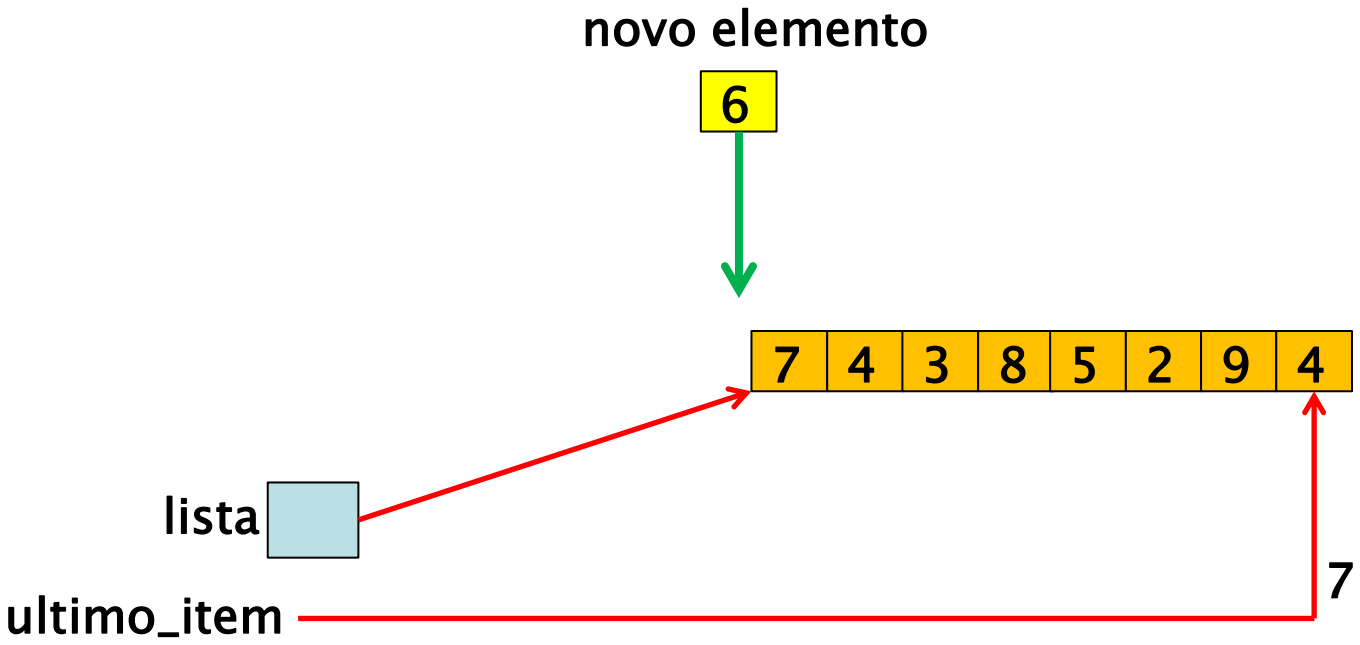
```
public void Imprime_Lista() {
        Integer n = lista.length;
        if (n == 0)
                System.out.println("A lista está vazia...");
        else System.out.print("\nLista:");

        for (int i=0; i<n; i++){
                System.out.print("  " + lista[i]);
        }
        System.out.println("");
}
```

- Ordem de complexidade: O(**n**).

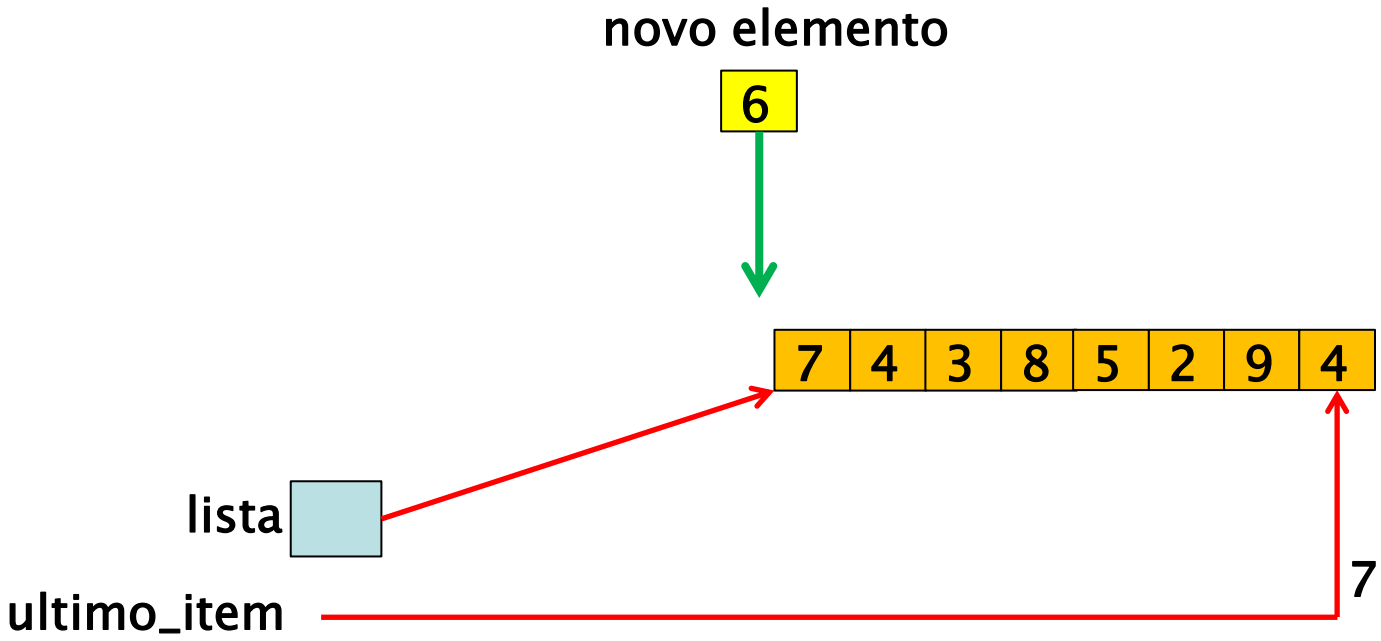
Como inserir um elemento no início da lista ?



