Rappel - Fonctions Fonctions linéaires

R. Absil

Année académique 2019 - 2020

Les fonctions linéaires (aussi nommées fonctions du premier degré ou fonction affines) sont les fonctions de la forme

$$f(x) = mx + p,$$

avec $m, p \in \mathbb{R}$.

Le graphe de ces fonctions est une *droite*, et passe systématiquement par le point (0, p). Cette fonction admet comme racine $-\frac{p}{m}$, si $m \neq 0$. La figure 1 illustre le graphe d'une telle fonction.

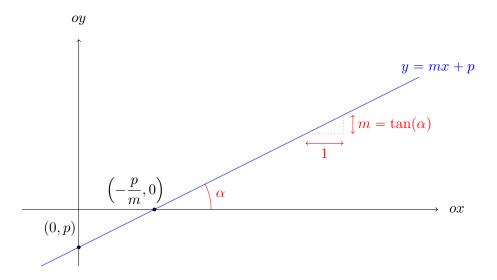


FIGURE 1 – La droite d'équation y = mx + p

Nous rappelons quelques propriétés importantes des droites ¹:

- La pente de la droite y = mx + p (aussi appelé coefficient angulaire) est la valeur de m (voir figure 1).
- La pente de la droite est aussi égale à la tangente de l'angle α que fait cette droite avec l'axe $ox : m = \tan(\alpha)$ (voir figure 1).
- Si m = 0, la droite est horizontale, c'est-à-dire parallèle à l'axe ox.

^{1.} Ici, on ne considère que les droites au sens de fonction, c'est à dire les droites non verticales.



- Deux droites sont parallèles si et seulement si elles ont même coefficient angulaire.
- Deux droites sont perpendiculaires si et seulement si leurs coefficients angulaires sont inversés et opposés, c'est-à-dire si le produit de leurs coefficients angulaires vaut -1.
- L'équation d'une droite passant par 2 points (x_0, y_0) et (x_1, y_1) est :

$$y - y_0 = \frac{y_1 - y_0}{x_1 - x_0} (x - x_0)$$

— L'équation d'une droite passant par un point (x_0, y_0) et de pente m est :

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

— Deux droites $y = m_1x + p_1$ et $y = m_2x + p_2$ non parallèles s'intersectent en le point

$$\left(\frac{p_1-p_2}{m_2-m_1}, m_2 \cdot \frac{p_1-p_2}{m_2-m_1} + p_2\right).$$