# Rappel - Fonctions
# Transformations de graphe

R. Absil

Année académique 2019 - 2020

Un grand nombre de fonctions « usuelles » peuvent être bâties sur base de fonctions simples. Habituellement, cela consiste à appliquer une opération sur le domaine ou l'image d'une fonction, telle que « additionner les éléments en entrée de deux unités » ou « effectuer une symétrie d'axe $ox$ ». Une telle modification de la formulation en fonction a évidemment des conséquences sur le graphe de la fonction résultante, sous la forme de transformations du plan.

Ici, on ne traitera que de transformations simples, qui préservent le comportement de fonction. Ainsi, on verra les opérations résultant en des translations et des dilatations des graphes de fonctions, que ce soit en abscisse ou en ordonnée.

Plus concrètement, on liste les transformations de graphes suivantes sur le graphe d'une fonction $f(x)$.

— Poser $g(x) = f(x) + a$ correspond à effectuer une translation du graphe de $f$ de $a$ unités dans le sens de l'axe $oy$. Ainsi, si $a > 0$, cela correspond à déplacer le graphe de $f$ de $a$ unités vers le haut.

— Poser $g(x) = f(x + a)$ correspond à effectuer une translation du graphe de $f$ de $a$ unités dans le sens contraire de l'axe $ox$. Ainsi, si $a > 0$, cela correspond à déplacer le graphe de $f$ de $a$ unités vers la gauche.

— Poser $g(x) = af(x)$, avec $a > 0$ correspond à effectuer une dilatation du graphe de $f$ de $a$ unités dans le sens de l'axe $oy$. Ainsi, cela correspond à effectuer un zoom de $100a\%$ sur les ordonnées de graphe de $f$.

— Poser $g(x) = -f(x)$ correspond à effectuer une symétrie orthogonale d'axe $ox$ du graphe de $f$.

— Poser $g(x) = f(-x)$ correspond à effectuer une symétrie orthogonale d'axe $oy$ du graphe de $f$.

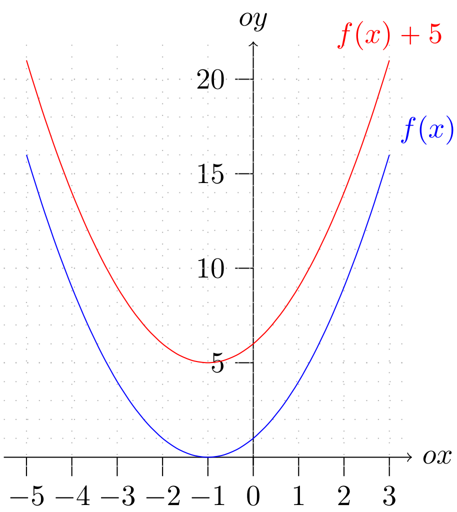
Notez que l'on ne voit pas la transformation de type « rotation », dans la mesure où cette transformation du plan ne préserve pas le concept de fonction. En effet, par exemple, effectuer une rotation de 90° dans le sens horloger du graphe $f(x) = x^2$ donnerait deux images pour le point 2, entre autres.

**Exemple 1.** Soit $f(x) = x^2 + 2x + 1$. Les figures 1 et 2 illustrent les graphes de

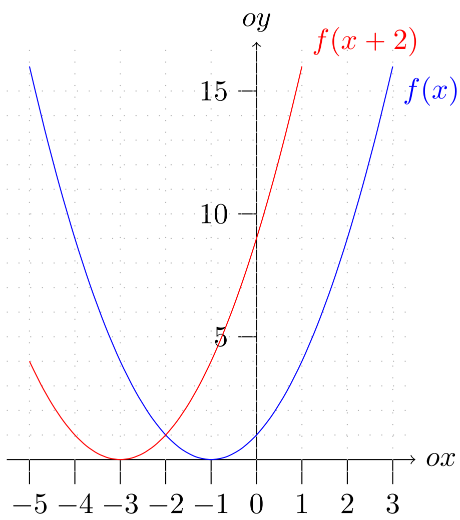
— $f(x) + 5 = x^2 + 2x + 6$,

— $f(x + 2) = (x + 2)^2 + 2(x + 2) + 1 = x^2 + 6x + 9$,

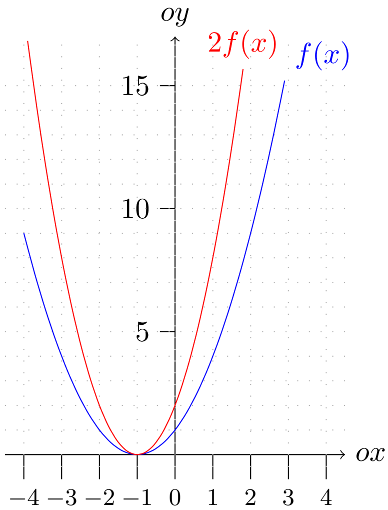
— $2f(x) = 2x^2 + 4x + 2$,
— $f(-x) = x^2 - 2x + 1$,
— $-f(x) = -x^2 - 2x - 1$.



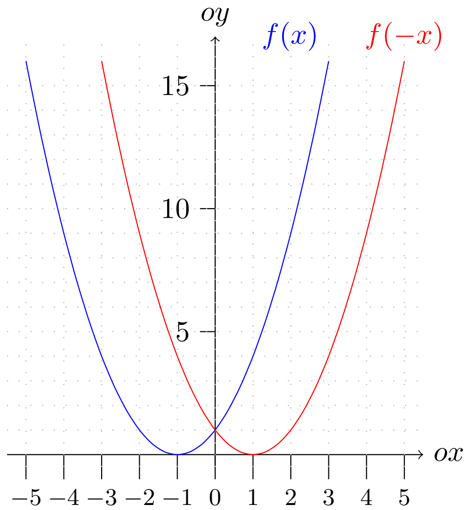

(a) $f(x) + 5$




(b) $f(x+2)$




(c) $2f(x)$




(d) $f(-x)$

FIGURE 1 – Transformations du graphe de $f(x) = x^2$ (1/2)

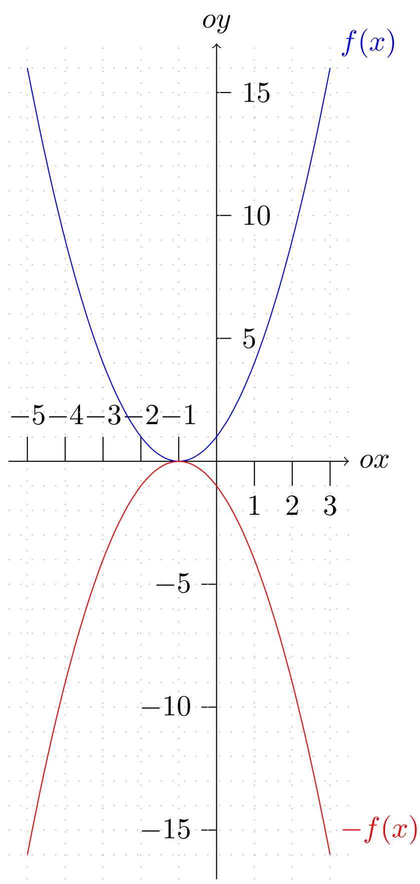



FIGURE 2 – Illustration du graphe de $-f(x)$