Inserção no início da lista

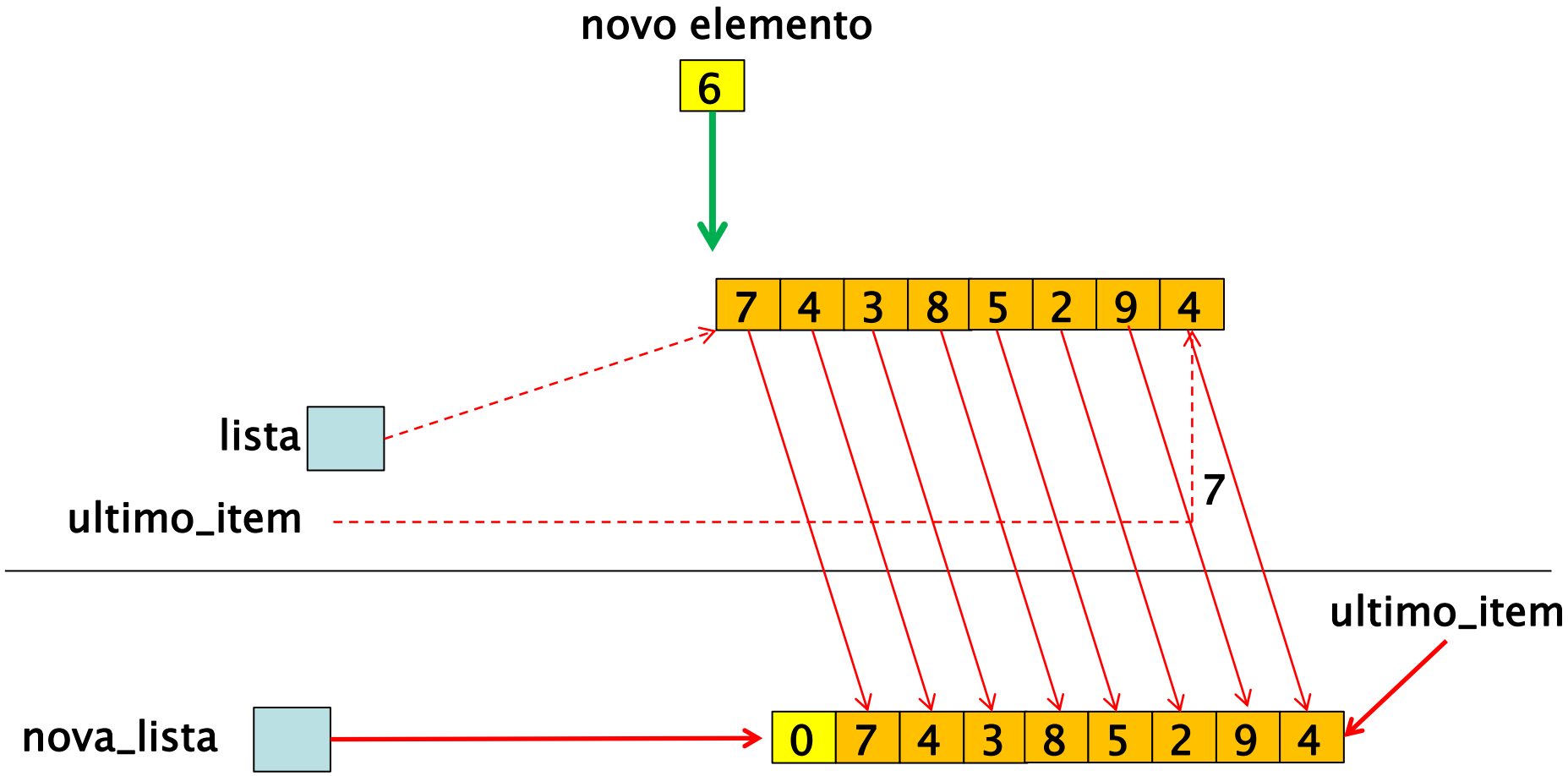


Inserção no início da lista



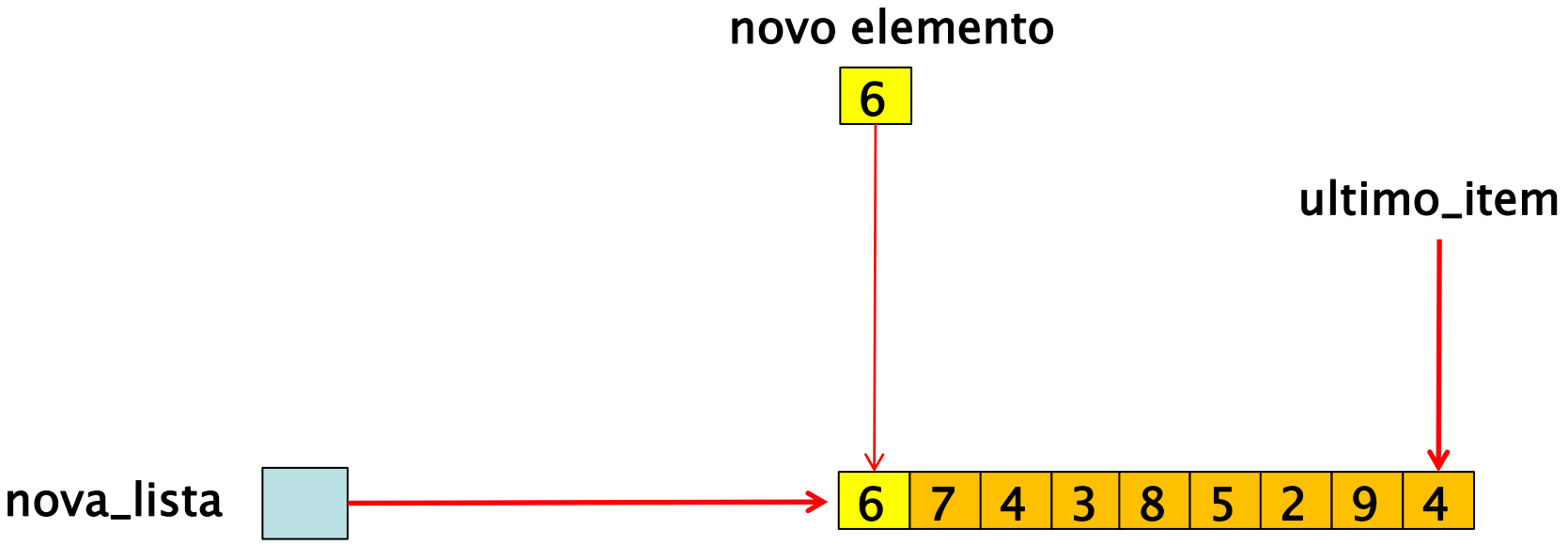
Primeiro: cria-se um novo array com um elemento a mais...

