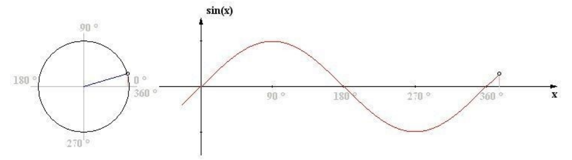
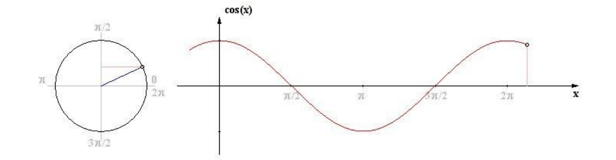
1. Rappels

1.1. Sinus & cosinus (fonctions sinusoidales) :

Fonction sinus	Fonction cosinus
	

L'angle (x) s'exprime en degrés (0 à 360) ou en radians (0 à 2π).
La période (T) vaut ici 2π.
ex : $\sin(x+2\pi) = \sin(x)$

Le déphasage (le décalage) entre le sinus et le cosinus d'un angle vaut $\pi/2$. On dira que ces 2 fonctions sont en quadrature de phase et on notera $\varphi=\pi/2$.
ex : $\sin\left(x+\frac{\pi}{2}\right) = \cos(x)$ **ou** $\sin\left(\frac{\pi}{2}\right) = \cos(0)$

On peut donc utiliser le sinus ou le cosinus pour décrire un phénomène périodique. Soit A l'amplitude, ω la vitesse angulaire et φ la phase, on écrira :

$$\boxed{f(t) = A.\sin(\omega t + \varphi)}$$

La vitesse angulaire s'exprime en rad/s.

En général, si $f(t)=A.\sin(n.\omega t)$, la période est $2\pi/n$.
exs :
$\sin(x) \rightarrow T=2\pi$
$\sin(2x) \rightarrow T=\pi$
$\sin(3x) \rightarrow T=2\pi/3$
$\sin(x/3) \rightarrow T=6\pi$

1.2. Propriétés trigonométriques :

$$\sin(x \pm y) = \sin(x).\cos(y) \pm \cos(x).\sin(y)$$
$$\cos(x \pm y) = \cos(x).\cos(y) \mp \sin(x).\sin(y)$$
$$\sin(x) + \sin(y) = 2.\sin\left(\frac{x+y}{2}\right).\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\sin(x) - \sin(y) = 2.\cos\left(\frac{x+y}{2}\right).\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\cos(x) + \cos(y) = 2.\cos\left(\frac{x+y}{2}\right).\cos\left(\frac{x-y}{2}\right)$$
$$\cos(x) - \cos(y) = 2.\sin\left(\frac{x+y}{2}\right).\sin\left(\frac{x-y}{2}\right)$$

En particulier, on peut écrire

$$
\begin{aligned}
f(t) &= A.\sin(\omega.t + \varphi) \\
&= A.\sin(\omega.t).\cos(\varphi) + A.\cos(\omega.t).\sin(\varphi) \\
&= (A.\cos(\varphi)).\sin(\omega.t) + (A.\sin(\varphi)).\cos(\omega.t) \\
&= B.\sin(\omega.t) + C.\cos(\omega.t)
\end{aligned}
$$

A partir du sinus déphasé de départ, on a réécrit la fraction comme une superposition de 2 fonctions sinus et cosinus de même ω mais d'amplitudes différentes.

1.3. Séries :

$$\sum_{j=n1}^{n2} j(n1, n2 \in N)$$

$\sum$ est le symbole de sommation qui signifie (dans ce cas) : faire la somme des entiers compris entre n1 et n2.

exs :

$$\sum_{j=0}^{3} \frac{x^j}{j!} = \frac{x^0}{o!} + \frac{x^1}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} = 1 + x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{6}$$

$$\sum_{n=0}^{3} \frac{\sin((2n+1)\omega.t).(-1)^n}{2n+1} = \sin(\omega.t) - \frac{\sin(3.\omega.t)}{3} + \frac{\sin(5.\omega.t)}{5} - \frac{\sin(7.\omega.t)}{7}$$

1.4. Intégrales :

$$(\sin(x))' = \cos(x)$$

$$(\cos(x))' = -\sin(x)$$

$$(\sin(n.x))' = n.\cos(n.x)$$

$$(\cos(n.x))' = -n.\sin(n.x)$$

$$\int \cos(x)dx = \sin(x) + c^{te}$$

$$\int_0^{\pi/2} \cos(x)dx = [\sin(x)]_0^{\pi/2} = \sin(\tfrac{\pi}{2}) - \sin(0) = 1$$

$$\int \cos(n.x)dx = \frac{\sin(n.x)}{n} + c^{te}$$

$$\int \sin(x)dx = -\cos(x) + c^{te}$$

$$\int \sin(n.x)dx = \frac{-\cos(n.x)}{n} + c^{te}$$

Intégration par parties de :

$\int P(x).\sin(n.x)$ et $\int P(x).\cos(n.x)$ avec $f(x)$ un polynôme de degré n en x (par exemple : 3x-1).

$\int u.dv = u.v - \int v.du$ en posant $u = f(x)$ et $v = \sin(n.x)dx$ ou $v = \cos(n.x)dx$

On trouvera parfois des expressions du style $\boxed{e^{i.\omega.t}}$ avec i un nombre complexe ($i \notin R, i^2 = -1$)

$e^{\pm i.\omega.t} = \cos(\omega.t) \pm i.\sin(\omega.t)$

$\frac{e^{i.\omega.t} + e^{-i.\omega.t}}{2} = \cos(\omega.t)$

$\frac{i.e^{i.\omega.t} - e^{-i.\omega.t}}{2.i} = \sin(\omega.t)$

On peut donc exprimer un sinus ou un cosinus en terme de $e^{i.\omega.t}$