Inserção no início da lista



Segundo: copia-se os elementos da lista antiga para a lista nova

Inserção no início da lista



Terceiro: novo elemento é inserido na primeira posição da nova lista...

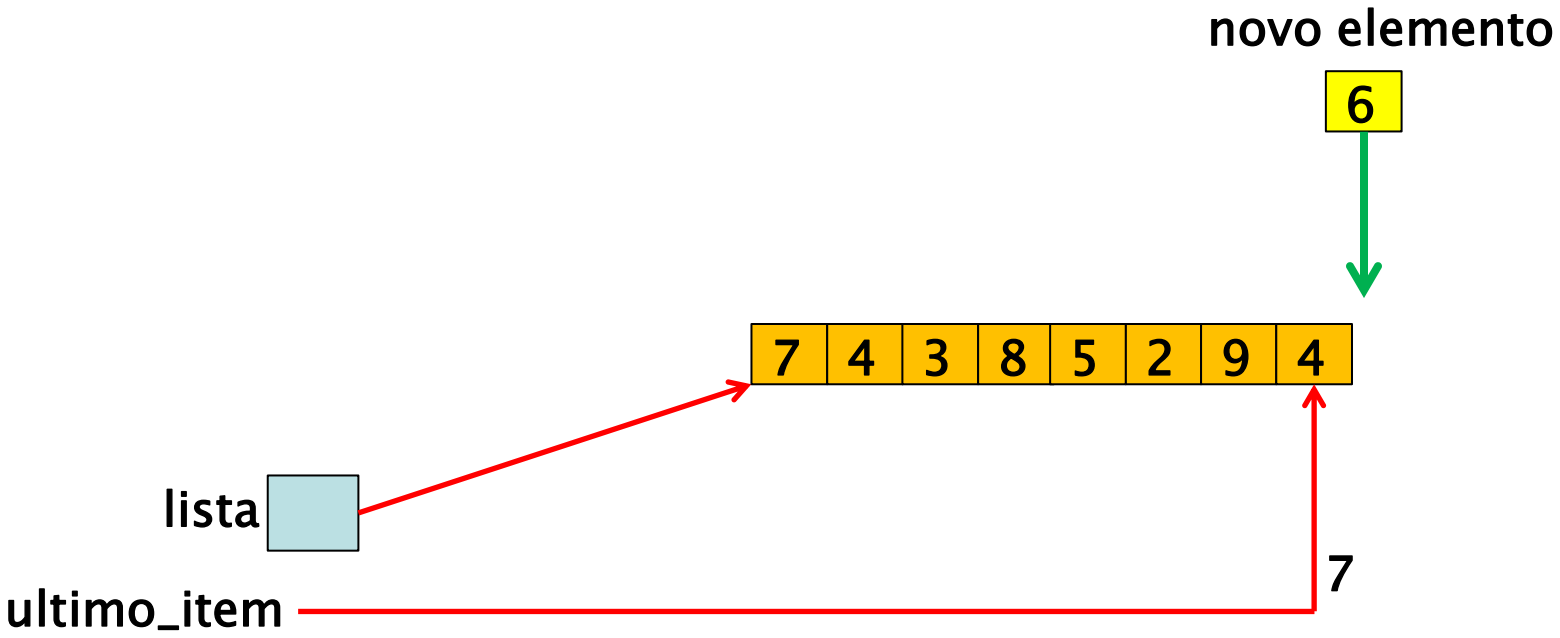
Implementação

```
public void insereItem_Inicio(int novo_item) {

        int[] nova_lista = new int[lista.length+1];

        for (int i=0; i<lista.length; i++)
                nova_lista[i+1]=lista[i];

        nova_lista[0] = novo_item;
        lista = nova_lista;
        ultimo_item = lista.length-1;

}
```

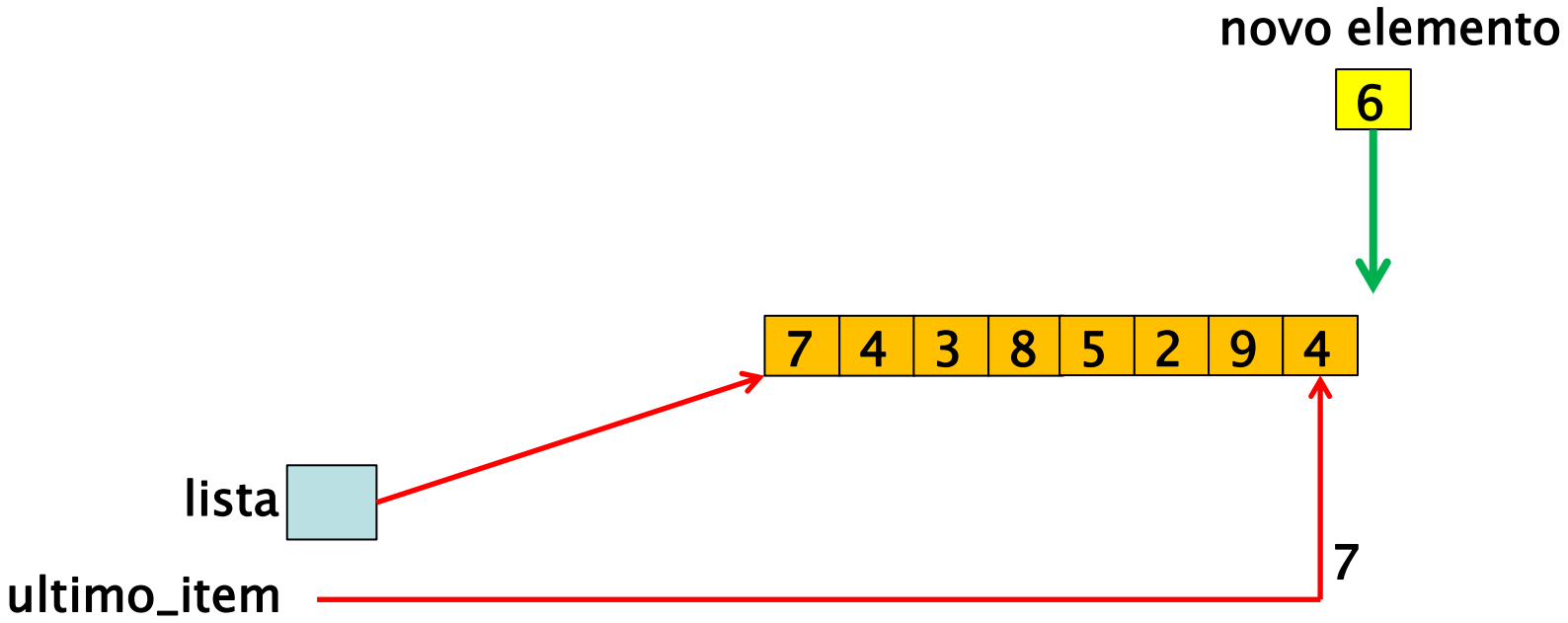
- Ordem de complexidade: O(**n**).

Como inserir um elemento no fim da lista ?

Inserção no fim da lista

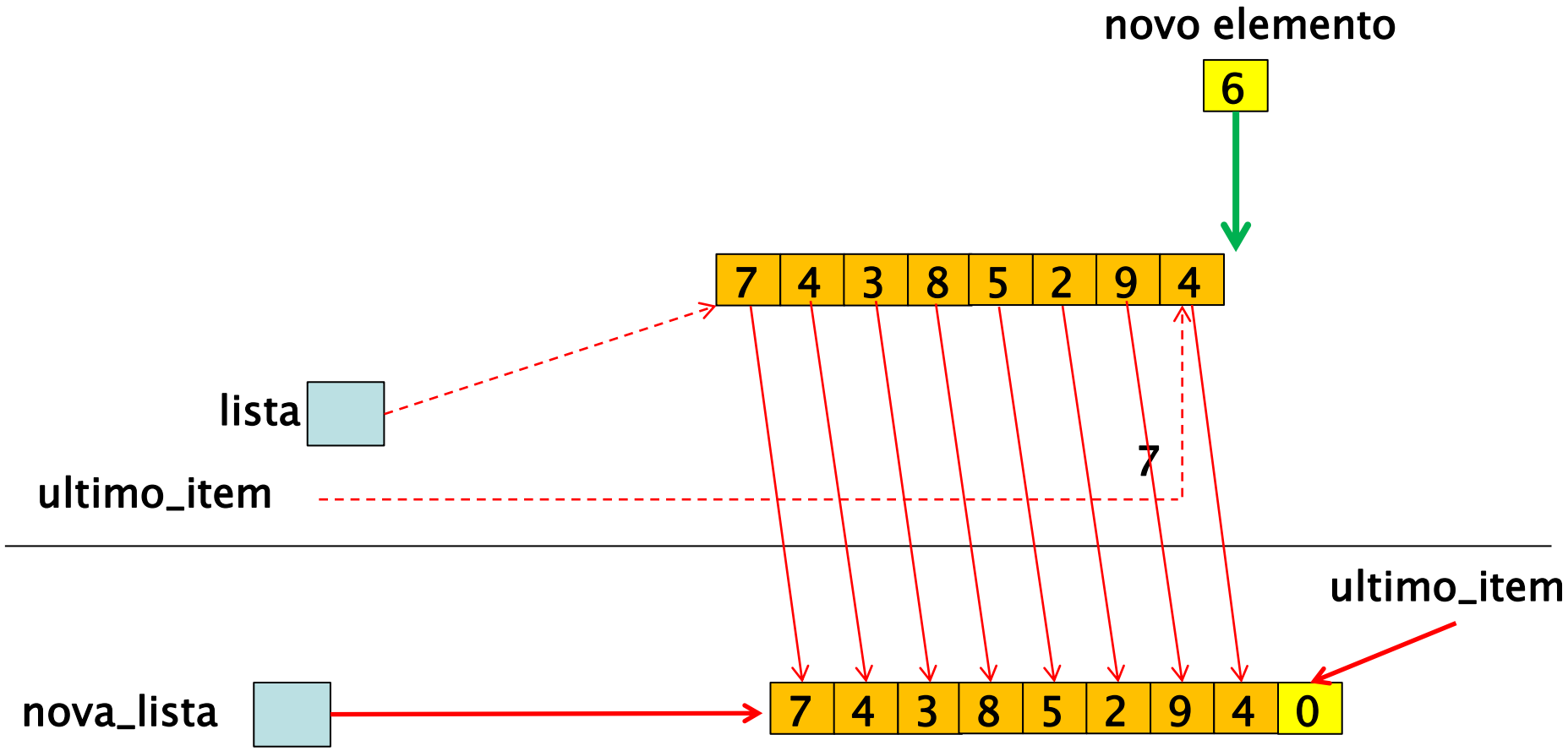


Inserção no fim da lista



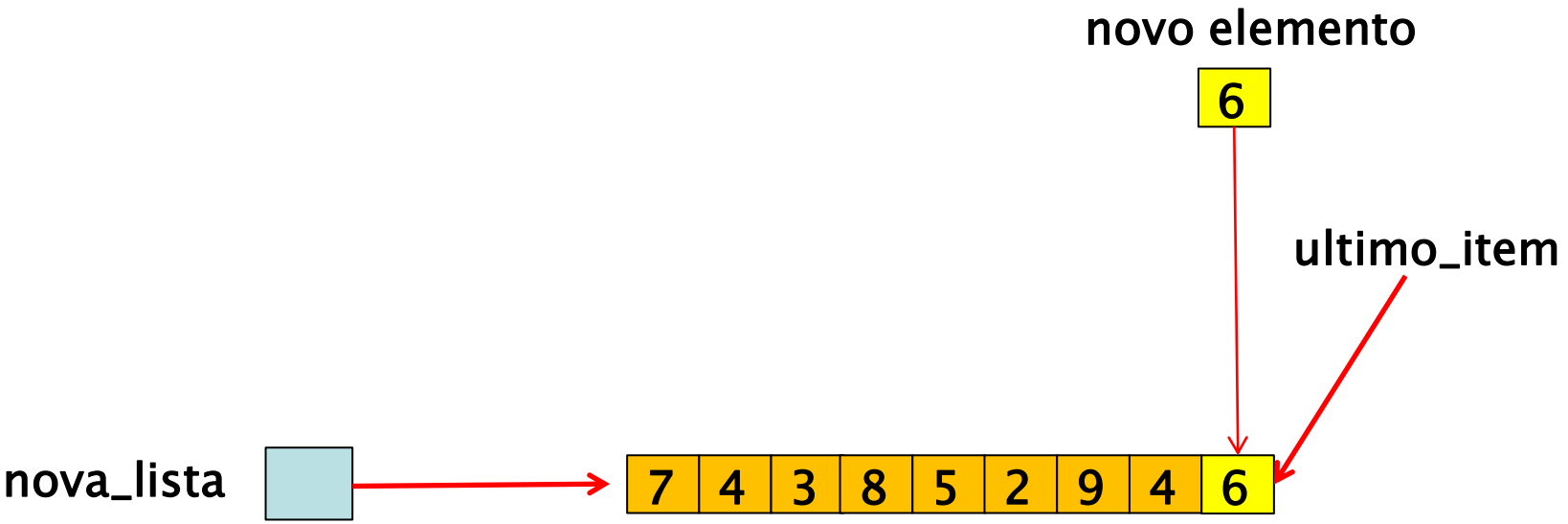
Primeiro: cria-se um novo array com um elemento a mais...

Inserção no fim da lista



Segundo: copia-se os elementos da lista antiga para a lista nova

Inserção no fim da lista



Terceiro: novo elemento é inserido na última posição da nova lista...

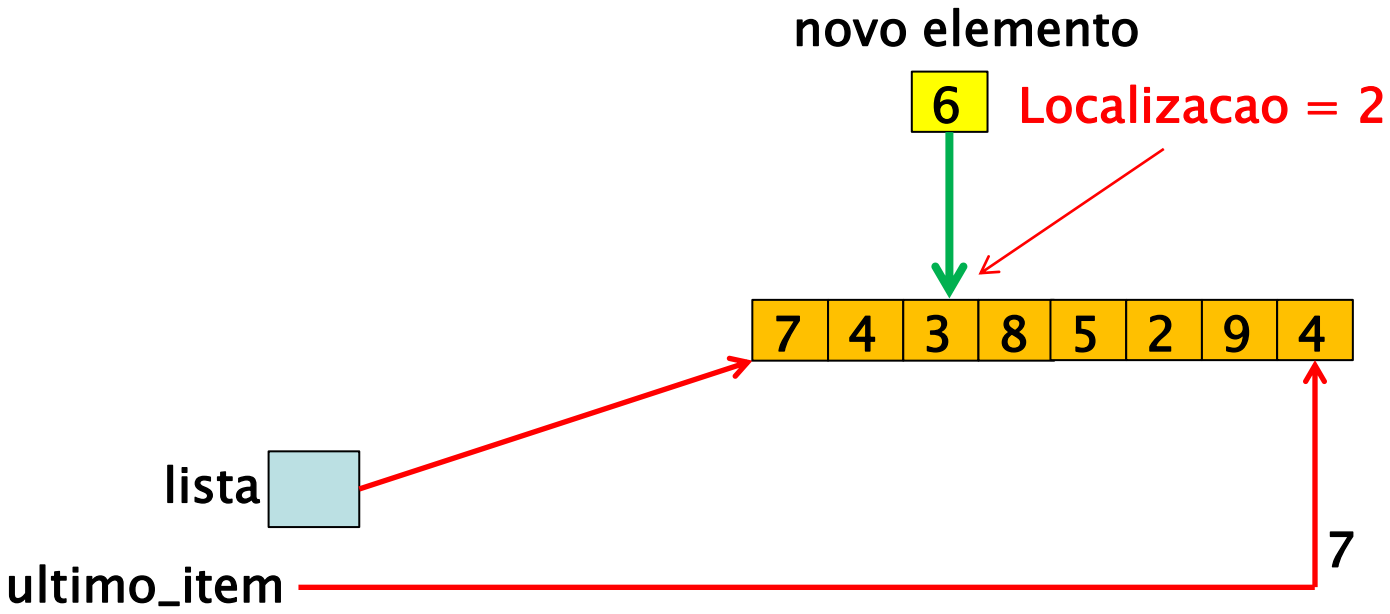
Implementação

```
public void insereItem_Fim(int novo_item) {

        int[] nova_lista = new int[lista.length+1];

        for(int i=0; i<lista.length; i++)
                nova_lista[i] = lista[i];

        nova_lista[lista.length] = novo_item;
        lista = nova_lista;
        ultimo_item = lista.length-1;

}
```

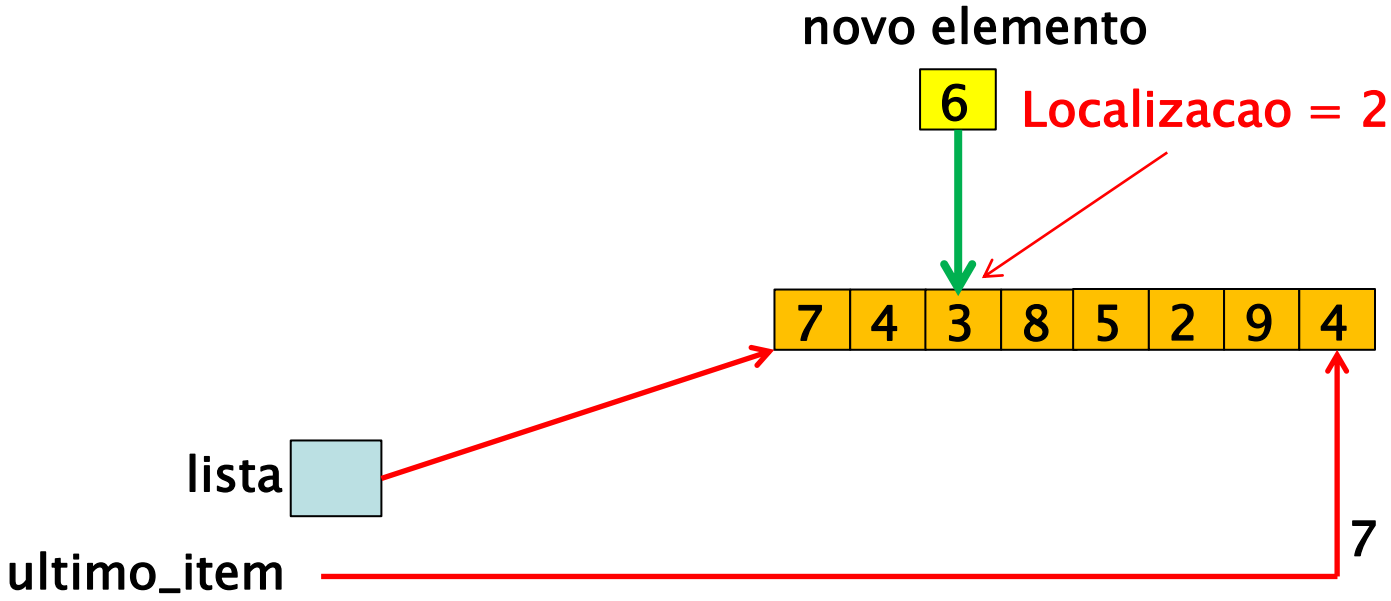
- Ordem de complexidade: O(**n**).

Como inserir um elemento numa posição qualquer da lista ?

Inserção numa posição qualquer da lista

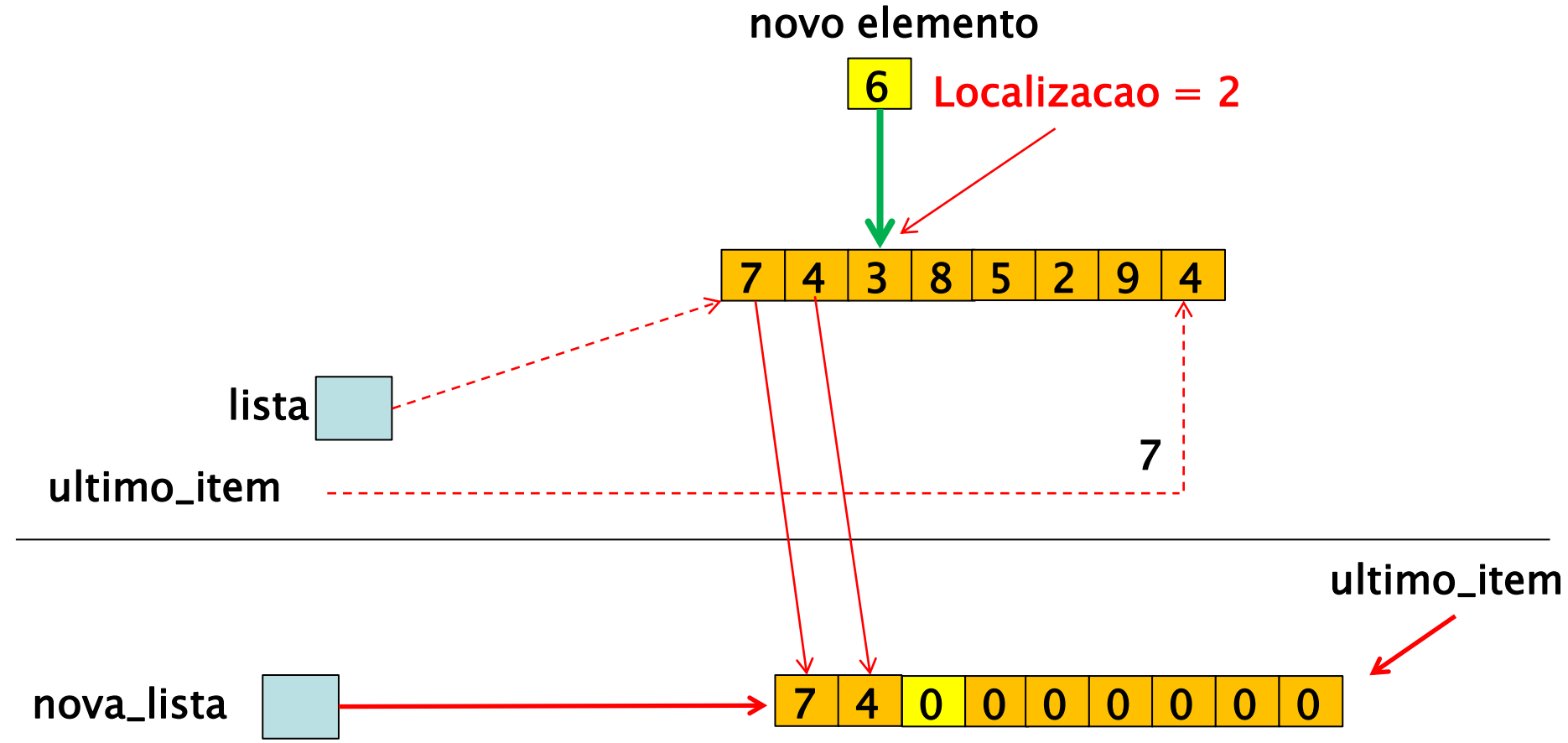


Inserção numa posição qualquer da lista



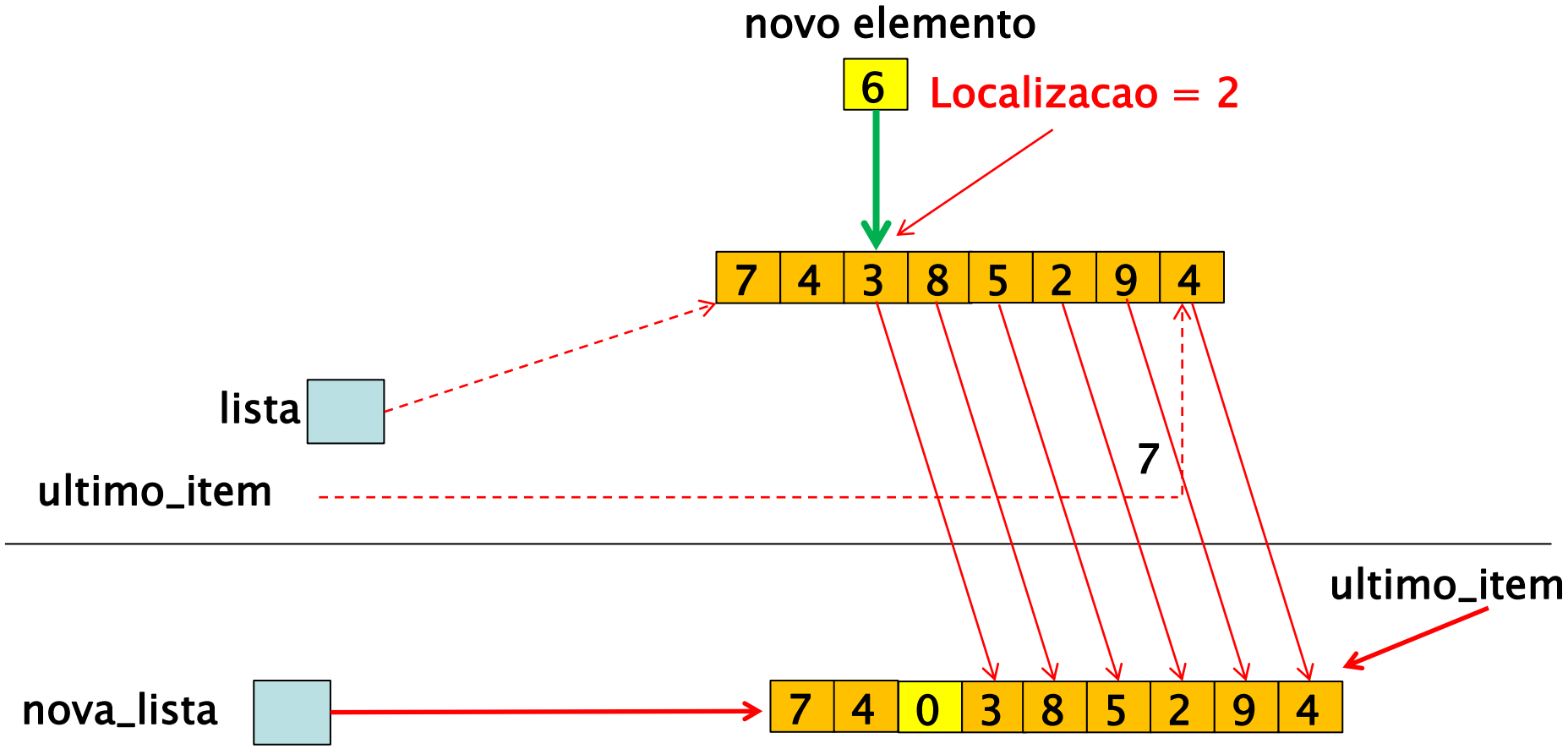
Primeiro: cria-se um novo array com um elemento a mais...

Inserção numa posição qualquer da lista



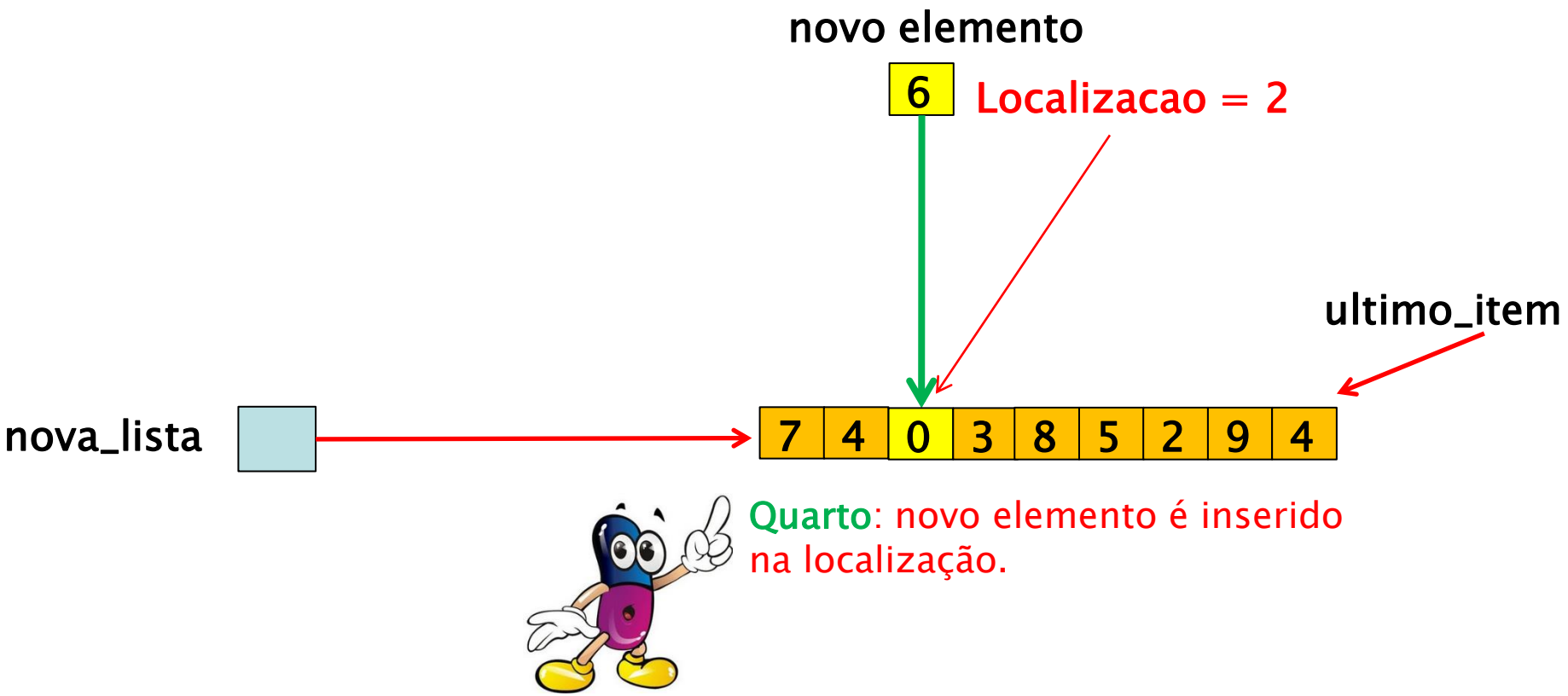
Segundo: copia-se os elementos anteriores à localização da lista antiga para a lista nova

Inserção numa posição qualquer da lista



Terceiro: copia-se os elementos posteriores à localização da lista antiga para a lista nova

Inserção numa posição qualquer da lista



Implementação

```
public void insereItem(int novo_item, int localizacao) {

        if (localizacao < 0 || localizacao > this.ultimo_item)
                System.out.println("*** ERRO: localização inválida...");
        else {
                int[] nova_lista = new int[lista.length+1];

                for (int i =0; i < localizacao ; i++ )
                nova_lista[i] = lista[i];

                for(int i=localizacao; i<lista.length; i++)
                        nova_lista[i+1] = lista[i];

                nova_lista[localizacao] = novo_item;
                lista = nova_lista;
                ultimo_item = lista.length-1;
        }
}
```

- Ordem de complexidade: O(**n**).

Implementação

```
public void altera_Ultimo(int novo_item){
        if (ultimo_item == -1)
                System.out.println("A lista está vazia... não há
                        como alterar o último elemento");

        else lista[ultimo_item] = novo_item ;
}

public void altera_Primeiro(int novo_item){
        if (ultimo_item == -1)
                System.out.println("A lista está vazia...
                não há como alterar o primeiro elemento");
        else lista[0] = novo_item ;
}
```

- Ordem de complexidade: O(**1**).

Implementação

```
public void alteraItem(int novo_item, int localizacao) {
        if (localizacao < 0 || localizacao > this.ultimo_item)
                System.out.println("*** ERRO: Localização inválida...");
        else lista[localizacao] = novo_item;
}

public void imprime_Primeiro() {
        if (ultimo_item == -1)
                System.out.println("A lista está vazia... não há primeiro
                        elemento");
        else System.out.println ("Primeiro elemento da lista: " +
                lista[0] ) ;
}
public void imprime_Ultimo() {
        if (ultimo_item == -1)
                System.out.println("A lista está vazia... não há último
                        elemento");
        else System.out.println ("Último elemento da lista: " +
                        lista[ultimo_item] ) ;
}
```

- Ordem de complexidade: O(**1**).

```
package maua;

public class Test_List_Array {

        public static void main(String[] args) {

                List_Array x = new List_Array();
                x.Imprime_Lista();
                x.imprime_Primeiro();
                x.imprime_Ultimo();

                x.insereItem_Inicio(7);
                x.Imprime_Lista();
                x.imprime_Primeiro();
                x.imprime_Ultimo();

                x.insereItem_Fim(99);
                x.Imprime_Lista();
                x.imprime_Primeiro();
                x.imprime_Ultimo();
        }
}
```

```
package maua;

public class Test_List_Array {

        public static void main(String[] args) {

                x = new List_Array(5);
                x.insereItem_Fim(88);
                x.Imprime_Lista();
                x.imprime_Primeiro();
                x.imprime_Ultimo();

                x.insereItem_Inicio(11);
                x.Imprime_Lista();
                x.imprime_Primeiro();
                x.imprime_Ultimo();

                x.insereItem(44, 2);
                x.Imprime_Lista();
        }
}
```

```
package maua;

public class Test_List_Array {

        public static void main(String[] args) {

                x = new List_Array(5);

                x.altera_Primeiro(999999);
                x.Imprime_Lista();

                x.altera_Ultimo(777777);
                x.Imprime_Lista();

                x.alteraItem(1111, 0);
                x.Imprime_Lista();

                x.alteraItem(2222, 1);
                x.Imprime_Lista();

                x.alteraItem(3333, 2);
                x.Imprime_Lista();

        }
}
```